

4 יחידות לימוד - שאלון ראשון (35804)

מבנה השאלון

שאלון ראשון (35804) – 65%	משך השאלון: שלוש שעות וחצי
פרק א – בחירה של 2 שאלות מתוך 3 שאלות (תהיה שאלה בכל נושא) שאלות מילוליות גיאומטריה אנליטית הסתברות	
פרק ב – בחירה של 2 שאלות מתוך 3 שאלות גיאומטריה וטריגונומטריה במישור. שאלה 4 : שאלה בגיאומטריה שאלה 5 : שאלה בגיאומטריה או בטריגונומטריה או שילוב שלהם שאלה 6 : שאלה בטריגונומטריה	
פרק ג – בחירה של 2 שאלות מתוך 3 שאלות חדו"א של פולינומים, שורש ריבועי ופונקציות רציונאליות	

הקטן קורונה - בחירה חופשית של 4 שאלות מלבד ייחוד 8
פירוט הנושאים בשאלון 35804

טכניקה אלגברית:

פירוק לגורמים: פירוק לגורמים על ידי הוצאת גורם משותף, ועל פי נוסחאות הכפל המקוצר. פירוק הטרינום (אפשר על ידי פתרון המשוואה הריבועית המתאימה, או על ידי השלמה לריבוע). שימושי הפירוק לגורמים לפעולות חשבון בשברים אלגבריים, לפתרון משוואות ואי-שוויונות.
פתרון משוואות: משוואות ממעלה ראשונה ושנייה. מערכת משוואות, ממעלה שנייה לכל היותר, עם שני משתנים.

משוואות ממעלה ראשונה (כולל פרמטר אחד). מערכת משוואות ליניאריות עם שני משתנים ופרמטר אחד, הקשר בין ערכי הפרמטר לבין מספר הפתרונות (פתרון יחיד, אינסוף פתרונות, אף פתרון). המשמעות הגרפית של מספר הפתרונות (ישרים נחתכים, מקבילים או מתלכדים). משוואות הנפתרות על ידי הצבה (כמו משוואה דו-ריבועית). משוואות אי-רציונאליות (רק ברמה הנדרשת לצורך חקירת פונקציות).

לא תידרש חקירת משוואה או מערכת משוואות ששתיהן ממעלה שנייה (מספר הפתרונות וכד').
אי שוויונות: אי-שוויונות ממעלה ראשונה ואי שוויונות ממעלה שנייה בלי פרמטר. אי שוויונות ממעלה שנייה עם פרמטר - רק לצורך שימוש בחדו"א.

אי-שוויונות רציונאליים ללא פרמטרים – אי שוויונות שמהם ניתן להגיע לאי-שוויונות מהצורה

כאשר $f(x)$ או $g(x)$ הם פולינומים ממעלה שנייה, לכל היותר, ורק בהקשרים של חקירת

$$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$$

פונקציות.

חזקות: חוקי החזקות. חזקה עם מעריך שלם.

שורשים: מכפלת שורשים ומנתם, הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה.

שאלות מילוליות:

שאלות תנועה, שאלות קנייה ומכירה (כולל התייקרויות והוזלות עוקבות באחוזים).

שאלות גיאומטריות: שטחים והיקפים של צורות המורכבות ממלבנים, משולשים וחלקי מעגל

(מעגל, חצי מעגל, או רבע מעגל), נפח ושטח פנים של תיבה וגליל ישר, ונפח של מנסרה ישרה

משולשת.

בכל הנושאים עשויות להיות שאלות עם אחוזים, ובשאלות גיאומטריות עשוי להידרש שימוש

במשפט פיתגורס.

גיאומטריה אנליטית:

קטעים: מרחק בין נקודות (אורך קטע), אמצע קטע.

ישרים: משוואת ישר על פי שתי נקודות ועל פי שיפוע ונקודה, הקבלה, חיתוך וניצבות.

מעגל: משוואת מעגל קנוני ומשוואת מעגל כללי $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$.

חיתוך של מעגל וישר, חיתוך של שני מעגלים, משיק למעגל בנקודה שעל המעגל (כתנאי ניצבות).

מעגל המשיק לאחד או שני הצירים.

