

# אינטגרל כפונקציית "הצטברות של שטח"

## דף עבודה – שאלון 571

לאחר שתתחברו לחשבון GOOL שלכם, צפו בסרטון היעזרו ביישומון וענו על השאלות הבאות:



יישומון



1) הגרף הבא מציג את הרווח/הפסד היומי של חברת "חמש בריבוע" באלפי ש"ח במשך 10 ימים. מספר חיובי מציין רווח באותו יום ואילו מספר שלילי מציין הפסד.

בתחילת היום הראשון יתרת המזומן של החברה היה 0 ש"ח.

בשאלות הבאות, התייחסו ליתרת המזומנים בסוף היום.

א. מה הייתה היתרה לאחר 3 ימים?

ב. מה הייתה היתרה לאחר 5 ימים?

ג. מה הייתה היתרה לאחר 6 ימים?

ד. בכמה ימים הייתה היתרה שלילית? באילו ימים?

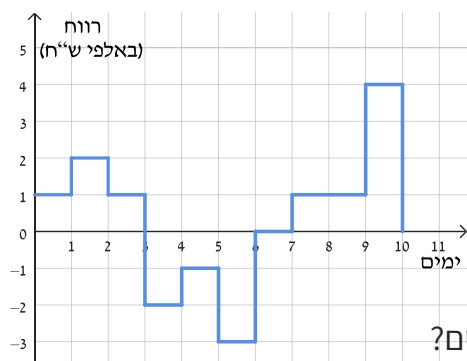
ה. בכמה ימים הייתה היתרה בסוף היום 0 ש"ח? באילו ימים?

ו. מה הייתה היתרה בסוף היום העשירי?

ז. חשבו את השטח בין הפונקציה לציר ה-x במשך 10 הימים, כאשר השטח שמתחת

לציר ה-x מחושב כ"שטח שלילי". מה הקשר של התוצאה לסעיף ו?

ח. סרטטו על הגרף הנתון סכמה של היתרה המצטברת של החברה.



2) בגרף הבא מתוארת הפונקציה  $f(x)$ .

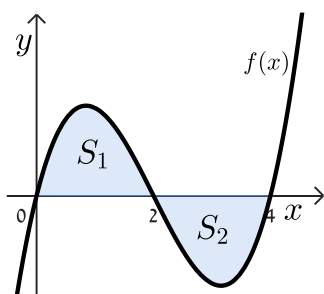
נגדיר פונקציה צוברת שטח:  $F(x) = \int_0^x f(u) du$  המוגדרת עבור  $x \geq 0$ .

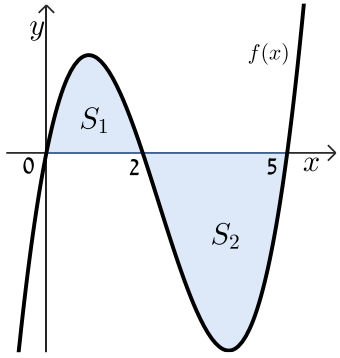
ענו על הסעיפים הבאים (נמקו תשובותיכם):

א. נכון/לא נכון:  $S_1 + S_2 = \int_0^4 f(u) du$

ב. נתון:  $S_1 = S_2 = 5$ . חשבו:  $F(0) = \underline{\quad}$ ,  $F(4) = \underline{\quad}$ ,  $F(2) = \underline{\quad}$ .

ג. נכון/לא נכון:  $F(5) > 0$ .





(3) הפונקציה  $f(x)$  מתוארת בגרף הבא. נתון:  $S_1 < S_2$ .

נגדיר פונקציה צוברת שטח:  $F(x) = \int_0^x f(u) du$  המוגדרת עבור  $x \geq 0$ .

א. עבור כל אחת מהטענות הבאות קבעו אם היא נכונה או לא ונמקו:

(1)  $F(x) \geq 0$  לכל  $x$  בתחום הגדרתה.

(2)  $F(x) > 0$  עבור  $x > 5$ .

(3)  $F(x) < 0$  בכל התחום  $2 < x < 5$ .

(4) קיים  $x$  בתחום  $2 < x < 5$  עבורו מתקיים  $F(x) = 0$ .

