

שאלות קצרות – דף 2

דף עבודה – שאלון 571



ללאחר שתתחברו לחשבון GOOL שלכם, צפו ברביעיית הסרטונים החל מ- וענו על השאלות הבאות:



(1) נתונה הפונקציה $f_1(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$.

למי מבין הפונקציות הבאות גרף זהה לגרף של $f_1(x)$? נמקו.

$$f_2(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+2}}, f_3(x) = \frac{x}{x} \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}, f_4(x) = \frac{x-1}{x-1} \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}, f_5(x) = \sqrt{\frac{(x-1)^2}{(x+2)(x-1)}}$$

(2) נתון כי $f(x)$ פונקציה חיובית. נסמן:

$$\int_1^3 f(x) dx = A, \int_4^8 f(x-3) dx = B, \int_{-2}^1 f(x+3) dx = C$$

בחרו את התשובה הנכונה ונמקו:

א. $A < B < C$

ב. $C < B < A$

ג. $A < C < B$

ד. $B < A < C$

(3) A_n היא סדרה הנדסית שמנתה מקיימת: $|q| < 1$.

כל איבר בסדרה שווה למחצית סכום שאר האיברים הבאים אחריו. מצאו את q .

(4) ענו על הסעיפים הבאים:

א. הוכיחו בעזרת אינדוקציה או בדרך אחרת כי השוויון הבא נכון עבור כל n טבעי

$$1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 4^2 + \dots + (n-1) \cdot n^2 = \frac{n(n^2-1)(3n+2)}{12} \quad : n > 1$$

ב. נתון כי סכום הסדרה הוא: $n^4 - 2n^3 + n^2$.

(1) כמה איברים יש בסדרה?

(2) מהו סכום הסדרה (ערך מספרי)?

(5) נתונים שני מאורעות A ו-B. נתון כי $P(A) \neq 0$ ו- $P(B) \neq 0$.

עבור כל טענה מהטענות הבאות קבעו אם היא נכונה או לא ונמקו:

א. אם מתקיים $P(B/A) = P(B/\bar{A})$, אזי המאורעות A ו-B בלתי תלויים.

ב. אם מתקיים $P(A/B) = P(A)$, אזי המאורעות A ו-B תלויים.

ג. אם מתקיים $P(A/B) = P(B)$, אזי בהכרח $P(A) = P(B)$.

ד. אם A ו-B בלתי תלויים ומתקיים $P(A/B) = P(B)$ אזי $P(A) = P(B)$.

ה. אם A ו-B מאורעות זרים אז הם בלתי תלויים.

(6) נתון משולש ישר זווית ABC ($\angle B = 90^\circ$). הקטע CD הוא חוצה הזווית $\angle C$.

קבעו אלו מהטענות הבאות נכונות ואלו שגויות. נמקו.

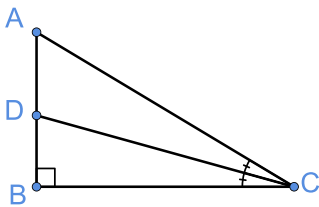
א. שמעון טען כי $AD = DB$.

ב. שרה טענה כי $AD = DB$ רק במקרה ש- $\angle C = 45^\circ$.

(כי לדבריה "במשולש שווה שוקיים חוצה הזווית הוא גם תיכון").

ג. רחל טענה כי $AD > DB$.

ד. נפתלי טען כי $AD < DB$.



(7) לפניכם מעגל שרדיוסו 1 החסום במצולע משוכלל וחוסם מצולע משוכלל.

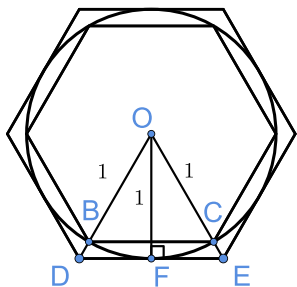
המצולעים בעלי אותו מספר צלעות.

א. עבור משושה משוכלל (ראו סרטוט):

(1) חשבו את $\angle BOC$.

(2) הראו כי $S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \sin(60^\circ)$ וחשבו את שטח המשושה החסום.

(3) הראו כי $S_{\triangle DOE} = \tan(30^\circ)$ וחשבו את שטח המשושה החסום.



ב. עבור 2 מצולעים משוכללים בעלי n צלעות:

(1) הביעו את שטח המצולע החסום באמצעות n.

(2) הביעו את שטח המצולע החסום באמצעות n.

(3) הראו כי שטח המעגל הוא π , והסבירו מדוע שטח המעגל גדול מהמצולע החסום

וקטן מהמצולע החסום. מה קורה למצולעים ככל ש n גדל?

ג. הציבו $n = 100$ ובדקו, האם קיבלתם את אי השוויון הבא: $3.1395... < \pi < 3.1426...$?

במאה השלישית לפנה"ס, פיתח ארכימדס לראשונה שיטה לחישוב ערכו של π בכל רמת דיוק רצויה. הוא השתמש בדרך דומה למתואר בתרגיל זה, אלא שהוא עשה זאת עם חישוב היקפים ולא שטחים. כאשר $n \rightarrow \infty$ שני המצולעים מתקרבים בצורתם למעגל ושטחיהם/היקפם מתכנסים לאלו של מעגל. יישומון הממחיש את התרגיל בצורה ויזואלית:



יישומון



תשובות סופיות:

(1) $f_3(x)$

(2) $A < C < B$

(3) $q = \frac{2}{3}$

(4) א. הוכחה. ב. (1) איבר אחד. ב. (2) 4.

(5) א. נכונה ב. לא נכונה ג. לא נכונה ד. נכונה ה. לא נכונה.

(6) א. לא נכונה – לפי מ. חוצה הזווית מכיוון ש- $AC > BC$ (היתר גדול מהניצב) מתקבל: $AD > DB$.
 ב. לא נכונה – במשולש שווה-שוקיים, חוצה זווית הוא תיכון רק אם הוא יוצא מזווית הראש.
 ג. נכונה – לפי משפט חוצה הזווית. ד. לא נכונה – לפי משפט חוצה הזווית.

(7) א. (1) $\angle BOC = 60^\circ$ א. (2) $3\sin(60^\circ) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \approx 2.598$ א. (3) $6\tan(30^\circ) = 2\sqrt{3} \approx 3.464$

ב. (1) $\frac{n}{2} \sin\left(\frac{360^\circ}{n}\right)$ ב. (2) $n \cdot \tan\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$

ב. (3) המצולע הקטן מוכל כולו במעגל החוסם. המצולע הגדול מכיל את כל המעגל.
 ככל ש- n גדל המצולעים "קרובים" יותר למעגל.
 ג. הצבה.