

נגזרת פונקציית המנה $\frac{f(x)}{g(x)}$

דף עבודה - שאלון 471

בדף הנוסחאות בבחינת הבגרות מופיעים 3 כללי גזירה שכדאי להכיר:

א. כלל גזירה בעזרתו ניתן לגזור כל פונקציית מנה: $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$

ב. כלל גזירה של פונקציית מנה מהצורה $y = \frac{a \text{ (מספר)}}{x}$: $\left(\frac{a}{x}\right)' = -\frac{a}{x^2}$

ג. כלל גזירה של פונקציית מנה מהצורה $y = \frac{1}{f(x)}$: $\left(\frac{1}{f(x)}\right)' = -\frac{f'(x)}{(f(x))^2}$

כלל הגזירה	הפונקציה	כלל הגזירה	הפונקציה	כלל הגזירה	הפונקציה
	$f(x) = \frac{-x-7}{x}$ (19)		$f(x) = \frac{6-x}{x}$ (10)		$f(x) = \frac{5x}{2x+1}$ (1)
	$f(x) = \frac{7x^2}{7x+1}$ (20)		$f(x) = \frac{6x^2}{x+1}$ (11)		$f(x) = \frac{5}{x}$ (2)
	$f(x) = \frac{7-x^2}{x^2+7}$ (21)		$f(x) = \frac{4}{6x} + \frac{3}{6x^2}$ (12)		$f(x) = \frac{x^2}{x-5}$ (3)
	$f(x) = \frac{7x}{x^2+7}$ (22)		$f(x) = \frac{6}{x}$ (13)		$f(x) = \frac{1}{x^2-5x}$ (4)
	$f(x) = \frac{7}{x^2}$ (23)		$f(x) = \frac{6x+2}{x^2}$ (14)		$f(x) = \frac{x}{x^2-5x}$ (5)
	$f(x) = \frac{1}{7x+7}$ (24)		$f(x) = \frac{x+6}{x+1}$ (15)		$f(x) = \frac{1}{x-5}$ (6)
	$f(x) = \frac{7}{x}$ (25)		$f(x) = \frac{6x^2+6}{x+6}$ (16)		$f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{5}{x}$ (7)
	$f(x) = \frac{7x^2}{x+1}$ (26)		$f(x) = \frac{1}{6x+1}$ (17)		$f(x) = \frac{x^2+5}{x^2-5}$ (8)
	$f(x) = \frac{x+7}{x-7}$ (27)		$f(x) = \frac{6x^2}{6x^2+1}$ (18)		$f(x) = \frac{x+5}{x^2+5}$ (9)

1) מיינו את הפונקציות לפני כללי הגזירה המתאימים להם מלמעלה.

2) גזרו את הפונקציות משאלה 1 לפי כלל הגזירה הנוח לכם. אם ניתן להשתמש ביותר מכלל גזירה אחד - מומלץ לגזור בדרכים שונות לשם התרגול.

תשובות מפורטות:

לפניכם תשובות מלאות ל-9 הנגזרות הראשונות. פתרונות מלאים נוספים תוכלו לראות

לאחר שתתחברו לחשבון GOOL שלכם, ותצפו בסרטון הזה



(1) להלן טבלה עם כללי הגזירה:

כלל הגזירה	הפונקציה	כלל הגזירה	הפונקציה	כלל הגזירה	הפונקציה			
'א	$f(x) = \frac{-x-7}{x}$	(19)	'א	$f(x) = \frac{6-x}{x}$	(10)	'א	$f(x) = \frac{5x}{2x+1}$	(1)
'א	$f(x) = \frac{7x^2}{7x+1}$	(20)	'א	$f(x) = \frac{6x^2}{x+1}$	(11)	'א, 'ב	$f(x) = \frac{5}{x}$	(2)
'א	$f(x) = \frac{7-x^2}{x^2+7}$	(21)	'א	$f(x) = \frac{4}{6x} + \frac{3}{6x^2}$	(12)	'א	$f(x) = \frac{x^2}{x-5}$	(3)
'א	$f(x) = \frac{7x}{x^2+7}$	(22)	'א, 'ב	$f(x) = \frac{6}{x}$	(13)	'א, 'ג	$f(x) = \frac{1}{x^2-5x}$	(4)
'א	$f(x) = \frac{7}{x^2}$	(23)	'א	$f(x) = \frac{6x+2}{x^2}$	(14)	'א	$f(x) = \frac{x}{x^2-5x}$	(5)
'א, 'ג	$f(x) = \frac{1}{7x+7}$	(24)	'א	$f(x) = \frac{x+6}{x+1}$	(15)	'א, 'ג	$f(x) = \frac{1}{x-5}$	(6)
'א, 'ב	$f(x) = \frac{7}{x}$	(25)	'א	$f(x) = \frac{6x^2+6}{x+6}$	(16)	'א, 'ג	$f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{5}{x}$	(7)
'א	$f(x) = \frac{7x^2}{x+1}$	(26)	'א, 'ג	$f(x) = \frac{1}{6x+1}$	(17)	'א	$f(x) = \frac{x^2+5}{x^2-5}$	(8)
'א	$f(x) = \frac{x+7}{x-7}$	(27)	'א	$f(x) = \frac{6x^2}{6x^2+1}$	(18)	'א	$f(x) = \frac{x+5}{x^2+5}$	(9)

(2) להלן הנגזרות המפורטות לפונקציות (1)-(9):

$$f'(x) = \frac{5 \cdot (2x+1) - 5x \cdot 2}{(2x+1)^2} = \frac{10x+5-10x}{(2x+1)^2} = \frac{5}{(2x+1)^2} \quad \text{הנגזרת: } f(x) = \frac{5x}{2x+1} \quad \text{(1) הפונקציה:}$$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot x - 5 \cdot 1}{x^2} = -\frac{5}{x^2} \quad \text{הנגזרת (לפי כלל גזירה א): } f(x) = \frac{5}{x} \quad \text{(2) הפונקציה:}$$

$$f'(x) = -\frac{5}{x^2} \quad \text{הנגזרת (לפי כלל גזירה ב):}$$

$$f'(x) = \frac{2x \cdot (x-5) - x^2 \cdot 1}{(x-5)^2} = \frac{2x^2 - 10x - x^2}{(x-5)^2} = \frac{x^2 - 10x}{(x-5)^2} \quad \text{הנגזרת: } f(x) = \frac{x^2}{x-5} \quad \text{(3) הפונקציה:}$$

(4) הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{x^2-5x}$

הנגזרת (לפי כלל גזירה א'): $f'(x) = \frac{0 \cdot (x^2 - 5x) - 1 \cdot (2x - 5)}{(x^2 - 5x)^2} = \frac{-2x + 5}{(x^2 - 5x)^2}$

במונה נכתוב את הנגזרת של המכנה במינוס.
ובמכנה - את המכנה המקורי בריבוע.

הנגזרת (לפי כלל גזירה ג'): $f'(x) = \frac{-2x + 5}{(x^2 - 5x)^2}$

(5) הפונקציה: $f(x) = \frac{2x}{x^2-5x}$ הנגזרת (לפי כלל גזירה א'):

$f'(x) = \frac{2 \cdot (x^2 - 5x) - 2x \cdot (2x - 5)}{(x^2 - 5x)^2} = \frac{2x^2 - 10x - 4x^2 + 10x}{(x^2 - 5x)^2} = \frac{-2x^2}{(x^2 - 5x)^2}$

(6) הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{5-x}$ הנגזרת (לפי כלל גזירה א'): $f'(x) = \frac{0 \cdot (5-x) - 1 \cdot (-1)}{(5-x)^2} = \frac{1}{(5-x)^2}$

במונה נכתוב את הנגזרת של המכנה במינוס.
ובמכנה - את המכנה המקורי בריבוע.