(5) קיים  $x$  בתחום  $x > 5$  עבורו מתקיים  $F(x) = 0$ .

ב. עבור כל אחת מהטענות הבאות קבעו אם היא נכונה או לא ונמקו:

(1) ל- $F(x)$  יש נקודת מקסימום בתחום  $0 < x < 2$ .

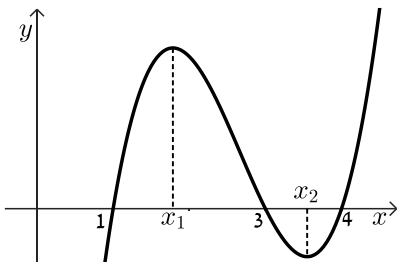
(2) ל- $F(x)$  יש נקודת מינימום בתחום  $2 < x < 5$ .

(3) ל- $F(x)$  יש נקודת מקסימום ב- $x=2$ .

(4) ל- $F(x)$  יש נקודת מינימום ב- $x=5$ .

ג. הביעו בעזרת  $S_1$  ו- $S_2$  את ערכה המינימלי של  $F(x)$ .

ד. קבעו האם הטענה הבאה נכונה:  $F'(x) = f(x)$  בתחום הגדרתה של  $F$ .



(4) צפו בסרטון וענו על השאלות הבאות: הפונקציה  $f(x)$  מתוארת בגרף הבא.

נגדיר פונקציה צוברת שטח:  $F(x) = \int_0^x f(u) du$  המוגדרת עבור  $x \geq 1$ .

ענו על הסעיפים הבאים.

הביעו תשובותיכם במידת הצורך בעזרת  $x_1$  ו- $x_2$  (נמקו תשובותיכם):

א.  $F(1) = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. מצאו את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של  $F(x)$  ואת סוגן.

ג. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של  $F(x)$ .

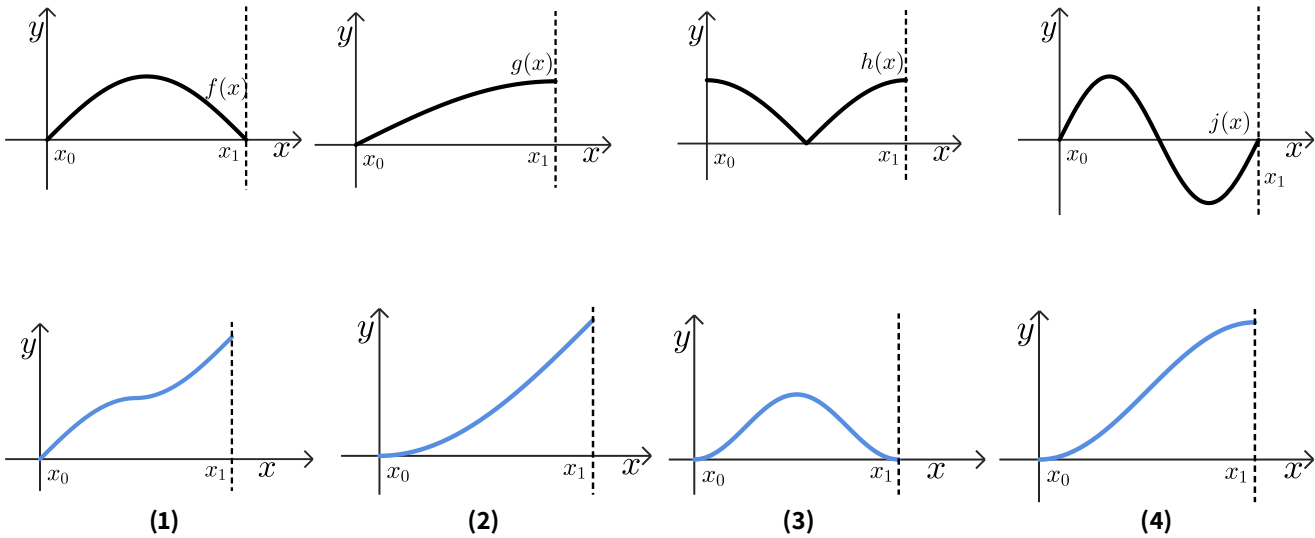
ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של  $F(x)$ .

