

הנגזרת כקצב השתנות

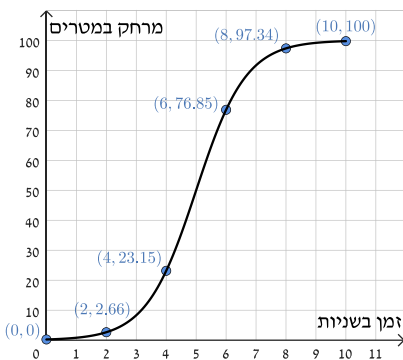
דף עבודה – שאלון 571

לאחר שתתחברו לחשבון GOOL שלכם, צפו בסרטון וענו על השאלות הבאות:



חלק א – ריצת 100 מטר

1 גרף הפונקציה הבא מתאר ריצה של האצן המצטיין ל-100 מטר, יוסיין בולט בצעירותו.



התבוננו בגרף וענו על השאלות הבאות:

- מה הגרף יכול לספר לנו על מהלך הריצה?
(מתי הוא רץ מהר יותר ומתי לאט יותר, מתי הוא אולי התעייף?)
- תוך כמה שניות סיים האצן את 100 המטרים?
מהי מהירותו הממוצעת של האצן?
(תזכורת: מהירות ממוצעת מחושבת ע"י

הנוסחה הבאה: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, כלומר חלוקת סה"כ המרחק בסה"כ הזמן).

ג. חשבו את המהירות הממוצעת בכל מקטע של 2 שניות ומלאו את הטבלה הבאה:


פרק זמן	מרחק [m]	מהירות ממוצעת $\left[\frac{m}{sec} \right]$
0-2		
2-4		
4-6		
6-8		
8-10		

2 ענו על הסעיפים הבאים:

- באיזה מקטע הייתה מהירות האצן הגבוהה ביותר? הנמוכה ביותר?
- באיזה מקטע קצב ההשתנות של הפונקציה היה הגבוה יותר? הנמוך יותר?

3 נסחו השערה: "קצב ההשתנות של פונקציה זו מתאר את _____".

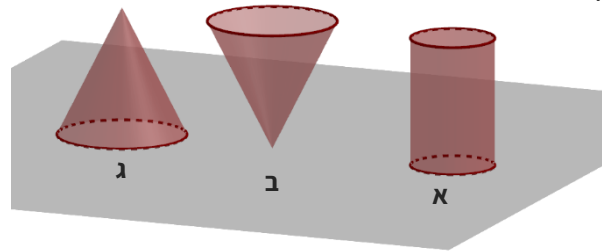
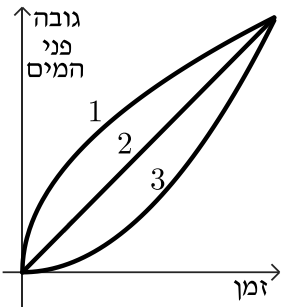


(4) פתחו את היישומון  והציגו את גרף המהירות הרגעית של האצן. שימו לב שהערכים בגרף המהירות שונים במעט מהערכים בטבלה. האם תוכלו להציע הסבר לכך?

(5) השתמשו בכלי "חישוב קצב השתנות" לבדיקת קצב ההשתנות בין נקודות במרווחים קטנים יותר ובדקו אם קיימת התאמה טובה יותר לערכי המהירות בגרף. בחרו בתשובה הנכונה.
 ככל שנקטין את מרווחי הזמן בחישוב, המהירות הממוצעת:
 א. תתקרב למהירות הרגעית.
 ב. תתרחק מהמהירות הרגעית.
 ג. לא תשתנה.

חלק ב - מילוי כדים

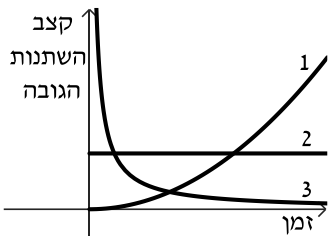
(6) שלושת הכלים א'-ג' שבסרטוט הם שווים נפח ומתמלאים במים בקצב אחיד. גרפים 1-3 מתארים את שינוי גובה פני המים בכל כלי כפונקציה של הזמן. התאימו כל גרף לכלי המתאים.



