

חוברת קיץ לעולים לכיתה יב'

תלמידי 5 יח"ל

הקדמה:

תלמידים יקרים!

לפניכם עבודת קיץ במתמטיקה המיועדת לתלמידי כיתה י"א העולים לכיתה י"ב ברמת 5 יחידות. העבודה מכילה שלושה פרקים ללימוד עצמי, המהווים בסיס לחומר שיילמד בכיתה י"ב: גיאומטריה אנליטית (הקו הישר), וקטורים גיאומטריים ומשוואות ואי-שוויונים מעריכיים. **עליכם ללמוד עצמאית לפני תחילת שנת הלימודים הבאה את אחד הפרקים/שניים מהם/שלושתם על פי ההנחיה שתקבלו מהמורה.**

העבודה מורכבת מסרטוני הסבר ומשאלות נבחרות מתוך האתר bagrut.gool.co.il. **לתרגילים בעבודה קיים פתרון מלא בסרטון** אשר תוכלו לצפות בו על מנת להעשיר את הבנתכם. יש לצפות בסרטוני ההסבר על החומר לפי ההנחיה בעבודה ואז לפתור את התרגילים בעצמכם, ורק אם נתקעתם לגשת לסרטון הפתרון של התרגיל. על מנת לגשת לסרטון תוכלו לסרוק את קוד ה-QR בצידו, או ללחוץ על הקוד במידה ובידיכם עותק דיגיטלי של העבודה.

על פי הנחית המורה, ייתכן כי בתחילת שנת הלימודים הבאה תיערך בחינה על עבודת הקיץ.

חופשה נעימה ☺

תוכן העניינים:

3.....	גיאומטריה אנליטית - הקו הישר:
3.....	שאלות יסודיות שונות עם משוואת הישר:
5.....	נושאים מתקדמים עם משוואות ישר:
5.....	חלוקת קטע ביחס נתון:
6.....	מרחק נקודה מישר:
6.....	מיקום נקודה ביחס לישר:
7.....	מרחק בין ישרים מקבילים:
8.....	תשובות סופיות:
10.....	וקטורים גיאומטריים:
10.....	שאלות בנושא וקטורים גיאומטריים:
15.....	תשובות סופיות:
17.....	משוואות ואי שוויונים מעריכיים:
17.....	משוואות מעריכיות יסודיות:
18.....	משוואות עם חיבור וחסור איברים:
19.....	משוואות עם קבוע אוילר:
19.....	מערכת משוואות מעריכיות:
20	אי שוויונים מעריכיים:
20	תשובות סופיות:

גיאומטריה אנליטית - הקו הישר:

שאלות יסודיות שונות עם משוואת הישר:

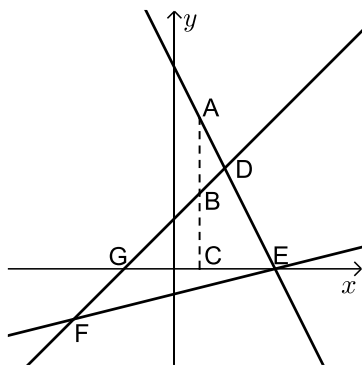
צפו בסרטונים: [הנוסחה למציאת משוואת ישר](#) ו- [נוסחת שיפוע באמצעות טנגנס](#)
וענו על השאלות הבאות:

- (1) נתון מעוין ABCD שבו נתונים הקודקודים A(-9,1) ו- B(5,-7).

משוואת הישר עליו מונח האלכסון AC היא: $x + 3y + 6 = 0$.

א. מצאו את משוואת הישר עליו מונח האלכסון BD.

ב. מצאו את משוואת הישר עליו מונחת הצלע BC.



- (2) שלוש המשוואות הבאות מייצגות את הישרים המופיעים
בשרטוט: $x - y + 2 = 0$, $x - 4y - 4 = 0$, ו- $2x + y - 8 = 0$.

הקטע AC מקביל לציר ה- y .

א. חשבו את שטח המשולש DEF.

ב. נתון: $d_{BC} = 3$.

חשבו את אורך הקטע AB.



- (3) נתון טרפז ABCD ($AB \parallel CD$) ובו משוואת השוק BC היא: $x = 2$.

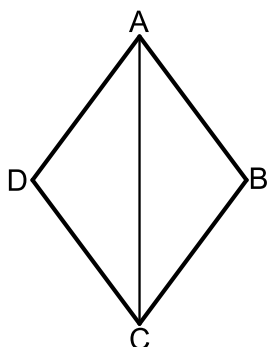
משוואת הבסיס CD היא $2x + 3y = 7$ וידוע כי A(-4,1).

א. מצאו את משוואת הבסיס AB.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים B ו- C.

ג. מעבירים את האלכסון AC.

הראו כי המשולש ABC הוא ישר זווית ומצאו את שטחו.



- (4) המרובע ABCD הוא מעוין.

ידוע כי שיעורי אחת הנקודות במעוין הם: (0,6).

כמו כן, ידוע גם כי משוואת האלכסון AC

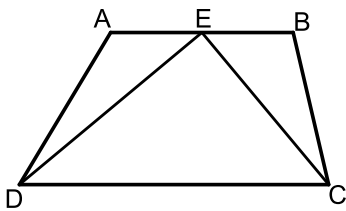
היא: $y = -1.5x + 6$ ואחת ממשוואות הצלעות

היא: $5y + x = 4$.

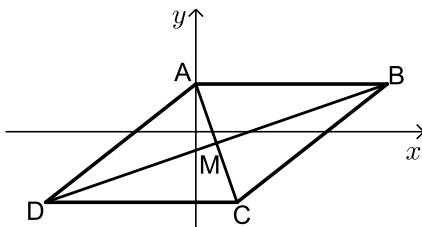
א. מצאו את משוואת האלכסון השני.

ב. מצאו את שאר קודקודי המעוין.

