

5 יחידות לימוד - שאלון שני (35582)

מבנה השאלון

שאלון שני (35582) – 40%	משך השאלון: שעתיים ורבע
פרק א – בחירה של 2 שאלות מתוך 3 שאלות וקטורים טריגונומטריה במרחב גיאומטריה אנליטית מספרים מרוכבים	
פרק ב – בחירה של שאלה אחת מתוך 2 שאלות בעיות גדילה ודעיכה חדו"א של פונקציות חזקה (עם מעריך רציונלי), פונקציות מעריכיות, פונקציות לוגריתמיות (כולל שילוב עם פונקציות פולינום, פונקציות רציונליות ופונקציות טריגונומטריות)	

פירוט הנושאים בשאלון 35582

וקטורים:

וקטורים כחיצים במישור ובמרחב. חיבור וקטורים ותכונותיו, חיסור וקטורים. כפל בסקלר ותכונותיו. קומבינציה ליניארית של וקטורים. חלוקת קטע ביחס נתון. שימושים לחישובים ולהוכחות במישור ובמרחב.

המכפלה הסקלרית ותכונותיה. ניצבות בין ישרים ובין ישר למישור. חישובי אורך וחישובי זווית. יש ללמד הוכחות של תכונות גיאומטריות במישור ובמרחב באמצעות וקטורים, אך לא תידרש בבחינה הוכחה של משפט גיאומטרי באמצעות וקטורים.

מערכת צירים במרחב. הצגה אלגברית של וקטורים ופעולות אלגבריות בוקטורים (חיבור, חיסור, כפל בסקלר ומכפלה סקלרית). הצגה פרמטרית של ישר במרחב. **מצב הדדי של ישרים**. הצגה פרמטרית של מישור במרחב, ומשוואה של מישור במרחב. **מצב הדדי בין מישורים**, ובין ישר ומישור.

חישובי מרחקים: בין שתי נקודות, **בין נקודה לישר**, **בין נקודה למישור**, **בין ישרים מקבילים ובין ישרים מצטלבים**, **בין ישר למישור**, ובין שני מישורים.

חישוב זוויות: בין שני ישרים, **בין שני מישורים**, ובין ישר למישור.

- להלן המשפטים הנדרשים בנושא הוקטורים ללא הוכחה (לשימושים בחישובים).
- ישר ניצב למישור אם ורק אם הוא מאונך לשני ישרים לא מקבילים במישור.
 - ישר במישור ניצב למשופע למישור אם ורק אם הוא מאונך להיטל המשופע על המישור.
 - ישר ניצב למישור ABC אם ורק אם $\vec{l} \cdot \vec{OA} = \vec{l} \cdot \vec{OB} = \vec{l} \cdot \vec{OC}$ כאשר l וקטור על הישר ו-O ראשית הצירים.

- ד. כל וקטור במישור ניתן להצגה יחידה כקומבינציה ליניארית של שני וקטורים בלתי תלויים במישור, וכל קומבינציה כזו נמצאת במישור.
- ה. כל שלושה וקטורים בלתי תלויים במרחב הם בסיס למרחב.

מספרים מרוכבים :

הגדרה, שוויון, ארבע הפעולות. ערך מוחלט, מספרים צמודים, שורש שני. הצגת המספרים המרוכבים במישור גאוס. משפט דה-מואבר, שורשי יחידה, שורשים. המשמעויות הגיאומטריות של ארבע הפעולות, של הערך המוחלט ושל השורשים. הערה: בפתרון בעיות במספרים מרוכבים עשוי להידרש **ידע בסדרות**, ושימוש בזהויות טריגונומטריות.

גיאומטריה אנליטית:

קטעים: מרחק בין שתי נקודות, חלוקת קטע ביחס נתון.
ישרים: שיפוע ישר על פי שתי נקודות, משוואת ישר (על פי שיפוע ונקודה, ועל פי שתי נקודות), נקודת חיתוך של שני ישרים, ישרים מקבילים וישרים מאונכים זה לזה, מרחק של נקודה מישר.
מעגל: מעגל (כללי), **התנאי שהמשוואה $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ היא משוואה של מעגל.** משיק למעגל בנקודה עליו.
פרבולה: הגדרתה כמקום גיאומטרי, המשוואה הקנונית, מוקד, מדריך **ומשוואת המשיק בנקודה על הפרבולה.**
אליפסה: הגדרתה כמקום גיאומטרי, המשוואה הקנונית שלה, ציריה ומוקדיה, **המצב ההדדי בין ישר לאליפסה כפי שבאה לידי ביטוי בסימן של הדיסקרימיננטה המתאימה.** פתרון בעיות המשלבות צורות שונות מבין הצורות שתוארו לעיל.
מקומות גיאומטריים.