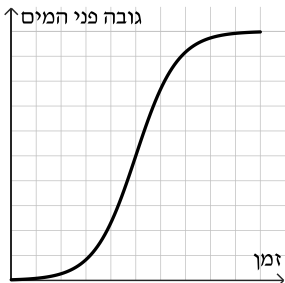
היעזרו ביישומון  ובדקו את תשובתכם. הסבירו את התנהגות קצב ההשתנות של כל גרף.



(7) לפניכם שלושה גרפים המייצגים את קצב השתנות גובה פני המים בכל מיכל. התאימו כל גרף לכלי המתאים והסבירו את שיקוליכם. מדוע גרף 1 מתחיל בערך מאוד גבוה?



(8) מה הקשר בין הגרף המתאר את קצב השינוי של הפונקציה לבין שיפוע הפונקציה?



(9) סרטוט ציור אפשרי של מיכל שהגרף המתאר את מילוי נראה כך:

סיכום:

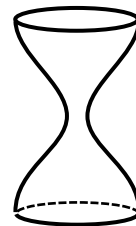
בדוגמאות שהובאו כאן, ראינו כי קצב השתנות הגרף מתאר מהירות (של האצן או שינוי גובה המים). קצב ההשתנות של הפונקציה מתואר ע"י שיפוע בנקודה שנמצאת על גרף הפונקציה. בהמשך נראה כי לקצב ההשתנות קוראים **נגזרת הפונקציה** ונלמד איך מחשבים אותה.

תשובות סופיות:

- (1) א. האצן רץ תחילה בקצב שהולך וגדל במשך 5 השניות הראשונות לריצה. לאחר מכן הוא מאט עד שמגיע לעצירה מוחלטת לאחר 10 שניות ונמצא במרחק של 100 מטרים מנקודת ההתחלה
 ב. האצן סיים את הריצה תוך 10 שניות ומהירותו הממוצעת היא: $10 \frac{m}{sec}$ (10 מטרים לשנייה).
 ג. להלן טבלה:

פרק זמן	מרחק (m)	מהירות ממוצעת $\left(\frac{m}{sec}\right)$
0-2	2.66	1.33
2-4	20.49	10.245
4-6	53.7	26.85
6-8	20.49	10.245
8-10	2.66	1.33

- (2) א. המהירות הגבוהה ביותר: במקטע 4-6. הנמוכה ביותר במקטעים 0-2 ו- 8-10.
 ב. קצב ההשתנות הגבוה ביותר: במקטע 4-6. הנמוך ביותר במקטעים 0-2 ו- 8-10.
 (3) קצב ההשתנות פונקציה זו מתאר את **מהירות האצן**.
 (4) השוני נובע מההבדל בין מהירות ממוצעת למהירות רגעית.
 (5) תשובה א.
 (6) א. 2 ב. 1 ג. 3.
 (7) א. 2 ב. 3 ג. 1. הסבר: קוטר החרוט ההפוך מאוד קטן (מתחיל באפס) בתחילתו, ולכן מספיקים מעט מאוד מים כדי להעלות את הגובה מאוד מהר. לעומת זאת קצב השתנות גובה המים בגליל הוא אחיד וקצב השתנות גובה המים בחרוט הישר גדל לאט עקב הבסיס הגדול, אך עולה מהר כלפי חוד החרוט.
 (8) השיפוע בגרף הפונקציה מתאר את קצב השינוי, כלומר הוא מתאר את השינוי של הגובה בתלות בזמן. ככל ששיפוע הגרף בנקודה מסוימת גדול יותר כך קצב ההשתנות גדול יותר. מאידך, כאשר השיפוע של נקודה על הגרף הוא מתון, קצב השינוי הוא נמוך.



- (9) איור לדוגמה: