

מעגל היחידה

דף עבודה - שאלון 571

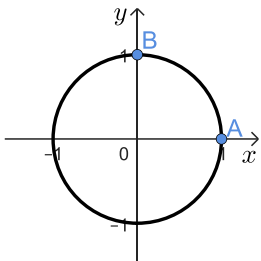
לאחר שתתחברו לחשבון GOOL שלכם, צפו בסרטון וענו על השאלות הבאות:



חלק א' - היכרות עם מעגל היחידה

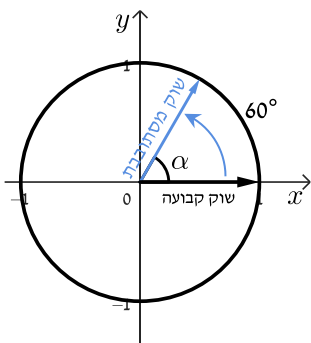
תזכורת: מעגל היחידה הוא מעגל שמרכזו בראשית הצירים ואורך הרדיוס שלו הוא יחידה אחת.

1) הביטו בסרטוט והשלימו את המשפטים הבאים:



- שיעורי הנקודה A: _____
- שיעורי הנקודה B: _____
- שיעור ה- x של נקודות על מעגל היחידה הוא בין _____ ל-_____
- שיעור ה- y של נקודות על מעגל היחידה הוא בין _____ ל-_____

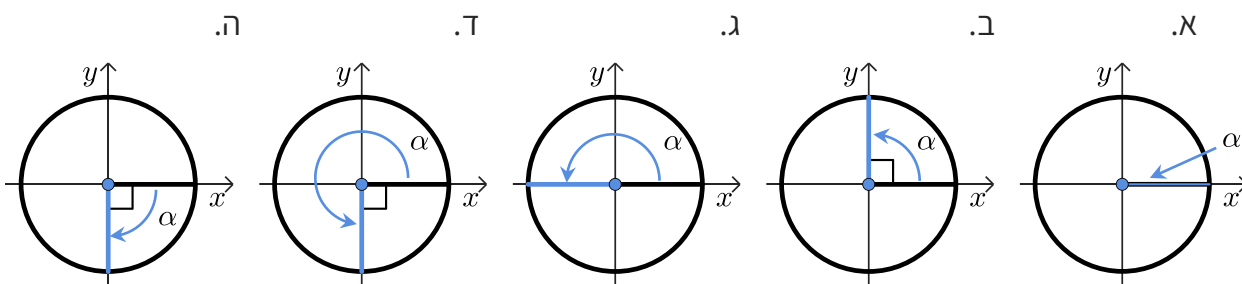
הגדרת זווית במעגל היחידה - זוויות מרכזית שיש לה שוק אחת קבועה מונחת על הכיוון החיובי של ציר x והשוק השנייה מתקבלת מסיבוב של רדיוס המעגל. סיבוב נגד כיוון השעון יוצר זווית חיובית, סיבוב עם כיוון השעון יוצר זווית שלילית.



דוגמה:

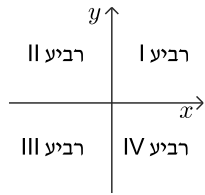
בציור משמאלכם מתוארת זווית α בת 60° , כאשר הרדיוס השחור מייצג את השוק הקבועה, והרדיוס בכחול את השוק שנעה נגד כיוון השעון.

2) קבעו את גודל הזווית α בכל אחד מהשרטוטים הבאים:

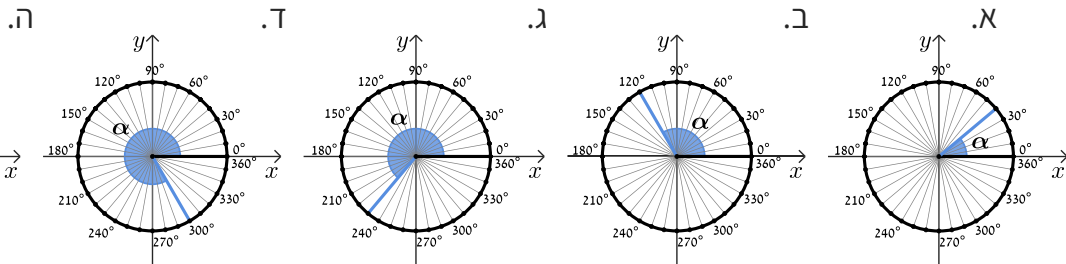


תזכורת:

מערכת הצירים מחלקת את המישור לארבע רביעים באופן הבא:



(3) השלימו את גודל הזווית α והרביע המתאים עבור כל אחד מהשרטוטים שלפניכם:



(4) העזרו ביישומון והשלימו את המשפטים הבאים:



- א. זווית בת 100° נמצאת ברביע ה _____.
- ב. זווית בת 390° נמצאת ברביע ה _____.
- ג. זווית בת 750° נמצאת ברביע ה _____.
- ד. זווית בת -30° נמצאת ברביע ה _____.
- ה. זווית בת -200° נמצאת ברביע ה _____.

