

תחומי קעירות ונקודות פיתול

דף עבודה – שאלון 571



היעזרו ביישומון

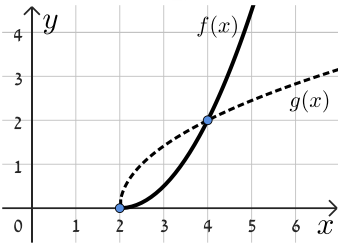


שלכם, צפו בסרטון



לאחר שתתחברו לחשבון

וענו על השאלות הבאות:



1) לפניכם גרפים של הפונקציות: $f(x)$ ו- $g(x)$. הפונקציות הן חיוביות, עולות ונחתכות בשתי נקודות. מה ההבדלים בניהן?

2) היעזרו ביישומון והשלימו את המשפטים הבאים בעזרת מחסן המילים:

תלול, מעל, מתון, יורדת, מתחת, עולה, קטן, גדול, חיובית, שלילית.

א. המשיקים ל- $f(x)$ נמצאים _____ לגרף הפונקציה, והמשיקים ל- $g(x)$ נמצאים לגרף הפונקציה.

ב. ככל ש- x גדל, גרף הפונקציה $f(x)$ נעשה _____ וגרף הפונקציה $g(x)$ נעשה _____.

ג. ככל ש- x גדל, שיפוע הפונקציה $f(x)$ הולך ונעשה _____ יותר ואילו שיפוע הפונקציה $g(x)$ נעשה _____ יותר.

ד. הנגזרת $f'(x)$ היא פונקציה _____ ואילו הנגזרת $g'(x)$ היא פונקציה _____.

ה. הנגזרת השנייה $f''(x)$ היא _____ ואילו הנגזרת השנייה $g''(x)$ היא _____.

הגדרה:

פונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מעלה \cup בתחום מסוים, אם המשיק לפונקציה נמצא מתחת גרף הפונקציה לכל x בתחום.

פונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מטה \cap בתחום מסוים, אם המשיק לפונקציה נמצא מעל גרף הפונקציה לכל x בתחום.

משפט:

בתחום בו $f''(x) > 0$ הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מעלה \cup .

בתחום בו $f''(x) < 0$ הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מטה \cap .

תזכורת: $f''(x)$ היא הנגזרת של $f'(x)$ והיא מתארת את קצב השינוי של $f'(x)$.



3 בטבלה שלפניכם גרפים של שלוש פונקציות. העזרו ביישומון ורשמו את תחומי הקעירות של הפונקציות. במידה ואין כתבו לא קיים.

			<p>הפונקציה</p> <p>תחומי קעירות כלפי מעלה</p> <p>תחומי קעירות כלפי מטה</p>

הגדרה:

נקודת פיתול היא נקודה שבה פונקציה רציפה מחליפה את כיוון הקעירות שלה (עוברת מקעירות כלפי מטה לקעירות כלפי מעלה או להפך).

x_0 - נקודת פיתול לא

x_0 - נקודת פיתול

x_0 - נקודת פיתול

x	$x < x_0$	x_0	$x > x_0$
$f(x)$	U		U
$f''(x)$	+	0	+

x	$x < x_0$	x_0	$x > x_0$
$f(x)$	∩		U
$f''(x)$	-	0	+

x	$x < x_0$	x_0	$x > x_0$
$f(x)$	U		∩
$f''(x)$	+	0	-

4 ציינו ביחס לכל טענה האם היא נכונה או לא, במידה והטענה לא נכונה תקנו אותה וכתבו את הטענה הנכונה.

