

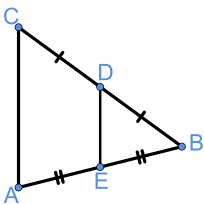
קטע אמצעים במשולש

דף עבודה - שאלון 471

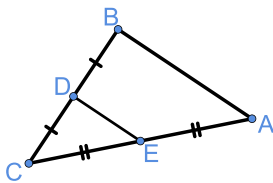
לאחר שתתחברו לחשבון GOOL שלכם, צפו בסרטון היעזרו ביישומון וענו על השאלות הבאות:



הגדרה: קטע המחבר אמצעי שתי צלעות במשולש הוא קטע אמצעים במשולש.
 אם: $BD = CD$ ו- $AE = BE$.
 אז: קטע אמצעים במשולש $\triangle ABC$.

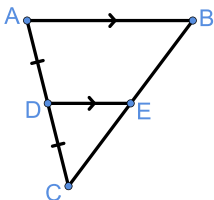


משפט: קטע אמצעים במשולש המחבר את האמצעים של שתי צלעות במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.

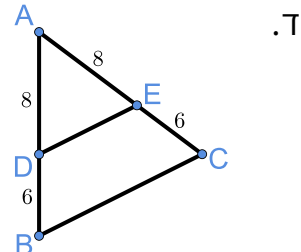
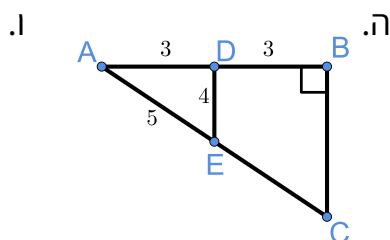
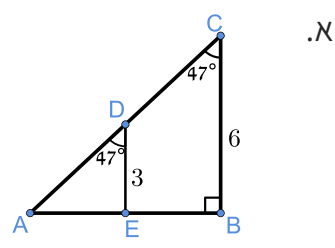
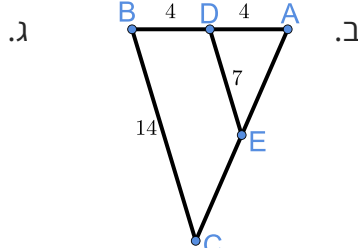
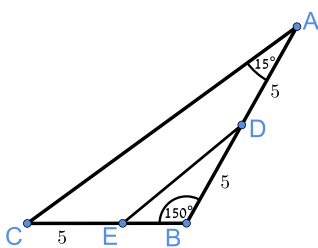


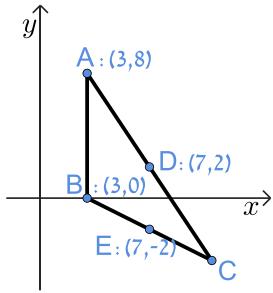
אם: $DE = \frac{1}{2} AB$ ו- $DE \parallel AB$ אז $CE = AE$ ו- $CD = BD$.
 המשפט נכון גם כיוון ההפוך.

משפט נוסף: קטע במשולש החוצה צלע אחת ומקביל לצלע השנייה, חוצה את הצלע השלישית.
 (לכן הוא קטע אמצעים במשולש)
 אם: $DE \parallel AB$ ו- $AD = CD$.
 אז: $CE = BE$.

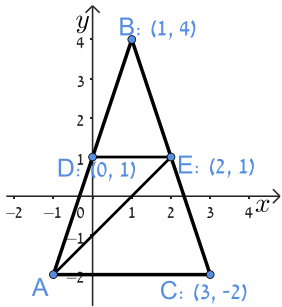


1) לפניך סרטוטים של קטע DE במשולשים $\triangle ABC$, קבע האם הקטע DE הוא קטע אמצעים בכל אחד מהמקרים:

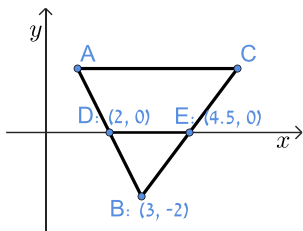




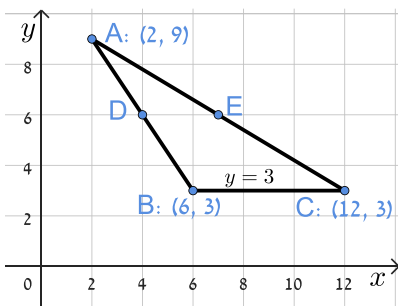
- (2) עודד התבונן בסרטוט, חישב את אורכי הקטעים AB ו-DE וקבע מיד שקטע DE הוא קטע אמצעים במשולש $\triangle ABC$.
- נסחו את המשפט הגיאומטרי עליו הסתמך עודד.
 - מצאו את שיעורי הנקודה C מבלי למצוא משוואות ישרים.
 - חשבו את שטח המשולש $\triangle CDE$.



- (3) נתון משולש ABC שווה שוקיים. נקודות D ו-E נמצאות על AB, BC בהתאמה. נתונות הנקודות: $D(0,1)$, $E(2,1)$, $C(3,-2)$, $B(1,4)$. כמו כן שיעור ה-y של הנקודה A הוא -2.
- הוכיחו כי קטע DE אמצעים במשולש ABC.
 - מצאו את שיעורי נקודה A בשלוש דרכים שונות.
 - מה ניתן לומר על השטחים של משולשים ABE, ACE? חשבו אותם.
 - העבירו מנקודה B חוצה זווית שחותך את AC בנקודה F ואת DE בנקודה G. מה ניתן לומר על הקטע DG ועל הקטע GE? נמקו על איזה משפט גיאומטריים התבססתם. מהי המסקנה שניתן ללמוד מכך?

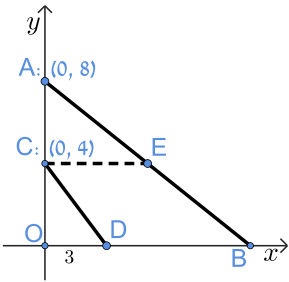


- (4) נתון קטע אמצעים במשולש ABC. התבוננו על הנקודות הנתונות בסרטוט.
- מצאו את שיעורי הנקודות A ו-C.
 - מצאו את היחס הבא: $\frac{S_{\triangle DBE}}{S_{\triangle ABC}}$.
 - הוכיחו שהמרובע ACED הוא טרפז וחשבו את שטחו.



- (5) קטע DE שאינו מסורטט הוא קטע אמצעים במשולש $\triangle ABC$.
- האם ייתכן שמשוואת קטע האמצעים DE המקביל לצלע BC היא $y = x + 5$? אם כן, הסבר. אחרת, רשמו את משוואתו ומצאו את נקודה E.
 - האם קיים קטע אמצעים נוסף במשולש היוצא מנקודה D? אם כן - מצאו את משוואתו. אם לא - הסבר מדוע.
 - מצאו את: $S_{\triangle BCE}$, $S_{\triangle CDE}$, $S_{\triangle BDE}$.
 - מצאו נקודה F על הישר $y = 3$, כך ששטח המשולש $S_{\triangle AFB}$ גדול פי 2 משטח המשולש $S_{\triangle ABC}$, מצאו את שתי האפשרויות.

(6) הנקודה $C(0,4)$ היא אמצע הקטע AO (0 ראשית הצירים) במשולש ΔABC .



הנקודה D נמצאת על ציר ה- x במרחק 3 יח' מימין לראשית.

א. מצאו את אורך הקטע CD בשתי דרכים שונות.

ב. הנקודה E נמצאת על הצלע AB כך שהקטע CE מקביל לציר ה- x .

ו- $CD=CE$. מצאו את שיעורי הנקודה E .

ג. האם CE הוא קטע אמצעים במשולש ΔAOB ?

ד. מצאו את שיעורי הנקודה B .

ה. האם CD קטע אמצעים ΔAOB ? הסבירו בשתי דרכים שונות.

(7) שאלות לתרגול נוסף עם פתרונות מלאים מתוך גול: [שאלה 1](#), [שאלה 2](#), [שאלה 3](#), [שאלה 4](#).