(5) עבור כל משפט הקיפו בעיגול את התשובות הנכונות:

- א. אם השוק המסתובבת נמצאת ברביע בראשון, הזווית יכולה להיות:
(1) 90° (2) 400° (3) 720° (4) 120° (5) -300°
- ב. אם השוק המסתובבת נמצאת על ציר ה x, הזווית יכולה להיות:
(1) 0° (2) 270° (3) 720° (4) 180° (5) -90°
- ג. אם השוק המסתובבת נמצאת על ציר ה y, הזווית יכולה להיות:
(1) 0° (2) 270° (3) 720° (4) 180° (5) -90°
- ד. אם השוק המסתובבת נמצאת ברביע השלישי, הזווית יכולה להיות:
(1) 129° (2) 190° (3) 560° (4) 180° (5) -110°
- ה. אם השוק המסתובבת נמצאת ברביע הרביעי, הזווית יכולה להיות:
(1) 0° (2) 270° (3) 710° (4) 280° (5) -30°

חלק ב' - הגדרת פונקציות טריגונומטריות במעגל היחידה

צפו בסרטון , היעזרו ביישומון , וענו על השאלות הבאות:

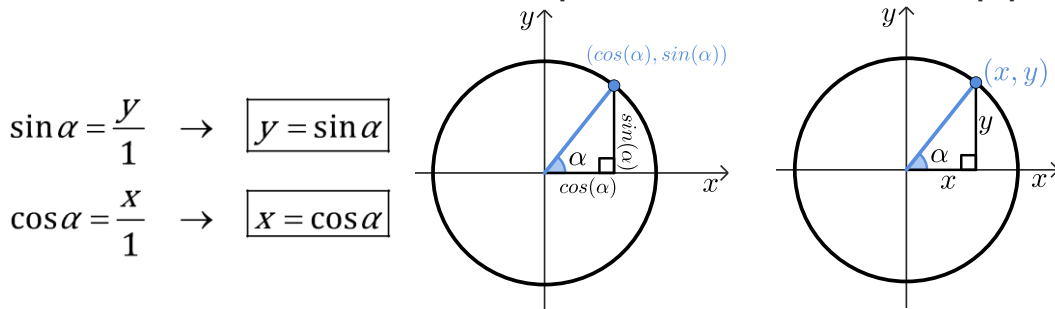


תזכורת:

נקודה על מעגל היחידה תסומן ב- (x, y) ומייצגת זווית α חיובית כפי שהגדרנו מקודם.

- שיעור ה- x של נקודה על מעגל היחידה שווה ל- $\cos \alpha$.
- שיעור ה- y של נקודה על מעגל היחידה שווה ל- $\sin \alpha$.

סימון נקודה על מעגל היחידה ערכי שיעורי הנקודה כתלות בזווית

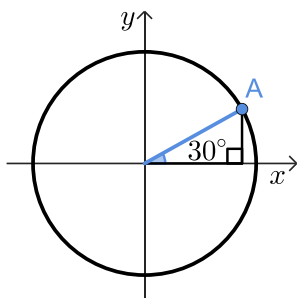


$$\sin \alpha = \frac{y}{1} \rightarrow \boxed{y = \sin \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{1} \rightarrow \boxed{x = \cos \alpha}$$

דוגמא:

נמצא את שיעורי הנקודה A המתאימה לזווית בת 30° לפי השלבים הבאים:



- חישוב שיעור ה- x של הנקודה: $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- חישוב שיעור ה- y של הנקודה: $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

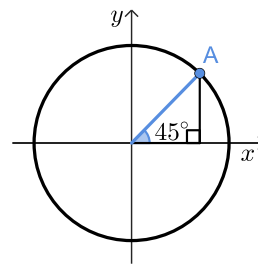
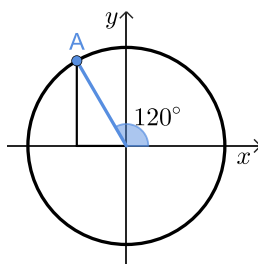
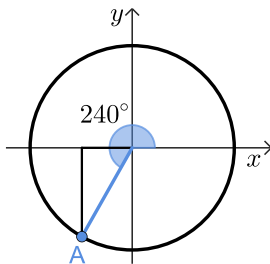
- כתיבת שיעורי הנקודה A: $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

6) בכל אחד מהסרטוטים מצא את שיעורי הנקודה A המתאימה לזווית המסורטטת:

א.

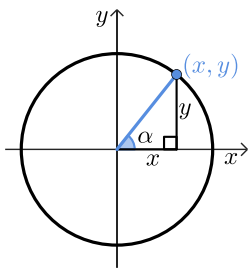
ב.

ג.



7) השלימו את הטבלה הבאה (במקרה ויש יותר מאופציה אחת לתשובה, הציעו דוגמה אחת):

| זווית | שיעור הנקודה | רביע/על ציר |
|-------------|---------------------|-------------|
| 60° | | |
| | $(\sqrt{3}/2, 1/2)$ | |
| 330° | | |
| | $(-1, 0)$ | |
| -45° | | |
| 750° | | |
| 225° | | |
| | | רביעי |



8) השלימו את החסר:

א. לכל נקודה $A(x, y)$ על מעגל היחידה תחום הערכים

של שיעורי הנקודה הם: $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$.

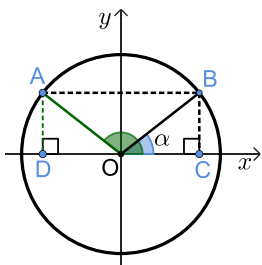
ב. לכל נקודה מתאימה $A(x, y)$ על מעגל היחידה מתאימה

זווית α , כך ששיעורי הנקודה ניתנים לכתיבה באופן הבא: $A(\cos \alpha, \sin \alpha)$

ולכן טווח הערכים של הפונקציות $\sin \alpha$ ו- $\cos \alpha$ הוא: $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$, $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$.

חלק ג' - זהויות טריגונומטריות

צפו בסרטון וענו על השאלות הבאות:



9) המרובע ABCD הוא מלבן.

א. הוכיחו: $\triangle ADO \cong \triangle BCO$.

ב. השלימו את המשפטים הבאים (הביעו באמצעות α לפי הצורך):

(1) $\angle AOD = \underline{\hspace{2cm}}$

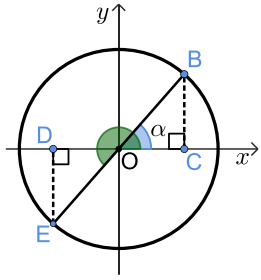
(2) $\angle AOC = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) שיעורי הנקודה B הם $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$.

(4) שיעורי הנקודה A הם $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$.

(5) $\sin(180^\circ - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$, ולכן מתקיימת הזהות: $y_A = y_B$

(6) $\cos(180^\circ - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$, ולכן מתקיימת הזהות: $x_A = -x_B$



10) הקטע BE עובר דרך ראשית הצירים.

א. הוכיחו: $\triangle EDO \cong \triangle BCO$.

ב. השלימו את המשפטים הבאים (הביעו באמצעות α לפי הצורך):

1) $\angle EOD = \underline{\hspace{2cm}}$

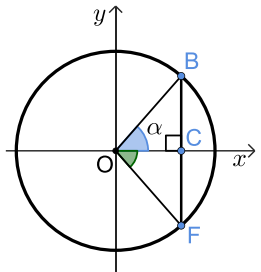
2) $\angle EOC = \underline{\hspace{2cm}}$

3) שיעורי הנקודה B הם $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$.

4) שיעורי הנקודה E הם $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$.

5) $\sin(180^\circ + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$, ולכן מתקיימת הזהות: $y_E = -y_B$

6) $\cos(180^\circ + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$, ולכן מתקיימת הזהות: $x_E = -x_B$



11) הקטע BF מאונך לציר ה-x.

א. הוכיחו: $\triangle FDO \cong \triangle BCO$.

ב. השלימו את המשפטים הבאים (הביעו באמצעות α לפי הצורך):

1) $\angle FOC = \underline{\hspace{2cm}} = 360^\circ - \alpha$

2) שיעורי הנקודה B הם $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$.

3) שיעורי הנקודה F הם $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$.

4) $\sin(360^\circ - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$, ולכן מתקיימת הזהות: $y_F = -y_B$

5) $\cos(360^\circ - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$, ולכן מתקיימת הזהות: $x_F = x_B$

לסיכום:

הזהויות של המעגל הטריגונומטרי:

| רביע | סינוס | קוסינוס | טנגנס |
|--------|---|---|---|
| II | $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ | $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ | $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$ |
| III | $\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ | $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$ | $\tan(180^\circ + \alpha) = \tan \alpha$ |
| IV | $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ | $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ | $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$ |
| סימנים | | | |

