

שאלות קצרות – דף 3

דף עבודה – שאלון 571



לאחר שתתחברו לחשבון GOOL שלכם, צפו ברביעיית הסרטונים החל מ- וענו על השאלות הבאות:



(1) נתונה הפונקציה $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$.

לפניכם סדרת טענות, קבעו עבור כל טענה אם היא נכונה. נמקו קביעתכם.

- לפונקציה 3 נקודות קיצון.
- לפונקציה נקודת פיתול אחת.
- בנקודות הקיצון של הפונקציה הנגזרת שווה אפס.
- המרחק בין נקודות המינימום המוחלט של הפונקציה הוא 2.
- המשוואה $f(x) = 0.5$ יש בדיוק 4 פתרונות.
- קיימים אינסוף ערכים של k עבורם למשוואה $f(x) = k$ אין פתרון.
- לכל ערך של $k \geq 0$ למשוואה $f(x) = k$ יש לפחות שני פתרונות.

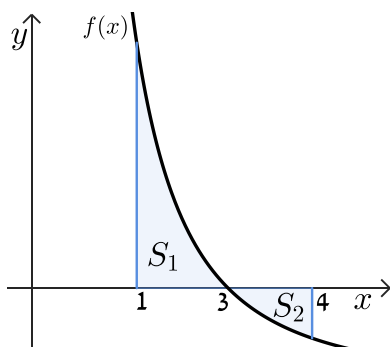
ח. $\int_1^3 f(x) dx < 2$

ט. $f'(1.5) \cdot f''(1.5) \cdot f(0) > 0$

(2) נתון גרף הפונקציה $f(x)$. נסמן ב- S_1 ו- S_2 את השטחים המקווקיים (בסרטוט המצורף).

נתון: $S = S_1 + S_2$, $S_1 > S_2$. תהי $F(x)$ פונקציה קדומה של $f(x)$.

לפניכם סדרת טענות, קבעו עבור כל טענה אם היא נכונה או לא. נמקו קביעתכם.



א. $\int_1^4 f(x) dx = F(4) - F(1)$

ב. $S = F(4) - F(1)$

ג. $S = \int_1^4 f(x) dx$

ד. $S = \int_1^3 f(x) dx - \int_3^4 f(x) dx$

ה. בתחום $1 < x < 4$ לפונקציה $F(x)$ יש נקודת קיצון מסוג מקסימום.

ו. $\int_1^4 f(x) dx > 0$

(3) נתונה סדרה הנדסית אינסופית עולה A שאיבריה הם $a_1, a_2, a_3, \dots$ ומנתה q . נתון: כל איברי הסדרה A שליליים.

א. מה הם הערכים של q המתאימים לתנאי הבעיה?

$$b_n = \frac{(-1)^n}{a_n} \text{ כן: } B \text{ חדשה}$$

ב. הוכיחו שהסדרה B היא סדרה הנדסית והביעו את מנתה באמצעות q .

ג. קבעו אלו מהטענות הבאות נכונה בהכרח. נמקו קביעתכם.

(1) הסדרה B היא סדרה מתכנסת.

(2) הסכום $b_2 + b_4 + b_6 + b_8 + b_{10}$ הוא חיובי.

(3) $b_{15} > a_{15}$

(4) ענו על הסעיפים הבאים:

א. הוכיחו בעזרת אינדוקציה או בדרך אחרת כי השוויון הבא נכון עבור כל n טבעי המקיים $n > 1$.

$$1 \cdot 3^0 + 2 \cdot 3^1 + 3 \cdot 3^2 + \dots + n \cdot 3^{n-1} = \frac{1}{4} (n \cdot 3^{n+1} - (n+1) \cdot 3^n + 1)$$

ב. נתון כי בטור הנתון בסעיף א' יש 15 איברים. חשבו את סכום 5 האיברים האחרונים.

(5) בסביבון 4 פאות, על הפאות רשומות האותיות: נ', ג', ה', פ' אות על כל פאה. דני סובב את הסביבון 5 פעמים ובכל פעם שהסביבון נפל דני רשם את האות שהתקבלה.

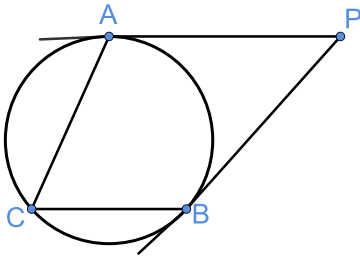
א. מה ההסתברות שדני קיבל 4 פעמים את האות נ'?

ב. מה ההסתברות שדני קיבל פעם אחת את האות ג' ו-4 פעמים את האות נ'?

ג. מה ההסתברות שדני קיבל: נ', ג', נ', נ', נ' בסדר הזה?

ד. דני החליט שהוא מסובב את הסביבון עד שהוא מקבל 4 פעמים את האות נ' ואז מפסיק. מה ההסתברות שדני יפסיק אחרי הפעם השביעית?

6) PA ו-PB הם שני משיקים למעגל. BC הוא מיתר המקביל למשיק AP.



א. הוכיחו: $\triangle ACB \sim \triangle PAB$.

במבחן היה נתון כי: $AP = 2BC$,
התלמידים התבקשו למצוא פי כמה גדול שטח המרובע APBC
משטח המשולש ABC.

תלמיד הגיש את הפתרון הבא:

$\triangle ABC \sim \triangle PAB$ - הוכח ב-א'.

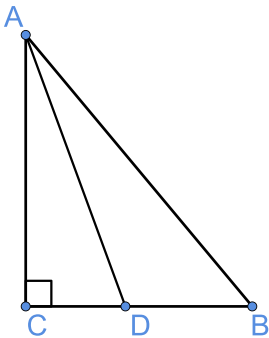
$AP = 2BC$ - נתון, מכאן נובע - יחס הדימיון הוא 2:1.

$$S_{APB} = 4 \cdot S_{ABC} \Leftarrow$$

$$S_{APBC} = S_{APB} + S_{ABC} = 5 \cdot S_{ABC} \Leftarrow$$

$$S_{APBC} = 5 \cdot S_{ABC} \Leftarrow$$

ב. האם התלמיד צודק? נמקו קביעתכם.



7) במשולש ישר זווית ABC ($\angle BCA = 90^\circ$),

חוצה הזווית AD מחלק את הצלע BC ביחס של 2:3. נתון $\angle DAC = \alpha$.

א. מהו היחס בין רדיוס המעגל החוסם את משולש

ACD לרדיוס המעגל החוסם את משולש ABD?

ב. חשבו את היחס בין שטח המשולש ABD לשטח המשולש OBD.

ג. האם יתכן כי שטח המשולש ADB גדול פי 2 משטח המשולש OBD?

תשובות סופיות:

(1) א. נכונה – נקודות האפס של הפונקציה: $x^2 - 4x + 3$ הופכות לנקודות מינימום.
 ב. לא נכונה, יש שתי נקודות פיתול.

ג. לא נכונה, עבור נקודות המינימום $(1,0)$, $(3,0)$.

ד. נכונה.

ה. נכונה, כיוון שנקודת המקסימום של הפונקציה היא $(2,1)$.

ו. נכונה, עבור $k < 0$.

ז. נכונה.

ח. נכונה.

ט. לא נכונה כיון ש- $f'(1.5) \cdot f''(1.5) \cdot f(0) < 0$.

(2) א. נכונה ב. לא נכונה ג. לא נכונה ד. נכונה ה. נכונה ו. נכונה.

(3) א. $0 < q < 1$ ב. $-\frac{1}{q}$ ג. (1) לא נכונה (2) לא נכונה (3) נכונה.

(4) א. הוכחה. ב. 103,749,093.

(5) א. $\frac{15}{1024}$ ב. $\frac{5}{1024}$ ג. $\frac{1}{1024}$ ד. $\frac{135}{4096}$

(6) א. הוכחה. ב. לא.

(7) א. 2:3 ב. $\frac{S_{ABD}}{S_{OBD}} = \frac{4}{3}$ ג. לא.