מתמטיקה 5 יח"ל - התכנית החדשה

רשימת משפטים בגיאומטריה

המשפטים:

זוויות:

1) זוויות צמודות משלימות זו את זו ל- $180°$.

2) זוויות קודקודיות שוות זו לזו.

מרחקים וישרים מקבילים:

3) אורך האנך מנקודה על ישר לישר המקביל לו, קבוע.

4) אם שני ישרים מקבילים נחתכים על ידי ישר שלישי אז כל שתי זוויות מתחלפות שוות זו לזו.

5) שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם נוצרו זוג זוויות מתחלפות שוות אז שני הישרים מקבילים.

6) אם שני ישרים מקבילים נחתכים על ידי ישר שלישי אז כל שתי זוויות מתאימות שוות זו לזו.

7) שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם נוצרו זוג זוויות מתאימות שוות אז שני הישרים מקבילים.

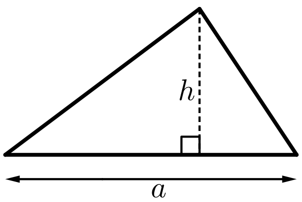
8) אם שני ישרים מקבילים נחתכים על ידי ישר שלישי אז סכום כל זוג זוויות חד-צדדיות הוא $180°$.

9) שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם סכום זוג זוויות חד-צדדיות הוא $180°$, אז שני הישרים מקבילים.

משולשים (כללי):

$$\text{שטח} = \frac{\text{גובה לצלע} * \text{צלע}}{2}$$

$$S = \frac{a \cdot h}{2}$$



10) סכום הזוויות של משולש הוא $180°$.

11) זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

12) סכום כל שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית (אי-שוויון המשולש).

13) במשולש (שאינו שווה צלעות), מול הצלע הגדולה יותר מונחת זווית גדולה יותר.

14) במשולש (שאינו שווה זוויות), מול הזווית הגדולה יותר מונחת צלע גדולה יותר.

15) שלושת התיכונים במשולש נחתכים בנקודה אחת.

16) תיכון במשולש מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח.

17) נקודת חיתוך התיכונים מחלקת כל תיכון ביחס 2:1. (החלק הקרוב לקודקוד ארוך פי 2 מהחלק האחר).

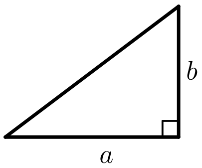
משולשים חופפים:

18) משפט חפיפה צלע זווית צלע.
19) משפט חפיפה זווית צלע זווית.
20) משפט חפיפה צלע צלע צלע.
21) משפט חפיפה שתי צלעות והזווית שמול הצלע הגדולה מבין השתיים.

משולש שווה שוקיים:

22) במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.
23) משולש שבו שתי זוויות שוות, הוא משולש שווה שוקיים.
24) במשולש שווה שוקיים, חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס מתלכדים.
25) אם במשולש חוצה זווית הוא גובה, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
26) אם במשולש חוצה זווית הוא תיכון, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
27) אם במשולש גובה הוא תיכון, אז המשולש הוא שווה שוקיים.

משולש ישר זווית:



$S=\frac{a\cdot b}{2}$

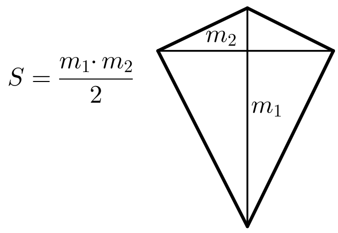
$$\text{שטח} = \frac{\text{ניצב} * \text{ניצב}}{2}$$

28) משפט פיתגורס: במשולש ישר זווית, סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר.
(ניתן לציטוט בבגרות בשמו: "משפט פיתגורס").
29) משפט פיתגורס ההפוך: משולש בו סכום ריבועי שתי צלעות שווה לריבוע הצלע השלישית הוא ישר זווית.
(ניתן לציטוט בבגרות בשמו: "משפט ההפוך למשפט פיתגורס").
30) שני משולשים ישרי זווית שלהם ניצב שווה ויתר שווה חופפים זה לזה.
31) במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר.
32) משולש בו התיכון שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה הוא משולש ישר זווית.
33) אם במשולש ישר זווית, זווית חדה של $30°$, אז הניצב מול זווית זו שווה למחצית היתר.
34) אם במשולש ישר זווית ניצב שווה למחצית היתר, אז מול ניצב זה זווית שגודלה $30°$.