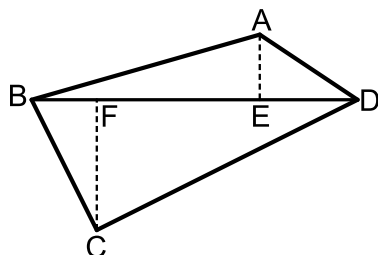




- (5) המרובע ABCD הוא טרפז. הנקודה E היא אמצע הבסיס AB וידוע כי היא נמצאת על ציר ה- x . שיעורי הנקודה B הם $(3, 2)$ והצלע AD מונחת על הישר: $x = -5$. אורך הקטע DE הוא $\sqrt{80}$ כך ש- $\angle DEC = 90^\circ$.
- מצאו את שיעורי הנקודות A, D ו-E.
 - מצאו את משוואת הקטע CE ואת משוואת הבסיס CD.
 - מצאו את שיעורי הנקודה C.
 - חשבו את שטח המשולש DEC.



- (6) נתון מעוין ABCD. ידוע כי הצלע CD מונחת על $y = -7$. אלכסוני המעוין AC ו-BD נפגשים בנקודה: $M(-0.5, -3)$. שיפוע האלכסון AC הוא -4.
- מצאו את משוואת האלכסון AC.
 - מצאו את שיעורי הנקודה C.
 - חשבו את שטח המשולש BMC.



- (7) נתון מרובע ABCD שקודקדיו הם: $A(3, 13)$, $B(-2, 4)$, $C(9, 3)$, $D(8, 14)$. מורידים גבהים AE ו-CF לאלכסון BD.
- מצאו את משוואת האלכסון BD ואת אורכו.
 - מצאו את שיעורי הנקודות E ו-F.
 - מצאו את אורכי הגבהים AE ו-CF.
 - חשבו את שטח המרובע ABCD.

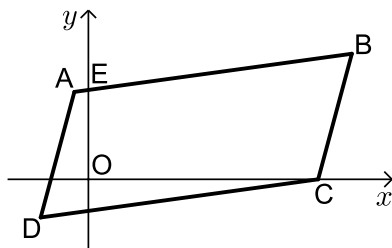


- (8) המשולש ABC הוא שווה שוקיים ($AB = BC$) ובו נתון: $A(-4, 12)$, $B(x, 6)$ ו- $C(4, 8)$.
- מצאו את x .
 - הוכיחו כי המשולש הוא ישר זווית.
 - ענו על הסעיפים הבאים:
 - מצאו את משוואת הצלע AC.
 - מסמנים את נקודת החיתוך של הצלע AC עם ציר ה- y ב-D. מצאו את שיעורי הנקודה D.
 - ענו על הסעיפים הבאים:

i. מצאו נקודה E ברביע הראשון ($x_E < 5$) כך שהמשולש DCE יהיה גם שווה שוקיים

וישר זווית ($\angle C = 90^\circ$).

ii. חשבו את יחס השטחים בין המשולשים: $\frac{S_{DCE}}{S_{ABC}}$.



(9) באיור שלפניכם נתונה מקבילית ABCD.

ידועים קודקודי המקבילית הבאים: $A(-1, y)$

ו- $B(x, 4)$. x ו- y נעלמים.

שיפוע הצלע CD הוא 0.2 ואורכה הוא: $d_{CD} = \sqrt{104}$.

א. מצאו את x ו- y אם ידוע כי B ברביע הראשון.

ב. נתון גם כי הקודקוד C נמצא על ציר ה- x בחלקו החיובי וכי: $d_{BC} = \sqrt{17}$.

מצאו את שיעורי הקודקוד C (מצאו שתי אפשרויות).

ג. סמנו את נקודת החיתוך של הצלע AB עם ציר ה- y ב-E.

שטח המרובע EOCB הוא 25.9 יח"ש.

מצאו את האפשרות הנכונה עבור הנקודה C מבין אלו שמצאתם בסעיף הקודם.

נושאים מתקדמים עם משוואות ישר:

צפו בסרטון: [סיכום כללי](#), וענו על השאלות בנושאים הבאים.

חלוקת קטע ביחס נתון:

צפו בסרטון: [חלוקת קטע ביחס נתון](#), וענו על השאלות הבאות:

(1) הנקודה P נמצאות על הקטע AB. נתון: $A(2, -5)$, $B(-12, 16)$.

מצאו את ערכי הנקודה P, אם נתון כי: $\frac{AP}{PB} = \frac{2}{5}$.



(2) מצאו את שיעורי מרכז הכובד של משולש ABC

שקודקודיו הם: $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$.

(מרכז הכובד של משולש הוא נקודת מפגש התיכונים שלו).



(3) קודקודי המשולש ABC הם: $A(5, 1)$, $B(7, -3)$, $C(-1, 4)$.

מצאו את אורכו של חוצה הזווית היוצא מקודקוד A.

(מרכז הכובד של משולש הוא נקודת מפגש התיכונים שלו).



מרחק נקודה מישר:

צפו בסרטונים: [הצגה כללית של ישר](#), ו-[מרחק נקודה מישר](#), וענו על השאלות הבאות:

(1) ענו על הסעיפים הבאים:

א. מצאו את מרחק הנקודה $(-2, 4)$ מהישר $4x + 3y + 11 = 0$.

ב. מצאו את מרחק הנקודה $(4, 3)$ מהישר $y = 3x - 1$.

ג. מצאו את מרחק הנקודה $(3, -11)$ מהישר $x - 5 = 0$.

סרטון



סרטון



(2) מצאו את שיעורי הנקודות על הישר $x + y - 7 = 0$ שמרחקן

מהישר $2x - y + 5 = 0$ הוא: $\sqrt{20}$.

סרטון



(3) מצאו את שטחו של המשולש $\triangle ABC$ שבו שיעורי קודקוד A הם $A(5, -3)$

ושניים מתיכוני המשולש מונחים על הישרים $x - 4 = 0$ ו- $2x - y - 1 = 0$.

סרטון



(4) מצאו את שטחו של משולש שקודקודיו הם: $A(2, 2)$, $B(-1, 1)$, $C(-5, -2)$.

סרטון



(5) מצאו את שיעורי הנקודות על הישר $4x + 3y - 20 = 0$, שמרחקן

מהישר: $3x + 2y + 13 = 0$ הוא $2\sqrt{13}$.

מיקום נקודה ביחס לישר:

צפו בסרטון: [מיקום נקודה ביחס לישר](#), וענו על השאלות הבאות:

(1) מצאו את שיעורי הנקודה על הישר $4x + 3y - 20 = 0$, שמרחקה

מהישר: $3x + 2y + 13 = 0$ הוא $2\sqrt{13}$ והיא נמצאות מעליו.

