

פונקציה זוגית ופונקציה אי זוגית

דף עבודה – שאלון 471



היעזרו ביישומון



שלכם, צפו בסרטון



לאחר שתתחברו לחשבון

וענו על השאלות הבאות:



חלק א' – פונקציה זוגית

תזכורת: $f(x)$ היא פונקציה זוגית אם לכל x בתחום ההגדרה מתקיים $f(-x) = f(x)$

איך מוכיחים שפונקציה זוגית? שלב א': מעתיקים את הפונקציה. שלב ב': מציבים $(-x)$ במקום x ומפשטים ככל הניתן.

לדוגמה: הראו כי הפונקציה $f(x) = 2 + 3x^2$ היא פונקציה זוגית.

פתרון: $f(x) = 2 + 3x^2$

$$f(-x) = 2 + 3(-x)^2 = 2 + 3x^2 = f(x)$$

מצאנו שלכל x בתחום ההגדרה מתקיים $f(-x) = f(x)$ ולכן הפונקציה זוגית.

(1) היעזרו בתזכורת שלמעלה והראו שהפונקציות הבאות זוגיות:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2, \quad g(x) = (x^2 - 2)^2, \quad h(x) = 3x^4 + 3x^2, \quad j(x) = -x^2 + 1$$

(2) היעזרו ביישומון, בחרו את הפונקציות משאלה 1 בעזרת סרגל הגרירה ובדקו את תמונת

הראי של כל פונקציה. מה משותף לכל הפונקציות הזוגיות?

(3) השלימו את המשפט: באופן גרפי, פונקציה זוגית היא _____ ביחס ל-_____.

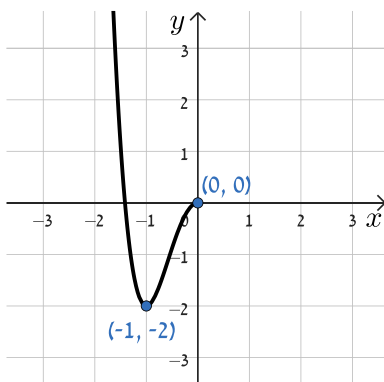
(4) היעזרו בתזכורת שלמעלה ומצאו את 2 הפונקציות הזוגיות מבין הפונקציות הבאות:

$$f(x) = 6x^2 + 6x, \quad g(x) = (x - 2)^2, \quad h(x) = x^4 + x^2, \quad j(x) = 2x^2 - 8$$

(5) לפניכם סרטוט של הפונקציה הזוגית $h(x)$ בתחום $x < 0$.

א. השלימו את הסרטוט בתחום $x > 0$.

ב. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה.



חלק ב' - פונקציה אי-זוגית

תזכורת: $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית אם לכל x בתחום ההגדרה מתקיים $f(-x) = -f(x)$.
איך מוכיחים שפונקציה אי-זוגית? שלב א': מעתיקים את הפונקציה.

שלב ב': מציבים $(-x)$ במקום x ומפשטים ככל הניתן.

לדוגמה: הראו כי הפונקציה $f(x) = x + x^3$ היא פונקציה אי-זוגית.

פתרון: $f(x) = x + x^3$

$$f(-x) = (-x) + (-x)^3 = -x - x^3 = -1(x + x^3) = -f(x)$$

נעזרנו בהוצאת גורם משותף ומצאנו שלכל x בתחום ההגדרה מתקיים $f(-x) = -f(x)$.
ולכן הפונקציה אי-זוגית.

6) היעזרו בתזכורת שלמעלה והראו שהפונקציות הבאות אי-זוגיות:

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3, \quad g(x) = x, \quad h(x) = 3x^5 + 3x^3, \quad j(x) = -x^3 + x$$

7) היעזרו ביישומון , בחרו את הפונקציות משאלה 1 בעזרת סרגל הגרירה ובדקו את תמונת

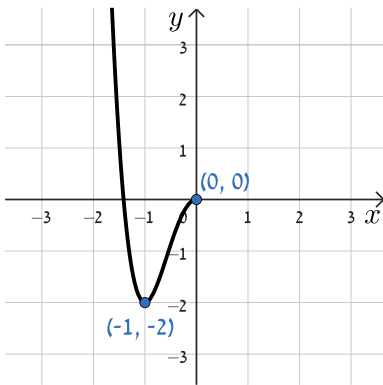
הראי של כל פונקציה. מה משותף לכל הפונקציות האי-זוגיות?

8) השלימו את המשפט: באופן גרפי, פונקציה אי-זוגית היא _____ ביחס ל-_____.

9) היעזרו בתזכורת שלמעלה ומצאו את 3 הפונקציות האי-זוגיות מבין הפונקציות הבאות:

$$f(x) = \frac{3}{2}x^5, \quad g(x) = -x^3 - 4, \quad h(x) = 4x^3 - x, \quad j(x) = 5x$$

10) לפניכם סרטוט של הפונקציה האי-זוגית $h(x)$ בתחום $x < 0$.



א. השלימו את הסרטוט בתחום $x > 0$.

ב. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה.

11) שאלות לתרגול נוסף עם פתרונות מלאים מתוך גול: [שאלה 1](#), [שאלה 2](#), [שאלה 3](#).

שאלה 3



שאלה 2



שאלה 1



סיכום הנושא - בדיקת זוגיות או אי-זוגיות של פונקציה

מעתיקים את הפונקציה המקורית



מציבים $(-x)$ במקום x ומפשטים ככל הניתן



אם קיבלנו פונקציה שאינה זהה ואינה נגדית לפונקציה המקורית - אז הפונקציה אינה זוגית ואינה אי-זוגית

אם קיבלנו פונקציה זהה לפונקציה המקורית רק עם סימן מינוס לפנייה, כלומר $f(-x) = -f(x)$ אז הפונקציה אי-זוגית

אם קיבלנו פונקציה המקורית, כלומר $f(-x) = f(x)$ אז הפונקציה זוגית

תשובות סופיות:

(1) נציב $(-x)$ בכל אחת מהפונקציות:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2$$

$$f(-x) = \frac{1}{3}(-x)^2 = \frac{1}{3}x^2$$

$$f(-x) = f(x) \text{ קיבלנו:}$$

ולכן הפונקציה **זוגית**

$$g(x) = (x^2 - 2)^2$$

$$g(-x) = ((-x)^2 - 2)^2 = (x^2 - 2)^2$$

$$g(-x) = g(x) \text{ קיבלנו:}$$

ולכן הפונקציה **זוגית**

$$h(x) = 3x^4 + 3x^2$$

$$h(-x) = 3(-x)^4 + 3(-x)^2 = 3x^4 + 3x^2$$

$$h(-x) = h(x) \text{ קיבלנו:}$$

ולכן הפונקציה **זוגית**

$$j(x) = -x^2 + 1$$

$$j(-x) = -(-x)^2 + 1 = -x^2 + 1$$

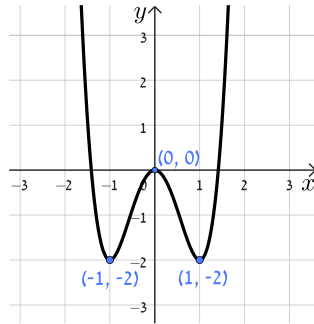
$$j(-x) = j(x) \text{ קיבלנו:}$$

ולכן הפונקציה **זוגית**

(2) כל הפונקציות משאלה 1 הן סימטריות ביחס לציר ה- y .

(3) באופן גרפי, פונקציה זוגית היא **סימטרית** ביחס ל- **ציר ה- y** .

(4) הפונקציות הזוגיות הן: $h(x) = x^4 + x^2$, $j(x) = 2x^2 - 8$.



(5) סרטוט הגרף $h(x)$:

נקודות הקיצון:
 $(-1, -2)$ min
 $(0, 0)$ max
 $(1, -2)$ min

(6) נציב $(-x)$ בכל אחת מהפונקציות:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3$$

$$f(-x) = \frac{1}{3}(-x)^3 = -\frac{1}{3}x^3$$

קיבלנו: $f(-x) = -f(x)$
 ולכן הפונקציה **אי-זוגית**

$$g(x) = x$$

$$g(-x) = -x$$

קיבלנו: $g(-x) = -g(x)$
 ולכן הפונקציה **אי-זוגית**

$$h(x) = 3x^5 + 3x^3$$

$$h(-x) = 3(-x)^5 + 3(-x)^3 = -3x^5 - 3x^3$$

$$h(-x) = -1(3x^5 + 3x^3): \text{נוציא גורם משותף:}$$

$$h(-x) = -h(x): \text{קיבלנו:}$$

ולכן הפונקציה **אי-זוגית**

$$j(x) = -x^3 + x$$

$$j(-x) = -(-x)^3 + (-x) = x^3 - x$$

$$j(-x) = -1(-x^3 + x): \text{נוציא גורם משותף:}$$

$$j(-x) = -j(x): \text{קיבלנו:}$$

ולכן הפונקציה **אי-זוגית**

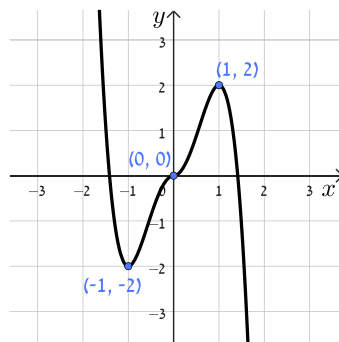
(7) כל הפונקציות משאלה 6 הן סימטריות גם ביחס לציר ה- y וגם ביחס לציר ה- x .

ניתן לומר שהן סימטריות **ביחס לראשית הצירים**.

(8) באופן גרפי, פונקציה אי-זוגית היא סימטרית ביחס ל- ראשית הצירים.

(9) הפונקציות האי-זוגיות הן: $j(x) = 5x$, $h(x) = 4x^3 - x$, $f(x) = \frac{3}{2}x^5$

(10) סרטוט הגרף $h(x)$:



נקודות הקיצון:
 $(-1, -2)$ min
 $(1, 2)$ max