הסתברות קלאסית:

אקראיות, מרחב הסתברות סופי, חוקי ההסתברות, מאורעות בלתי תלויים, מאורעות תלויים,

הסתברות מותנית, נוסחת בייס, מרחב דו-שלבי ותלת-שלבי (טבלאות ועצים). התפלגות בינומית

(נוסחת ברנולי).

הערה: יש ללמוד קומבינטוריקה רק לצורכי ההתפלגות הבינומית.

גיאומטריה אוקלידית:

מצולעים: חישוב של שטחים והיקפים של מצולעים. חפיפת משולשים על סמך ארבעת משפטי

החפיפה.

משולשים ומרובעים: תכונותיהם, משפטים, הוכחותיהם ויישומם. תיכונים, חוצי זוויות וגבהים.

משפט פיתגורס.

משפט תאלס, המשפט ההפוך לו והמשפטים הנובעים מהם. דמיון משולשים ומצולעים.

מפגש התיכונים במשולש, חלוקה פנימית של קטע ביחס נתון.

משפט חוצה זווית פנימית במשולש.

שלושת משפטי הדמיון של משולשים (לא תידרשנה הוכחות המשפטים).

היחס במשולשים דומים בין היקפים, תיכונים, חוצי זווית, גבהים ורדיוסי מעגלים חוסמים ומעגלים חסומים. היחס בין שטחי משולשים דומים.
היחס בין היקפים והיחס בין שטחים במצולעים דומים (לא תידרש הוכחה).
קטעים פרופורציוניים במשולש ישר זווית. משפטים: הגובה ליתר מחלק את המשולש לשני משולשים הדומים לו. הגובה ליתר הוא ממוצע גיאומטרי של היטלי הניצבים על היתר. הניצב הוא ממוצע גיאומטרי של היתר והיטל הניצב על היתר.
מעגל: קשתות, מיתרים, מרחקים ממרכז המעגל.
זוויות: היקפיות, מרכזיות ותכונותיהן.

משיקים למעגל.

שני מעגלים – נחתכים, משיקים מבפנים, משיקים מבחוץ.
מרובע חוסם מעגל (הגדרה ותכונות), מרובע חסום במעגל (הגדרה ותכונות)
דמיון משולשים במעגל.
מקומות גיאומטריים: האנך האמצעי וחוצה זווית כמקומות גיאומטריים, מפגש אנכים אמצעיים במשולש כמרכז מעגל חוסם, מפגש חוצי זוויות במשולש כמרכז מעגל חסום.

הערה: פירוט המשפטים בגיאומטריה נמצא באתר המפמ"ר בכתובת:

http://cms.education.gov.il/educationcms/units/mazkirut_pedagogit/matematika

רשימת המשפטים בגיאומטריה שאינם כלולים בשאלוני הבגרות של 4 יח"ל:

1. אם במעגל שני מיתרים נחתכים, אז מכפלת קטעי מיתר אחד שווה למכפלת קטעי המיתר השני.
2. אם מנקודה מחוץ למעגל יוצאים שני חותכים, אז מכפלת חותך אחד בחלקו החיצוני שווה למכפלת החותך השני בחלקו החיצוני.
3. אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים חותך ומשיק, אז מכפלת החותך בחלקו החיצוני שווה לריבוע המשיק.
4. חוצה זווית חיצונית במשולש, שאינו מקביל לצלע המשולש, מחלק את הצלע שמול הזווית הצמודה לה חלוקה חיצונית ביחס של שתי הצלעות הכולאות את הזווית הפנימית הצמודה לה. (משפט חוצה זווית חיצונית במשולש)
5. ישר העובר דרך קדקוד משולש ומחלק את הצלע שמול קדקוד זה חלוקה חיצונית כיחס הצלעות האחרות (בהתאמה) הוא חוצה את הזווית החיצונית שדרך קודקודה הוא עובר.
6. חלוקה חיצונית של קטע ביחס נתון.