סרטון



סרטון



- (2) נתון משולש שצלעותיו מונחות על הישרים:
 $I: x + 2y + 1 = 0$, $II: x - 2y - 11 = 0$, $III: 2x - y + 6 = 0$
 מצאו שיעורי נקודה הנמצאות בתוך המשולש, שמרחקה מישר I שווה למרחקה מישר II
 ושמרחקה מישר II הוא מחצית מהמרחק משני ישרים אלה.

סרטון



- (3) מצאו את שיעורי מרכז המעגל, החסום במשולש, שצלעותיו מונחות
 על הישרים: $I: 4x - 3y + 2 = 0$, $II: 3x - 4y - 51 = 0$, $III: 3x + 4y - 11 = 0$.

סרטון



- צפו בסרטון: [מעבר בין הצגות של ישר](#), וענו על השאלות הבאות:
 (4) מצאו משוואת ישר שעובר בנקודה $A(-2, 6)$ ומרחקו מהנקודה $B(2, 9)$ הוא $\sqrt{5}$.

סרטון



- (5) מצאו משוואת ישר שעובר בנקודה $A(3, 6)$ ומרחקו מהנקודה $B(-9, 2)$ הוא 4.

סרטון



- (6) מצאו משוואת ישר שעובר בנקודה $A(1, 2)$ ומרחקו מהנקודה $B(-3, 10)$ הוא 4.

מרחק בין ישרים מקבילים:

צפו בסרטון: [מרחק בין ישרים מקבילים](#), וענו על השאלות הבאות:

סרטון



- (1) מצאו משוואת ישר, המקביל לישר $3x - 4y + 8 = 0$ ונמצא במרחק 4 ממנו.

סרטון



- (2) נתונים הישרים: $y = 6x + 5$, $12x - 2y - 15 = 0$.
 הראו שהישרים מקבילים ומצאו את המרחק ביניהם.



סרטון

- (3) נתון ישר שעובר בראשית הצירים ושיפועו חיובי.
מצאו את משוואת הישר אם נתון שהוא נמצא מעל הנקודות $P(4,1)$ ו- $Q(7,2)$
וסכום המרחקים ממנו לנקודות אלה הוא $3\sqrt{10}$.



סרטון

- (4) במשולש BKP נתון כי הצלע BK מונחת על הישר $x - y + 3 = 0$ והצלע BP מונחת
על הישר $x + 2y + 3 = 0$. אורך הגובה לצלע BP הוא $3\sqrt{5}$ ואורך הגובה לצלע KP
הוא 5. מצאו את שיעורי קודקוד P אם ידוע שראשית הצירים נמצאות בתוך המשולש.

תשובות סופיות:

שאלות יסודיות שונות עם משוואת ישר:

- (1) א. $I_{BD}: y = 3x - 22$. ב. $I_{BC}: y = -\frac{1}{8}x - 6\frac{3}{8}$.
- (2) א. 18 יח"ש S_{EDF} . ב. 3 יחידות אורך AB .
- (3) א. $y = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$. ב. $B(2, -3), C(2, 1)$. ג. 12 יחידות שטח S_{ABC} .
- (4) א. $y = \frac{2}{3}x + 1\frac{2}{3}$. ב. $(5, 5), (4, 0), (-1, 1)$.
- (5) א. $D(-5, -8), A(-5, -2), E(-1, 0)$. ב. $CE: y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}, CD: y = \frac{1}{2}x - 5\frac{1}{2}$. ד. 30 יח"ש S_{DEC} . ג. $C(5, -3)$.
- (6) א. $y = -4x - 5$. ב. $C(0.5, -7)$. ג. 34 סמ"ר $S_{BMC} = S_{DMC}$.
- (7) א. $d_{BD} = \sqrt{200}, y = x + 6$. ב. $E(5, 11), F(3, 9)$. ד. $S_{ABCD} = 80$.
- (8) א. $x = -2$. ב. $y = -0.5x + 10$. ג. $D(0, 10)$. ד. $\frac{S_{DCE}}{S_{ABC}} = \frac{1}{2}$. ii.
- (9) א. $x = 9, y = 2$. ב. $C(8, 0), C(10, 0)$. ג. $C(8, 0)$.

חלוקת קטע ביחס נתון:

- (1) $P(-2, 1)$
- (2) $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$
- (3) 1.697 יחידות אורך.

מרחק נקודה מישר:

$$(4,3), \left(-2\frac{2}{3}, 9\frac{2}{3}\right) \quad (2)$$

$$S_{ABC} = 2.5 \text{ יח"ש} \quad (4)$$

$$(1) \quad \text{א. 3 ב. } \frac{8}{\sqrt{10}} \text{ ג. 2.}$$

$$(3) \quad S_{ABC} = 18 \text{ יח"ש}$$

$$(5) \quad (-1,8), (-157,216)$$

מיקום נקודה ביחס לישר:

$$(-1,-4) \quad (2)$$

$$y = 2x + 10, y = \frac{2}{11}x + 6\frac{4}{11} \quad (4)$$

$$x = 1 \text{ ו } y = -\frac{3}{4}x + 2\frac{3}{4} \quad (6)$$

$$(-1,8) \quad (1)$$

$$(2,-5) \quad (3)$$

$$y = \frac{3}{4}x + 3\frac{3}{4}, y = 6 \quad (5)$$

מרחק בין ישרים מקבילים:

$$\frac{25}{\sqrt{148}} \quad (2)$$

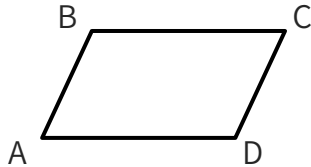
$$P\left(2, -2\frac{1}{2}\right) \quad (4)$$

$$(1) \quad 3x - 4y + 28 = 0, 3x - 4y - 12 = 0$$

$$y = 3x \quad (3)$$

וקטורים גיאומטריים:

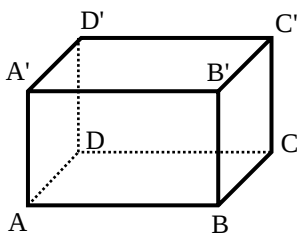
שאלות בנושא וקטורים גיאומטריים:



צפו בסרטונים: [מהו וקטור](#) ו- [העתקת וקטורים](#) וענו על השאלה:

- (1) במקבילית ABCD נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$
מצאו את כל הווקטורים במקבילית ששווים ל- $\underline{u}$ או $\underline{v}$.