מרובעים ומצולעים:

35) סכום זוויות במרובע הוא $360°$.
36) סכום הזוויות הפנימיות של מצולע קמור הוא: $180°(n-2)$.

דלתון:



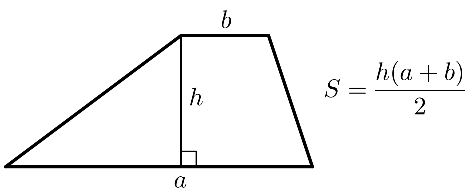
הגדרה: דלתון הוא מרובע שלו שני זוגות זרים של צלעות סמוכות השוות זו לזו.

חישוב שטח: $\text{שטח} = \frac{\text{אלכסון} * \text{אלכסון}}{2}$

37) זוויות הצד בדלתון שוות זו לזו.

38) האלכסון הראשי בדלתון חוצה את זוויות הראש, חוצה את האלכסון המשני ומאונך לו.

טרפז:



הגדרה: מרובע שבו יש זוג יחיד של צלעות המקבילות זו לזו.

חישוב שטח: $\text{שטח} = \frac{\text{סכום בסיסים} * \text{גובה}}{2}$

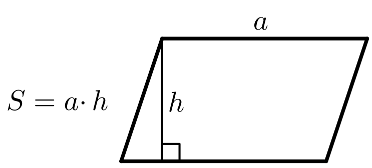
39) בטרפז שווה שוקיים הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו.

40) טרפז בו הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו הוא טרפז שווה שוקיים.

41) בטרפז שווה שוקיים האלכסונים שווים זה לזה.

42) טרפז בו האלכסונים שווים זה לזה הוא טרפז שווה שוקיים.

מקבילית:



הגדרה: מרובע שבו יש שני זוגות של צלעות המקבילות זו לזו.

חישוב שטח: שטח = גובה לצלע $*$ צלע

43) במקבילית כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.

44) מרובע שבו כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו הוא מקבילית.

45) מרובע שבו זוג צלעות מקבילות ושוות הוא מקבילית.

46) במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.

47) מרובע שבו האלכסונים חוצים זה את זה הוא מקבילית.

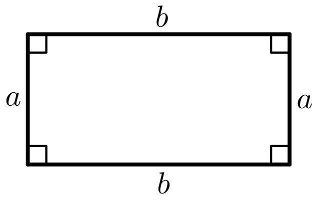
48) במקבילית כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו.

49) מרובע שבו כל שתי זוויות נגדיות שוות הוא מקבילית.

50) במקבילית סכום כל שתי זוויות סמוכות הוא $180°$.

51) מרובע שבו הסכום של כל שתי זוויות סמוכות הוא $180°$, הוא מקבילית.

מלבן:



הגדרה: מרובע שבו כל הזוויות ישרות.

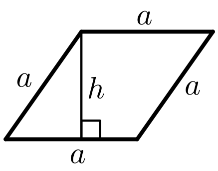
חישוב שטח: שטח = צלע סמוכה * צלע

52) במלבן האלכסונים שווים זה לזה.

53) מקבילית שבה האלכסונים שווים זה לזה היא מלבן.

54) מקבילית שבה יש זווית ישרה היא מלבן.

מעוין:



הגדרה: מרובע שבו כל הצלעות שוות.

חישוב שטח: $\text{שטח} = \frac{\text{אלכסון} * \text{אלכסון}}{2}$ או שטח = גובה לצלע * צלע

55) במעוין האלכסונים חוצים את הזוויות.

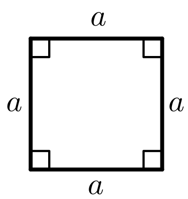
56) במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה.

57) מקבילית שבה אלכסון הוא חוצה זווית היא מעוין.

58) מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעוין.

59) מקבילית שבה שתי צלעות סמוכות שוות היא מעוין.

ריבוע:



הגדרה: מרובע שבו כל הצלעות שוות וכל הזוויות ישרות.

חישוב שטח: $\text{שטח} = \text{צלע}^2$ או $\text{שטח} = \frac{\text{אלכסון}^2}{2}$

60) מעוין שבו האלכסונים שווים הוא ריבוע.

61) מלבן בו הצלעות הסמוכות שוות הוא ריבוע.

קטע אמצעים במשולש ובטרפז:

הגדרה: קטע המחבר אמצעי שתי צלעות במשולש הוא קטע אמצעים במשולש.

הגדרה: קטע המחבר את אמצעי שתי השוקיים בטרפז הוא קטע אמצעים בטרפז.

62) קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.

63) ישר החוצה צלע אחת במשולש ומקביל לצלע שניה, חוצה את הצלע השלישית.

64) קטע שקצותיו על שתי צלעות משולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים.

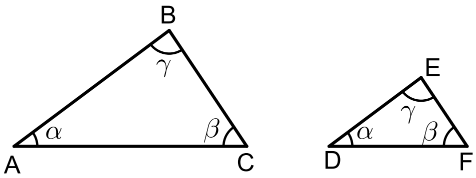
65) קטע האמצעים בטרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.

66) בטרפז, ישר החוצה שוק אחת ומקביל לבסיסים, חוצה את השוק השנייה.

67) קטע המחבר שתי שוקיים בטרפז, מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם, הוא קטע אמצעים.

משפטי פרופורציה (כולל דמיון משולשים):

הגדרה: מצולעים דומים הם מצולעים שבהם לכל זווית במצולע אחד יש זווית מתאימה ששווה לה במצולע האחר כך שהסדר בין הזוויות השוות נשמר, והיחס בין כל שתי צלעות במצולע אחד שווה ליחס שבין שתי הצלעות המתאימות במצולע האחר.



$$\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{AC}{DF}$$

68) משפט דמיון צלע זווית צלע.

69) משפט דמיון זווית זווית.

70) משפט דמיון צלע צלע צלע.

71) במשולשים דומים:

א. יחס גבהים מתאימים שווה ליחס הדמיון.

ב. יחס חוצי זוויות מתאימות שווה ליחס הדמיון.

ג. יחס תיכונים מתאימים שווה ליחס הדמיון.

ד. יחס ההיקפים שווה ליחס הדמיון.

ה. יחס הרדיוסים של המעגלים החוסמים שווה ליחס הדמיון.

ו. יחס הרדיוסים של המעגלים החסומים שווה ליחס הדמיון.

ז. יחס השטחים שווה לריבוע יחס הדמיון.

72) משפט תאלס: שני ישרים מקבילים החותכים שוקי זווית, מקצים עליהם קטעים פרופורציוניים. (ניתן לציטוט בבגרות בשמו: "משפט תאלס").

73) משפט תאלס המורחב: ישר המקביל לאחת מצלעות המשולש חותך את שתי הצלעות האחרות או את המשכיהן בקטעים פרופורציוניים. (ניתן לציטוט בבגרות בשמו: "משפט תאלס המורחב").

74) משפט הפוך למשפט תאלס: שני ישרים המקצים על שוקי זווית ארבעה קטעים פרופורציוניים הם ישרים מקבילים. (ניתן לציטוט בבגרות בשמו: "המשפט ההפוך למשפט תאלס").

75) חוצה הזווית הוא המקום הגיאומטרי של כל הנקודות הנמצאות במרחקים שווים משוקי הזווית.

76) חוצה זווית פנימית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית לשני קטעים אשר היחס ביניהם שווה ליחס הצלעות הכולאות את הזווית בהתאמה. (ניתן לציטוט בבגרות בשמו: "משפט חוצה זווית")

77) ישר העובר דרך קודקוד משולש ומחלק את הצלע שמול קודקוד זה חלוקה פנימית, ביחס של שתי הצלעות האחרות (בהתאמה) הוא חוצה את זווית המשולש שדרך קודקודה הוא עובר. (ניתן לציטוט בבגרות בשמו: "משפט הפוך למשפט חוצה זווית").