א. אם x_0 היא נקודת פיתול של $f(x)$ אז $f''(x_0) = 0$

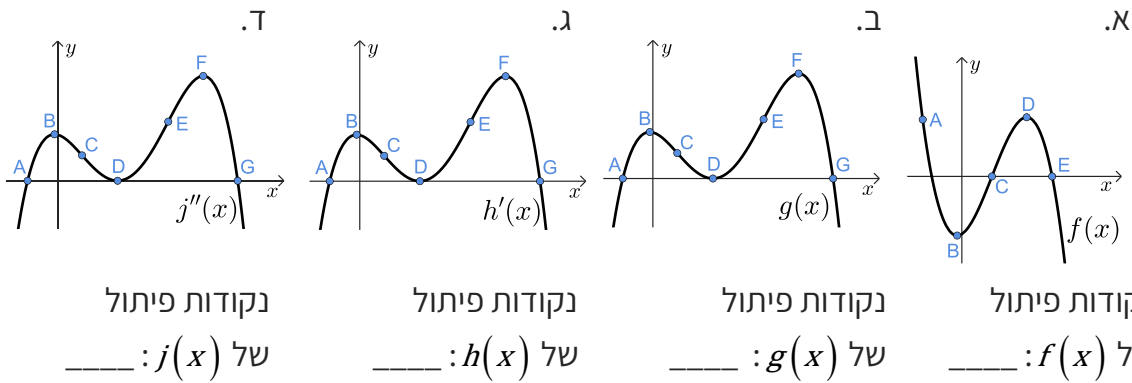
ב. נקודות ההשקה של $f''(x)$ עם ציר ה- x הן נקודות פיתול של $f(x)$.

ג. בתחום בו פונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$ עולה, הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מטה.

ד. נקודת קיצון בפונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$ היא נקודת פיתול של $f(x)$.

ה. אם: $f''(x_0) = 0$ אז: x_0 נקודת פיתול של $f(x)$.

5) בכל אחד מהגרפים הבאים קבעו אילו נקודות מסמנות את נקודות הפיתול של הפונקציה. (שימו לב שגרפים ג' ו-ד' מתארים גרפים של פונקציית נגזרת).



תזכורת - מציאת נקודות פיתול:

- מוצאים את הנקודות עבורן הנגזרת השנייה מתאפסת $f''(x) = 0$.
- עבור כל אחת מהנקודות שמצאנו בודקים אם היא נקודת פיתול (נקודה שבה הנגזרת השנייה משנה את הסימן שלה היא נקודת פיתול).

6) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^5 + x^4 + 2x - 5$.
 לגבי כל אחת מהטענות כתבו האם היא נכונה או לא. נמקו את תשובתכם.
 א. פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ חותכת את ציר ה- x בשתי נקודות שונות.
 ב. ל- $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד.

7) נתונה פונקציית הנגזרת: $g'(x) = x^2 - 4$.
 לגבי כל אחת מהטענות כתבו האם היא נכונה או לא. נמקו את תשובתכם.
 א. לפונקציה $g(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד.
 ב. ל- $g(x)$ יש נקודות פיתול אחת בלבד.
 ג. הפונקציה $g(x)$ קעורה כלפי מעלה לכל ערך של x .

8) שאלות לתרגול נוסף עם פתרונות מלאים מתוך גול: [שאלה 1](#), [שאלה 2](#), [שאלה 3](#).

שאלה 3



שאלה 2



שאלה 1



תשובות סופיות:

1) ב- $f(x)$ שיפוע המשיק הוא חיובי והולך וגדל, בעוד שב- $g(x)$ שיפוע המשיק הוא חיובי

אך הולך וקטן.

2) א. מתחת, מעל. ב. תלול, מתון. ג. גדול, קטן. ד. עולה, יורדת.

ה. חיובית, שלילית.

3) להלן הטבלה המלאה:

			הפונקציה
$-2 < x < 2$	$x < 2$	אין	
$x < -2, x > 2$	$x > 2$	$x > -2$	תחומי קעירות כלפי מטה

4) א. נכון. ב. לא נכון: בנקודת השקה של $f''(x)$ עם ציר ה- x סימן הנגזרת השנייה לא

משתנה ולכן לא מדובר בנקודת פיתול עבור $f(x)$.

ג. לא נכון: הפונקציה $f(x)$ תהיה קעורה כלפי מעלה.

ד. נכון.

ה. לא נכון: למשל הפונקציה: $f(x) = x^4$ מקיימת: $f''(0) = 0$ אך $(0,0)$ היא נקודת מינימום.

5) א. נק' פיתול: C. ב. נק' פיתול: C, E. ג. נק' פיתול: B, D, F. ד. נק' פיתול: A, G.

6) א. נכון. ב. נכון.

7) א. לא נכון. ב. נכון. ג. לא נכון.