

מתמטיקה 3 יחידות שאלון 803

# GOOL

בשביל התירגול

קורסים ברשת שבאמת עובדים!



בואו לגלות את  
סודות ההצלחה בלימודים

## תלמידים יקרים

ספר תרגילים זה הוא פרי שנות ניסיון רבות בהגשה לבחינות הבגרות במתמטיקה.

שאלות תלמידים וטעויות נפוצות וחוזרות הולידו את הרצון להאיר את הדרך הנכונה לעומדים בפני מקצוע חשוב זה.

הספר מסודר לפי נושאים ומכיל את כל חומר הלימוד על פי תכנית הלימודים של משרד החינוך. כל פרק פותח בסיכום ההגדרות, המשפטים והמתכונים הקשורים לנושא הפרק, לאחריו מופיעה טבלת הסרטונים באתר ולבסוף קובץ תרגילים. הניסיון מלמד כי לתרגול בקורס זה חשיבות יוצאת דופן, ולכן ספר זה בולט בהיקפו ובמגוון התרגילים המופיעים בו.

**לכל התרגילים בספר פתרונות מלאים באתר [www.bagrut.co.il](http://www.bagrut.co.il)**

**הפתרונות מוגשים בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי. הפתרון המלא של השאלה מכוון ומוביל לדרך חשיבה נכונה בפתרון בעיות דומות מסוג זה.**

תקוותנו היא שספר זה ישמש מורה-דרך לכם התלמידים ויוביל אתכם להצלחה.



© [www.bagrut.co.il](http://www.bagrut.co.il)

## תוכן העניינים:

### **פרק 1 – בעיות מילוליות: 8.....**

8..... : הקדמה

8..... : שאלות יסודיות עם אחוזים

10..... : בעיות מילוליות בהנדסה

10..... : בעיות יסודיות

11..... : בעיות עם מרובעים

12..... : בעיות עם משולשים

12..... : בעיות עם עיגולים

13..... : בעיות בהנדסת המרחב

14..... : בעיות תנועה

20..... : שאלות מסכמות – בעיות מילוליות

25..... : שאלות מתוך מאגר משרד החינוך

31..... : תשובות סופיות

### **פרק 2 – גיאומטריה אנליטית: 34.....**

34..... : הישר

34..... : הגדרות בסיסיות

34..... : חיתוך עם הצירים ובין ישרים

34..... : מרחק בין שתי נקודות

35..... : משוואת הקו הישר

36..... : ישרים מקבילים

36..... : ישרים מאונכים

37..... : אמצע קטע

38..... : הוכחות צורות מישוריות

38..... : שאלות מסכמות

42..... : שאלות מתוך מאגר משרד החינוך - הישר

44..... : תרגול נוסף

44..... : הגדרות בסיסיות

45..... : חיתוך עם הצירים ובין ישרים

46..... : מרחק בין שתי נקודות

51..... : משוואת הקו הישר

55..... : ישרים מקבילים

57..... : ישרים מאונכים

61..... : אמצע קטע

64.....	אנך אמצעי :
65.....	תשובות סופיות :
70.....	המעגל :
70.....	משוואת המעגל :
71.....	חיתוך של מעגל עם הצירים :
71.....	חיתוך של מעגל וישר :
71.....	יחס בין נקודה למעגל :
72.....	משפטים חשובים במעגל :
72.....	משיק למעגל :
73.....	בעיות שונות – מעגל :
75.....	שאלות מתוך מאגר משרד החינוך - המעגל :
77.....	תרגול נוסף :
77.....	משוואת המעגל :
80.....	חיתוך של מעגל עם הצירים :
81.....	חיתוך של מעגל וישר :
82.....	יחס בין נקודה למעגל :
82.....	משפטים חשובים במעגל :
83.....	משיק למעגל :
85.....	תשובות סופיות :
<b>88.....</b>	<b>פרק 3 – חשבון דיפרנציאלי - פונקציה פולינומית :</b>
88.....	חישוב נגזרות :
89.....	מציאת שיפוע ומשוואת משיק כאשר נתונה הנקודה :
90.....	מציאת נקודה כאשר ידוע השיפוע :
92.....	מציאת נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה :
92.....	פונקציות עם פרמטרים :
93.....	חקירת פונקציה :
94.....	נקודות קיצון מוחלטות :
95.....	תרגול נוסף :
95.....	חישוב נגזרות :
96.....	מציאת שיפוע ומשוואת משיק כאשר נתונה הנקודה :
101.....	מציאת נקודה כאשר ידוע השיפוע :
104.....	מציאת נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה :
107.....	פונקציות עם פרמטרים :
109.....	חקירת פונקציה :
111.....	נקודות קיצון מוחלטות :
112.....	קשר בין פונקציה לנגזרת :

113.....	סרטוט גרפים עפ"י תנאים נתונים :
115 .....	שאלות מתוך מאגר משרד החינוך – פונקציה פולינומית :
119 .....	תשובות סופיות :
<b>129 .....</b>	<b>פרק 4 - חשבון דיפרנציאלי - פונקציה רציונאלית :</b>
129.....	חישוב נגזרות :
129.....	מציאת שיפוע ומשוואת משיק כאשר נתונה הנקודה :
130.....	מציאת נקודה כאשר ידוע השיפוע :
130.....	פונקציות עם פרמטרים :
131.....	חקירת פונקציה רציונאלית :
133 .....	תרגול נוסף :
133.....	חישוב נגזרות :
135.....	מציאת שיפוע ומשוואת משיק כאשר נתונה הנקודה :
139.....	מציאת נקודה כאשר ידוע השיפוע :
142.....	מציאת נקודות קיצון :
143.....	פונקציות עם פרמטרים :
145.....	חקירת פונקציה רציונאלית :
156 .....	שאלות מתוך מאגר משרד החינוך – פונקציה רציונאלית :
158 .....	תשובות סופיות :

**פרק 5 – חשבון דיפרנציאלי - פונקצית שורש: 169 .....**

- 169..... חישוב נגזרות :  
169..... מציאת שיפוע ומשוואת משיק כאשר נתונה הנקודה :  
170..... מציאת נקודה כאשר ידוע השיפוע :  
170..... פונקציות עם פרמטרים :  
171..... חקירת פונקצית שורש :  
173 ..... תירגול נוסף :  
173..... חישוב נגזרות :  
174..... מציאת שיפוע ומשוואת משיק כאשר נתונה הנקודה :  
177..... מציאת נקודה כאשר ידוע השיפוע :  
178..... מציאת נקודות קיצון :  
180..... פונקציות עם פרמטרים :  
182..... חקירת פונקצית שורש :  
187 ..... שאלות מתוך מאגר משרד החינוך – פונקצית שורש :  
188 ..... תשובות סופיות :

**פרק 6 – בעיות מילוליות של ערך קיצון: 194 .....**

- 194..... בעיות קיצון עם מספרים :  
194..... בעיות קיצון בהנדסת המישור :  
195..... בעיות קיצון בפונקציות וגרפים :  
196..... בעיות קיצון בהנדסת המרחב :  
197 ..... שאלות מתוך מאגר משרד החינוך :  
201 ..... תירגול נוסף :  
201..... בעיות קיצון עם מספרים :  
202..... בעיות קיצון בהנדסת המישור :  
204..... בעיות קיצון בפונקציות וגרפים :  
206..... בעיות קיצון בהנדסת המרחב :  
207 ..... תשובות סופיות :

**פרק 7 - חשבון אינטגרלי: 209 .....**

- 209..... אינטגרל לא מסוים :
- 209..... מציאת פונקציה קדומה :
- 212..... האינטגרל המסוים :
- 213..... חישובי שטחים :
- 220..... חישובי שטחים עם פרמטר :
- 221 ..... תרגול נוסף :
- 221..... אינטגרל לא מסוים :
- 222..... מציאת פונקציה קדומה :
- 223..... האינטגרל המסוים :
- 224..... חישובי שטחים :
- 227..... חישובי שטחים עם פרמטר :
- 229 ..... שאלות מתוך מאגר משרד החינוך :
- 234 ..... תשובות סופיות :

**פרק 8 – שאלות מבגרויות: 238 .....**

- 238 ..... בעיות מילוליות :
- 246 ..... תשובות סופיות :
- 247 ..... גיאומטריה אנליטית :
- 247..... הישר :
- 256..... המעגל :
- 267 ..... תשובות סופיות :
- 267..... ישר :
- 268..... מעגל :
- 270 ..... חשבון דיפרנציאלי :
- 270..... פונקציות פולינום :
- 271..... פונקציות רציונליות :
- 275..... פונקציות שורש :
- 277 ..... תשובות סופיות :
- 277 ..... בעיות מילוליות של ערך קיצון :
- 285 ..... תשובות סופיות :
- 286 ..... חשבון אינטגרלי :
- 295 ..... תשובות סופיות :

# פרק 1 – בעיות מילוליות:

## הקדמה:

הערה: השאלות בחלק זה מהוות הקדמה לנושא בעיות מילוליות.

(1) **בסרטון זה מוסבר מהי בעיה מילולית וכיצד פותרים אותה.**

א. סכום שני מספרים 43. מספר אחד גדול ב-15 מהשני. מצא את המספרים.

ב. סכום הגילים של שלושה אחים הוא 37. האח הבינוני גדול ב-3 שנים מהאח הצעיר, וגילו של האח הבכור גדול פי שניים מגילו של האח הבינוני. מהו גילו של כל אח?

(2) 3 חבילות קמח ו-4 חבילות סוכר עולות ביחד 76 שקלים, ואילו 10 חבילות קמח ו-2 חבילות סוכר עולות יחד 140 שקלים. כמה עולה חבילת סוכר וכמה עולה חבילת קמח?

(3) הוצאת ספרים הזמינה ספרים מבית-דפוס. המשלוח היה אמור להגיע ב-20 ארגזים בינוניים, אולם נארז בארגזים גדולים יותר, ובכל אחד מהם 10 ספרים יותר, לכן נשלחו 16 ארגזים בלבד. כמה ספרים הוזמנו על ידי הוצאת הספרים?

(4) כדי לשכור משאית לטיול על הכיתה כולה לשלם 4,200 שקלים. מאחר ש-8 תלמידים לא יצאו לטיול, כל תלמיד מהנותרים היה צריך להוסיף 60 שקלים לסכום המקורי. כמה תלמידים בכיתה? מהו הסכום המקורי שכל תלמיד היה צריך לשלם?

(5) סוחר קנה מספר כוסות במחיר כולל של 1800 שקלים. 5 כוסות נשברו ולכן את היתר מכר ברווח של 40 שקלים לכוס. כמה כוסות קנה הסוחר, אם הרוויח בעסקה 700 שקלים?

## **שאלות יסודיות עם אחוזים:**

(6) **בסרטון זה מוסבר מהו אחוז.**

חולצה עולה 280 שקלים.

א. בסוף העונה היא עולה ב-25% פחות ממחירה הקודם. מהו מחירה החדש של החולצה?

ב. בסוף העונה החולצה עולה 25% ממחירה הקודם. מהו מחירה החדש של החולצה?

ג. החולצה התייקרה ב-20%. מהו מחירה החדש? מהו מחיר ההתייקרות?

(7) לאדם יש  $x$  שקלים. הוא הוציא 20% מכספו.

א. הבע באמצעות  $x$  את מחיר ההוצאה.

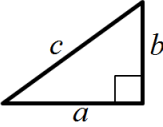
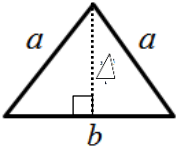
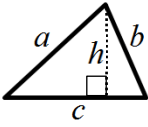
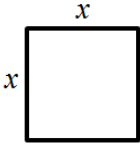
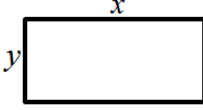
ב. הבע באמצעות  $x$  את הסכום שנשאר לו.