טריגונומטריה:

מחזוריות, היקף המעגל ושטחו, אורך קשת ושטח גזרה, שיטות שונות למדידת זוויות מרכזיות במעגל (מעלות, רדיאנים או אורך קשת על מעגל יחידה). הפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס, במעגל היחידה, ותיאורן הגרפי. הקשר של פונקציות הטנגנס לשיפוע של ישר. הכרת הקשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות של זוויות, של זוויות משלימות לזווית ישרה ושל זוויות המשלימות לזווית שטוחה, בעזרת שימוש במעגל היחידה. מחזוריות הפונקציות. חישוב ערכי הפונקציות

לזוויות מיוחדות. הזוגיות או אי-הזוגיות של הפונקציות הטריגונומטריות. תאור גרפי ופירושו (מחזור, נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות מקסימום ומינימום, תחומי חיוביות שליליות, עלייה וירידה), ושל הזזות ומתיחות של פונקציות טריגונומטריות.

פתרון משוואות, תוך הדגשת משמעות הפתרון במעגל היחידה, מהצורה $\sin(ax + b) = c$, $\cos\alpha = \cos\beta$, $\sin\alpha = \sin\beta$, $a \cdot \sin x \pm b \cdot \cos x = 0$, $\tan(ax + b) = c$, $\cos(ax + b) = c$, $\tan\alpha = \tan\beta$, פתרון כללי ופתרון בתחום נתון. שימוש בטכניקה אלגברית (כגון פירוק לגורמים ופתרון משוואה ריבועית) לפתרון משוואות טריגונומטריות.

זהויות: $\frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\sin(\alpha + \beta)$, $\cos(\alpha + \beta)$, $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$.

שימוש בזהויות יידרש רק לצורך פתרון בעיות ולפתרון משוואות טריגונומטריות (פתרון כללי ופתרון בתחום נתון) בבעיות גיאומטריות במישור.

פתרון בעיות במישור: פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית. משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים ושימוש בהם להתרת משולש כללי.

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$$

בפתרון בעיות גיאומטריות במישור יידרש שימוש בתכונות הגיאומטריות של הצורות השונות, במשפטים מגיאומטריה אוקלידית, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:

חשבון דיפרנציאלי:

משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול. נקודות חיתוך עם הצירים, עלייה וירידה, זוגיות ואי-זוגיות. המשמעות האלגברית והגרפית של נקודות חיתוך של פונקציות, של $f(x) > g(x)$, $f(x) = g(x)$ וכד'.
 הנגזרת של x^k (k טבעי או 0). נגזרת של פולינום (כולל $(cf(x))'$, $(f(x) \pm g(x))'$.

קשר בין גרף הפונקציה לגרף פונקציית הנגזרת.

תידרש שליטה בחשבון דיפרנציאלי של הפונקציות הבאות: פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות (מנה של פולינומים), פונקציית שורש ריבועי.

נגזרת של סכום, הפרש, מכפלה, מנה, פונקציה מורכבת (שני שלבים בלבד) של כל הפונקציות.

שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או מציאת משוואת משיק לגרף, בנקודה שעל גרף הפונקציה.

- לפתרון בעיות קיצון בתחום פתוח ובתחום סגור (בכל סוגי הפונקציות - כולל בעיות נפח, שטח פנים ומעטפת של גופים פשוטים: קובייה, תיבה, מנסרה ישרה שבסיסה משולש, גליל ישר וחרוט ישר, וכולל קיצון בקצה קטע סגור).

- לחקירת פונקציה ושרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מאונכות לציר x (בכל סוגי הפונקציות למעט פונקציות פולינום). ואסימפטוטות מאונכות לציר y (רק בפונקציות רציונאליות).
- הקשר בין הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$

חשבון אינטגרלי:

אינטגרלים של פונקציות פולינום, פונקציות מנה שניתן להביא אותן לצורה $\frac{c}{\sqrt{ax+b}}$, או

$$\frac{c}{(ax+b)^n} \quad (n \neq 1, \text{ שלם } n).$$

עבור פונקציות אלו יידרש אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, אינטגרלים מידיים, אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע, אינטגרל של פונקציה מורכבת רק כאשר הפונקציה הפנימית היא ליניארית. מציאת פונקציה על פי הנגזרת ונקודה על הפונקציה. האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים.