

שאלות קצרות – דף 3

דף עבודה – שאלון 571



לאחר שתתחברו לחשבון GOOL שלכם, צפו ברביעיית הסרטונים החל מ- וענו על השאלות הבאות:

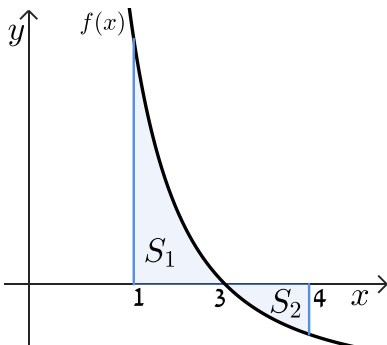
1. נתונה הפונקציה $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$.
לפניכם סדרת טענות, קבעו עבור כל טענה אם היא נכונה. נמקו קביעתכם.

- א. לפונקציה 3 נקודות קיצון.
- ב. לפונקציה נקודת פיתול אחת.
- ג. בנקודות הקיצון של הפונקציה הנגזרת שווה אפס.
- ד. המרחק בין נקודות המינימום המוחלט של הפונקציה הוא 2.
- ה. למשוואה $f(x) = 0.5$ יש בדיוק 4 פתרונות.
- ו. קיימים אינסוף ערכים של k עבורם למשוואה $f(x) = k$ אין פתרון.
- ז. לכל ערך של $k \geq 0$ למשוואה $f(x) = k$ יש לפחות שני פתרונות.

ח. $\int_1^3 f(x) dx < 2$

ט. $f'(1.5) \cdot f''(1.5) \cdot f(0) > 0$

2. נתון גרף הפונקציה $f(x)$. נסמן ב- S_1 ו- S_2 את השטחים המקווקים (בסרטוט המצורף). נתון: $S = S_1 + S_2$, $S_1 > S_2$. תהי $F(x)$ פונקציה קדומה של $f(x)$. לפניכם סדרת טענות, קבעו עבור כל טענה אם היא נכונה או לא. נמקו קביעתכם.



א. $\int_1^4 f(x) dx = F(4) - F(1)$

ב. $S = F(4) - F(1)$

ג. $S = \int_1^4 f(x) dx$

ד. $S = \int_1^3 f(x) dx - \int_3^4 f(x) dx$

ה. בתחום $1 < x < 4$ לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון מסוג מקסימום.

ו. $\int_1^4 f(x) dx > 0$

(3) נתונה סדרה הנדסית אינסופית עולה A שאיבריה הם a_1, a_2, a_3, \dots ומנתה q . נתון: כל איברי הסדרה A שליליים.

א. מה הם הערכים של q המתאימים לתנאי הבעיה?

$$b_n = \frac{(-1)^n}{a_n} \text{ כן: } B \text{ חדשה}$$

ב. הוכיחו שהסדרה B היא סדרה הנדסית והביעו את מנתה באמצעות q .

ג. קבעו אלו מהטענות הבאות נכונה בהכרח. נמקו קביעתכם.

(1) הסדרה B היא סדרה מתכנסת.

(2) הסכום $b_2 + b_4 + b_6 + b_8 + b_{10}$ הוא חיובי.

(3) $b_{15} > a_{15}$

(4) ענו על הסעיפים הבאים:

א. הוכיחו בעזרת אינדוקציה או בדרך אחרת כי השוויון הבא נכון

עבור כל n טבעי המקיים $n > 1$.

$$1 \cdot 3^0 + 2 \cdot 3^1 + 3 \cdot 3^2 + \dots + n \cdot 3^{n-1} = \frac{1}{4} (n \cdot 3^{n+1} - (n+1) \cdot 3^n + 1)$$

ב. נתון כי בטור הנתון בסעיף א' יש 15 איברים. חשבו את סכום 5 האיברים האחרונים.

(5) בסביבון 4 פאות, על הפאות רשומות האותיות: נ', ג', ה', פ' אות על כל פאה. דני סובב את הסביבון 5 פעמים ובכל פעם שהסביבון נפל דני רשם את האות שהתקבלה.

א. מה ההסתברות שדני קיבל 4 פעמים את האות נ'?

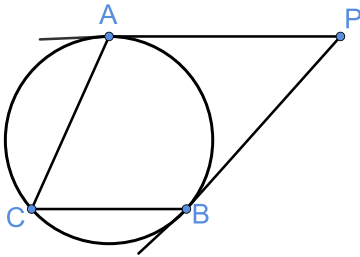
ב. מה ההסתברות שדני קיבל פעם אחת את האות ג' ו-4 פעמים את האות נ'?

ג. מה ההסתברות שדני קיבל: נ', ג', נ', נ', נ' בסדר הזה?

ד. דני החליט שהוא מסובב את הסביבון עד שהוא מקבל 4 פעמים את האות נ' ואז מפסיק.

מה ההסתברות שדני יפסיק אחרי הפעם השביעית?

6) PA ו-PB הם שני משיקים למעגל. BC הוא מיתר המקביל למשיק AP.



א. הוכיחו: $\triangle ACB \sim \triangle PAB$.

במבחן היה נתון כי: $AP = 2BC$,

התלמידים התבקשו למצוא פי כמה גדול שטח המרובע APBC

משטח המשולש ABC.

תלמיד הגיש את הפתרון הבא:

$\triangle ABC \sim \triangle PAB$ - הוכח ב-א'.

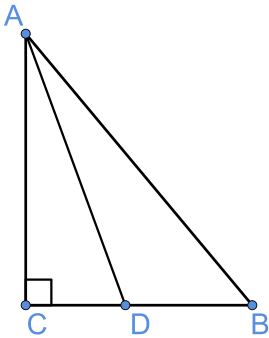
$AP = 2BC$ - נתון, מכאן נובע - יחס הדימיון הוא 2:1.

$$S_{APB} = 4 \cdot S_{ABC} \Leftarrow$$

$$S_{APBC} = S_{APB} + S_{ABC} = 5 \cdot S_{ABC} \Leftarrow$$

$$S_{APBC} = 5 \cdot S_{ABC} \Leftarrow$$

ב. האם התלמיד צודק? נמקו קביעתכם.



7) במשולש ישר זווית ABC ($\angle BCA = 90^\circ$),

חוצה הזווית AD מחלק את הצלע BC ביחס של 2:3. נתון $\angle DAC = \alpha$.

א. מהו היחס בין רדיוס המעגל החוסם את משולש

ACD לרדיוס המעגל החוסם את משולש ABD?

0 מרכז המעגל החוסם את המשולש ABD.

ב. הביעו באמצעות α את היחס בין שטח המשולש ABD לשטח המשולש OBD.

ג. האם יתכן כי שטח המשולש ADB גדול פי 2 משטח המשולש OBD?

תשובות סופיות:

- (1) א. נכונה – נקודות האפס של הפונקציה: $x^2 - 4x + 3$ הופכות לנקודות מינימום.
 ב. לא נכונה, יש שתי נקודות פיתול.
 ג. לא נכונה, עבור נקודות המינימום $(1,0)$, $(3,0)$.
 ד. נכונה.
 ה. נכונה, כיוון שנקודת המקסימום של הפונקציה היא $(2,1)$.
 ו. נכונה, עבור $k < 0$.
 ז. נכונה.
 ח. נכונה.
 ט. לא נכונה כיון ש- $f'(1.5) \cdot f''(1.5) \cdot f(0) < 0$.
- (2) א. נכונה ב. לא נכונה ג. לא נכונה ד. נכונה ה. נכונה ו. נכונה.
- (3) א. $0 < q < 1$ ב. $-\frac{1}{q}$ ג. (1) לא נכונה (2) לא נכונה (3) נכונה.
- (4) א. הוכחה. ב. 103,749,093.
- (5) א. $\frac{15}{1024}$ ב. $\frac{5}{1024}$ ג. $\frac{1}{1024}$ ד. $\frac{135}{4096}$.
- (6) א. הוכחה. ב. לא.
- (7) א. 2:3 ב. $2\cos(2\alpha)$, לא.