- 8) סוחר קנה סחורה ב- $a$  שקלים והרוויח 35% במכירה. בכמה מכר הסוחר את הסחורה?
- 9) לדני  $x$  גולות. ליוסי יש 60% מכמות הגולות של דני. לאלון יש ב-30% גולות יותר משיש לדני וליובל יש ב-25% גולות פחות מאשר לדני. הבע את מספר הגולות שיש לכל אחד.
- 10) במיכל יש  $m$  ליטרים של כוהל. ביום הראשון מתנדפים 10% מהכוהל שבמיכל. ביום השני מתנדפים 30% מכמות הכוהל שנשאר. מהי כמות הכוהל שנשאר לאחר יומיים?
- 11) בתחילת השנה הועלה המחיר המקורי של אופנוע ב-20%, ואילו בסוף השנה הוזל המחיר ב-20%. נתון כי המחיר של האופנוע לאחר ההוזלה בסוף השנה הוא 2400 שקלים. מצא את מחירו המקורי של האופנוע.
- 12) מחירו של ארון, בתוספת ההובלה לבית הלקוח, הוא 900 שקלים. אם יתייקר הארון ב-25% ומחיר ההובלה לא ישתנה, יהיה על הלקוח לשלם בסך-הכול 1100 שקלים. חשב את מחיר הארון.
- 13) ראובן שילם 31 שקלים בעבור 5 ק"ג תפוחים ו-8 ק"ג אגסים. כעבור שבוע עלה מחיר האגסים ב-25%, אך מחיר התפוחים לא השתנה. ראובן שילם עתה 35 שקלים בעבור 5 ק"ג תפוחים ו-8 ק"ג אגסים. חשב את מחירו של ק"ג אגסים לפני עליית המחיר.
- 14) סכום כסף חולק כולו בין שלושה אחים. הבכור קיבל 48% מהסכום, השני קיבל 33% מהסכום, והשלישי קיבל 28,500 שקלים. מצא איזה סכום כסף חולק בין שלושת האחים.
- 15) אדם מכר סחורה ב-4800 ₪ והרוויח במכירה זו 20%. באיזה סכום קנה את הסחורה?
- 16) שני פועלים מרוויחים יחד 2700 ₪. פועל אחד מרוויח 20% פחות מהפועל השני. כמה משתכר כל פועל?
- 17) אריה קיבל תוספת יוקר של 2% למשכורתו, כעבור חצי שנה קיבל תוספת יוקר נוספת של 4%. משכורתו של אריה לאחר התוספת השנייה גדולה ב-304 שקלים ממשכורתו ההתחלתית. מה הייתה משכורתו ההתחלתית של אריה?
- 18) מחירו של מוצר ירד תחילה ב-10% ולאחר מכן עלה ב-25%. מחירו הסופי היה 90 ₪. מה היה מחירו ההתחלתי?

## בעיות מילוליות בהנדסה:

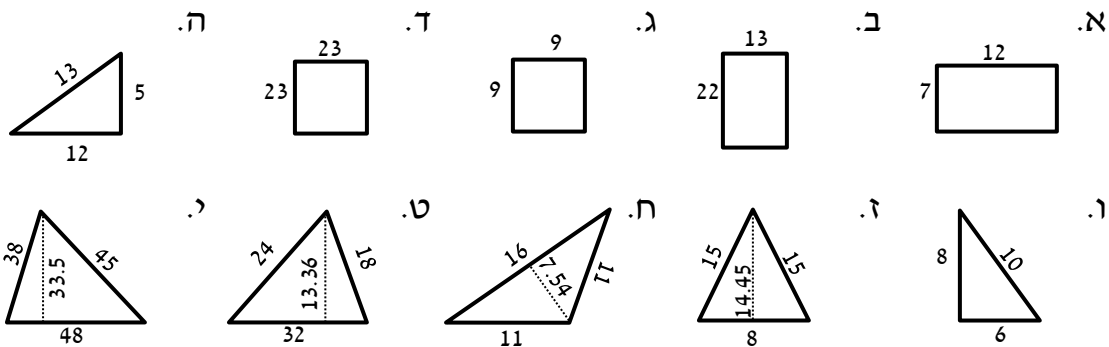
תזכורת:

משולש ישר זווית	משולש שווה שוקיים	משולש כללי	ריבוע	מלבן
				
$S = \frac{a \cdot b}{2}$	$S = \frac{b \cdot h}{2}$	$S = \frac{c \cdot h}{2}$	$S = x^2$	$S = x \cdot y$
$P = a + b + c$	$P = 2a + b$	$P = a + b + c$	$P = 4x$	$P = 2(x + y)$

משפט פיתגורס במשולש ישר זווית:  $a^2 + b^2 = c^2$ .

### בעיות יסודיות:

(19) חשב את ההיקפים והשטחים של הצורות הבאות:



(20) נתון מלבן שאורכו 5 ס"מ ורוחבו 8 ס"מ. מגדילים את אורכו ב-2 ס"מ ואת רוחבו ב-3 ס"מ.

א. מה יהיה שטח המלבן החדש?

ב. מה יהיה היקף המלבן החדש?

(21) נתון ריבוע בעל אורך צלע של 12 ס"מ. מגדילים את אורכו ב-25% ואת רוחבו מקטינים ב-25%.

א. איזו צורה הנדסית התקבלה?

ב. מה יהיה שטח הצורה?

ג. מה יהיה היקף הצורה?

22) נתון משולש ישר זווית שאורכי ניצביו הם 24 ס"מ ו-7 ס"מ.

- א. מה הוא אורך היתר במשולש?
- ב. חשב את שטח והיקף המשולש.
- ג. מגדילים את הניצב הקטן פי 2 ומקטינים את הניצב הארוך ב-15%.  
חשב את אורך היתר של המשולש החדש, היקף המשולש ושטחו.

23) כתוב את הביטויים הבאים :

- א. מסמנים ב- $x$  את אורכו של מלבן. רוחב המלבן גדול ב-3 מאורכו. הבע באמצעות  $x$  את רוחב המלבן, היקף המלבן ושטח המלבן.
- ב. מסמנים ב- $x$  את אורכו של מלבן. רוחב המלבן גדול פי 4 מאורכו. הבע באמצעות  $x$  את רוחב המלבן, היקף המלבן ושטח המלבן.
- ג. מסמנים ב- $x$  את אורכו של מלבן. רוחב המלבן קטן ב-5 מאורכו. הבע באמצעות  $x$  את רוחב המלבן, היקף המלבן ושטח המלבן.
- ד. מסמנים ב- $x$  את אורכו של מלבן. רוחב המלבן קטן פי 6 מאורכו. הבע באמצעות  $x$  את רוחב המלבן, היקף המלבן ושטח המלבן.
- ה. מסמנים ב- $x$  את אורכו של מלבן. היקף המלבן הוא 36 יחידות אורך. הבע באמצעות  $x$  את רוחב המלבן ושטח המלבן.
- ו. מסמנים ב- $x$  את אורכו של מלבן. שטח המלבן הוא 48 יחידות ריבועיות. הבע באמצעות  $x$  את רוחב המלבן והיקף המלבן.
- ז. מסמנים צלע של ריבוע ב- $x$ . מגדילים את אורך הריבוע ב-30% ומקטינים את רוחבו ב-20%. הבע באמצעות  $x$  את מידות המלבן שהתקבל, שטחו והיקפו.

**בעיות עם מרובעים :**

24) אם נגדיל את צלעותיו של ריבוע ב-3 ס"מ ו-5 ס"מ נקבל מלבן ששטחו גדול ב-47 סמ"ר משטח הריבוע. מצא את צלע הריבוע.

25) אם נקצר את אורכו של מלבן ב-5 ס"מ ונגדיל את רוחבו ב-2 ס"מ לא יגדל שטחו. אם נגדיל את אורכו ב-10 ס"מ ונקצר את רוחבו ב-2 ס"מ גם אז לא יגדל שטחו. חשב את אורכי צלעות המלבן ואת שטחו.

26) נתון ריבוע שצלעו היא  $x$  ס"מ. בנו מלבן שרוחבו קטן ב-5 ס"מ מצלע הריבוע ואורכו שווה לצלע הריבוע.

- א. הבע באמצעות  $x$  את היקף המלבן.
- ב. חשב את  $x$  אם היקף המלבן הוא  $\frac{2}{3}$  מהיקף הריבוע.

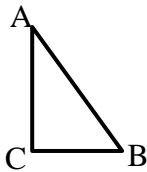
27) הגדילו צלע אחת של ריבוע ב-20% והקטינו את הצלע השניה ב-10%. היקף המלבן שהתקבל היה גדול ב-4 ס"מ מהיקף הריבוע. מצא את אורך צלע הריבוע.

## בעיות עם משולשים:

28) נתון משולש שווה שוקיים שבו הגובה לבסיס גדול ב-2 ס"מ מהבסיס. שטח המשולש הוא 60 סמ"ר. חשב את אורך בסיס המשולש.

29) סכום הניצבים של משולש ישר זווית הוא 14 ס"מ ושטחו הוא 24 סמ"ר. מצא את אורכי הניצבים של המשולש.

30) סכום הניצבים של משולש ישר זווית הוא 7 ס"מ ושטחו הוא 24 סמ"ר. חשב את אורכי הניצבים של המשולש אם אורך היתר הוא 5 ס"מ.



31) במשולש ישר זווית ABC אורך היתר הוא 24.4 ס"מ. אורך הניצב AC גדול ב-20% מאורך הניצב BC. חשב את היקף המשולש.

32) במשולש שווה שוקיים אורך הגובה לבסיס הוא 24 ס"מ. היקף המשולש הוא 96 ס"מ. חשב את אורך שוק המשולש.

33) במשולש ישר זווית אורך היתר הוא 13 ס"מ. ההפרש בין שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים הוא 119 ס"מ. חשב את אורכי הניצבים.

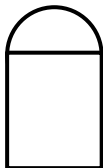
## בעיות עם עיגולים:

34) בסרטון זה מוסברים ההגדרות של העיגול, שטח העיגול והיקפו.

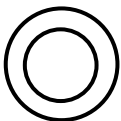
א. היקפו של עיגול הוא 44 ס"מ. חשב את שטחו.



ב. הצורה שבאיור היא  $\frac{3}{4}$  עיגול. היקף הצורה שווה ל-45 ס"מ. חשב את אורך הרדיוס של העיגול.



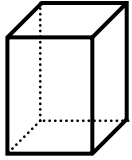
ג. שטח צורה המורכבת מריבוע וחצי עיגול הוא 30 סמ"ר. חשב את רדיוס חצי העיגול.



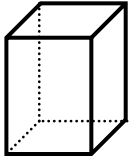
ד. שטח טבעת הוא  $55\pi$  סמ"ר. הרדיוס הפנימי הוא 3 ס"מ. חשב את הרדיוס החיצוני של הטבעת.

**בעיות בהנדסת המרחב:**

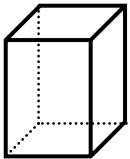
**(35) בסרטון זה מוצגת התיבה ואופן החישוב של נפחה ושטח פניה.**



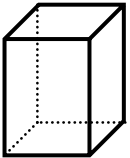
א. שטח בסיס של תיבה שבסיסה ריבוע הוא 400 סמ"ר. גובה התיבה גדול ב-30% מצלע הבסיס. חשב את נפח התיבה.



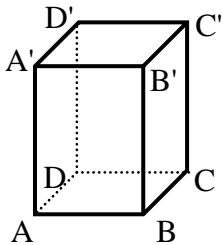
ב. בתיבה שבסיסה ריבוע הגובה גדול ב-2 ס"מ מצלע הבסיס. סכום שטחי 4 הפאות הוא 480 סמ"ר. חשב את נפח התיבה.



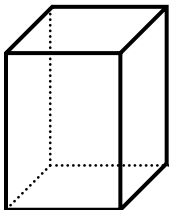
**(36) גובה של תיבה ריבועית הוא 15 ס"מ ונפחה הוא 540 סמ"ק. חשב את צלע הבסיס ואת שטח הפנים של התיבה.**



**(37) בתיבה צלע אחת של הבסיס קטנה ב-2 ס"מ מהצלע האחרת של הבסיס. הגובה של התיבה שווה לצלע הארוכה של הבסיס. שטח הפנים של התיבה הוא 168 סמ"ר. חשב את צלעות הבסיס של התיבה, את גובהה ואת נפחה.**

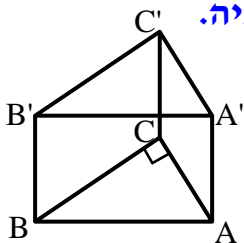


**(38) אורך הגובה של תיבה ACBDA'B'C'D' הוא 24 ס"מ. אורכי צלעות הבסיס הם 3 ס"מ ו-4 ס"מ. א. חשב את אורך אלכסון הבסיס AC. ב. חשב את אורך אלכסון התיבה AC'.**



**(39) רוצים לצפות בטאפט קירות ותקרה של חדר שצורתו תיבה ריבועית. מחיר טאפט לתקרה הוא 5 ₪ למ"ר ומחיר טאפט לקיר הוא 3 ₪ למ"ר. גובה החדר הוא 6 מטרים. העלות הכוללת של כל הציפוי הוא 368 ₪. חשב את אורך החדר.**

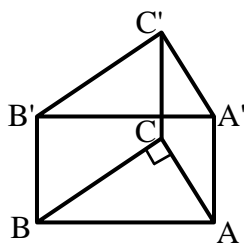
**(40) בסרטון זה מוצגת המנסרה המשולשת ואופן החישוב של נפחה ושטח פניה.**



א. נתונה מנסרה שבסיסה משולשים ישרי זווית ( $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ ).