ה. מצאו את שיעורי ה- $x$  של נקודות הפיתול ואת תחומי הקעירות של  $F(x)$ .

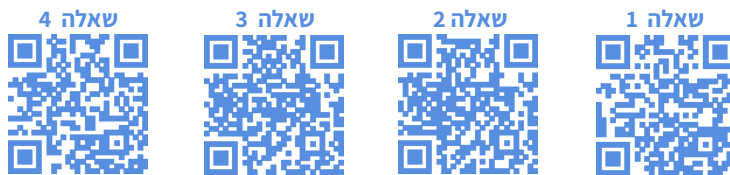
סרטון



5) התאימו לכל אחת מהפונקציות את הפונקציה צוברת השטח שלה בתחום  $x_0 \leq x \leq x_1$ .



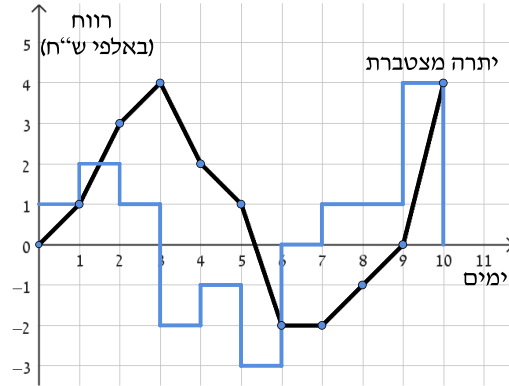
6) שאלות לתרגול נוסף עם פתרונות מלאים מאתר גול: [שאלה 1](#), [שאלה 2](#), [שאלה 3](#), [שאלה 4](#).



### סיכום:

- ערך פונקציית ההצטברות בקצה התחום התחתון הוא אפס:  $F(a) = 0$ .
- כאשר הפונקציה הנתונה חיובית פונקציית ההצטברות עולה (כי מצטבר גודל חיובי).
- כאשר הפונקציה הנתונה שלילית פונקציית ההצטברות יורדת (כי מצטבר גודל שלילי).
- כאשר הפונקציה הנתונה חיובית ועולה פונקציית ההצטברות עולה באופן קעור כלפי מעלה (כי מצטבר גודל חיובי שהולך וגדל יותר ויותר).
- כאשר הפונקציה הנתונה חיובית ויורדת פונקציית ההצטברות עולה באופן קעור כלפי מטה (כי מצטבר גודל חיובי שהולך וגדל פחות ופחות).

- (1) א. 4 ב. 1 ג. -2 ד. 3 ימים-6,7,8 ה. ביום ה-9 בלבד.  
ו. 4 ז. שטח 4 ריבועים. מתאים ל-4 אלף ש"ח יתרה ביום העשירי.  
ח.



- (2) א. לא נכון, כי באינטגרל מצטבר "שטח שלילי".  
ב.  $F(0)=0, F(2)=5, F(4)=0$ .  
ג. נכון. בין 4 ל-5 מצטבר שטח חיובי.
- (3) א. (1) לא נכון.  $S_2$  גורם לצבירת "שטח שלילי" גדול מ- $S_1$  בערכו המוחלט.  
(2) לא נכון. (3) לא נכון. (4) נכון. (5) נכון.  
ב. (1) לא נכון. (2) לא נכון. (3) נכון. (4) נכון.  
ג.  $S_1 - S_2$ .
- ד. נכון. קצב ההצטברות נקבע ע"י הפונקציה, כלומר הפונקציה היא נגזרת פונקציית ההצטברות (מתבסס על ה"משפט היסודי של החדו"א").
- (4) א.  $F(1) = 0$ . ב. מקסימום:  $x=3$ , מינימום:  $x=4$ . ג. חיוביות:  $x > 1$  שליליות: אין.  
ד. עלייה:  $1 < x < 3$  או  $x > 4$ . ירידה:  $3 < x < 4$ .  
ה. שיעורי x של נקודות הפיתול:  $x_1, x_2$ .
- קעירות כלפי מעלה:  $1 < x < x_1$  או  $x_2 < x$ . קעירות כלפי מטה:  $x_1 < x < x_2$ .
- (5)  $f(x) \rightarrow 4, g(x) \rightarrow 2, h(x) \rightarrow 1, j(x) \rightarrow 3$