קטעים מיוחדים במשולשים כלליים ומעגל חוסם / חסום:

78) כל נקודה על חוצה זווית נמצאת במרחקים שווים משוקי זווית זו.

79) אם נקודה נמצאת במרחקים שווים משני שוקי זווית, אז היא נמצאת על חוצה הזווית.

80) שלושת חוצי הזוויות של משולש נחתכים בנקודה אחת, שהיא מרכז המעגל החסום במשולש.

81) בכל משולש אפשר לחסום מעגל.

82) כל נקודה הנמצאת על האנך האמצעי של קטע, נמצאת במרחקים שווים מקצות הקטע.

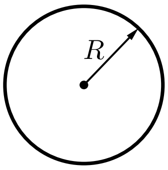
83) כל נקודה הנמצאת במרחקים שווים מקצות קטע, נמצאת על האנך האמצעי לקטע.

84) כל משולש ניתן לחסום במעגל.

85) במשולש, שלושת האנכים האמצעיים נחתכים בנקודה אחת, שהיא מרכז המעגל החוסם את המשולש.

86) שלושת הגבהים במשולש נחתכים בנקודה אחת.
87) ניתן לחסום מרובע במעגל אם ורק אם סכום זוג זוויות נגדיות שווה ל-$180°$.
88) מרובע קמור חוסם מעגל אם ורק אם סכום שתי צלעות נגדיות שווה לסכום שתי הצלעות הנגדיות האחרות.
89) כל מצולע משוכלל אפשר לחסום במעגל.
90) בכל מצולע משוכלל אפשר לחסום מעגל.
91) דרך כל שלוש נקודות שאינן על ישר אחד עובר מעגל אחד ויחיד.

מעגלים:



$S = \pi R^2$

$P = 2\pi R$

שטח = רדיוס^2 * π היקף = קוטר * π

92) במעגל, שתי זוויות מרכזיות שוות זו לזו אם ורק אם שתי הקשתות המתאימות להן שוות זו לזו.
93) במעגל, שתי זוויות מרכזיות שוות זו לזו אם ורק אם שני המיתרים המתאימים להן שווים זה לזה.
94) במעגל, מיתרים שווים זה לזה אם ורק אם שתי הקשתות המתאימות להם שוות זו לזו.
95) מיתרים השווים זה לזה נמצאים במרחקים שווים ממרכז המעגל.
96) מיתרים במעגל אחד הנמצאים במרחקים שווים ממרכזו שווים זה לזה.
97) האנך ממרכז המעגל למיתר חוצה את המיתר, חוצה את הזווית המרכזית המתאימה למיתר וחוצה את הקשת המתאימה למיתר.
98) קטע ממרכז המעגל החוצה את המיתר מאונך למיתר.
99) במעגל, זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית הנשענת על אותה הקשת.
100) במעגל, לזוויות היקפיות שוות קשתות שוות ומיתרים שווים.
101) במעגל, לקשתות שוות מתאימות זוויות היקפיות שוות.
102) במעגל, כל הזוויות ההיקפיות הנשענות על מיתר מאותו צד של המיתר שוות זו לזו.
103) זווית היקפית הנשענת על קוטר היא זווית ישרה $90°$.
104) זווית היקפית בת $90°$ נשענת על קוטר.
105) המשיק למעגל מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה.
106) ישר המאונך לרדיוס בקצהו הוא משיק למעגל.
107) זווית בין משיק למיתר שווה לזווית ההיקפית הנשענת על מיתר זה מצידו השני.
(ניתן לציטוט בבגרות לפי שמו: "זווית בין משיק למיתר").
108) שני משיקים למעגל היוצאים מאותה נקודה שווים זה לזה.
109) קטע המחבר את מרכז המעגל לנקודה ממנה יוצאים שני משיקים למעגל, חוצה את הזווית שבין המשיקים.

להסברים נוספים ותרגול גיאומטריה בכל הרמות לחצו כאן