נתון:  $AB = 10$  ס"מ,  $BC = 8$  ס"מ.

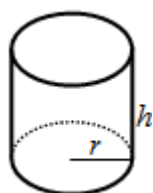
גובה המנסרה הוא 12 ס"מ. חשב את נפח המנסרה.



- ב. נתונה מנסרה משולשת שבסיסה משולשים ישרי זווית. ניצב אחד של הבסיס גדול פי 3 מהניצב האחר וגובה המנסרה גדול פי 4 מאורך הניצב הקצר. נפח המנסרה הוא 162 סמ"ק. חשב את אורכי הניצבים של הבסיס.

#### 41) בסרטון זה מוצג הגליל ואופן החישוב של נפחו ושטח פניו.

- א. רדיוס הבסיס של גליל הוא 5 ס"מ וגובהו 8 ס"מ. חשב את נפח הגליל.



- ב. שטח הבסיס של גליל הוא  $81\pi$  סמ"ר.  
 1. חשב את רדיוס הגליל.  
 2. נתון כי גובה הגליל גדול ב-2 ס"מ מרדיוס הבסיס. חשב את נפח הגליל.

- ג. נפח גליל הוא  $180\pi$  סמ"ק וגובהו הוא 20 ס"מ. חשב את רדיוס הבסיס.

- ד. גובה גליל גדול ב-20% מרדיוס הבסיס. נפח הגליל הוא  $150\pi$  סמ"ק. מצא את רדיוס הבסיס של הגליל.

### בעיות תנועה:

#### 42) בסרטון זה מוסבר מהי בעיית תנועה ומהן השלבים לפתרונה.

#### 43) ענה על השאלות הבאות:

- א. מכונית נוסעת במהירות 80 קמ"ש במשך 3 שעות. איזה מרחק היא עברה?  
 ב. הולך רגל הולך במהירות של 4 קמ"ש במשך שעתיים. איזה מרחק הוא עבר?  
 ג. מטוס עובר מרחק של 2,000 ק"מ במשך 2.5 שעות. באיזה מהירות הוא טס?  
 ד. משאית עוברת מרחק של 100 ק"מ במשך 4 שעות מידי יום. באיזה מהירות היא נוסעת?  
 ה. אופנוע עובר מרחק של 120 ק"מ במהירות קבועה של 60 קמ"ש. כמה זמן הוא נסע?  
 ו. אוטובוס עובר מרחק כולל של 50 ק"מ במהירות של 20 קמ"ש. כמה זמן הוא נסע?

44) העבר בין יחידות הזמן הבאות :

- א. כמה דקות הם חצי שעה?
- ב. כמה דקות הם רבע שעה?
- ג. כמה דקות הם  $\frac{1}{5}$  משעה?
- ד. כמה דקות הם  $\frac{1}{12}$  משעה?
- ה. כמה דקות הם 0.3 משעה?
- ו. נעמה נוסעת במשך 240 דקות. כמה שעות נסעה?
- ז. שי נוסע במשך 150 דקות. כמה שעות נוסע שי?
- ח. אסף נוסע במשך שעה ו-20 דקות. כמה דקות נסע אסף בסה"כ?
- ט. שני נוסעת במשך 3.2 שעות. כמה דקות נסעה שני?
- י. שרון הולכת במשך 1.25 שעות. כמה דקות הולכת שרון?

45) מכונית נוסעת במהירות של 70 קמ"ש במשך שעתיים, לאחר מכן נוסעת במהירות של 80 קמ"ש במשך 3 שעות נוספות. מה המרחק הכולל שעברה המכונית?

46) רוני רץ במשך 30 דקות במהירות של 10 קמ"ש, לאחר מכן רץ במשך שעה נוספת במהירות של 7 קמ"ש. איזה מרחק עבר רוני?

47) מכונית עוברת מרחק של 20 ק"מ במשך 20 דקות. לאחר מכן עוברת מרחק של 30 ק"מ במשך 10 דקות. באיזו מהירות נסעה המכונית בכל שלב?

48) מטוס עובר מרחק של 300 ק"מ במשך 15 דקות, לאחר מכן הוא מאט ועובר מרחק של 800 ק"מ במשך 48 דקות. מצא את מהירות המטוס בשני השלבים.

49) משאית נוסעת מעיר A לעיר B. את מחצית הדרך הראשונה עברה במהירות של 80 קמ"ש ואת מחצית הדרך השנייה עברה בשעה אחת. המרחק בין הערים A ו-B הוא 120 ק"מ.

- א. מצא במשך כמה זמן עברה המשאית את מחצית הדרך הראשונה.
- ב. מצא באיזו מהירות נסעה המשאית במחצית הדרך השנייה.
- ג. מהו הזמן הכולל שנסעה המשאית מעיר A לעיר B?
- ד. באיזו מהירות הייתה נוסעת המשאית אם הייתה עוברת את כל הדרך במהירות קבועה באותו הזמן שמצאת בסעיף הקודם? עגל תשובתך למספר שלם.

50) אוטובוס ומכונית יוצאים בו זמנית מעיר א' לעיר ב'. האוטובוס נוסע במהירות קבועה של 60 קמ"ש ומגיע לעיר ב' לאחר 3.5 שעות.

- א. לאחר כמה זמן תגיע המכונית אם ידוע כי היא נסעה במהירות קבועה של 100 קמ"ש?  
ב. לאחר כמה זמן תגיע המכונית אם ידוע כי היא עברה את מחצית הדרך הראשונה במהירות של 60 קמ"ש ואת מחצית הדרך השנייה במהירות של 120 קמ"ש?

51) שתי מכוניות יצאו יחד מעיר א' לעיר ב'. המרחק בין הערים הוא 100 ק"מ. המכונית הראשונה נסעה כל הדרך במהירות קבועה של 100 קמ"ש. המכונית השנייה נסעה במשך 15 דקות במהירות של 120 קמ"ש. לאחר מכן עצרה להתרעננות של 15 דקות נוספות וחזרה לנסיעתה. ידוע כי שתי המכוניות הגיעו לעיר ב' יחד.  
א. כמה זמן נסעה המכונית הראשונה מעיר א' לעיר ב'?  
ב. מצא את מהירות המכונית השנייה לאחר שחזרה לנסיעתה.

52) משאית נוסעת מחיפה לאילת. היא נסעה במשך 5 שעות במהירות מסוימת ובמשך 3 שעות נוספות במהירות הגדולה ב-20 קמ"ש ממהירותה הקודמת. מצא באיזו מהירות נסעה לראשונה אם המרחק בין שתי הערים הוא 540 ק"מ.

53) רוכב אופנוע נוסע מעיר A לעיר B במהירות קבועה במשך 6 שעות. בדרכו חזרה הוא מקטין את מהירותו ב-15 קמ"ש. דרכו חזרה ארכה 8 שעות. מצא את המרחק בין שתי הערים.

54) הולך רגל יצא מת"א לכיוון חדרה. הוא צעד במהירות קבועה. כעבור 4 שעות יצא אחריו רוכב קטנוע שמהירותו גדולה ב-15 קמ"ש ממהירותו של הולך הרגל. כעבור שתיים נפגשו השניים.  
א. מצא את מהירות הולך הרגל ואת מהירות הרכב הקטנוע.  
ב. מצא את המרחק שעברו עד המפגש.

55) שני הולכי רגל יצאו לצעדת בוקר. הם יצאו מאותו מקום בשעה 6:00 בבוקר. הולך הרגל הראשון צועד במהירות קבועה של 8 קמ"ש. הולך הרגל השני צעד במהירות של 6 קמ"ש עד 9:00 בבוקר, אך אז הגביר את מהירותו ב-3 קמ"ש ולכן הגיע באותו הזמן כמו הולך הרגל הראשון. חשב איזה מרחק עברו הולכי הרגל ובאיזו שעה נפגשו.

56) מכונית א' יצאה מעיר A בזמן שמכונית ב' יצאה מעיר B. הן נסעו זו לקראת זו ונפגשו כעבור 4 שעות. המרחק בין עיר A לעיר B הוא 500 ק"מ. מצא את מהירויות כלי הרכב כאשר ידוע שמהירות מכונית א' גדולה פי 1.5 ממהירות המכונית השנייה.



**57)** מכונית נסעה מהכפר לקיבוץ במהירות של 60 קמ"ש. בדרכה חזרה נסעה במהירות הגדולה ב-15 קמ"ש ממהירותה הקודמת. סה"כ ארכה נסיעתה 9 שעות. מצא את המרחק בין הכפר לקיבוץ.

**58)** מונית ומשאית נוסעות בין שתי ערים A ו-B. מהירות המשאית היא 60 קמ"ש ומהירות המונית היא 80 קמ"ש. הזמן שלוקח למשאית לעשות את הדרך כולה גדול בשעה וחצי מהזמן הנדרש למונית. חשב מהו המרחק בין שתי הערים.

**59)** המרחק בין עיר א' לעיר ב' הוא 580 ק"מ. בשעה 10:00 בבוקר יצא רכב משא מעיר א' לכיוון עיר ב' במהירות 75 קמ"ש. כעבור 30 דקות יצאה מכונית מעיר ב' לכיוון עיר א' ונסעה במהירות 80 קמ"ש. שני הרכבים נפגשו בדרך שבין הערים. מצא את שעת המפגש ואת המרחק שעבר כל אחד מכלי הרכב.

**60)** בשעה 6:00 בבוקר יצא הולך רגל מעיר A במהירות קבועה של 5 קמ"ש. בשעה 9:30 יצא מאותה העיר רוכב אופניים שמהירות 20 קמ"ש ולכן הגיע לעיר B שעתיים וחצי לפני הולך הרגל. מה המרחק בין שתי הערים?

**61)** שני רוכבי אופניים יוצאים זה לקראת זה משני מקומות שונים. הרוכב הראשון יצא בשעה 9:00 בבוקר והשני יצא בשעה 11:00 בבוקר. הם נפגשו בשעה 15:00 אחה"צ. הרוכב השני רכב מהירות הגדולה ב-6 קמ"ש ממהירות הרוכב הראשון. מצא את מהירויות הרוכבים אם המרחק בין שני המקומות הוא 204 ק"מ.

**62)** המרחק בין שתי ערים הוא 460 ק"מ. בשעה 5:00 בבוקר יצא רכב מעיר א' לעיר ב' במהירות 95 קמ"ש. בשעה 6:15 יצא קטנוע מעיר ב' לעיר א' במהירות של 40 קמ"ש. הקטנוע התעכב בדרך ל-45 דקות עקב פנצ'ר בגלגל ואז המשיך בנסיעתו. מהירות כלי הרכב לא השתנתה במשך כל זמן הנסיעה. מצא את שעת המפגש.

**63)** מהירות אוטובוס גדולה ב-6 קמ"ש ממהירות משאית. האוטובוס עובר מרחק מסוים ב-50 דקות. המשאית עוברת מרחק הגדול ב-31 ק"מ אך במשך שעה וחצי. מצא את המהירויות של כלי הרכב.

**64)** יוסי נסע לבקר את חברתו הגרה בקיבוץ. הוא יצא מביתו שבעיר ונסע במהירות קבועה של 80 קמ"ש כל הדרך. בדרכו חזרה נסע באותה המהירות במשך 3 שעות, אך נאלץ להאט את המהירות ב-20 קמ"ש. לכן נמשכה דרכו חזרה שעה אחת יותר. מצא את המרחק בין מקום מגוריו של יוסי לקיבוץ.

65) המרחק בין גדותיו של נהר הוא 90 ק"מ. ספינה שטה במשך 5 שעות מגדה אחת לשנייה עם כיוון הזרם. בדרכה חזרה נגד כיוון הזרם מגבירה הספינה את מהירותה ב-2 קמ"ש ולכן היא מגיעה ליעדה ב-10 שעות. מצא את מהירות הספינה ואת מהירות הזרם.

66) מטוס טס מרחק של 7,200 ק"מ ב-12 שעות כאשר הוא טס עם כיוון הרוח. כאשר הוא טס נגד כיוון הרוח הוא עובר את אותו המרחק ב-18 שעות. חשב את מהירות הרוח ואת מהירות המנוע של המטוס.

67) מכונית ורכב אופניים יצאו באותו זמן משני מקומות שונים ונסעו אחד לקראת השני. המכונית נסעה במהירות של 45 קמ"ש ורכב האופניים נסע במהירות של 12 קמ"ש. המכונית הגיעה למחוז חפצה, התעכבה למשך 15 דקות ושבה חזרה למקום מוצאה. בדרכה חזרה פגשה את רוכב האופניים במחצית הדרך שבין שני המקומות. מצא את המרחק בין שני המקומות.

68) יוסי ודני קבעו להיפגש בקיבוץ. יוסי גר בעיר המרוחקת ב-36 ק"מ מהכפר שבו גר דני. יוסי נסע בקטנוע ויצא לדרך בשעה 6:00 בבוקר במהירות של 24 קמ"ש ודני יצא בשעה 7:00 בבוקר במהירות של 16 קמ"ש. שניהם הגיעו לקיבוץ באותו הזמן. מצא את המרחק שבין העיר לקיבוץ ואת שעת הפגישה בין החברים.

69) המרחק בין שתי ערים A ו-B הוא 360 ק"מ. אוטובוס עובר בד"כ את הדרך כולה במהירות קבועה. יום אחד, לאחר שעבר 0.25 מהדרך, הגביר את מהירותו ב-15 קמ"ש ולכן הגיע שעה וחצי לפני המועד המתוכנן. מצא את מהירותו של האוטובוס.

70) מכונית עוברת מרחק מסוים במהירות קבועה של 75 קמ"ש. יום אחד נסעה המכונית במשך שעותיים במהירות המתוכננת ואז הגבירה את מהירותה ב-15 קמ"ש והגיעה ליעדה שעה לפני המועד המתוכנן. איזה מרחק עוברת המכונית?

71) רץ למרחקים ארוכים עובר מרחק מסוים ב-5 שעות כשהוא רץ במהירות קבועה. יום בהיר אחד רץ במשך שעותיים במהירות הרגילה ואז שינה את מסלולו ורץ בדרך עפר. מהירותו פחתה ב-2 קמ"ש והוא הגיע ליעדו שעה מאוחר יותר מהזמן הרגיל. הדרך העוקפת האריכה את דרכו ב-19 ק"מ. חשב את מהירותו של הרץ.

72) אוטובוס נוסע 720 ק"מ ביום במהירות קבועה. יום אחד נסע במשך שעותיים במהירות זו. לאחר מכן עצר הנהג להתרעננות למשך 24 דקות. הוא המשיך בדרכו במהירות הגדולה ב-20 קמ"ש ממהירותו הרגילה ולכן הגיע שעה מוקדם יותר מהזמן הרגיל. מצא את מהירות נסיעתו של האוטובוס.

73) שני אוטובוסים יצאו מחניון. מהירות האחד היא 70 קמ"ש ומהירות השני היא 50 קמ"ש. מסלול הנסיעה שלהם זהה. חשב כעבור כמה זמן יהיה המרחק ביניהם 50 ק"מ ומה המרחק שעבר האוטובוס המהיר?

74) הולך רגל עובר מרחק מסוים במהירות קבועה במשך שעה ורבע. יום אחד האט את מהירותו ב-1 קמ"ש ולכן ארכה דרכו שעה ו-40 דקות. מצא את המרחק שעובר הולך הרגל.

75) משני מקומות שהמרחק ביניהם 450 ק"מ יצאו בו זמנית שתי מכוניות ונסעו זו לקראת זו. מהירות מכונית אחת גדולה ב-30 קמ"ש ממהירות המכונית האחרת. אחרי שעתיים וחצי המרחק ביניהם היה 200 ק"מ. מצא את מהירויות כלי הרכב.

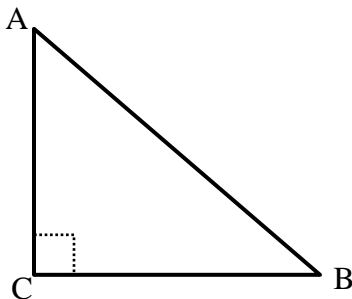
76) המרחק בין 2 ערים הוא 430 ק"מ. 2 מכוניות יצאו זו לקראת זו בשעה 8:00 בבוקר. מהירות המכונית השנייה גדולה ב-15% ממהירות המכונית הראשונה. בשעה 10:00 נפגשו המכוניות. מצא את המהירויות של המכוניות.

77) מכונית נסעה מעיר לכפר מרחק של 180 ק"מ במהירות קבועה. בדרכה חזרה עברה  $\frac{2}{3}$  מהדרך במהירות הגדולה ב-20 קמ"ש ממהירותה הרגילה ואת שארית הדרך עברה במהירות הקטנה ב-20% ממהירותה הרגילה. דרכה חזרה הייתה קצרה ב-10 דקות מדרכה הלוך. מצא את מהירות המכונית.

### 78) בסרטון זה מוסבר כיצד פותרים בעיות תנועה באמצעות משפט פיתגורס.

א. שתי משאיות יצאו בו זמנית מת"א. אחת נסעה צפונה והאחרת נסעה מזרחה. מהירות המשאית שנסעה צפונה גדולה ב-70 קמ"ש ממהירות המשאית שנסעה מזרחה. כעבור שעתיים היה המרחק ביניהם 260 ק"מ. חשב את המהירות של כל משאית.

ב. המרחק בין עיר A ל-B הוא 68 ק"מ. רוכב אופנוע נוסע במהירות קבועה מ-A ל-B- אך יום אחד הוצף הכביש ולכן נאלץ לנסוע בכביש עוקף. תחילה נסע מ-A ל-C- ולאחר מכן מ-C ל-B. ידוע כי קטע הנסיעה מ-A ל-C ניצב לקטע הנסיעה מ-B ל-C כמתואר באיור הסמוך.



הנסיעה מ-C ל-B ארכה שעה אחת ואילו כל הנסיעה כולה ארכה 24 דקות יותר מהרגיל. מהירות רוכב האופנוע לא השתנתה. מצא את המרחק בין B ל-C ואת מהירות רוכב האופנוע.

## שאלות מסכמות – בעיות מילוליות:

79) חברת "דפוס יצחק בע"מ" רכשה כמות מסוימת של חבילות דפי מחשב במחיר  $x$  שקלים לחבילה ושילמה סכום כולל של 8,000 ₪. בהזמנה הבאה רכשה החברה כמות גדולה יותר של חבילות דפי מחשב ובעקבות כך קיבלה הנחה של 2 ₪ לחבילה. מבדיקה שערך רואה החשבון של החברה עלה כי התשלום עבור ההזמנה השנייה היה גדול ב-100 ₪ מהתשלום של ההזמנה הראשונה.

- א. i. הבע באמצעות  $x$  את כמות החבילות שרכשה החברה בהזמנה הראשונה.
- ii. הבע באמצעות  $x$  את כמות החבילות שרכשה החברה בהזמנה השנייה.
- ב. מצא את  $x$  אם ידוע כי בהזמנה השנייה נרכשו 50 חבילות יותר מאשר בהזמנה הראשונה.
- ג. כתוב את אחוז ההנחה ליחידה שקיבלה החברה בהזמנה השנייה.

80) בעל חנות כלי נגינה קנה  $x$  גיטרות בסכום כולל של 50,000 ₪. 3 גיטרות נפגמו ולכן לא נמכרו כלל.

- את שאר הגיטרות מכר בעל החנות ברווח של 60%.  
בעל החנות הרוויח בעסקה זו 18,000 ₪.
- א. כמה גיטרות קנה בעל החנות?
  - ב. איזה מחיר שילם בעל החנות על כל גיטרה?
  - ג. כמה הרוויח בעל החנות ממכירה של כל גיטרה?

81) קבלן רכש  $x$  מרצפות רצפה בסכום כולל של 22,000 ₪. 20 מרצפות נשברו בהובלה ולכן לא נמכרו.

- את שאר המרצפות מכר הקבלן ברווח של 50%.  
סה"כ הרוויח הקבלן בעסקה 8,360 ₪.
- א. כמה מרצפות קנה הקבלן?
  - ב. כמה כסף שילם הקבלן עבור כל מרצפה?

82) שמואל קנה מחשב ומדפסת במכרז ושילם עבורם סכום כולל של 3,600 ₪. לאחר חודש ימים, מכר שמואל את המדפסת בהפסד של 10% ואת המחשב ברווח של 40%. ידוע כי שמואל מכר את שני המוצרים במחיר כולל של 4,740 ₪. בכמה כסף קנה שמואל את המחשב ובכמה כסף קנה את המדפסת?

83) סוחר קנה שני סוגי בד במחיר כולל של 900 ₪. את הבד מהסוג הראשון הוא מכר בהצלחה רבה ברווח של 72% אך את הבד השני הוא מכר בהפסד של 15%. הסוחר מכר את הבדים במחיר כולל של 1,113 ₪. כמה שילם הסוחר עבור שני סוגי הבדים?

84) חוואי קנה 15 סוסי פוני במחיר זהה לסוס. לאחר שנה מכר החוואי 3 סוסים ברווח של 35%, שניים מתו ממחלה נדירה ואת שאר הסוסים הוא מכר ללא רווח. סה"כ הפסיד החוואי 1710 ₪.

- א. כמה שילם החוואי עבור כל סוס פוני?
- ב. אם רק סוס אחד היה מת, האם היה החוואי מרוויח מהעסקה?
- אם לא נמק, אם כן בכמה היה מרוויח?

85) המחיר של שמיכה וזוג כריות הוא 380 ₪. לאחר שנה מחיר השמיכה הוזל ב-20% אך מחיר הכריות התייקר ב-20%. כעת המחיר של 5 כריות ו-2 שמיכות הוא 888 ₪.

- א. מה היה המחיר הראשוני של כרית?
- ב. כמה עולה שמיכה לאחר ההוזלה?
- ג. אכסניית נוער מעוניינת לרכוש שמיכות וכריות עבור מיטות יחיד למספר חדרים (כמות זהה של שמיכות וכריות). האם כדאי להנהלת האכסניה לרכוש את השמיכות והכריות במחירים המקוריים או לאחר שנה? נמק.

86) המחיר של 6 שרפרפים גדול ב-20 שקלים מהמחיר של כיסא. לאחר שמחיר השרפרפים התייקר ב-35% ומחיר הכיסא הוזל ב-19%, המחיר של 3 שרפרפים היה זהה למחיר של כיסא אחד.

- א. מה המחיר של כיסא והמחיר של שרפרף לפני ההוזלה וההתייקרות?
- ב. בכמה אחוזים גדול המחיר של הכיסא לאחר ההוזלה מהמחיר של השרפרף לאחר ההתייקרות?
- ג. לרשות בית ספר תקציב מסוים המיועד לרכישת כיסאות ושרפרפים. ידוע כי בית הספר מעוניין לרכוש פי 4 יותר שרפרפים מאשר כיסאות. האם כדאי לבית הספר לבצע את הרכישה במחירים המקוריים או לאחר השינויים אם ברצונו לרכוש כמה שיותר פריטים?

87) בחנות מחשבים מסוימת, המחיר של 3 מקלדות ו-5 עכברים הוא 490 ₪. לאחר חצי שנה יצאה חנות המחשבים למבצע ומכרה את המקלדות שברשותה בהנחה מיוחדת של 50% ואת העכברים בהנחה של 10%. כעת ניתן לקנות 4 עכברים ו-8 מקלדות במחיר של 500 ₪.

- א. מה היו המחירים של מקלדת ושל עכבר לפני ההנחה?
- ב. משרד עו"ד מעוניין לרכוש כמות מסוימת של מקלדות ועכברים (מספר זהה של מקלדות ועכברים). ידוע כי אם היה רוכש המשרד את המוצרים לפני ההנחות, היה משלם 900 ₪ יותר ממה שהיה משלם לאחר ההנחות עבור אותם הפריטים. כמה מקלדות ועכברים הוא קנה?

88) סוחר קנה שולחנות במחיר כולל של 18,000 ₪.

10 שולחנות הוא מכר ברווח של 60% לשולחן, 20 שולחנות הוא מכר ללא רווח ואת שאר השולחנות הוא מכר בהפסד של 15% לשולחן. סה"כ הרוויח הסוחר בעסקאות אלו 450 ₪.

- א. כמה שולחנות קנה הסוחר?
- ב. מה המחיר ששילם הסוחר עבור כל שולחן?
- ג. השולחנות שמכר הסוחר במחיר שונה מזה שרכש נמכרו לשני בתי עסק. בית העסק הראשון רכש כמות שולחנות במחיר הזול וכמות שולחנות במחיר היקר. סך כל השולחנות שרכש בית העסק הראשון הוא 10 שולחנות. בית העסק השני רכש את שאר השולחנות, חלקם במחיר הזול וחלקם במחיר היקר. ידוע כי בית העסק השני שילם 4650 ₪ יותר מאשר בית העסק הראשון עבור הקנייה הנ"ל. מצא כמה שולחנות קנה בית העסק הראשון במחיר היקר.

89) סוכן של חברת IKEA קנה מיטות במחיר כולל של 60,000 ₪.

רבע מכמות המיטות שקנה הוא מכר ברווח של 80%.  
4 מיטות הוא מכר ללא רווח כלל ואת שאר המיטות הוא מכר בהפסד של 10% למיטה.  
בסה"כ הרוויח הסוכן 9,500 ₪.

- א. כמה מיטות קנה הסוכן?
- ב. כמה שילם הסוכן עבור כל מיטה?
- ג. בהנחה שהסוכן רוכש עבור החברה פעם נוספת כמות מיטות זהה ממקום אחר, ומוכר באותם התנאים, כמה עליו לשלם עבור מיטה בודדת כדי שהרווח שלו יהיה לפחות 10,000 ₪? (עגל את תשובתך לשקלים שלמים).

90) בעל גלידריה קנה 30 ליטרים חלב ו-18 ק"ג אבקת שוקולד להכנת גלידות שוקולד.

על כל 1 ליטר חלב קיבל 5% הנחה ועל כל 1 ק"ג אבקה קיבל 10% הנחה.  
ידוע כי המחיר ששילם על כל כמות החלב שרכש גדולה ב-77.7 ₪ מהמחיר ששילם על כל האבקה שרכש.

- א. מצא את המחיר של 1 ליטר חלב ו-1 ק"ג אבקת שוקולד אם ידוע כי הוא שילם 207.3 ₪ בעבור כל הקנייה.
- ב. כדי לייצר כדור שוקולד אחד דרושים 300 מ"ל חלב ו-180 גרם אבקת שוקולד. בעל הגלידריה ניצל את כל המוצרים שקנה ופרסם כי המחיר של כדור שוקולד אחד הוא 10 ₪ וכי בקניית שני כדורי שוקולד תינתן הנחה של שקל אחד על המחיר הכולל. בעל הגלידריה מכר את כל הכדורים שברשותו והרוויח סה"כ בעסקה 762.7 ₪. מצא כמה לקוחות קנו כדור בודד וכמה קנו שני כדורים.

91) מכירת כותנה באזור מסוים נמדדת לפי נפח הכותנה הנקנית בסמ"ק. סוחר קנה כמות מסוימת של כותנה ושילם עבורה סכום כולל של 20,000 ₪. לאחר חודש רכש הסוחר כותנה פעם נוספת אך כעת גילה כי עקב בצורת קשה עלה המחיר של נפח הכותנה ב-25%.

היות והסוחר אינו יכול להרשות לעצמו לחרוג מסכום כולל של 20,000 ₪, קנה כמות הקטנה ב-200 סמ"ק מהכמות הקודמת.

א. סמן ב- $x$  את המחיר של 1 סמ"ק כותנה והבע באמצעות  $x$  את כמות הכותנה שרכש הסוחר בהזמנה הראשונה.

ב. מצא את המחיר ל-1 סמ"ק של כותנה לאחר ההתייקרות.

**92** יצרנית מוצרי חשמל מוכרת מקררים במחיר של  $x$  ₪ ליחידה. עם השקת מקרר חדש הוחלט להעלות את מחירו ב-5% עקב הביקוש הרב. בשנה הראשונה להשקתו נקנו  $y$  מקררים.

שנה לאחר מכן ירד הביקוש ולכן מחיר המקרר הוזל ב-10% (ביחס למחירו בשנה הראשונה). כעת נמכרו מספר כפול של יחידות ביחס לשנה הקודמת.

א. i. הבע באמצעות  $x$  ו- $y$  את הכנסתה של החברה ממכירת המקררים בשנה הראשונה.

ii. הבע באמצעות  $x$  ו- $y$  את הכנסתה של החברה ממכירת המקררים בשנה השנייה.

iii. הבע באמצעות  $y$  את הכנסתה של החברה אם ידוע כי מחיר מקרר בודד הוא 4116 ₪.

iv. מצא את  $x$  אם ידוע כי סך ההכנסות של החברה בשנתיים הנ"ל שווה להכנסה של  $y$  מקררים במחיר של 4116 ₪ ליחידה.

ב. היצרנית הרוויחה בשנה השנייה 235,200 ₪ יותר מאשר בשנה הראשונה. מצא כמה מקררים נמכרו בשנה הראשונה.

**93** בחנות מסוימת, מחיר כובע גדול ב-40% מהמחיר של זוג כפפות.

לאחר חודש התייקר הכובע ב-50% והכפפות הוזלו ב- $p$  אחוזים.

מצא את  $p$  עבורו קנייה של 16 כובעים ו-2 זוגות כפפות לפני השינויים תשתווה לקנייה של 4 כובעים ו-20 זוגות כפפות לאחר השינויים.

**94** סוחר רוכש מנורות בסכום כולל של 4,000 ₪. 26 מהמנורות מכר הסוחר ברווח של 20 ₪ למנורה ואת השאר הוא מכר בהפסד של 5 ₪ למנורה. בסה"כ הרוויח הסוחר בעסקה 400 ₪.

א. כמה מנורות קנה הסוחר ברכישה הראשונה ובאיזה מחיר למנורה?

ב. בעסקה אחרת רכש הסוחר כמות מנורות מסוימת בהנחה של 20% למנורה ביחס למחיר ששילם בתחילה. הסוחר מכר אותם לבית עסק ברווח של 50% למנורה. ידוע כי הרוויח הסוחר בעסקה זו סה"כ 3200 ₪. כמה מנורות רכש הסוחר בעסקה השנייה?

**95** סוחר קנה 450 תיקים. הוא מכר 150 מהם ברווח של 15% ואת השאר בהפסד של 5 שקלים. בסה"כ הפסיד הסוחר בעסקה 600 ₪.

א. בכמה כסף קנה הסוחר כל תיק?

ב. אם הסוחר היה מוכר את שאר התיקים בהפסד של 2 שקלים במקום 5 שקלים, האם עדיין הוא היה מפסיד מהעסקה?

ג. התיקים שמכר הסוחר ברווח של 15% נקנו ע"י חנות מרכזית. בחודש הראשון למכירת התיקים, מכרה החנות כל תיק ברווח של 50%. לאחר חודש העלתה החנות את המחיר של תיק ב-20% נוספים ופרסמה מבצע שבמסגרתו כל הקונה שני תיקים יקבל את השני בהנחה של 40%. חן הגיעה לחנות בחודש הראשון וקנתה שני תיקים

ואחותה, שרית, הגיעה לחנות לאחר חודש וקנתה שני תיקים במסגרת המבצע.  
מי משתי האחיות שילמה מחיר ממוצע נמוך יותר?

96) בית קפה רכש 120 ק"ג מוצרי שוקולד. 10 ק"ג נהרסו מיד עם הגעתם למקום עקב תנאי תחזוקה רעועים, 40 ק"ג נמכרו ברווח של 3 ₪ לק"ג ואת שאר הכמות מכר בית הקפה בהפסד של 2 ₪ לק"ג. בסה"כ הפסיד בית הקפה בעסקה 60 ₪.

א. מהו המחיר של ק"ג מוצרי שוקולד?

ב. בהזמנה נוספת רכש בית הקפה כמות מסוימת של מוצרי שוקולד ושילם עבור ק"ג

אחד את המחיר שמצאת שסעיף הקודם. ידוע כי 10% מהכמות מכר בית הקפה

ברוח של 50% לק"ג ו-20% מהכמות מכר בית הקפה בהפסד של 25%.

מצא באיזה מחיר צריך למכור בית הקפה את הכמות הנותרת על מנת שירוויח 70% מהסכום שהוציא.



## שאלות מתוך מאגר משרד החינוך:

- 97) סוחר קנה אצל סיטונאי קפה משני סוגים: יקר וזול. הסוחר שילם  $a$  שקלים לק"ג קפה מהסוג הזול ו- $2a$  שקלים לק"ג קפה מהסוג היקר. בסך-הכל קנה הסוחר 30 ק"ג קפה. סמנו ב- $x$  את מספר הק"ג של הקפה היקר שקנה הסוחר וב- $y$  את התשלום בשקלים ששילם הסוחר עבור כל הקנייה.
- א. בטאו את  $y$  באמצעות  $x$  ו- $a$ .
- ב. מצאו כמה ק"ג קפה מהסוג היקר קנה הסוחר, אם שילם לסיטונאי 2580 ₪ עבור כל הקנייה, ומחירו של הקנה הזול היה 60 שקלים לק"ג.

- 98) עבור מכונית הנכנסת לחניון נופש משלמים  $a$  שקלים למכונית ולנהג,  $b$  שקלים לכל מבוגר נוסף ו- $c$  אגורות לכל ילד. תארו בתבנית מספר כמה קבלים תעלה הכניסה לחניון למכונית עם  $n$  מבקרים בשני המקרים הבאים:
- א. אם כל המבקרים מבוגרים.
- ב. אם 3 מהמבקרים הם ילדים.

- 99) שכירת מכונית בינונית עולה  $a$  שקלים ליום, ואילו שכירת מכונית קטנה זולה ב- $b$  שקלים ליום מהמכונית הבינונית.
- א. כמה תעלה שכירת מכונית קטנה ל-3 ימים?
- ב. כמה תעלה שכירות המכונית ל-13 ימים, כאשר  $y$  ימים נעשו במכונית בינונית, והשאר נעשו במכונית קטנה?

- 100) מחיר של כרטיס מבוגר ברכבת הוא 36 ₪. פי כמה גדול המחיר למבוגר מהמחיר לילד, אם ידוע ש-120 מבוגרים ו-144 ילדים שילמו סך-הכל 8640 שקלים?

- 101) סוחר קנה 20 ק"ג סוכר ו-11 ק"ג מלח. הסוחר שילם 321 ₪. מה מחיר ק"ג מלח אם ידוע שמחיר ק"ג סוכר הוא 10 ₪?

- 102) שמעון שילם 80 שקלים תמורת בקבוקי שתייה. אילו היה מקבל הנחה של 20 אגורות לבקבוק והיה קונה 5 בקבוקים פחות משקנה, היה משלם בסך-הכל 57 שקלים בלבד. מהו המחיר של בקבוק שתייה? (מצאו את שתי האפשרויות).

- 103) סוחר קנה שקי קמח שעבורם שילם בסך-הכל 800 שקלים (עבור כל שק שילם אותו מחיר). 4 שקים נקרעו ותוכנם התפזר. את יתר השקים מכר הסוחר במחיר שהיה גבוה ב-15 שקלים לשק ממחיר הקנייה. הסוחר הרוויח בעסקה כולה 320 שקלים. כמה שקים קנה הסוחר?

**104**) בכיתה אספו 1400 שקלים לטיול שנתי. התברר ששלושה תלמידים לא יצאו לטיול, אך המחיר הכולל של הטיול לא השתנה, ולכן כל תמיד נדרש לשלם שישה שקלים יותר מן התשלום שהיה כליו לשלם תחילה. כמה תלמידים יצאו לטיול?

**105**) סוחר קנה 5 ק"ג קמח במחיר  $a$  שקלים לק"ג, ו-10 ק"מ קמח במחיר  $b$  שקלים לק"ג, ( $a > b$ ). הסוחר ערבב את שני סוגי הקמח ומכר את כל הקמח שקנה במחיר  $\frac{a+b}{2}$  שקלים לק"ג. הראו שהרווח הכולל של הסוחר היה  $2.5(a-b)$  שקלים.

**106**) סוחר קנה 80 בקבוקי קולה. במהלך החלוקה נעלמו 5 בקבוקים. הסוחר מכר כל בקבוק ברווח של 5 ₪. הרווח על המכירה היה 250 ₪. מצאו כמה שילם על ה-80 הבקבוקים.

**107**) סוחר קנה כוסות ושילם עבורן 3000 ₪. בעת סידורן על המדף נשברו לו 50 כוסות. הסוחר מכר כל כוס ברווח של 1 ₪. על מכירת הכוסות הרוויח 150 ₪.  
א. כמה כוסות הוא קנה?  
ב. כמה שילם עבור כל כוס?

**108**) סוחר קנה 120 מכוניות. 20 מכוניות התקלקלו. הסוחר מכר את המכוניות הנותרות ברווח של 2300 שקלים למכונית והרוויח בסך-הכל 1,000,000 ₪. כמה שילם הסוחר עבור כל מכונית?

**109**) בתקופת החגים עלה מחירו המקורי של מוצר ב-20%. בסוף העונה נמכר המוצר בהנחה של 10% (מהמחיר בתקופת החגים). מחיר המוצר בסוף העונה היה 2160 ₪. חשבו את המחיר המקורי של המוצר.

**110**) באביב היה המחיר של מקרר 3200 ₪. בקיץ הוזילו את המחיר ב- $x\%$ , ובסתיו שוב הוזילו את המחיר ב- $x\%$ .  
א. בטאו באמצעות  $x$  את מחיר המקרר בקיץ.  
ב. בטאו באמצעות  $x$  את מחיר המקרר בסתיו.  
ג. חשבו את  $x$  אם נתון כי מחיר המקרר בסתיו היה 1800 ₪.

**111**) סוחר קנה שני מוצרים ושילם תמורתם סך-הכל 2000 ₪. את המוצר הראשון מכר הסוחר בהפסד של 10% ואת המוצר השני מכר ברווח של 20%. הסוחר מכר את שני המוצרים ב-2160 ₪ בסך-הכל. בכמה שקלים קנה הסוחר כל אחד משני המוצרים?

**112** מורה לספרות הזמין 4 עותקים של "שירי ביאליק" ו-5 עותקים של "סיפור פשוט" מאת עגנון. לפי המחירון, הוא היה צריך לשלם עבור כל ההזמנה 320 שקלים. בגלל ההזמנה המרוכזת קיבל המורה הנחה של 15% על "שירי ביאליק" והנחה של 10% על "סיפור פשוט". בסך-הכל שילם המורה 282 שקלים. מה היה המחיר של עותק "שירי ביאליק" ושל עותק "סיפור פשוט" לפני ההנחה (כלומר המחיר לפי המחירון) ?

**113** בחנות בגדים מכרו חולצה במחיר הקטן ב-40 שקלים ממחיר חצאית. מאחר שנשארו בחנות הרבה חולצות ומעט חצאיות, שינתה החנות את המחירים. מחיר חולצה הוזל ב-25%, ומחיר חצאית התייקר ב-20%. לאחר שינוי המחירים שילמה רותי עבור חולצה וחצאית בסך-הכל 282 שקלים. מצאו מה היו לפני השינוי מחיר חולצה אחת ומחיר חצאית אחת.

**114** סוחר קנה כיסאות (מסוג אחד) בסכום כולל של 50,000 שקלים. 5 כיסאות נפגמו ולכן מכר אותם הסוחר בהפסד – הוא מכר כל אחד מחמשת הכיסאות הפגומים ב-90% ממחיר ששילם לכיסא. את יתר הכיסאות מכר ברווח של 10% לכיסא. הסוחר הרוויח בעסקה כולה 4500 ₪. כמה כיסאות קנה?

**115** פועל העובד 7 שעות משתכר  $a$  שקלים לכל שעת עבודה. אחרי 7 שעות עבודה הוא משתכר לכל שעת עבודה ב-25% יותר מכל אחת משבע השעות הראשונות.  
א. כמה ישתכר ביום שבו יעבוד 10 שעות?  
ב. כמה ישתכר ביום שבו יעבוד  $k$  שעות אם  $k > 7$  ?

**116** מחירו הנוכחי של ארון, כולל הובלה לבית הלקוח, הוא 450 ₪. אם יתייקר הארון ב-25% ומחיר ההובלה יעלה ב-20%, יהיה על הלקוח לשלם בסך-הכל 560 ₪. מצאו את מחירו הנוכחי של הארון בלי ההובלה.

**117** מוכר ספרים הודיע שבשבוע הספר הוא יוריד את מחירי כל הספרים ב-15%. לאחר שישתיים שבוע הספר, יעלה את המחירים ב-17%. דן אינו יכול להגיע לחנות במשך שבוע הספר. מתי כדאי לו לקנות ספרים בחנות זו, לפני שבוע הספר או אחריו? נמקו את תשובתכם.

**118** משני מקומות שהמרחק ביניהם הוא 184 ק"מ יוצאים זה לקראת זה שני רוכבי אופניים. הרוכב האחד יוצא בשעה 7:00 בבוקר ורוכב במהירות קבועה של 32 קמ"ש. הרוכב האחר יוצא בשעה 7:30 בבוקר ורוכב במהירות קבועה של 24 קמ"ש. באיזו שעה ייפגשו שני הרוכבים?

**119**) שתי מכוניות יוצאות זו לקראת זו באותו זמן משתי נקודות. המרחק בין הנקודות הוא 720 ק"מ. מהירות המכונית האחת היא  $v$  קמ"ש. מהירות המכונית השנייה גדולה פי 2 ממהירות המכונית הראשונה.

- א. מהו המרחק בין המכוניות שעה אחרי שיצאו לדרכן?
- ב. מהו המרחק בין המכוניות  $t$  שעות אחרי שיצאו לדרכן?
- ג. מצא את  $v$  אם נתון שהמרחק בין המכוניות כעבור 3 שעות הוא 270 ק"מ.

**120**) מכונית נסעה בקו ישר מנקודה A לנקודה C. נקודה B נמצאת בדיוק באמצע הדרך מ-A ל-C. המכונית עברה את הדרך מ-A ל-B בשעה וחצי ואת הדרך מ-B ל-C בשעתיים. מהירות המכונית בקטע AB הייתה גדולה ב-20 קמ"ש מהמהירות שלה בקטע BC. חשב את מהירות המכונית בכל אחד מקטעי הדרך AB ו-BC.

**121**) מונית ומשאית יוצאות באותה שעה מעיר אחת ונוסעות באותה דרך לעיר שנייה. מהירות המשאית היא 60 קמ"ש ומהירות המונית היא 80 קמ"ש. המשאית מגיעה לעיר השנייה שעה וחצי לאחר המונית. חשב את המרחק שבין שתי הערים.

**122**) בשעה מסוימת יצא רוכב אופניים מעיר A לכיוון עיר B ונסע במהירות של 32 קמ"ש. חצי שעה לאחר יציאתו של רוכב האופניים הראשון יצא רוכב אופניים שני מהעיר A לכיוון העיר B ונסע במהירות של 36 קמ"ש. כמה זמן עבר מרגע שיצא הרוכב הראשון עד שנפגשו שני רוכבי האופניים?

**123**) מונית נסעה מעיר A לעיר B על כביש ראשי במהירות קבועה. בדרך חזרה מהעיר B לעיר A נסעה המונית בדרך עפר הקצרה ב-40% מהכביש הראשי אך נאצלה להקטין את מהירותה ב-20%. איזה אחוז מזמן הנסיעה מ-A ל-B מהווה זמן הנסיעה בדרך חזרה מ-B ל-A?

**124**) במשולש ישר זווית אורך היתר הוא 17 ס"מ. סכום אורכי הניצבים הוא 23 ס"מ. חשב את אורכי הניצבים.

**125**) במשולש ישר זווית אורך היתר הוא 13 ס"מ. ההפרש בין שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים הוא 119 סמ"ר.  
א. חשב את אורכי הניצבים ואת שטח המשולש.  
ב. חשב את אורך הגובה ליתר.

126) במשולש שווה-שוקיים אורך הגובה לבסיס הוא 24 ס"מ. היקף המשולש הוא 96 ס"מ.

- א. חשב את אורך השוק של המשולש.
- ב. חשב את שטח המשולש.
- ג. חשב את אורך הגובה לשוק.

127) נתון מלבן ששטחו 770 סמ"ר. אם מגדילים צלע אחת של המלבן ב-5 ס"מ ומקטינים את הצלע האחרת ב-2 ס"מ מקבלים מלבן חדש ששטחו 800 סמ"ר. חשב את ממדי המלבן הנתון.

128) הגדילו צלע  $a$  של מלבן ב-10% והקטינו את הצלע האחרת  $b$  ב-20%. התקבל מלבן חדש.

- א. איזה אחוז מהוה שטח המלבן החדש משטח המלבן המקורי?
- ב. שטח המלבן החדש הוא 44 סמ"ר. מהו שטח המלבן המקורי?

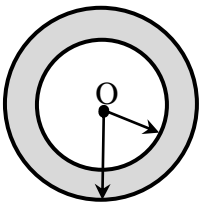
129) שטח מלבן הוא 300 סמ"ר.

צלע אחת של המלבן גדולה ב-5 ס"מ מהצלע האחרת שלו.

- א. חשב את אורכי צלעות המלבן.
- ב. חשב את האורך של אלכסון המלבן.

130) לגלגלים הקדמיים של עגלה רדיוס של 40 ס"מ ולגלגלים האחוריים שלה רדיוס של 50 ס"מ. במהלך נסיעה מסוימת היה מספר הסיבובים של הגלגלים הקדמיים גדול ב-157 ממספר הסיבובים של הגלגלים האחוריים. איזה מרחק עברה העגלה בנסיעה זו?

131) לשני עיגולים אותו רדיוס. כאשר הגדילו ב-10% את הרדיוס של העיגול האחד והקטינו ב-20% את הרדיוס של העיגול האחר, השטח של העיגול האחד היה גדול ב- $10\pi$  סמ"ר מהשטח של העיגול האחר. מה היה הרדיוס המקורי של העיגולים?

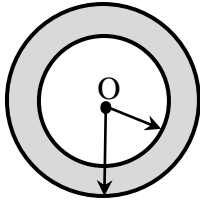


132) טבעת בנויה משני מעגלים בעלי אותו מרכז O (ראה איור).

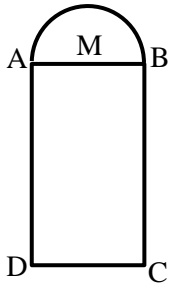
רדיוס המעגל החיצוני גדול ב-30% מרדיוס המעגל הפנימי.

שטח הטבעת (האפור) הוא  $27\pi$  סמ"ר.

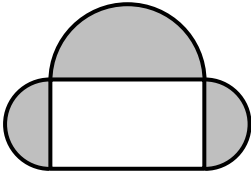
חשב את הרדיוסים של שני המעגלים.



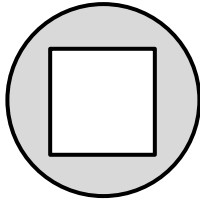
- 133** טבעת בנויה משני מעגלים בעלי אותו מרכז O (ראה איור).  
 ההיקף של המעגל הפנימי קטן ב-18.84 ס"מ מההיקף של  
 המעגל החיצוני. סכום הרדיוסים של שני המעגלים הוא 14 ס"מ.  
 א. חשב את הרדיוסים של שני המעגלים.  
 ב. חשב את שטח הטבעת (האפור).



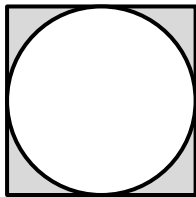
- 134** חלון מלבני ממלבן ABCD שמעליו חצי עיגול.  
 אורך המלבן, BC, גדול פי 2 מרוחבו, DC (ראה איור).  
 השטח הכולל של החלון הוא 1428 סמ"ר.  
 חשב את MB, הרדיוס של חצי העיגול.



- 135** חלון מורכב ממלבן ומשלושה חצאי עיגול (ראה איור).  
 במלבן התקינו זכוכית שקופה ובשלושת חצאי העיגול  
 התקינו זכוכית אטומה. אורך המלבן גדול פי 1.5 מרוחבו.  
 שטח הזכוכית האטומה הוא  $2.125\pi$  מ"ר.  
 חשב את רוחב המלבן.



- 136** מתוך עיגול גזרו ריבוע שאורך צלעו שווה לרדיוס העיגול.  
 השטח האפור שמחוץ לריבוע הוא 136.96 סמ"ר.  
 חשב את רדיוס העיגול.



- 137** מריבוע גזרו עיגול ע"י חיתוך של 4 פינותיו.  
 סכום שטחי 4 הפינות הוא 86 סמ"ר.  
 חשב את רדיוס העיגול.

## תשובות סופיות:

- (1 א. 29 ו-14. ב. 7 שנים, 10 שנים ו-20 שנים. (2 10 שנה חבילת סוכר ו-12 שנה חבילת קמח.  
 (3 800 ספרים. (4 28 תלמידים. 150 שנה לתלמיד. (5 30 כוסות. (6 א. 210 שנה. ב. 70 שנה. ג. 336 שנה.  
 (7 א.  $0.2x$  ב.  $0.8x$ . (8  $1.35a$  (9 יוסי:  $0.6x$  אלון:  $1.3x$  יובל:  $0.75x$ . (10  $0.63m$ . (11 2500 שנה.  
 (12 800 שנה (13 2 שנה (14 150,000 שנה (15 4000 שנה (16 1200 שנה ו-1500 שנה. (17 5000 שנה. (18 80 שנה.  
 (19 א.  $S = 84, P = 38$  ב.  $S = 286, P = 70$  ג.  $S = 81, P = 36$  ד.  $S = 529, P = 92$   
 ה.  $S = 30, P = 30$  ו.  $S = 24, P = 24$  ז.  $S = 57.8, P = 38$  ח.  $S = 60.32, P = 38$   
 ט.  $S = 213.76, P = 74$  י.  $S = 804, P = 131$ .  
 (20 א. 77 ס"מ ב. 36 ס"מ. (21 א. מלבן. ב. 144 סמ"ר. ג. 50 ס"מ.  
 (22 א. 25 ס"מ. ב. 56 ס"מ,  $P = 84$  ס"מ,  $S = 84$  ס"מ. ג. יתר: 24.74 ס"מ, 59.14 ס"מ,  $S = 142.8$  סמ"ר.  
 (23 א. רוחב המלבן:  $x+3, P = 4x+6, S = x^2+3x$  ב. רוחב המלבן:  $4x, P = 10x, S = 4x^2$   
 ג. רוחב המלבן:  $x-5, P = 4x-10, S = x^2-5x$  ד. רוחב המלבן:  $\frac{x}{6}, P = 2\frac{1}{3}x, S = \frac{x^2}{6}$   
 ה. רוחב המלבן:  $18-x, S = 18x-x^2$  ו. רוחב המלבן:  $\frac{48}{x}, P = 2x + \frac{96}{x}$   
 ז. אורך המלבן:  $1.3x$ . רוחב המלבן:  $0.8x, P = 4.2x, S = 1.04x^2$ .  
 (24 4 ס"מ. (25 6 ס"מ ו-20 ס"מ. שטחו: 120 סמ"ר. (26 א.  $4x-10$  ב. 7.5 ס"מ.  
 (27 20 ס"מ. (28 10 ס"מ. (29 8 ס"מ ו-6 ס"מ. (30 3 ס"מ ו-4 ס"מ. (31 58.764 ס"מ.  
 (32 30 ס"מ. (33 12 ס"מ ו-5 ס"מ. (34 א.  $\frac{484}{\pi}$  ב. 6.706 ס"מ. ג. 2.32 ס"מ. ד. 8 ס"מ.  
 (35 א. 10,400 סמ"ק. ב. 1,200 סמ"ק. (36 אורך צלע: 6 ס"מ. שטח פנים: 432 סמ"ר.  
 (37 6 ס"מ X 4 ס"מ. גובה: 6 ס"מ. נפח: 144 סמ"ק. (38 א. 5 ס"מ. ב. 24.515 ס"מ.  
 (39 4 מטרים. (40 א. 288 סמ"ק. ב. 3 ס"מ X 9 ס"מ. (41 א.  $200\pi$  סמ"ק.  
 ב. 1. 9 ס"מ. 2.  $891\pi$  סמ"ק. ג. 3 ס"מ. ד. 5 ס"מ.  
 (43 א. 240 ק"מ. ב. 8 ק"מ. ג. 800 קמ"ש. ד. 25 קמ"ש. ה. שעתיים. ו. 2.5 שעות.  
 (44 א. 30 דקות. ב. 15 דקות. ג. 12 דקות. ד. 5 דקות. ה. 18 דקות. ו. 4 שעות.  
 ז. 2.5 שעות. ח. 80 דקות. ט. 192 דקות. י. 75 דקות.  
 (45 380 ק"מ. (46 12 ק"מ. (47 60 קמ"ש ו-180 קמ"ש. (48 1,200 קמ"ש ו-1,000 קמ"ש.  
 (49 א. 45 דקות. ב. 60 קמ"ש. ג. שעה ו-45 דקות. ד. 68.57 קמ"ש. (50 א. 2.1 שעות. ב. 2.625 שעות.  
 (51 א. שעה. ב. 140 קמ"ש. (52 60 קמ"ש. (53 360 ק"מ. (54 א. 7.5 קמ"ש, 22.5 קמ"ש. ב. 45 ק"מ.

- (55) 15:00, 72 ק"מ. (56) מכונית ב' 50 קמ"ש, מכונית א' 75 קמ"ש. (57) 300 ק"מ. (58) 360 ק"מ.
- (59) 14:00, רכב משא: 300 ק"מ, מכונית: 280 ק"מ. (60) 40 ק"מ. (61) 18 קמ"ש, 24 קמ"ש.
- (62) 9:00. (63) משאית: 54 קמ"ש, אוטובוס: 60 קמ"ש. (64) 480 ק"מ. (65) 12.5 קמ"ש ו-5.5 קמ"ש.
- (66) 500 קמ"ש ו-100 קמ"ש. (67) 30 ק"מ. (68) 8:30, 60 ק"מ. (69) 45 קמ"ש. (70) 600 ק"מ.
- (71) 18 קמ"ש. (72) 80 קמ"ש. (73) לאחר 2.5 שעות, 175 ק"מ. (74) 5 ק"מ. (75) 35 קמ"ש ו-65 קמ"ש.
- (76) 100 קמ"ש, 115 קמ"ש. (77) 60 קמ"ש. (78) א. 50 קמ"ש ו-120 קמ"ש. ב. 60 ק"מ, 60 קמ"ש.
- (79) א. i.  $\frac{8000}{x}$ . ii.  $\frac{8000}{x-2}$ . ב. 20 נה. ג. 10%. (80) א. 20 גיטרות. ב. 2500 נה. ג. 1500 נה.
- (81) א. 250 בלטות. ב. 88 נה. (82) מחשב ב-3000 נה, מדפסת ב-600 נה.
- (83) 400 נה ו-500 נה. (84) א. 1800 נה. ב. היה מרוויח 90 נה. (85) א. 100 נה. ב. 144 נה
- ג. כדאי לקנות לאחר שנה ללא תלות במספר החדרים. (86) א. 100 נה ו-20 נה. ב. ב-200% (פי 3)
- ג. במחירים המקוריים. (87) א. 80 נה ו-50 נה. ב. 20 יחידות מכל מוצר.
- (88) א. 60. ב. 300 נה. ג. בית העסק הראשון רכש 6 שולחנות במחיר היקר (480 נה).
- (89) א. 12 מיטות. ב. 5000 נה. ג. המחיר המדויק: 5263.15 נה ולכן נעגל: 5264 נה.
- (90) א. ליטר חלב ב-5 נה וק"ג אבקה ב-4 נה. ב. 30 קנו שני כדורים ו-40 קנו כדור בודד.
- (91) א.  $\frac{2000}{x}$ . ב. 25 נה. (92) א. i.  $1.05xy$ . ii.  $1.89xy$ . iii.  $4116y$ . iv. 1400 נה. ב. 200 יחידות.
- (93) 20%. (94) א. 50 נורות ב-80 נה לנורה. ב. 100 נורות. (95) א. 40 נה. ב. לא. ג. שרית (66.24 נה).
- (96) א. 4 נה. ב. 8 נה. (97) א.  $y = 30a + ax$ . ב. 13 ק"ג.
- (98) א.  $a + b(n-1)$ . ב.  $a = b(n-4) + \frac{3c}{100}$ . (99) א.  $3(a-b)$ . ב.  $13a - 13b + by$
- (100) פי 1.2 (101) 11 נה (102) 4 שקלים או 0.8 שקלים. (103) 32 שקלים
- (104) 25 תלמידים (105) הוכחה. (106) 2000 נה. (107) א. 500. ב. 6 נה.
- (108) 50,000 נה (109) 2000 שקלים.
- (110) א.  $3200 - 32x$  שקלים. ב.  $3200 \left(1 - \frac{x}{100}\right)^2$ . ג. 25%.
- (111) 800 שקלים, 1200 שקלים. (112) 30 שקלים, 40 שקלים.
- (113) מחיר חולצה – 160 נה, מחיר חצאית – 120 שקלים. (114) 100 כיסאות.
- (115) א.  $10.75a$  נה. ב.  $7a + (k-7) \cdot 1.25a$  נה. (116) 400 שקלים. (117) אחרי שבוע הספר.
- (118) בשעה 10:30. (119) א.  $720 - 3v$ . ב.  $720 - 3vt$ . ג. 50 קמ"ש.
- (120) AB: 80 קמ"ש. AC: 60 קמ"ש. (121) 360 ק"מ (122) כעבור 4.5 שעות.



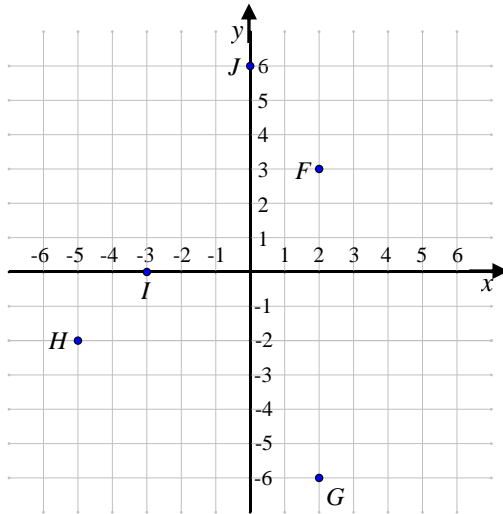
- (123) 75% (124) 15 ס"מ, 8 ס"מ.
- (125) א. 12 ס"מ, 5 ס"מ, 30 סמ"ר. ב. 4.615 ס"מ.
- (126) א. 30 ס"מ ב. 432 סמ"ר. ג. 28.8 ס"מ.
- (127) 35 ס"מ, 22 ס"מ. (128) א. 88% ב. 50 סמ"ר
- (129) א. 20 ס"מ, 15 ס"מ. ב. 25 סמ"ר.
- (130)  $628\pi$  מטרים (131) 4.188 מטרים (132) 6.25 ס"מ, 8.13 ס"מ.
- (133) א. 5.5 ס"מ, 8.5 ס"מ. ב. 131.88 סמ"ר. (134) 12.215 ס"מ.
- (135) 2 מטרים. (136) 8 ס"מ (137) 10 ס"מ.

## פרק 2 – גיאומטריה אנליטית:

### הישר:

#### הגדרות בסיסיות:

(1) בסרטון זה מוסבר מהי מערכת הצירים וכיצד ממקמים נקודה על גבי מערכת הצירים.



(2)

א. צייר את הנקודות הבאות על גבי מערכת הצירים הבאה.  
 $A(1, 6)$  ,  $B(-6, -1)$  ,  $C(0, -5)$   
 $D(6, 0)$  ,  $E(-2, 3)$

ב. כתוב את שיעורי הנקודות  $F, G, H, I, J$  כפי שהן מופיעות על גבי מערכת הצירים.

#### חיתוך עם הצירים ובין ישרים:

(3) בסרטון זה מוסבר כיצד מוצאים נקודת חיתוך של ישר עם ציר ה- $x$  וציר ה- $y$ .

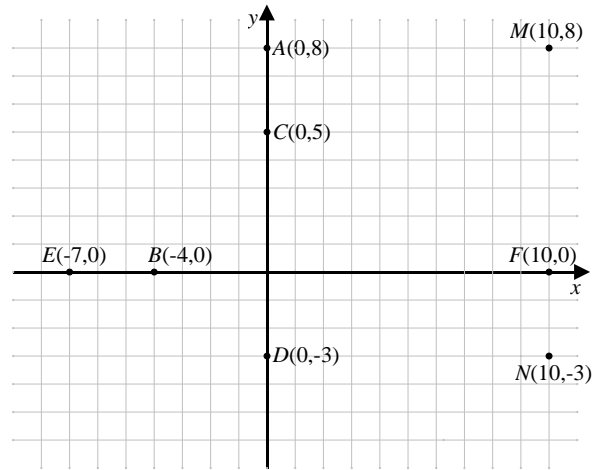
נתונים הישרים:  $y = 4 - x$  ו-  $y = x - 2$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של הישרים עם הצירים.  
ב. מצא את נקודת החיתוך בין שני הישרים.