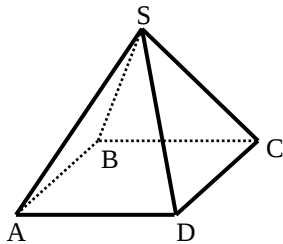
סרטון



צפו בסרטון: [גופים שונים במרחב](#) וענו על השאלות הבאות:

- (2) בתיבה ABCD A'B'C'D' נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$
מצאו את כל הווקטורים בתיבה ששווים ל- $\underline{u}$, $\underline{v}$ או $\underline{w}$.

סרטון

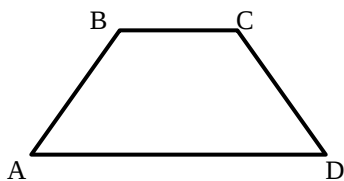


- (3) בפירמידה SABCD שבסיסה ריבוע
נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$
מצאו את כל הווקטורים שבפירמידה השווים ל- $\underline{u}$, $\underline{v}$ או $\underline{w}$.

סרטון



צפו בסרטון: [כפל וקטור בסקלר](#) וענו על השאלה הבאה:



- (4) בטרפז ABCD שבשרטוט
נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $AD = 3BC$
א. הביעו באמצעות $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ את הווקטורים $\overrightarrow{AC}$ ו- $\overrightarrow{DC}$.
ב. הנקודה E היא אמצע הצלע AD. הביעו באמצעות $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ את הווקטור $\overrightarrow{BE}$.
ג. הנקודה F היא אמצע הצלע CD. הביעו באמצעות $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ את הווקטור $\overrightarrow{AF}$.

סרטון



צפו בסרטונים: חיבור וחסור וקטורים [חלק א](#) ו- [חלק ב](#) וענו על השאלות הבאות:

- (5) הנקודה P נמצאת על הקטע AB כך ש: $AP:PB = 2:3$. נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.
הביעו באמצעות $\underline{u}$ את הווקטורים $\overrightarrow{AP}$ ו- $\overrightarrow{PB}$.

סרטון



סרטון

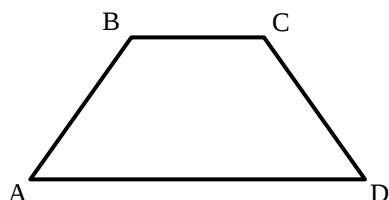


- (6) הנקודה P נמצאות על הקטע AB כך ש: $\frac{AP}{AB} = \alpha$. נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$. הביעו באמצעות $\underline{u}$ את הווקטורים $\overrightarrow{AP}$ ו- $\overrightarrow{PB}$.

סרטון



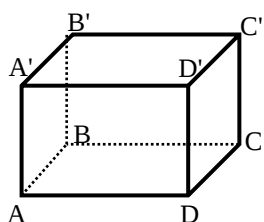
- (7) בטרפז ABCD שבשרטוט נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $AD = 3BC$. הנקודה F נמצאות על הצלע CD ומקיימת: $\frac{DF}{FC} = \beta$. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- β את הווקטור $\overrightarrow{AF}$.



סרטון



- (8) בתיבה ABCDA'B'C'D' נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$. הנקודה P נמצאות על המקצוע A'B' ומקיימת: $\frac{A'P}{A'B'} = \alpha$ והנקודה Q נמצאות על המקצוע CC' ומקיימת: $\frac{CQ}{QC'} = \beta$. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו- α , β את הווקטור $\overrightarrow{PQ}$.

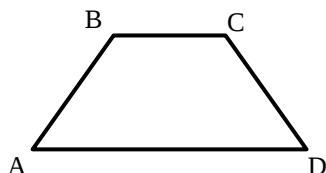


צפו בסרטונים: וקטורים מקבילים ושווים [חלק א](#) ו- [חלק ב](#) וענו על השאלות הבאות:

סרטון



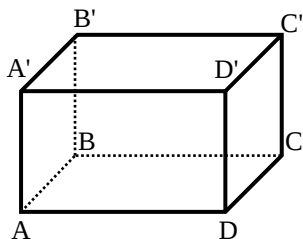
- (9) בטרפז ABCD שבשרטוט נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $AD = 3BC$. הנקודה E נמצאות באמצע הצלע CD. הנקודה F נמצאות על הצלע AD ומקיימת: $\frac{AF}{FD} = \alpha$. מצאו את ערכו של α שבעבורו מתקיים: $\overrightarrow{FE} \parallel \overrightarrow{AC}$.



סרטון

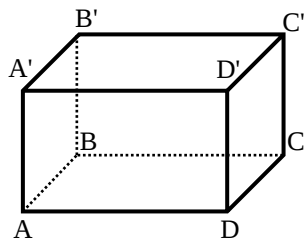


- (10) בתיבה ABCDA'B'C'D' נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$. הנקודה P נמצאות על המקצוע A'B' ומקיימת: $\frac{A'P}{A'B'} = \alpha$ והנקודה Q נמצאות על המקצוע CC' ומקיימת: $\frac{CQ}{QC'} = \beta$.



- א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו- α , β את הווקטור $\overrightarrow{PQ}$.
 ב. האם קיימים ערכי α ו- β שבעבורם $\overrightarrow{PQ} \parallel \overrightarrow{AC}$? נמקו.
 ג. הנקודה E היא מפגש אלכסוני הפאה ABB'A'. מצאו את ערכי α ו- β אם נתון כי $\overrightarrow{PQ} \parallel \overrightarrow{EC}$.

צפו בסרטונים: [מהו מישור](#) ו- [וקטורים הפורשים מישור](#) וענו על השאלות הבאות:



11 בתיבה ABCDA'B'C'D' נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$.

הנקודה P נמצאת על המקצוע A'B' ומקיימת: $\frac{A'P}{A'B'} = \alpha$

והנקודה Q נמצאת על המקצוע CC' ומקיימת: $\frac{CQ}{QC'} = \beta$

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו- α ו- β את הווקטור $\overrightarrow{PQ}$.

ב. מהו ערכו של α שבעבורו הווקטור $\overrightarrow{PQ}$ מקביל לפאה A'ADD'?

