

# סכום סדרה הנדסית

## דף עבודה שני – שאלון 571

לאחר שתתחברו לחשבון GOOL שלכם, צפו בסרטון וענו על השאלות הבאות:



### חלק א:

#### תזכורת - נוסחת סכום של סדרה הנדסית:

סכום  $n$  האיברים הראשונים של סדרה הנדסית שמנתה היא  $q$  ואיברה הראשון  $a_1$ .

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \text{ נתון ע"י:}$$

מציאת נוסחה לאיבר כללי של סדרה כשנתונה נוסחה לסכום איברי הסדרה:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n, S_{n-1} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} \text{ , כאשר } (n > 1), a_n = S_n - S_{n-1}$$

**חשוב!** כדי להוכיח שסדרה היא הנדסית כשנתונה הנוסחה לסכום איברי הסדרה ( $S_n$ ) צריך:

$$(1) \text{ למצוא נוסחה לאיבר כללי } (n > 1), a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$(2) \text{ להוכיח כי } \frac{a_{n+1}}{a_n} \text{ הוא גודל קבוע.}$$

$$(3) \text{ לבדוק שמתקיים } a_1 = S_1$$

(1) נתונה הסדרה ההנדסית: 4, 12, 36, ...

א. מצאו את  $S_7$ .

ב. מצאו את  $S_8$ .

ג. מצאו את  $a_8$  בשתי דרכים:

$$(1) \text{ בעזרת נוסחה לאיבר כללי: } a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$(2) \text{ על ידי הצבה: } a_n = S_n - S_{n-1}$$

(2) נתונה הסדרה ההנדסית  $A = -3, -6, -12, \dots$  שסכומה:  $S_A = -3069$ ,

מצאו את מספר האיברים בסדרה ואת האיבר האחרון בסדרה.

(3) נתון איבר כללי של סדרה:  $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

א. הוכיחו שהסדרה היא סדרה הנדסית.

ב. חשבו את סכום 5 האיברים הראשונים  $S_5$ .

ג. מצאו נוסחה לסכום  $n$  האיברים הראשונים של הסדרה  $S_n$ .

(4) נתונה נוסחה לסכום  $n$  האיברים הראשונים של סדרה:  $S_n = 5 \cdot 2^n - 5$ .

- חשבו את  $S_7, S_6$  ו- $a_7$ .
- רשמו ביטוי אלגברי ל- $a_n$ .
- רשמו ביטוי אלגברי ל- $a_{n+1}$ .
- הוכיחו שהסדרה היא הנדסית.

(5) נתונה נוסחה לסכום  $n$  האיברים הראשונים של סדרה:  $S_n = 2^{n+1}$ .

- רשמו ביטוי אלגברי ל- $a_n$ .
- רשמו ביטוי אלגברי ל- $a_{n+1}$ .
- מצאו את היחס:  $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ .
- מצאו את  $a_1$  ואת  $S_1$ .
- נמקו מדוע הסדרה אינה סדרה הנדסית.

#### סכום איברים אחרונים

כאשר נתונה סדרה בה מספר זוגי של איברים ( $2n$  איברים):  $\underbrace{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n}_{n \text{ איברים ראשונים}}, \underbrace{a_{n+1}, a_{n+2}, \dots, a_{2n}}_{n \text{ איברים אחרונים}}$

כאשר נתונה סדרה בה מספר אי זוגי של איברים ( $2n+1$  איברים):  $\underbrace{a_1, a_2, \dots, a_n}_{n \text{ איברים ראשונים}}, \underbrace{a_{n+1}, a_{n+2}, \dots, a_{2n}, a_{2n+1}}_{n \text{ איברים אחרונים}}$

**סכום  $n$  איברים של סדרה הנדסית החל מאיבר כלשהו  $a_k$  הוא:**  $S_n = \frac{a_k(q^n - 1)}{q - 1}$

(6) נתונה סדרה הנדסית עולה שבה  $2n$  איברים ומנתה  $q$ .  
סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה הוא 45, סכום  $n$  האיברים האחרונים בסדרה הוא 720.  
האיבר הרביעי גדול פי 4 מהאיבר השני. מצאו את מספר איברי הסדרה.

(7) בסדרה הנדסית שבה 13 איברים. נתון כי  $q = -3, a_1 = -2$ .

- מצאו את סכום 10 האיברים הראשונים ואת סכום 10 האיברים האחרונים.
- מצאו את האיבר האמצעי.

(8) נתונה סדרה הנדסית בת  $n$  ( $n > 1$ ) איברים, הראשון הוא  $a_1$  ומנת הסדרה  $q$ .  
מצאו את היחס בין סכום  $n-1$  האיברים הראשונים לסכום  $n-1$  האיברים האחרונים.

9 נתונה סדרה הנדסית A שאיבריה הם:  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2n}$ . סכום המחצית הראשונה

של האיברים הוא 80. סכום המחצית השנייה של האיברים הוא 6480.

האיבר חמישי בסדרה גדול פי 27 מהאיבר השני.

א. מצאו את מנת הסדרה ואת מספר האיברים בה.

ב. מאיברי הסדרה A בונים סדרה חדשה B אופן הבא:  $b_n = a_n \cdot a_{n+1}$ .

הוכיחו שהסדרה B היא סדרה הנדסית ומצאו את מנתה.

