

הפונקציה ההופכית $\frac{1}{f(x)}$ (עבור $f(x)$ ממעלה ראשונה או שנייה)

דף עבודה - שאלון 471

לאחר שתתחברו לחשבון GOOL שלכם, צפו בסרטון וענו על השאלות הבאות:



חלק א - תכונות הפונקציה ההופכית:

1) ביישומון הציגו את הפונקציה המקורית $f(x)$ ואת ההופכית $\frac{1}{f(x)}$ ומלאו את הטבלה:



הפונקציה	תחום חיוביות	תחום שליליות	תחום עליה	תחום ירידה	נק' קיצון וסוגה
$f(x) = 2x - 1$ בתחום $2 \leq x \leq 6$					
$\frac{1}{f(x)}$					
$g(x) = x^2 - 4x + 5$					
$\frac{1}{g(x)}$					
$h(x) = -x^2 + 2x - 3$					
$\frac{1}{h(x)}$					

2) האם הבחנתם בחוקיות מיוחדת בטבלה? נסו לנסח השערה מילולית.

3) הקיפו את האפשרות הנכונה עבור פונקציה $f(x)$ כלשהי ממעלה ראשונה או שנייה:

- תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה ההופכית $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ זהים / הפוכים ל- $f(x)$.
- תחומי העלייה והירידה של הפונקציה ההופכית $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ זהים / הפוכים ל- $f(x)$.
- שיעור ה- y של כל נקודה שאיננה נק' האפס ב- $f(x)$ הופך ל- _____ בפונקציה $\frac{1}{f(x)}$.
- נקודות הקיצון בפונקציה $f(x)$ משנות / לא משנות את סוגן.

4) ענו על הסעיפים הבאים:

א. הפונקציה $f(x)$ חיובית לכל x . מה תוכלו להסיק מנתון זה לגבי הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$?

ב. עבור הפונקציה $f(x)$ נתון: $f(2) = 0$ וגם $f(-3) = 0$.

מה תוכלו להסיק מנתון זה לגבי הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$?

5) חזרו לטבלה משאלה 1 וענו על הסעיפים הבאים:

א. כמה נקודות חיתוך לכל פונקציה עם ההופכית שלה? מה משותף לנקודות אלה?

ב. השלימו: שיעורי ה- y של הנקודות המשותפות לפונקציה $f(x)$ ו- $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ הן _____
 ו-_____.

6) נסו להסביר מדוע הביטוי $\frac{1}{f(x)}$ לא יכול להתאפס, ומה הקשר בין מידע זה לכך שהפונקציה ההופכית לא חותכת את ציר ה- x .

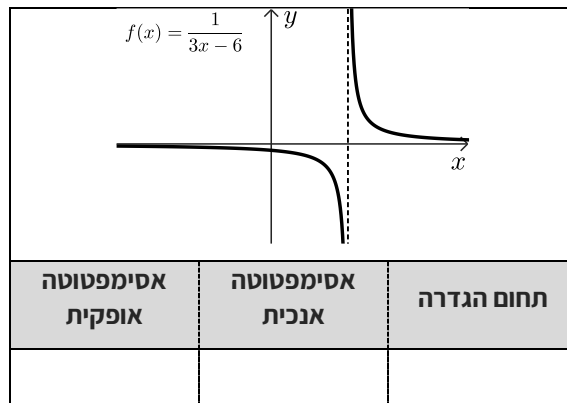
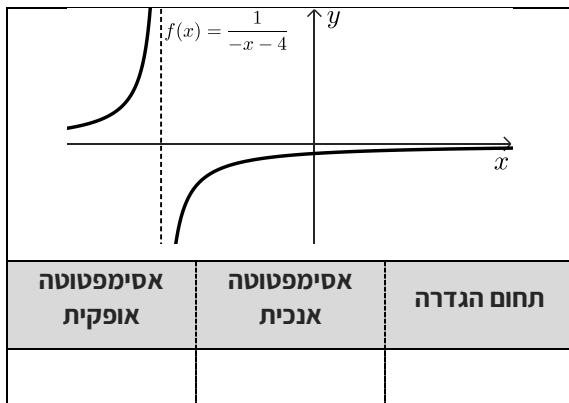
חלק ב - אסימפטוטה אנכית ואופקית:

