

שאלון 571 - המתכונת הסודית של GOOL בגרויות

מורים יקרים ושותפים לדרך,

לפניכם בחינת מתכונת מקורית שכתב צוות המורים של אתר GOOL בגרויות לקראת מועדי הקיץ 2026. המתכונת נבדקה הן מבחינת רמת השאלות והן מבחינת רמת הבחינה כמכלול, על מנת שתוכל לשקף רמת בחינת בגרות. כמו כן נבדקה התאמה לתוכנית הלימודים החדשה ולמיקוד של השנה.

מטרת המתכונת, אם תרצו בכך, היא לשמש אתכם לבחינת התלמידים לקראת הבגרות הקרובה. **השאלות בבחינה לא מופיעות נכון להיום באתר**, ומופצות אך ורק דרך המורים.

היות וכך, אנא אל תעבירו אותה לתלמידים לתרגול, או בקבוצות שהתלמידים נמצאים בהן.

אם אינכם משתמשים במתכונת לבחון את התלמידים, תוכלו להעביר אותן לתלמידים כתרגול, אך בבקשה רק כשבוע וחצי לפני הבגרות.

למי שמעוניין לבנות מתכונות אחרות, ניתן לעשות זאת דרך מחולל הבחינות החדש של אתר GOOL

בגרויות בכתובת: <https://morim.gool.co.il/ExamGenerator>

(לחצו [כאן](#) לסרטון הדרכה על השימוש במחולל הבחינות)

מורה שעדיין לא רשום לאתר (המנוי למורים חט"ע/חט"ב הוא ללא עלות)

מוזמן לכתוב לנו דרך [צור קשר](#).

בברכת בגרות מוצלחת,

צוות אתר GOOL בגרויות

שם מלא: _____

כיתה: _____

בשאלון זה ארבעה פרקים.

יש לענות על **חמש** שאלות, ללא הגבלת פרקים. (22 נקודות לכל שאלה).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון - שאלות קצרות:

(1) ענו על שניים מארבעת הסעיפים א-ד שלפניכם.

אם תענו על יותר משני סעיפים, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתכם.

א. נתון מרובע חסום במעגל וארבע זוויות המרובע $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.

נתון כי α ו- β הן זוויות חדות.

קבעו עבור הטענות הבאות אם הן נכונות או שגויות

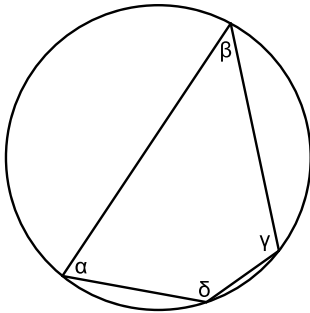
(תשובה ללא נימוק לא תתקבל):

$$\cos \alpha + \cos \gamma = 0 \quad (1)$$

$$\sin \beta \cdot \sin \delta < 0 \quad (2)$$

$$\cos \gamma \cdot \cos \delta > 0 \quad (3)$$

$$\sin^2 (90^\circ - \delta) + \sin^2 \beta = 1 \quad (4)$$



ב. בטרפז שווה שוקיים בו גודל השוק הוא a , נתון כי הבסיס הקטן שווה לשוק,

והבסיס הגדול גדול פי שניים מהבסיס הקטן.

(1) מצאו את זוויות הטרפז.

(2) הוכיחו כי אלכסוני הטרפז מאונכים לשוקיים.

(3) בטאו את שטח המעגל החוסם את הטרפז באמצעות a .

ג. (1) הוכיחו באמצעות אינדוקציה מתמטית או בדרך אחרת כי לכל n טבעי זוגי, מתקיים השוויון הבא:

$$2 \cdot 4 + 4 \cdot 6 + 6 \cdot 8 + \dots + n(n+2) = \frac{n(n+2)(n+4)}{6}$$

(2) חשבו את ערך הסכום הבא, בהסתמך על הנוסחה שהוכחתם בסעיף א':
 $22 \cdot 24 + 24 \cdot 26 + 26 \cdot 28 + \dots + 100 \cdot 102$



ד. נתון גרף הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

(1) סרטטו גרף אפשרי של הפונקציה $f(x)$

אם נתון שלמשוואה $f(x) = -2$ יש פתרון אחד בלבד.