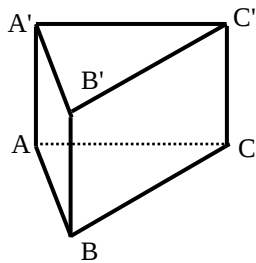
ג. האם קיים ערך של β שבעבורו הווקטור $\overrightarrow{PQ}$ מקביל לבסיס ABCD?



12 נתונה מנסרה משולשת ABCA'B'C' ובה נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$.

הנקודה M נמצאת על המקצוע A'C' ומקיימת: $\frac{A'M}{MC'} = \alpha$

והנקודה N נמצאת על המקצוע BC ומקיימת: $\frac{BN}{BC} = \beta$



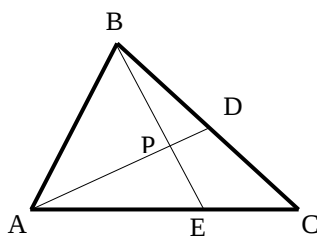
א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו- α ו- β את הווקטור $\overrightarrow{NM}$.

ב. מהו ערכו של β שבעבורו הווקטור $\overrightarrow{NM}$ מקביל לפאה A'ACC'?

ג. נתון כי הווקטור $\overrightarrow{NM}$ מקביל לפאה A'ABB'. הביעו את α באמצעות β .



צפו בסרטונים: [וקטורים מקבילים ושווים חלק ג](#) ו- [יחידות הצגה](#) וענו על השאלות הבאות:



13 במשולש ABC הנקודה D היא אמצע הצלע BC

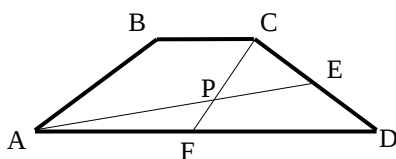
והנקודה E נמצאת על הצלע AC כך שמתקיים: $\frac{AE}{CE} = 2$

הנקודה P היא מפגש הקטעים AD ו- BE.

נגדיר: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, וכן: $\overrightarrow{AP} = t \cdot \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BP} = s \cdot \overrightarrow{BE}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, t ו- s את הווקטור $\overrightarrow{AP}$ בשתי דרכים שונות.

ב. מצאו באיזה יחס מחלקת הנקודה P את הקטע AD ואת הקטע BE.



14 בטרפז ABCD, ($AD \parallel BC$) שבשרטוט נתון: $AD = 3BC$.

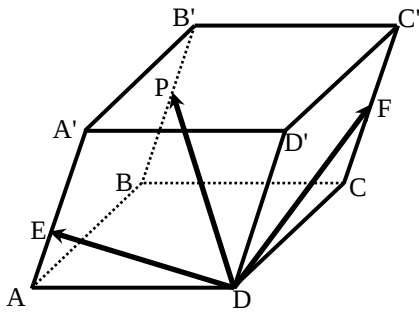
הנקודה E נמצאת באמצע הצלע CD

והנקודה F נמצאת באמצע הצלע AD.

הנקודה P היא מפגש הקטעים AE ו- CF.

מצאו באיזה יחס מחלקת הנקודה P את הקטע AE ואת הקטע CF.





(15) במקבילון $ABCD A'B'C'D'$

נתון: $\overrightarrow{DA} = \underline{u}$, $\overrightarrow{DC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{DD'} = \underline{w}$.

הנקודה F נמצאת באמצע המקצוע CC' ,

הנקודה E נמצאת על המקצוע AA'

ומקיימת: $A'E = 2AE$ והנקודה P נמצאת על

המקצוע BB' ומקיימת: $\overrightarrow{B'P} = k \cdot \overrightarrow{B'B}$.

נתון: $\overrightarrow{DP} = t \cdot \overrightarrow{DE} + s \cdot \overrightarrow{DF}$

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו- k את הווקטור $\overrightarrow{DP}$.

ב. מצאו באיזה יחס מחלקת הנקודה P את המקצוע BB' .

ג. האם הנקודות D, E, F ו-P נמצאות על אותו מישור? נמקו.



צפו בסרטון: [המכפלה הסקלרית](#) וענו על השאלות הבאות:

(16) חשבו את המכפלה הסקלרית של הווקטורים $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ על פי הנתונים על גודלם והזווית שביניהם:

א. $\alpha = 120^\circ$, $|\underline{v}| = 5$, $|\underline{u}| = 4$

ב. $\alpha = 60^\circ$, $|\underline{v}| = 2$, $|\underline{u}| = 3$

ג. $\alpha = 180^\circ$, $|\underline{v}| = 3$, $|\underline{u}| = 8$

ד. $\alpha = 30^\circ$, $|\underline{v}| = 6$, $|\underline{u}| = 2$

ה. $\alpha = 90^\circ$, $|\underline{v}| = 4$, $|\underline{u}| = 7$

ו. $\alpha = 0^\circ$, $|\underline{v}| = 5$, $|\underline{u}| = 3$



(17) חשבו את הזווית בין הווקטורים $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ על פי הנתונים על גודלם והמכפלה הסקלרית שלהם:

א. $\underline{u} \cdot \underline{v} = -4\sqrt{3}$, $|\underline{v}| = 2$, $|\underline{u}| = 4$

ב. $\underline{u} \cdot \underline{v} = 6$, $|\underline{v}| = 4$, $|\underline{u}| = 3$

ג. $\underline{u} \cdot \underline{v} = 12$, $|\underline{v}| = 6$, $|\underline{u}| = 2$

ד. $\underline{u} \cdot \underline{v} = 0$, $|\underline{v}| = 5$, $|\underline{u}| = 9$



צפו בסרטונים: [חישוב גודל וקטור](#) ו-[כפל וקטורים](#) וענו על השאלות הבאות:

(18) נתונים שני וקטורים $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ שאורכם: $|\underline{u}| = 6$, $|\underline{v}| = 3$. הזווית ביניהם היא 120° .

חשבו את גודלו של הווקטור $\overrightarrow{PQ}$ שמוגדר: $\overrightarrow{PQ} = 2\underline{u} - 3\underline{v}$.



(19) נתונים שני וקטורים $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ המאונכים זה לזה שאורכם: $|\underline{u}| = 4$, $|\underline{v}| = 5$.