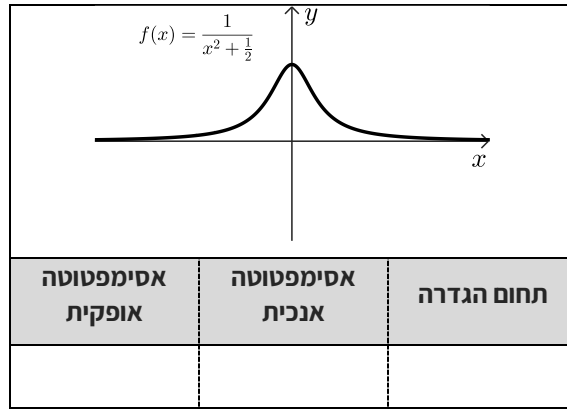
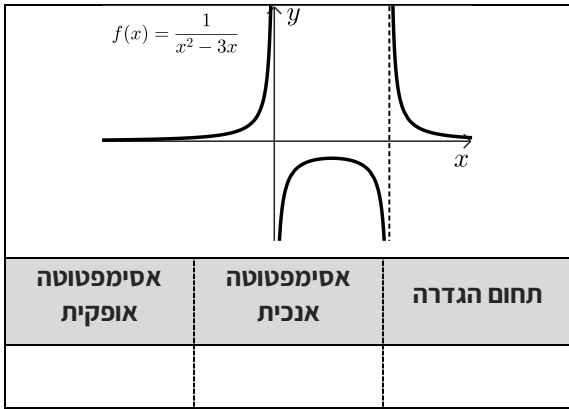
הסבר: (חשוב להדגיש שההסברים פה מנוסחים בצורה קלה וידידותית לצרכי הבנה בלבד)

אסימפטוטה אנכית (בשאלון 471) – ישר המקביל לציר ה- y המתאר את **תחום ההגדרה** של הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$. הפונקציה מתקרבת ("שואפת") לישר זה אך **לא יכולה** לחתוך אותו.

אסימפטוטה אופקית – ישר המקביל לציר ה- x אשר המרחק בינו לבין הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$ מתקרב ("שואף") לאפס, בערכי x גדולים מאוד או קטנים מאוד. הפונקציה **יכולה** לחתוך ישר זה.

7) התבוננו בפונקציות הבאות ורשמו עבור כל פונקציה את תחום ההגדרה, ואת משוואת האסימפטוטה האנכית והאופקית (אם קיימות):

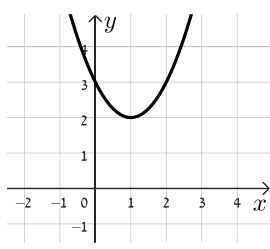
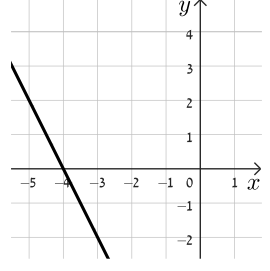
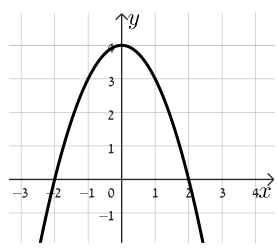
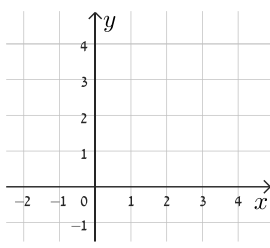
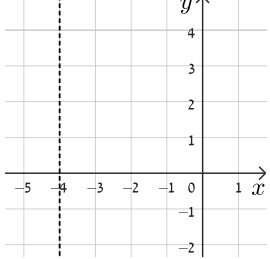
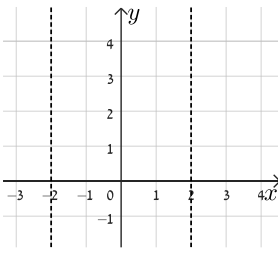
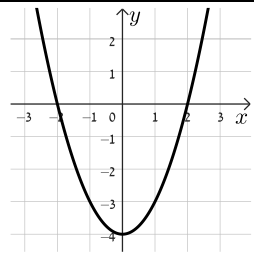
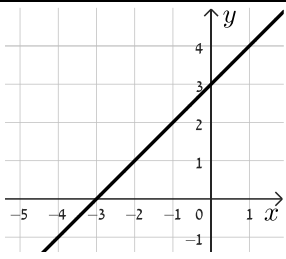
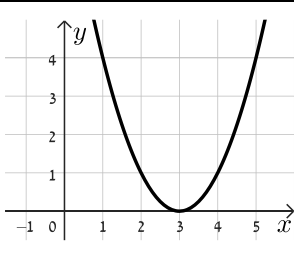
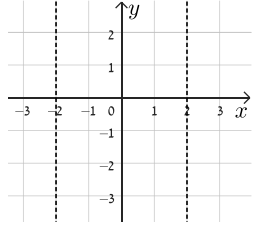
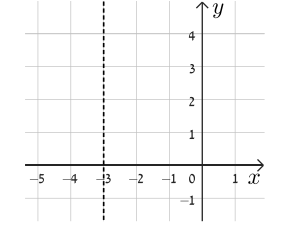
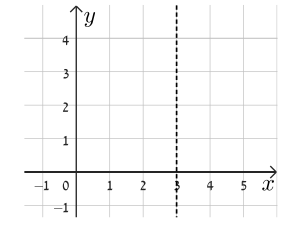