(2) נגדיר פונקציה $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$.

מצאו עבור אילו ערכים של a ערך האינטגרל $\int_a^{a+4} g(x) dx$

שווה לשטח המוגבל בין $g(x)$ לציר ה- x . נמקו את תשובתכם.

(3) סמנו $<$, $>$, $=$ ונמקו את קביעתכם:

$$\int_1^5 f(x) dx \quad \text{—} \quad \int_1^5 \frac{1}{f(x)} dx$$

פרק שני - אינדוקציה, סדרות והסתברות:

(2) נתונה הסדרה A שאיבריה הם: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$.

סכום n האיברים הראשונים של הסדרה הוא: $S_n = 3 \cdot 2^n - 3$ (n מספר טבעי).

א. הוכיחו שהסדרה A היא סדרה הנדסית.

המשיכו את הסדרה כך שמספר איברי הסדרה הוא $2n + 1$. נתון כי סכום האיברים שנמצאים

אחרי האיבר האמצעי גדול פי 64 מסכום האיברים שנמצאים לפני האיבר האמצעי.

ב. מצאו את מספר איברי הסדרה החדשה (לאחר הוספת האיברים הנוספים).

המשיכו את הסדרה A כך שנוצרה סדרה אין סופית.

מאיברי הסדרה A בונים סדרה אינסופית חדשה B באופן הבא:

$$b_n = \frac{(-k)^n}{a_n + a_{n+1}} \quad k, \text{ פרמטר } (k \neq 0).$$

ג. הוכיחו שהסדרה B היא סדרה הנדסית והביעו את מנתה בעזרת k .

ד. עבור אילו ערכים של הפרמטר k הסדרה B היא:

(1) סדרה עולה?

(2) סדרה מתכנסת?

נתון: $b_1 = -8b_4$.

ה. מצאו את ערכו של הפרמטר k .

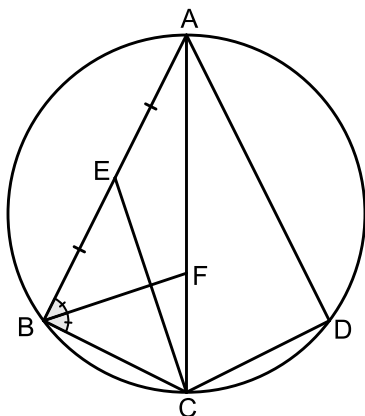
ו. בסדרה B מחקו כל איבר שלישי (b_3, b_6, b_9, \dots) .

מצאו את סכום האיברים הנותרים.

- 3) בתיכון הגפן 100 תלמידי שכבת י"א לומדים מתמטיקה בהיקף של 5 יח"ל ב-2 קבוצות לימוד: קבוצה א', קבוצה ב'. מספר התלמידים בקבוצה א' קטן פי 1.5 ממספר התלמידים בקבוצה ב'. במבחן המסכם ניתנה לתלמידים אפשרות לבחור לענות על שאלה אחת בלבד מבין שתי שאלות: שאלה בסדרות או שאלה באינדוקציה. מספר התלמידים שבחרו לענות על השאלה בסדרות גדול ב-40 ממספר התלמידים שבחרו לענות על השאלה באינדוקציה. ההסתברות לבחור מבין התלמידים שענו על השאלה בסדרות תלמיד מקבוצה ב', גדולה פי 2 מההסתברות לבחור מבין תלמידי קבוצה א' תלמיד שענה על שאלה באינדוקציה.
- א. האם המאורעות "תלמיד מקבוצה א'" ו-"לענות על שאלה בסדרות" הם:
(נמקו תשובתכם)
(1) מאורעות בלתי תלויים?
(2) מאורעות זרים?
- ב. בוחרים באקראי תלמיד מקבוצה א'. מה ההסתברות שהוא ענה על השאלה בסדרות?
ג. בוחרים באקראי 5 תלמידים מקבוצה א' (עם החזרה).
(1) מה ההסתברות שלפחות 3 מתוכם ענו על השאלה בסדרות?
(2) מה ההסתברות שלפחות תלמיד אחד ענה על שאלה בסדרות ולפחות תלמיד אחד ענה על שאלה באינדוקציה?
מעבירים את תלמידי שתי הקבוצות לחדר אחד ומוציאים מהחדר בזה אחר זה 3 תלמידים (בלי החזרה).
ד. מה ההסתברות ששלושת התלמידים שהוצאו היו תלמידים מקבוצה א' שענו על השאלה בסדרות?