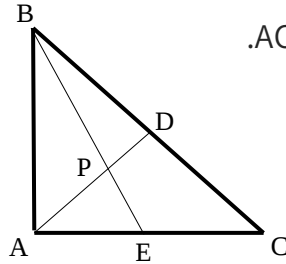
חשבו את גודלו של הווקטור $\overrightarrow{MN}$ שמוגדר: $\overrightarrow{MN} = 0.5\underline{u} - \underline{v}$.



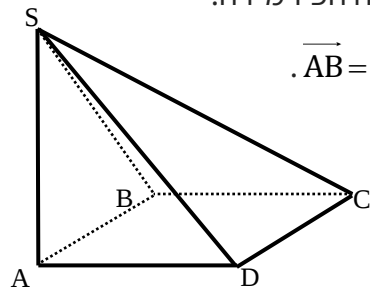
- (20) נתונים שני וקטורים $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ שאורכם: $|\underline{u}|=6$, $|\underline{v}|=3$. הזווית ביניהם היא 120° .
חשבו את גודל הזווית $\sphericalangle QPM$ אם נתון: $\overrightarrow{PQ}=2\underline{u}-3\underline{v}$, $\overrightarrow{PM}=4\underline{u}+\underline{v}$.



צפו בסרטון: [מכפלה סקלרית- קשר למשפט הקוסינוסים](#) וענו על השאלות הבאות:



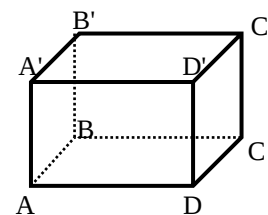
- (21) המשולש ABC הוא משולש ישר זווית ($\sphericalangle BAC=90^\circ$).
הנקודה D היא אמצע היתר BC והנקודה E נמצאת על הניצב AC.
הנקודה P היא מפגש הקטעים AD ו-BE.
נתון: $AC=12$, $AB=8$, $\frac{AP}{PD}=3$.
חשבו את גודל הזווית $\sphericalangle DPC$.



- (22) בפירמידה SABCD שבסיסה ריבוע המקצוע SA הוא גובה הפירמידה.
נתון: $AB=AD=\frac{1}{2}AS=k$. נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AS}=\underline{w}$.
הנקודה Q היא אמצע המקצוע SC
והנקודה P היא אמצע המקצוע SB.
חשבו את גודל הזווית: $\sphericalangle PAQ$.



- (23) בתיבה ABCDA'B'C'D' נתון: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$, $AB=\frac{1}{\sqrt{2}}AD=AA'$.



הנקודה P נמצאת על המקצוע A'B' ומקיימת: $\frac{A'P}{A'B'}=\alpha$

והנקודה Q היא אמצע המקצוע DD'.

א. מהו ערכו של α שבעבורו מתקיים: $|\overrightarrow{AP}|=\frac{5}{6}|\overrightarrow{AQ}|$?

ב. הביעו באמצעות α את $\cos \sphericalangle PAQ$.

והראו כי לכל ערך של α הזווית $\sphericalangle PAQ$ חדה.

ג. מהו ערכו של α שבעבורו הזווית $\sphericalangle PAQ$ מקיימת: $\cos \sphericalangle PAQ = \frac{2}{3\sqrt{5}}$?



- (24) הוכיחו כי בכל מרובע ABCD מתקיים: $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$.



- (25) נתון מלבן ABCD. הוכיחו כי לכל נקודה כלשהי P מתקיים: $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PD}$.



(26) נתונה פירמידה משולשת SABC שבה $\overrightarrow{AS} \perp \overrightarrow{BC}$ ו- $\overrightarrow{BS} \perp \overrightarrow{AC}$. הוכיחו: $\overrightarrow{CS} \perp \overrightarrow{AB}$.



(27) ענו על הסעיפים הבאים:

- א. הנקודה M היא מפגש התיכונים במשולש ABC. הוכיחו: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 0$.
 ב. נתונה פירמידה משולשת SABC. הנקודה P היא מפגש התיכונים בפאה SBC.



$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AS}) \text{ הוכיחו:}$$

- ג. נתון בנוסף כי $\overrightarrow{AS}$ ו- $\overrightarrow{AP}$ מאונכים ל- $\overrightarrow{BC}$. הוכיחו כי $AB = AC$.
 (הדרכה: סמנו $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$).

(28) בטטראדר SABC נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$.

- הנקודה P נמצאת על המקצוע AS ומקיימת: $\overrightarrow{AP} = \alpha \cdot \overrightarrow{AS}$.
 הנקודה Q נמצאת על הפאה SBC ומקיימת: $\overrightarrow{SQ} = \beta(\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$.



- א. מצאו את הקשר בין α ו- β שבעבורו $\overrightarrow{PQ}$ מקביל למישור ABC.

- ב. נתון: $\alpha = \beta = \frac{1}{3}$. הוכיחו: $\overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{BC}$. $AB = AC$.

(29) נתונה פירמידה שבסיסה מלבן. הוכיחו כי אם שלושה המקצועות הצדדיים שבה שווים, אז גם המקצוע הצדדי הרביעי שווה להם.



תשובות סופיות:

$$(1) \quad \underline{u} = \overrightarrow{DC}, \underline{v} = \overrightarrow{BC}$$

$$(2) \quad \underline{w} = \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BB'}, \underline{u} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{D'C'} = \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}, \underline{v} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{B'C'}$$

$$(3) \quad \underline{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}, \underline{v} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}, \underline{w} = \overrightarrow{AS}$$

$$(4) \quad \overrightarrow{AC} = \underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v}, \overrightarrow{DC} = \underline{u} - \frac{2}{3}\underline{v} \quad \text{א.} \quad \overrightarrow{BE} = -\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} \quad \text{ב.} \quad \overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{2}{3}\underline{v} \quad \text{ג.}$$

$$(5) \quad \overrightarrow{AP} = \frac{2}{5}\underline{u}, \overrightarrow{BP} = \frac{3}{5}\underline{u}$$

$$(6) \quad \overrightarrow{AP} = \alpha \underline{u}, \overrightarrow{PB} = (1 - \alpha)\underline{u}$$

$$(7) \quad \overrightarrow{AF} = \frac{\beta}{1 + \beta}\underline{u} + \frac{3 + \beta}{3 + 3\beta}\underline{v}$$

$$\overrightarrow{PQ} = (1-\alpha)\underline{u} + \underline{v} - \frac{1}{1+\beta}\underline{w} \quad (8)$$

$$\alpha = 1 \quad (9)$$

$$\overrightarrow{PQ} = (1-\alpha)\underline{u} + \underline{v} - \frac{1}{1+\beta}\underline{w} \quad \text{נ.א} \quad (10)$$

$$\overrightarrow{PQ} = (1-\alpha)\underline{u} + \underline{v} - \frac{1}{1+\beta}\underline{w} \quad \text{נ.א} \quad (11)$$

$$\overrightarrow{NM} = (\beta-1)\underline{u} + \left(\frac{\alpha}{\alpha+1} - \beta\right)\underline{v} + \underline{w} \quad \text{נ.א} \quad (12)$$