הנגזרת (לפי כלל גזירה ג'): $f'(x) = \frac{1}{(5-x)^2}$

(7) הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{5}{x}$

הנגזרת (לפי כלל גזירה א'): נגזור כל שבר בנפרד - $f'(x) = \frac{0 \cdot x^2 - 1 \cdot 2x}{(x^2)^2} + \frac{0 \cdot x - 5 \cdot 1}{x^2} = \frac{-2x}{x^4} + \frac{-5}{x^2}$

את השבר הראשון נגזור לפי כלל גזירה ג': במונה נכתוב את הנגזרת של המכנה במינוס. ובמכנה - את המכנה המקורי בריבוע. את השבר השני נגזור לפי כלל גזירה ב'.

הנגזרת (לפי כללי גזירה ב' וג'): $f'(x) = \frac{-2x}{x^4} + \frac{-5}{x^2}$

הערה- ניתן גם לעשות מכנה משותף לאחר מכן לגזור לפי כלל גזירה א'.

(8) הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2+5}{x^2-5}$ הנגזרת (לפי כלל גזירה א'):

$f'(x) = \frac{2x \cdot (x^2 - 5) - (x^2 + 5) \cdot 2x}{(x^2 - 5)^2} = \frac{2x \cdot (x^2 - 5) - 2x \cdot (x^2 + 5)}{(x^2 - 5)^2} = \frac{2x^3 - 10x - 2x^3 - 10x}{(x^2 - 5)^2} = \frac{-20x}{(x^2 - 5)^2}$

כדי להימנע מטעויות, נשתמש בחוק החילוף ונעביר את ה- $2x$ "קדימה"

(9) הפונקציה: $f(x) = \frac{x+5}{x^2+5}$ הנגזרת (לפי כלל גזירה א'):

$f'(x) = \frac{1 \cdot (x^2 + 5) - (x + 5) \cdot 2x}{(x^2 + 5)^2} = \frac{1 \cdot (x^2 + 5) - 2x \cdot (x + 5)}{(x^2 + 5)^2} = \frac{x^2 + 5 - 2x^2 - 10x}{(x^2 + 5)^2} = \frac{-x^2 - 10x + 5}{(x^2 + 5)^2}$

כדי להימנע מטעויות, נשתמש בחוק החילוף ונעביר את ה- $2x$ "קדימה"

להלן הנגזרות הסופיות של פונקציות (10)-(27):

$f'(x) = \frac{-7x^2 + 49}{(x^2 + 7)^2}$	(22)	$f'(x) = \frac{6x^2 + 72x - 6}{(x + 6)^2}$	(16)	$f'(x) = \frac{-6}{x^2}$	(10)
$f'(x) = \frac{-14x}{x^4}$	(23)	$f'(x) = \frac{-6}{(6x + 1)^2}$	(17)	$f'(x) = \frac{-6x^2 + 12x}{(1 - x)^2}$	(11)
$f'(x) = \frac{-7}{(7x + 7)^2}$	(24)	$f'(x) = \frac{12x}{(6x^2 + 1)^2}$	(18)	$f'(x) = \frac{-24x^2 - 36x}{(6x^2)^2}$	(12)
$f'(x) = \frac{7}{x^2}$	(25)	$f'(x) = \frac{7}{x^2}$	(19)	$f'(x) = \frac{6}{x^2}$	(13)
$f'(x) = \frac{-49x^2 + 14x}{(1 - 7x)^2}$	(26)	$f'(x) = \frac{49x^2 + 14x}{(7x + 1)^2}$	(20)	$f'(x) = \frac{-6x^2 - 4x}{x^4}$	(14)
$f'(x) = \frac{-14}{(x - 7)^2}$	(27)	$f'(x) = \frac{-28x}{(x^2 + 7)^2}$	(21)	$f'(x) = \frac{-5}{(x + 1)^2}$	(15)