פרק שלישי - גאומטריה וטריגונומטריה במישור:

- 4) דלתון ABCD חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R. נתון: $AB = 2 \cdot BC$, חוצה הזווית $\sphericalangle ABC$ חותך את האלכסון הראשי AC בנקודה F.
א. הוכיחו כי מרכז המעגל נמצא באמצע האלכסון AC.

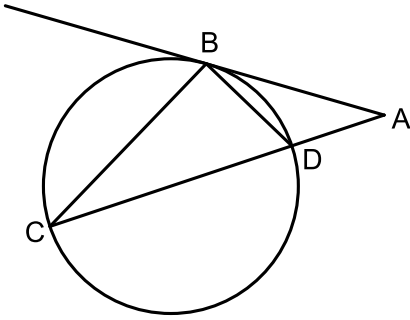


ב. הוכיחו כי $OF = \frac{1}{3}R$.

ג. בטאו את אורך הגובה לצלע AC במשולש ABC באמצעות R.

ד. CE הוא תיכון לצלע AB במשולש ABC וחותך את הרדיוס BO בנקודה K. שטח הדלתון הוא 160 סמ"ר.

- (1) מצאו את אורכו של הרדיוס R.
(2) מצאו את השטח של המשולש EBK.



5 נתון מעגל שרדיוסו R . ישר AB משיק בנקודה B למעגל.

נתונות הזוויות: $\angle DBA = \alpha$, $\angle BDC = \beta$.

א. בטאו את הזוויות $\angle A$ ו- $\angle CBD$ באמצעות α ו- β .

ב. בטאו את אורך הקטע AD באמצעות R , α ו- β .

ג. בטאו את יחס השטחים $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}}$ באמצעות α ו- β .

ד. נתון כי: CD הוא קוטר במעגל והיחס $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{1}{2}$.

(1) מצאו את ערכי הזוויות α ו- β .

(2) הראו כי המשולש ABD הוא שווה שוקיים.

(3) היקף המשולש BCD הוא $9 + \sqrt{27}$ ס"מ. מצאו את אורכו של רדיוס המעגל R .

פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש,

של פונקציות רציונאליות ושל פונקציות טריגונומטריות.

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x^2-a^2}} + 1$, $a > 0$, $a \neq 4$.

האסימפטוטות המאונכות לצירים יוצרות מלבן ששיטחו הוא 20.

א. מצאו את ערכו של הפרמטר a .

הציבו בפונקציה $a = 5$ וענו על הסעיפים הבאים:

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) הראו שאין לפונקציה נקודות חיתוך עם הצירים.

(3) מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגה.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. הפונקציה $F(x)$ היא פונקציה קדומה של $f(x)$ כך שמתקיים: $F'(x) = f(x)$.

האם יתכן שישר שמשוואתו $y = x + c$ משיק לגרף הפונקציה $F(x)$?

הפונקציה $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של $f(x)$.

הפונקציה $g(x)$ מוגדרת באופן הבא: $g(x) = \frac{f'(x)}{(f(x))^2}$.