### חלק ב

צפו בסרטון  היעזרו ביישומון  וענו על השאלות הבאות:



סרטון

### סדרת האיברים במקומות הזוגיים והאי זוגיים

נתונה סדרה הנדסית שבה  $n$  איברים:  $a_1, a_2, a_3 \dots a_n$ .



יישומון

סדרה האיברים במקומות האי-זוגיים	סדרה האיברים במקומות האי-זוגיים	סדרה הנדסית מקורית	
$a_2, a_4, a_6 \dots a_{2k}$	$a_1, a_3, a_5 \dots a_{2k-1}$	$a_1, a_2, a_3 \dots a_n$	מספר איברים זוגי $n = 2k$
$a_2, a_4, a_6 \dots a_{2k}$	$a_1, a_3, a_5 \dots a_{2k+1}$		מספר איברים אי זוגי $n = 2k + 1$
$a_2$	$a_1$	$a_1$	איבר ראשון
$q^2$	$q^2$	$q$	מנת הסדרה
$k$	$k$	$n$	מספר איברים זוגי $n = 2k$
$k$	$k + 1$		מספר איברים אי זוגי $n = 2k + 1$

10 בסדרה הנדסית  $2n$  איברים. בסדרה זו שווה סכום  $n$  האיברים העומדים במקומות הזוגיים

ל- (2730-) וסכום  $n$  האיברים העומדים במקומות האי זוגיים שווה ל-1365.

האיבר הראשון בסדרה שווה ל-1.

א. מצאו את מנת הסדרה.

ב. מצאו את מספר האיברים בסדרה.

11 בסדרה הנדסית 11 איברים.

א. מספר האיברים במקומות הזוגיים הוא: \_\_\_\_\_

ב. מספר האיברים במקומות האי זוגיים הוא: \_\_\_\_\_

ג. נתון כי מנת הסדרה היא  $q = 0.5$ , האיבר הראשון הוא  $a_1 = 512$ .

מצאו את סכום האיברים במקומות הזוגיים ואת סכום האיברים במקומות האי זוגיים.

**(12)** נתון איבר כללי בסדרה:  $a_n = -2 \cdot 3^{n-1}$ .

- א. עבור כל אחת מהטענות הבאות קבעו האם היא נכונה או לא:
- (1) הסדרה היא סדרה הנדסית עולה ומנתה 2.
  - (2) הסדרה היא סדרה הנדסית עולה ומנתה 3.
  - (3) הסדרה לא עולה ולא יורדת.
  - (4) הסדרה היא סדרה הנדסית יורדת ומנתה 3.
- ב. אם נתון שבסדרה  $2n$  איברים, ענו על הסעיפים הבאים:
- (1) מצאו ביטוי לסכום איברי הסדרה.
  - (2) מצאו ביטוי לסכום האיברים במקומות הזוגיים.
  - (3) מצאו ביטוי לסכום האיברים במקומות האי-זוגיים.
- ג. אם נתון שבסדרה  $2n+1$  איברים, ענו על הסעיפים הבאים:
- (1) מצאו ביטוי לסכום איברי הסדרה.
  - (2) מצאו ביטוי לסכום האיברים במקומות הזוגיים.
  - (3) מצאו ביטוי לסכום האיברים במקומות האי-זוגיים.

**(13)** נתון איבר כללי בסדרה:  $a_n = 5^n$ .

- א. הוכיחו כי הסדרה היא סדרה הנדסית ומצאו את מנתה ואת האיבר הראשון שלה.
- ב. בסדרה 7 איברים מצאו את סכום הסדרה.
- ג. שינו את הסימנים של האיברים במקומות הזוגיים. מצאו את סכום הסדרה שהתקבלה.
- ד. נתון:  $T_5 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2$ , מצאו את  $T$ .

**(14)** שאלות לתרגול נוסף עם פתרונות מלאים באתר גול: [שאלה 1](#), [שאלה 2](#), [שאלה 3](#), [שאלה 4](#).



## תשובות סופיות

- (1) א. 4372      ב. 13,120      ג. 8748
- (2) מספר איברים: 10, איבר אחרון: -1536.
- (3) א. 93      ב.  $S_n = 3 \cdot 2^n - 3$
- (4) א.  $S_6 = 315, S_7 = 635$  ו-  $a_7 = 320$
- ב.  $a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$       ג.  $a_{n+1} = 5 \cdot 2^n$
- (5) א.  $a_n = 2^n$       ב.  $a_{n+1} = 2^{n+1}$       ג. 2      ד.  $a_1 = 2, S_1 = 4$       ה.  $a_1 \neq S_1$
- (6) בסדרה 8 איברים, כלומר:  $2n = 8$ .
- (7) א. 29,524, -797,148      ב.  $a_7 = -1458$
- (8) היחס הוא:  $\frac{1}{q}$
- (9) א.  $q = 3, 2n = 8$       ב. 9
- (10) א.  $q = -2$       ב.  $2n = 12$
- (11) א. 5      ב. 6      ג. 341, 682.5
- (12) א. לא נכון, לא נכון, לא נכון, נכון      ב.  $1 - 3^{2n}, \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \cdot 3^{2n}, \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cdot 3^{2n}$
- ג.  $1 - 3^{2n+1}, \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \cdot 3^{2n}, \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cdot 3^{2n+2}$
- (13) א.  $a_1 = 5, q = 5$       ב. 97,655      ג. 65,105      ד. 10,172,525