$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}t\underline{u} + \frac{1}{2}t\underline{v}, \quad \overrightarrow{AP} = (1-s)\underline{u} + \frac{2}{3}s\underline{v} \quad \text{נ.א} \quad (13)$$

$$AP:PE = 2:1, \quad CP:PF = 2:1 \quad (14)$$

$$\overrightarrow{DP} = \underline{u} + \underline{v} + (1-k)\underline{w} \quad \text{נ.א} \quad (15)$$

$$3 \quad \text{נ.א} \quad -10 \quad \text{ב.א} \quad 6\sqrt{3} \quad \text{ג.א} \quad -24 \quad \text{ד.א} \quad 15 \quad \text{ה.א} \quad 0 \quad \text{ו.א} \quad (16)$$

$$60^\circ \quad \text{נ.א} \quad 150^\circ \quad \text{ב.א} \quad 90^\circ \quad \text{ג.א} \quad 0^\circ \quad \text{ד.א} \quad (17)$$

$$|\overrightarrow{PQ}| = 18.248 \quad (18)$$

$$|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{29} \quad (19)$$

$$31.87^\circ \quad (20)$$

$$55.49^\circ \quad (21)$$

$$24.095^\circ \quad (22)$$

$$\alpha = \frac{3}{4} \quad \text{נ.א} \quad (23)$$

$$\cos(\angle PAQ) = \frac{1}{3\sqrt{1+\alpha^2}} \quad \text{ב.א}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \quad \text{ג.א}$$

$$\text{שאלת הוכחה.} \quad (24)$$

$$\text{שאלת הוכחה.} \quad (25)$$

$$\text{שאלת הוכחה.} \quad (26)$$

$$\text{שאלת הוכחה.} \quad (27)$$

$$\alpha + 2\beta = 1 \quad \text{נ.א} \quad (28)$$

$$\text{שאלת הוכחה.} \quad (29)$$

משוואות ואי שוויונים מעריכיים:

משוואות מעריכיות יסודיות:

צפו בסרטון: [הגדרה של משוואה מעריכית ודרך הפתרון](#) וענו על השאלות הבאות:

(1) פתרו את המשוואות הבאות (שימוש בחוקי החזקות היסודיים):

א. $5^x \cdot 25^{x+2} = 125$ ב. $9^x \cdot 3^{x^2} = 81^{3x-4}$

ג. $(5^{x^2})^5 \cdot \frac{1}{5^5} = 625^{x-1}$ ד. $(25 \cdot 0.2^{2x})^2 = \left(\frac{1}{125}\right)^{1-x}$



(2) פתרו את המשוואות הבאות (הבסיס הוא שבר):

א. $27 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{5x+2} = 8$ ב. $\left(\frac{3}{4}\right)^{2-x} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{3x} = \left(\frac{9}{16}\right)^{7+x}$

ג. $25\left(\frac{7}{5}\right)^{x^2-2x} \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{4-x} = 49$



(3) פתרו את המשוואות הבאות (שימוש בחוקי השורשים):

א. $\sqrt[3]{3^{x+7}} = 81$ ב. $\sqrt[3]{16} \cdot \left(\frac{1}{2^x}\right)^3 = \frac{1}{16}$

ג. $5^x \cdot \frac{1}{25^5} = 125^{\sqrt{x}}$



צפו בסרטון: [משוואות עם בסיס שונה](#) וענו על השאלות הבאות:

(4) פתרו את המשוואות הבאות (מכפלת בסיסים שונים):

א. $3^x \cdot \frac{625}{\sqrt{25^x}} = 81$ ב. $2^{x+1} \cdot 3^{x-2} \cdot 7^x = 392$

ג. $108 \cdot \frac{1}{2^{1-2x}} = 72^x \cdot \sqrt{0.5}$



משוואות עם חיבור וחסור איברים:

צפו בסרטון: [הגדרה ופתרון של משוואות עם חיבור וחסור איברים](#) וענו על השאלות הבאות:

(1) פתרו את המשוואות הבאות (משוואות יסודיות עם חיבור וחסור ממעלה ראשונה):

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & 2^x + 6 \cdot 2^x = 56 \\ \text{ב.} & 8^x + 3 \cdot 8^x = 256 \\ \text{ג.} & 5 \cdot 3^x - 3^{x+1} = 162 \\ \text{ד.} & 2 \cdot 6^x + 6^{x+2} - 6^{x-1} = 227 \end{array}$$



(2) פתרו את המשוואות הבאות (משוואות כלליות עם חיבור וחסור ממעלה ראשונה):

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & 5^{3x+2} + 4 \cdot 125^x = 29 \\ \text{ב.} & \sqrt{10000^{x+1}} - \sqrt[4]{10^{8x+1}} = \sqrt[4]{1000} \cdot (\sqrt[4]{10^7} - 1) \\ \text{ג.} & 5^{-x} + 25^{\frac{1-x}{2}} - 5^{-x-1} = 145 \\ \text{ד.} & 4^{x+2} - 6 \cdot 4^x = 7 \cdot 12^{x+1} + 6 \cdot 12^x \end{array}$$



(3) פתרו את המשוואות הבאות (משוואות עם חיבור וחסור ממעלה שנייה):

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & 16^{x+1} - 65 \cdot 4^x + 4 = 0 \\ \text{ב.} & 4^{-x} - 3 \cdot 4^x + 2 = 0 \\ \text{ג.} & \left(2^{\frac{1}{3}x+2}\right)^2 - 5 \cdot 2^{\frac{1}{3}x+1} + 1 = 0 \end{array}$$



(4) פתרו את המשוואות הבאות (משוואות כלליות):