ד. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.

ה. חשבו את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $g(x)$, ציר ה- x והישר $x = 5.1$.

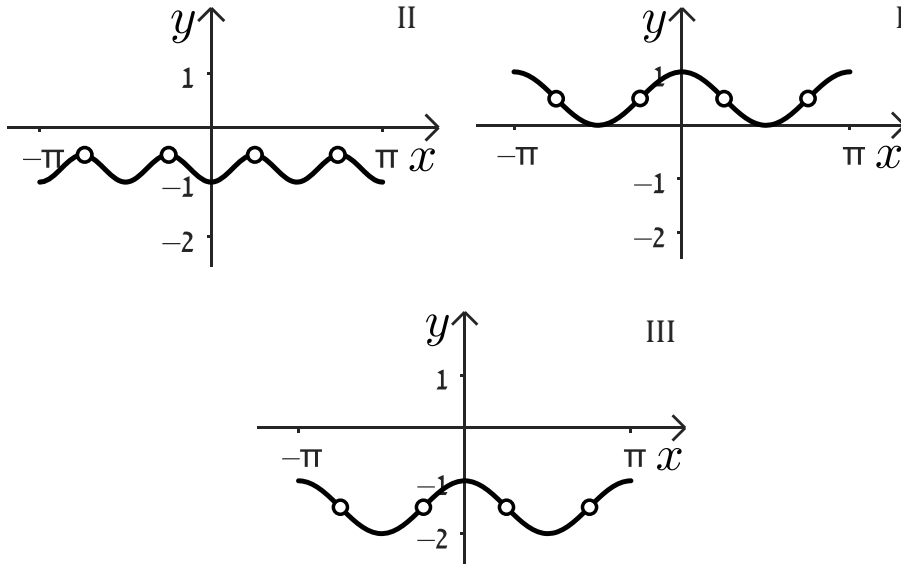
נתונה הפונקציה $h(x) = \int_{5.1}^x g(t) dt$ המוגדרת בתחום $x \geq 5.1$.

ו. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $h(x)$ וקבעו את סוגן.

(7) נתונות 3 פונקציות, בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$:

$$t(x) = \frac{2\cos^4 x - \cos^2 x}{\cos 2x}, \quad q(x) = \frac{2\sin^4 x - \cos^2 x}{\cos 2x}, \quad f(x) = \frac{\sin^8 x - \cos^8 x}{\cos 2x}$$

א. פשטו את הפונקציות והתאימו לכל פונקציה את אחד מהגרפים הבאים:



ב. בטאו את הפונקציה $q(x)$ באמצעות $t(x)$.

ג. נתון ישר $y = k$.

עבור אילו ערכים של הפרמטר k לישר יש נקודות חיתוך עם הפונקציה $t(x)$.

ד. בנקודות אי ההגדרה של $t(x)$ ו- $q(x)$ הקרובות לציר ה- y העבירו ישרים מאונכים

לציר ה- x ולציר ה- y . מצאו את שטח המרובע שנוצר.

ה. ציירו את גרף הנגזרת הראשונה של הפונקציה $q(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

ו. מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה ומטה של הפונקציה $q(x)$.

ז. מצאו את השטח המוגבל בין גרף הנגזרת $q'(x)$, ציר ה- x , והישרים $x = \frac{\pi}{6}$, $x = -\frac{\pi}{6}$.

8 נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x^2 - a}$, $a > 0$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה (הביעו באמצעות a).
- ב. הוכיחו כי $f(x)$ היא פונקציה זוגית.
- ג. הביעו באמצעות a את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. סרטטו את גרף הפונקציה.
- ה. נתון כי A היא נקודה על הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

B היא נקודה סימטרית ביחס לציר ה-y לנקודה A.

דרך הנקודות A ו-B העבירו משיקים לפונקציה $f(x)$ הנחתכים על ציר ה-y בנקודה C.

נסמן: $x_A = t$.