טריגונומטריה במרחב:

יישומים במרחב הדורשים שימוש במשפטים בגיאומטריה ובהוויות טריגונומטריות בסיסיות. חישובים במרחב של: זוויות, אורכי קטעים, שטחים (כמו מעטפת או שטח פנים), ונפחים בגופים הישרים: תיבה (כולל קובייה), מנסרה משולשת, פירמידה שבסיסה מלבן **או משולש ישר-זווית או משולש חד-זווית.** בפתרון בעיות יידרש שימוש בתכונות הגיאומטריות של הצורות והגופים השונים, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות. **בעיות במרחב יידרש שימוש גם במושגים והמשפטים הבאים:** ישר ניצב למישור, ישר משופע למישור, זיהוי היטל של משופע על מישור, זווית בין ישרים, זווית בין ישר למישור, זווית בין מישורים, משפט שלושת האנכים. לצורך פתרון הבעיות ייתכן שימוש של הזהויות שנלמדו בטריגונומטריה למציאת זוויות.

פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית, נוסחת שטח המשולש $S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$, משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים והשימוש בהם להתרת משולש כללי.

אלגברה:

חזקות ומעריכים:

חוקי החזקות. חזקה עם מעריך רציונאלי.

שורשים: הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה. פונקציות מעריכיות תכונותיהן ותיאורן הגרפי.

משוואות מעריכיות ואי-שוויונות מעריכיים, על פי הנדרש ביישומים של חדו"א או בבעיות גדילה ודעיכה.

לוגריתמים:

לוגריתם בבסיס כלשהו, לוגריתם של מכפלה, מנה, חזקה ושורש. מעבר לוגריתם מבסיס לבסיס. הפונקציות הלוגריתמיות תכונותיהן ותיאורן הגרפי.

משוואות לוגריתמיות ואי-שוויונות לוגריתמיות, על פי הנדרש ביישומים של חדו"א או בבעיות גדילה ודעיכה.

בעיות גדילה ודעיכה:

גדילה מעריכית ודעיכה מעריכית, זמן מחצית חיים.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:

חשבון דיפרנציאלי

מושגי יסוד: משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול. הנגזרת בנקודה כהליך גבולי.

פונקציית הערך המוחלט, אי-גזירות הפונקציה $|x|$ באפס, וערך מוחלט של פונקציה נתונה (מבין הפונקציות הכלולות בתוכנית).

נקודות חיתוך עם הצירים, עלייה וירידה, זוגיות ואי-זוגיות. המשמעות האלגברית והגרפית של נקודות חיתוך של פונקציות, של $f(x) > g(x)$, $f(x) = g(x)$ וכד'.

נגזרות של פונקציות מעריכיות, פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), ופונקציות לוגריתמיות, כולל שילוב שלהן עם פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות, ופונקציות טריגונומטריות. נגזרת של סכום, הפרש, מכפלה, מנה, פונקציה מורכבת של כל הפונקציות.

נגזרת שנייה. קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה (x^2 קעורה כלפי מעלה, $-x^2$ קעורה כלפי מטה). נקודות פיתול.

שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או למציאת משוואת משיק לגרף, בנקודה שעל גרף הפונקציה, או מחוץ לגרף הפונקציה.

• לפתרון בעיות קיצון בתחום פתוח ובתחום סגור בהקשר של אינטגרלים או של גרפים של

פונקציות הכלולות בתוכנית (כולל קיצון בקצה קטע סגור).

• לחקירת פונקציה ושרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ומטה, התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מקבילות לצירים (בכל סוגי הפונקציות) בהתאם לפירוט הבא:

אסימפטוטות מקבילות לצירים בפונקציות הכוללות אלמנטים מעריכיים ולוגריתמיים ידרשו עבור a^x , e^x , $\log_a x$, $\ln x$ ושילובים פשוטים שלהם.

עבור $a^{f(x)}$, $e^{f(x)}$, $\log_a f(x)$, $\ln f(x)$ יידרשו אסימפטוטות רק כאשר מציאתן פשוטה. לא יידרשו אסימפטוטות עבור מכפלות או מנות של פונקציית חזקה עם אחת הפונקציות הללו.

• הקשר בין הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$.

חשבון אינטגרלי

חשבון אינטגרלי של פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), פונקציות מעריכיות ושל פונקציות אשר

הקדומה שלהן היא לוגריתמית: האינטגרל של x^r , e^x , a^x , $\frac{1}{x}$, וכן $[f(x)]^r$, $e^{f(x)}$, $a^{f(x)}$, $\frac{1}{f(x)}$

כאשר $f(x)$ לינארית, ושילובן בפונקציות רציונאליות וטריגונומטריות.

אינטגרלים מידיים. אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע. אינטגרל של פונקציה

שקדומתה מורכבת.

אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, מציאת פונקציה על פי הנגזרת ונקודה על הפונקציה.

האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים. נפח גופי סיבוב

סביב ציר x בלבד. בעיות ערך קיצון שבהן יש אינטגרל (מכל הסוגים).

הערה: הנושא חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של הפונקציות x^r והפונקציות המעריכיות והלוגריתמיות כולל את כל הנושאים, המיומנויות (האנליטיות והאלגבריות), והשימושים הנדרשים בשאלון הקודם.

$$\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx = \ln(e^x + 1) + C$$

לדוגמה: ייתכנו אינטגרלים מהצורה

$$\int \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x + 3} dx = \int \left(x^2 - 4x + 13 - \frac{40}{x + 3} \right) dx$$