תשובות סופיות:

(1) א. שיעורי האיקס של הנקודות A ו-B זהים ולכן הצלע AB מקבילה לציר ה-y. באופן דומה, שיעורי האיקס של הנקודות D ו-E זהים ולכן גם הקטע DE מקביל לציר ה-y, ולכן $DE \parallel AB$. מכיוון שהישרים מקבילים לציר ה-y ניתן לחשב את אורכם ללא שימוש בנוסחת מרחק: $d_{AB} = 8 - 0 = 8$, ואילו $d_{DE} = 2 - (-2) = 4$. מצאנו שהקטע DE מקביל לצלע המשולש AB ושווה

למחציתה ולכן הוא קטע אמצעים במשולש.

ב. לפי נוסחת אמצע קטע, נקודה C היא $C(11, -4)$.

ג. $S_{\triangle CDE} = \frac{AB \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 8}{2} = 32$ (שימו לב - מנקודה C יורד גובה חיצוני לצלע AB).

(2) $y_D = y_E$ ולכן הקטע DE מקביל לציר ה-x. $y_C = y_A$ ולכן הקטע AC מקביל לציר ה-x ומתקיים: $DE \parallel AC$. לפי הגדרת אמצע קטע ניתן לראות שנקודה E היא אמצע BC, ולכן הקטע DE הוא קטע אמצעים במשולש: הוא חוצה צלע אחת ומקביל לצלע השנייה - ולכן חוצה את הצלע השלישית. ב. **דרך א':** $d_{DE} = 2 - 0 = 2$, מכיוון שקטע אמצעים שווה למחצית הבסיס נקבל $d_{AC} = 4$.

אם נזוז 4 צעדים שמאלה מנקודה $C(3, -2)$ ונקבל את נקודה $A(-1, -2)$.

דרך ב': לפי נוסחת אמצע קטע AB. נתון קצה הקטע $B(1, 4)$ ואמצע הקטע $D(0, 1)$ ולכן הקצה השני יהיה $A(-1, -2)$.

דרך ג': נמצא משוואת ישר AB לפי נקודה D שעליו ובאמצעות שיפוע באמצעות 2 נקודות נתונות:

$$d_{AB} = \frac{4-1}{1-0} = 3. \text{ נציב בנוסחת קו ישר: } y - 1 = 3(x - 0) \text{ ונקבל: } y = 3x + 1$$

נתון $y_A = -2$ ולכן נציב במשוואת הישר: $-2 = 3x + 1$ ונקבל $x_A = -1$.

ג. הקטע AE הוא תיכון במשולש $\triangle ABC$ ולכן חוצה את המשולש לשני משולשים שווים שטח. כלומר שטחי המשולשים $\triangle ACE$ ו- $\triangle ABE$ שווים זה לזה. אפשר לחשב את השטחים ולראות שהם שווים:

$$S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ACE} = \frac{AC \cdot h}{2} - 6 = \frac{4 \cdot 6}{2} - 6 = 6, S_{\triangle ACE} = \frac{AC \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

ד. חוצה הזווית B במשולש שווה שוקיים הוא גם תיכון לבסיס וגם גובה לבסיס, ולכן $AC \perp BF$. מכיוון שכבר אמרנו $DE \parallel AC$ אז $DE \perp BG$. זוויות חד צדדיות משלימות זו את זו ל- 180° .

הקטע BG הוא גובה ב- $\triangle ABE$ ולכן גם תיכון, כלומר $DG = GE$.

(3) א. לפי נוסחת אמצע קטע נקבל: $C(6, 2), A(1, 2)$.

$$\frac{S_{\triangle DBE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{DE \cdot h}{2}}{\frac{AC \cdot h}{2}} = \frac{2.5 \cdot 2}{5 \cdot 4} = \frac{2.5}{10} = \frac{1}{4} \text{ ב.}$$

ג. DE הוא קטע אמצעים במשולש $\triangle ABC$ ולכן מקביל לצלע AC. הצלעות AD ו-CE הן חלקים מצלעות של משולש ולכן לא יכולים להקביל ביניהם.