12 השלימו את השוויונות הבאים בהתאם לזהויות שבכל רביע:

| רביע IV | רביע III | רביע II |
|--|--|---|
| $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ $\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(360^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ | $\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$ | $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ |
| $\sin(-30^\circ) = \sin 330^\circ = -\sin(__)$ | $\sin 200^\circ = -\sin(__)$ | $\sin 150^\circ = \sin(__)$ |
| $\sin(__) = \sin(__) = -\sin 70^\circ$ | $\sin(__) = -\sin 40^\circ$ | $\sin(__) = \sin 40^\circ$ |
| $\cos(-30^\circ) = \cos 330^\circ = \cos(__)$ | $\cos 200^\circ = -\cos(__)$ | $\cos 150^\circ = -\cos(__)$ |
| $\cos(__) = \cos(__) = \cos 70^\circ$ | $\cos(__) = -\cos 40^\circ$ | $\cos(__) = -\cos 40^\circ$ |

13 שאלות לתרגול נוסף עם פתרונות מלאים מתוך גול: [שאלה 1](#), [שאלה 2](#), [שאלה 3](#), [שאלה 4](#).



תשובות סופיות:

- (1) א. $(1,0)$ ב. $(0,1)$ ג. בין 1 ל- 1 ד. בין -1 ל- -1 .
- (2) א. $\alpha=0^\circ$ ב. $\alpha=90^\circ$ ג. $\alpha=180^\circ$ ד. $\alpha=270^\circ$ ה. $\alpha=-90^\circ$.
- (3) א. $\alpha=40^\circ$, רביע ראשון ב. $\alpha=120^\circ$, רביע שני ג. $\alpha=230^\circ$, רביע שלישי ד. $\alpha=300^\circ$, רביע רביעי ה. $\alpha=-30^\circ$, רביע רביעי.
- (4) א. רביע שני ב. רביע ראשון ג. רביע ראשון ד. רביע רביעי ה. רביע שני.
- (5) א. $(2), (5)$ ב. $(1), (3), (4), (5)$ ג. $(2), (3), (5)$ ד. $(2), (3), (5)$ ה. $(3), (4), (5)$.
- (6) א. $A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ב. $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ג. $A\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
- (7) להלן טבלה (מחולקת לשתי טבלאות):

| רביע/על ציר | שיעור הנקודה | זווית |
|-------------|---|-------------|
| רביעי | $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ | -45° |
| ראשון | $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ | 750° |
| שלישי | $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ | 225° |
| רביעי | $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ | 300° |

| רביע/על ציר | שיעור הנקודה | זווית |
|-------------|---|-------------|
| ראשון | $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ | 60° |
| ראשון | $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ | 30° |
| רביעי | $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ | 330° |
| ציר x | $(-1,0)$ | 180° |

- (8) א. $-1 \leq y \leq 1, -1 \leq x \leq 1$ ב. $-1 \leq \cos \alpha \leq 1, -1 \leq \sin \alpha \leq 1$.
- (9) א. הוכחה. ב. $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ ג. $(\cos(180^\circ - \alpha), \sin(180^\circ - \alpha))$ ד. $(\cos(180^\circ - \alpha), \sin(180^\circ - \alpha))$.
- ב. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ ג. $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ (6) ג.
- (10) א. הוכחה. ב. $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ ג. $(\cos(180^\circ + \alpha), \sin(180^\circ + \alpha))$ ד. $(\cos(180^\circ + \alpha), \sin(180^\circ + \alpha))$.
- ב. $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$ ג. $\cos(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ (5) ג. $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$ (6) ג.
- (11) א. הוכחה. ב. $(\cos \alpha, -\sin \alpha)$ ג. $(\cos \alpha, -\sin \alpha)$ ד. $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ (2) ג. $-\alpha$ (1) ג.
- ב. $\sin(360^\circ - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ (4) ג. $\sin(360^\circ - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ (4) ג.
- ב. $\cos(360^\circ - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos \alpha$ (5) ג. $\cos(360^\circ - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos \alpha$ (5) ג.

(12) להלן טבלה:

| רביע IV | רביע III | רביע II |
|--|--|---|
| $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ $\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(360^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ | $\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$ | $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ |
| $\sin(-30^\circ) = \sin 330^\circ = -\sin(30^\circ)$ | $\sin 200^\circ = -\sin(20^\circ)$ | $\sin 150^\circ = \sin(30^\circ)$ |
| $\sin(-70^\circ) = \sin(290^\circ) = -\sin 70^\circ$ | $\sin(220^\circ) = -\sin 40^\circ$ | $\sin(140^\circ) = \sin 40^\circ$ |
| $\cos(-30^\circ) = \cos 330^\circ = \cos(30^\circ)$ | $\cos 200^\circ = -\cos(20^\circ)$ | $\cos 150^\circ = -\cos(30^\circ)$ |
| $\cos(-70^\circ) = \cos(290^\circ) = \cos 70^\circ$ | $\cos(220^\circ) = -\cos 40^\circ$ | $\cos(140^\circ) = -\cos 40^\circ$ |