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \frac{20}{9^x + 1} = 3 - \frac{8}{9^x - 1} \\ \text{ב.} & \frac{7^x}{7^x - 4} + \frac{8}{7^x + 5} = 3 \end{array}$$



(5) פתרו את המשוואות הבאות (משוואות מסכמות):

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & 3^x - \sqrt{16 \cdot 3^{x+1}} = -9 \\ \text{ב.} & 4 \cdot 9^x - 10 \cdot 6^x + 6 \cdot 4^x = 0 \\ \text{ג.} & 9^x + 4^x - 6^x = \frac{7}{6^{1-x}} \\ \text{ד.} & 2^{3x} - 2^{2x+2} - 2^x + 4 = 0 \end{array}$$



משוואות עם קבוע אוילר:

צפו בסרטון: [קבוע אוילר](#) וענו על השאלות הבאות:

(1) פתרו את המשוואות הבאות (משוואות יסודיות עם קבוע אוילר):

$$\text{א. } e^{3x} = e^{2x-1} \quad \text{ב. } e^{5x-1} = e \cdot e^{6x+1}$$

$$\text{ג. } e^{x-5} = (e^{1-x})^3 \quad \text{ד. } e^x \cdot \sqrt{e^{3x-1}} = \left(\frac{1}{e^x}\right)^{1-3x}$$



(2) פתרו את המשוואות הבאות (משוואות עם חיבור וחסור):

$$\text{א. } e^2 \cdot e^x - e^{x+1} = e - 1 \quad \text{ב. } \sqrt[3]{e^{x+1}} \cdot e^2 = e^x \sqrt{e}$$

$$\text{ג. } e^{2x} + e^x - 2 = 0 \quad \text{ד. } e^{1+x} + e^{1-x} = e^2 + 1$$



(3) פתרו את המשוואות הבאות (המשתנה גם בבסיס):

$$\text{א. } xe^x = \sqrt[4]{e} \cdot x \quad \text{ב. } e^{3x} = x \cdot e^{3x}$$

$$\text{ג. } xe^{x^2} = \frac{x}{\sqrt{e^x}} \quad \text{ד. } \sqrt[3]{e^{3x-1}} \cdot x = xe^x$$



מערכת משוואות מעריכיות:

(1) פתרו את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} y = 3^x \\ y = 18 - 3^x \end{cases}$$

(2) פתרו את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} 5^{2x} - 5^y = 5^x - 25 \\ y - x = 2 \end{cases}$$

(3) פתרו את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} \frac{1}{3^y - 4} + \frac{3}{3^x - 2} - \frac{1}{3^x + 2} = 3 \\ 4^y = \sqrt{256^x} \end{cases}$$

(4) פתרו את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} 2 \cdot 3^x - 3 \cdot 2^y = 42 \\ 3^{x+1} - 2^{y+1} = 73 \end{cases}$$

(5) פתרו את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} 6 \cdot 4^x - 7 \cdot 6^{y-1} + 2 \cdot 3^{x+y} = 6^y \\ \sqrt[4]{5^x} \cdot \sqrt{(5\sqrt{5})^y} = \sqrt[4]{125} \cdot 5^x \end{cases}$$



אי שווינוים מעריכיים:

צפו בסרטון: [מהו אי שוויון מעריכי](#) וענו על השאלות הבאות:



$$\left(\frac{1}{7}\right)^{5x} \geq \left(\frac{1}{7}\right)^{1-3x} \quad (2)$$

$$e^{\sqrt{x}+1} > e^{2x} \quad (1)$$



$$e^x > 3 \quad (4)$$

$$e^{2x} - 2e^x + 1 \leq 0 \quad (3)$$



$$e^{2x} - 5e^x + 4 > 0 \quad (5)$$



תשובות סופיות:

משוואות מעריכיות:

$$x = -\frac{1}{3} \text{ א. } x = 2, 8 \text{ ב. } x = 1, -\frac{1}{5} \text{ ג. } x = 1, 7 \text{ ד. } \quad (1)$$

$$x = -1 \text{ א. } x = -2 \text{ ב. } x = 3, -2 \text{ ג. } \quad (2)$$

$$x = 1 \text{ א. } x = 2, -\frac{2}{3} \text{ ב. } x = 25 \text{ ג. } \quad (3)$$

$$x = 4 \text{ א. } x = 2 \text{ ב. } x = 1.5 \text{ ג. } \quad (4)$$

משוואות עם חיבור וחסור:

$$x = 3 \text{ א. } x = 2 \text{ ב. } x = 4 \text{ ג. } x = 1 \text{ ד. } \quad (1)$$

$$x = 0 \text{ א. } x = \frac{1}{4} \text{ ב. } x = -2 \text{ ג. } x = -2 \text{ ד. } \quad (2)$$

$$x = 1, -2 \text{ א. } x = 0 \text{ ב. } x = -3, -9 \text{ ג. } \quad (3)$$

$$x = 1, -\frac{1}{2} \text{ א. } x = 1 \text{ ב. } \quad (4)$$

$$x = 1, 3 \text{ א. } x = 1, 0 \text{ ב. } x = 1, -1 \text{ ג. } x = 0, 2 \text{ ד. } \quad (5)$$

משוואות עם קבוע אוילר:

$$(1) \quad x = -1 \text{ א.} \quad x = -3 \text{ ב.} \quad x = 2 \text{ ג.} \quad x = 1, \frac{1}{6} \text{ ד.}$$

$$(2) \quad x = -1 \text{ א.} \quad x = \frac{11}{4} \text{ ב.} \quad x = 0 \text{ ג.} \quad x = 1, -1 \text{ ד.}$$

$$(3) \quad x = 0, \frac{1}{4} \text{ א.} \quad x = 1 \text{ ב.} \quad x = 0, -\frac{1}{2} \text{ ג.} \quad x = 0 \text{ ד.}$$

מערכת משוואות מעריכיות:

$$(1) \quad (2, 9) \quad (2) \quad (0, 2), (2, 4) \quad (3) \quad (1, 2) \quad (4) \quad (3, 2) \quad (5) \quad (1, 2), (-1, 0)$$

אי שוויונים מעריכיים:

$$(1) \quad 0 \leq x < 1 \quad (2) \quad x \leq \frac{1}{8}$$

$$(3) \quad x = 0 \quad (4) \quad x > \ln 3$$

$$(5) \quad x < 0 \text{ או } x > \ln 4$$