מצאנו במרובע זוג אחד **בלבד** של צלעות נגדיות מקבילות ולכן המרובע הוא טרפז.

$$S_{ACED} = \frac{(AC+DE) \cdot h}{2} = \frac{(5+2.5)2}{2} = 7.5$$

שטח הטרפז:

4 א. קטע BC מקביל לציר ה-x, מכיוון ששיעור ה-y של נקודה C שווה לשיעור ה-y של נקודה B.

ז"א $m_{BC} = 0$ ולכן לא ייתכן שלקטע DE שיפוע $m = 1$.

נמצא את נקודה D לפי נוסחת אמצע קטע ונקבל $D(4,6)$ ולכן משוואת DE היא $y = 6$.

נקודה E הינה גם אמצע קטע לכן שוב לפי נוסחת אמצע קטע נקבל $E(7,6)$.

ב. כן, קטע אמצעים שמחבר את אמצעי הצלעות AB ו-CD. קטע זה יוצא מנקודה $D(4,6)$

$$m_{AC} = \frac{9-3}{2-12} = \frac{6}{-10} = -\frac{3}{5}$$

ומקביל לצלע AC ולכן שיפועו $-\frac{3}{5}$

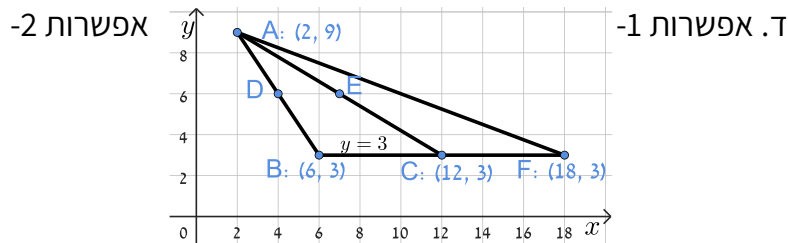
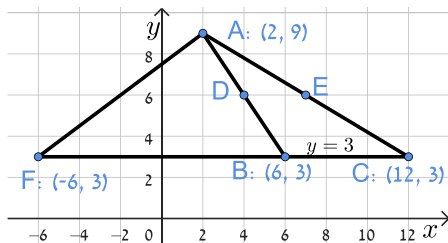
$$y - 6 = -\frac{3}{5}(x - 4) \leftarrow y - y_1 = m(x - x_1)$$

נמצע את משוואת קטע האמצעים הנוסף:

$$y - 6 = -\frac{3}{5}x + \frac{12}{5} \leftarrow y = -\frac{3}{5}x + 8\frac{2}{5} \text{ (א) } (y = -0.6x + 8.4)$$

$$S_{ACDE} = \frac{DE \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4\frac{1}{2} \text{ יח"ר}, S_{ABDE} = \frac{DE \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4\frac{1}{2} \text{ יח"ר}$$

$$S_{ABCE} = \frac{BC \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9 \text{ יח"ר}$$



$$5$$

א. דרך א': נוסחת מרחק- 5 יח"ר $d_{CD} = \sqrt{(3-0)^2 + (0-4)^2} = 5$

דרך ב': משפט פיתגורס- $5 = CD \leftarrow 25 = CD^2 \leftarrow 3^2 + 4^2 = CD^2 \leftarrow DO^2 + CO^2 = CD^2$

ב. מסעיף א' ומהנתון $CD = CE$ נקבל 5 יח"ר = CE. מכיוון שהקטע CE מקביל לציר ה-x אז נזוז

ימינה חמש יחידות ימינה מנקודה C ונקבל- $E(5,4)$.

ג. כן, קטע במשולש החוצה צלע אחת ומקביל לצלע שניה, חוצה את הצלע השלישית לכן CE קטע אמצעים במשולש.

ד. לפי שיטת הקפיצות או נוסחת אמצע קטע נקבל $B(10,0)$.

ה. CD אינו קטע אמצעים במשולש ABC מכיוון שנקודה C אינה חוצה את הצלע OB וגם מכיוון

$$m_{CD} = \frac{4-0}{0-3} = -\frac{4}{3}, m_{AB} = \frac{8-0}{0-10} = -\frac{4}{5}$$

שהשיפועים של הישרים AB ו-CD אינם שווים