חלק ג' - סרטוט פונקציה הופכית:

8) לפניכם 6 פונקציות. סרטטו מתחת לכל פונקציה סקיצה של הפונקציה ההופכית לה.

השלימו סרטוטי אסימפטוטות אנכיות ואופקיות אם יש בכך צורך.

$h(x) = x^2 - 2x + 3$ 	$g(x) = -2x - 8$ 	$f(x) = -x^2 + 4$ 
		
$h(x) = x^2 - 4$ 	$g(x) = x + 3$ 	$f(x) = x^2 - 6x + 9$ 
		

9) שאלות לתרגול נוסף עם פתרונות מלאים מתוך גול: [ש.1](#), [ש.2](#), [ש.3](#), [ש.4](#), [ש.5](#), [ש.6](#).



תשובות סופיות:

1) להלן טבלה:

הפונקציה	תחום חיוביות	תחום שליליות	תחום עליה	תחום ירידה	נקודות קיצון וסוגה
$f(x) = 2x - 1$ בתחום $2 \leq x \leq 6$	$2 \leq x \leq 6$	אין	$2 < x < 6$	אין	$\min(2,3), \max(6,11)$
$\frac{1}{f(x)}$	$2 \leq x \leq 6$	אין	אין	$2 < x < 6$	$\max\left(2\frac{1}{3}, \min\left(6, \frac{1}{11}\right)\right)$
$g(x) = x^2 - 4x + 5$	כל x	אין	$x > 2$	$x < 2$	$\min(2,1)$
$\frac{1}{g(x)}$	כל x	אין	$x < 2$	$x > 2$	$\max(2,1)$
$h(x) = -x^2 + 2x - 2$	אין	כל x	$x < 1$	$x > 1$	$\max(1,-1)$
$\frac{1}{h(x)}$	אין	כל x	$x > 1$	$x < 1$	$\min(1,-1)$

2) תחומי החיוביות והשליליות זהים בין הפונקציה המקורית והפונקציה ההופכית לה.

תחומי העליה והירידה מתחלפים זה עם זה, ואילו ערך הפונקציה y בכל נק' על הפונקציה הופך $\frac{1}{y}$.

3) א. זהים ב. הפוכים ג. $\frac{1}{y}$ ד. משנות.

4) א. גם הפונקציה ההופכית חיובית לכל x , וזאת משום שהמונה חיובי, וגם המכנה חיובי לפי נתון.

ב. הפונקציה ההופכית $\frac{1}{f(x)}$ לא מוגדרת עבור $x = 2$, $x = -3$ וזאת משום שלפי הנתון,

בנקודות אלה המכנה מתאפס.

5) א. לגרף $f(x)$ אין נק' חיתוך עם הפונקציה ההופכיות, ואילו לגרפים $g(x)$ $h(x)$ יש נקודת

חיתוך בנק' $(2,1)$, $(1,-1)$, ב. המשותף לנקודות אלה הן הוא שיעור ה- y : 1 או -1 .

6) השבר $\frac{1}{f(x)}$ מורכב ממונה חיובי ומכנה שלא מתאפס ולכן הביטוי כולו לא יכול להתאפס.

(7) להלן טבלה:

אסימפטוטה אנכית	אסימפטוטה אופקית	תחום הגדרה	הפונקציה
$x = 2$	$y = 0$	$x \neq 2$	$f(x) = \frac{1}{3x - 6}$
$x = -4$	$y = 0$	$x \neq -4$	$f(x) = \frac{1}{-x - 4}$
$x = 0, x = 3$	$y = 0$	$x \neq 0, x \neq 3$	$f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x}$
אין	$y = 0$	כל x	$f(x) = \frac{1}{x^2 + \frac{1}{2}}$

(8) להלן גרפים סופיים:

$\frac{1}{h(x)} = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$	$\frac{1}{g(x)} = \frac{1}{-2x - 8}$	$\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{-x^2 + 4}$
$\frac{1}{h(x)} = \frac{1}{x^2 - 4}$	$\frac{1}{g(x)} = \frac{1}{x + 3}$	$\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{x^2 - 6x + 9}$