(1) הביעו באמצעות t ו- a את שטח המשולש ABC.

(2) נתון כי שטח המשולש מינימלי כאשר $x_A = \sqrt{6}$.

מצאו את ערכו של הפרמטר a .

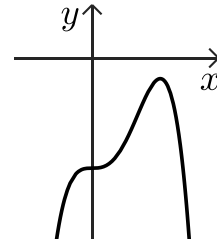
תשובות סופיות:

(1) א. (1) נכונה (2) לא נכונה (3) נכונה (4) נכונה.

ב. (1) $120^\circ, 60^\circ$ (2) שאלת הוכחה (3) $S = \pi a^2$

ג. (1) שאלת הוכחה (2) 175,040.

ד. (1) להלן סרטוט: (2) $a \geq 5$ (3) $\int_1^5 f(x) dx < \int_1^5 \frac{1}{f(x)} dx$



(2) א. שאלת הוכחה ב. 11 ג. $a_B = -\frac{k}{2}$ ד. $k < -2$ (1)

ד. (2) $-2 < k < 0, 0 < k < 2$ ה. $k = 1$ ו. $-\frac{4}{81}$

(3) א. (1) בלתי תלויים א. (2) לא זרים ב. 0.7 ג. (1) 0.83692

ג. (2) 0.8295 ד. $\frac{39}{1925}$

(4) א. שאלת הוכחה ב. שאלת הוכחה ג. $\frac{4}{5}R$ ד. (1) $R = 10$ ס"מ

ד. (2) $13\frac{1}{3}$ סמ"ר.

(5) א. $\sphericalangle CBD = 180 - (\alpha + \beta), \sphericalangle A = \beta - \alpha$ ב. $AD = \frac{2R \sin^2 \alpha}{\sin(\beta - \alpha)}$

ג. $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{ABCD}} = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin(\alpha + \beta) \sin(\beta - \alpha)}$ ד. (1) $\alpha = 30^\circ, \beta = 60^\circ$

ד. (2) שאלת הוכחה. ד. (3) $R = 3$ ס"מ

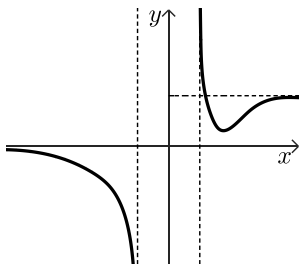
(6) א. $a = 5$ ב. (1) $x < -5, x > 5$ ב. (2) הוכחה. ב. (3) $\min(6.25, 1.6)$

ב. (4) ראו סרטוט בצד. ג. לא.

ד. חיוביות: $x > 6.25$, שליליות: $5 < x < 6.25$, $x < -5$.

ה. 0.148.

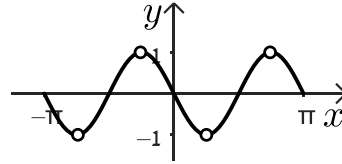
ו. מקסימום: $x = 5.1$, מינימום: $x = 6.25$.



(7) א. גרף I: $t(x)$, גרף II: $f(x)$, גרף III: $q(x)$. ב. $q(x) = t(x) - 2$.

ג. $0 \leq k < \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} < k \leq 1$. ד. $\pi = 5$ יח"ר.

ה. להלן סרטוט:



ו. תחומי קעירות כלפי מטה \cap : $-\pi < x < -\frac{3\pi}{4}$, $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$.

תחומי קעירות כלפי מעלה \cup : $-\frac{3\pi}{4} < x < -\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4}$. ז. 0.5 יח"ר.

(8) א. $x \leq -\sqrt{a}$, $x \geq \sqrt{a}$. ב. שאלת הוכחה. ג. עלייה: $x > \sqrt{a}$, ירידה: $x < -\sqrt{a}$.

ד. להלן סרטוט: ה. (1) $\frac{t^3}{\sqrt{t^2 - a}}$. ה. (2) $a = 4$.