#### מרחק בין שתי נקודות:

(4) בסרטון זה מוסבר כיצד מוצאים מרחק בין שתי נקודות.

5 מצא את המרחקים הבאים : AC, CD, EB, BF, MF, MN, AM



6 חשבו את המרחקים בין זוגות הנקודות הבאות :

א.  $A(7,1)$  ,  $B(10,5)$       ב.  $A(0,-4)$  ,  $B(-8,11)$

ג.  $A(-3,7)$  ,  $B(11,9)$       ד.  $M(-1,5)$  ,  $N(-7,5)$

7 מצא את אורכי הצלעות של משולש שקדקודיו הם :  $A(14,-1)$  ,  $P(9,4)$  ,  $N(8,-3)$

### משוואת הקו הישר :

8 בסרטון זה מוסבר מהי משוואת הקו הישר וכיצד מוצאים אותה.

9 בסרטון זה מוסברת משמעות המקדמים  $m$  ו- $b$  במשוואת הקו הישר :  $y = mx + b$  ומוסבר כיצד מחשבים את שיפוע הקו.

10 מצא את משוואת הישר עפ"י השיפוע והנקודה שעליו :

א.  $(3,4)$  ,  $m = 2$       ב.  $(0,-1)$  ,  $m = -3$

ג.  $(-2,5)$  ,  $m = 0$       ד.  $(2,8)$  ,  $m = 3$

ה.  $(0,-7)$  ,  $m = -0.5$       ו.  $(-1,-3)$  ,  $m = 0$

ז.  $(-8,2)$  ,  $m = -\frac{5}{8}$       ח.  $(0,0)$  ,  $m = 1$

11) מצא את משוואת הישר העובר דרך שתי הנקודות הנתונות :

- א.  $(4,1)$  ,  $(6,5)$       ב.  $(-7,-9)$  ,  $(-5,1)$   
ג.  $(2,4)$  ,  $(3,4)$       ד.  $(2,7)$  ,  $(2,-1)$   
ה.  $(1,8)$  ,  $(3,6)$       ו.  $(-4,-6)$  ,  $(0,6)$   
ז.  $(4,2)$  ,  $(-2,3)$       ח.  $(7,-2)$  ,  $(4,-2)$   
ט.  $(3,9)$  ,  $(3,5)$

### ישרים מקבילים:

12) בסרטון זה מוסבר כיצד לבדוק האם שני ישרים מקבילים.

- א. האם הישר העובר דרך הנקודות  $(1,-5)$  ו-  $(3,7)$  מקביל לישר העובר דרך הנקודות  $(-1,-2)$  ו-  $(0,4)$  ?  
ב. האם הישר  $2y - 6x + 4 = 0$  מקביל לישר  $y = 3x$  ?  
ג. האם הישר העובר דרך הנקודות:  $(1,-5)$  ו-  $(4,-3)$  מקביל לישר  $3y - 2x = 9$  ?

13) מצאו את משוואת הישר המקביל לישר הנתון ועובר דרך הנקודה שלידו:

- א.  $(1,0)$  ,  $y = 3x - 5$       ב.  $(-5,7)$  ,  $y = -4x + 9$   
ג.  $(-2,-3)$  ,  $y = 7x - 12$       ד.  $(-1,7)$  ,  $y = 5$   
ה.  $(0,0)$  ,  $4y - 7x + 18 = 0$       ו.  $(0,0)$  ,  $5y - 4x + 9 = 0$

### ישרים מאונכים:

14) בסרטון זה מוסבר על השיפוע של שני ישרים מאונכים.

מצאו את השיפוע של הישר המאונך לישר הנתון בכל אחד מהמקרים הבאים :

- א.  $y = 4x - 11$       ב.  $y = \frac{1}{2}x + 5$       ג.  $y = -\frac{1}{3}x$   
ד.  $y = \frac{4}{5}x + 2$       ה.  $7y + 2x = 14$       ו.  $4x - 3y = 19$

15) מצא את שיפוע הישר המאונך לישר העובר דרך הנקודות:  $A(7,2)$ ,  $B(4,7)$ .

16) ענה על השאלות הבאות:

א. האם הישרים  $y = -\frac{7}{5}x - 4$  ו-  $y = \frac{5}{7}x + 3$  מאונכים?

ב. האם הישרים:  $3y - 2x = 6$ ,  $2y - 3x = 10$  מאונכים? נמק.

ג. האם הישרים:  $x = 3$ ,  $y = -2$  מאונכים?

17) כתוב את משוואת הישר המאונך לישר הנתון והעובר דרך הנקודה שמצוינת לידו:

א.  $y = 2x - 4$ ,  $(6,9)$       ב.  $3y + 7x = 21$ ,  $(6,11)$

18) א. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודה  $(-1,3)$  ומאונך לישר

העובר דרך הנקודות:  $(3,5)$ ,  $(-4,4)$ .

ב. מצא את משוואת הישר המאונך לישר  $x = 4$  ועובר דרך הנקודה:  $(1,-2)$ .

### אמצע קטע:

19) **בסרטון זה מוסבר כיצד מוצאים נקודת אמצע קטע כאשר נתונות נקודות הקצה.**

נתונות הנקודות:  $A(5,4)$ ,  $B(11,14)$ . מצא את שיעורי נקודת האמצע M של הקטע AB.

20) מצא את נקודת האמצע של הקטע AB:  $A(6,-3)$ ,  $B(8,9)$ .

21) נתון משולש ABC ששיעורי קדקודיו הם:  $A(-4,2)$ ,  $B(2,4)$ ,  $C(-6,8)$ .

מצא את משוואת התיכון AD לצלע BC.

22) **בסרטון זה מוסבר כיצד מוצאים נקודת קצה קטע כאשר נתון הקצה השני ונקודת האמצע.**

נתון הקטע AB. ידוע כי:  $A(8,3)$ . ושיעורי אמצע הקטע הם:  $M(5,1)$ .

מצא את שיעורי נקודת הקצה B של הקטע AB.

23) מצא את קצה הקטע שבו הנקודה P היא אמצעו ו-A היא קצהו השני:  $A(5,1)$ ,  $P(3,-6)$ .

### הוכחות צורות מישוריות:

24) נתון משולש ABC שקדקודיו:  $A(4,0)$  ,  $B(0,3)$  ,  $C(10,8)$  . הוכח כי הוא ישר זווית.

25) נתון משולש ABC שקדקודיו:  $A(-4,4)$  ,  $B(3,-2)$  ,  $C(5,2)$  . הוכח כי הוא שווה שוקיים.

26) נתון מרובע ABCD ששיעורי קדקודיו הם:  $A(2,1)$  ,  $B(4,5)$  ,  $C(8,6)$  ,  $D(6,2)$  . הוכח כי המרובע הוא מקבילית.

27) נתון מרובע ABCD ששיעורי קדקודיו הם:  $A(3,1)$  ,  $B(9,3)$  ,  $C(10,0)$  ,  $D(4,-2)$  . הוכח כי המרובע הוא מלבן.

28) נתון מרובע ABCD ששיעורי קדקודיו הם:  $A(5,-3)$  ,  $B(6,4)$  ,  $C(11,9)$  ,  $D(10,2)$  . הוכח כי המרובע הוא מעוין.

29) נתון מרובע ABCD ששיעורי קדקודיו הם:  $A(-1,-1)$  ,  $B(3,1)$  ,  $C(1,5)$  ,  $D(-3,3)$  . הוכח כי המרובע הוא ריבוע.

30) נתון מרובע ABCD ששיעורי קדקודיו הם:  $A(5,16)$  ,  $B(10,17)$  ,  $C(14,10)$  ,  $D(4,8)$  . הוכח כי המרובע הוא טרפז שווה שוקיים.

### שאלות מסכמות:

31) נתון משולש ABC ששיעורי קדקודיו הם:  $A(-4,6)$  ,  $B(-1,-3)$  ,  $C(4,2)$  .

א. מצא את משוואת הצלע BC.

ב. מצא את משוואת הגובה AD לצלע BC (D נקודה על הצלע BC).

ג. מצא את שיעורי הנקודה D.

ד. מצא את אורך הגובה AD, ואת אורך הצלע BC.

ה. חשב את שטח המשולש ABC.

32) משוואות הצלעות של משולש ABC הן:

$$AB : y = x + 1 \quad , \quad BC : y = -\frac{1}{8}x + 1 \quad , \quad AC : y = -0.5x + 2$$

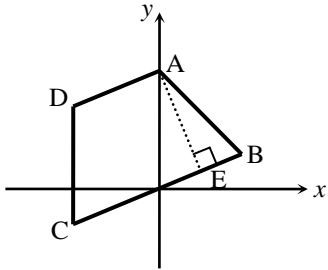
א. מצא את שיעורי קדקודי המשולש: A, B, C.

ב. מורידים גובה AD לצלע BC. מצא את משוואתו.

ג. מצא את משוואת התיכון לצלע AC.

33 נתון קטע AB שקצותיו :  $A(2,-3)$  ,  $B(-6,1)$

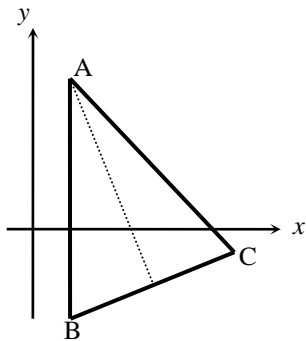
- א. מצא את משוואת האנך האמצעי לקטע AB.
- ב. הישר  $y=7$  חותך את האנך האמצעי בנקודה C.
- מצא את שיעורי הנקודה C ואת אורך הקטע AC.



34 באיור שלפניך נתון מרובע ABCD שקדקודיו הם :

$A(0,10)$  ,  $B(6,3)$  ,  $C(-6,-3)$  ,  $D(-6,7)$

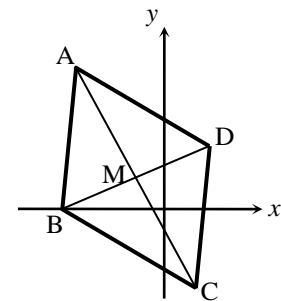
- א. כתוב את משוואות הישרים AD ו-BC.
- ב. הסבר מדוע המרובע הוא טרפז.
- ג. נתון כי AE הוא גובה הטרפז.
- i. מצא את משוואת הישר AE.
- ii. מצא את שיעורי הנקודה E.



35 באיור שלפניך נתון משולש ABC שקדקודיו הם :

$A(2,6)$  ,  $B(2,-4)$  ,  $C(8,-2)$

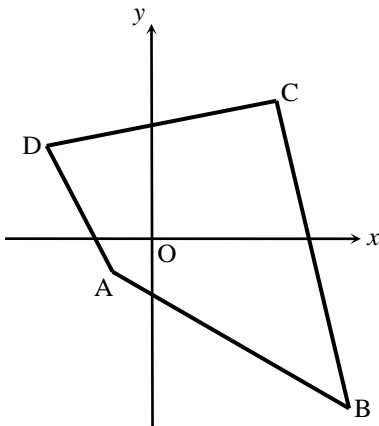
- א. מצא את משוואת הגובה לצלע BC.
- ב. מצא את משוואת התיכון לצלע BC.
- ג. הוכח כי המשולש הוא שווה שוקיים.
- ד. חשב את שטח המשולש.



36 נתון מעוין ABCD. אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה M.

ידוע כי :  $A(-7,9)$  ,  $C(1,-3)$

- א. מצא את שיעורי הנקודה M.
- ב. מצא את משוואת האלכסון BD.
- ג. מצא את הקדקודים B ו-D אם ידוע כי B נמצאת על ציר ה-x.
- ד. חשב את שטח המעוין.



37 באיור שלפניך נתון מרובע ABCD ששלושה מקדקודיו הם :

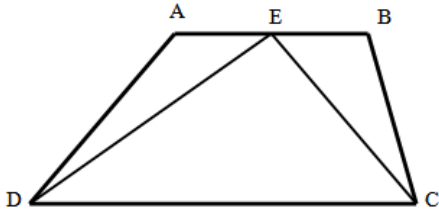
$A(-2,-2)$  ,  $B(12,-12)$  ,  $D(-6,6)$

- א. מצא את המרחקים של הקדקודים A מראשית הצירים (O), B מראשית הצירים ו-D מראשית הצירים.

ידוע כי סכום המרחקים של כל הקדקודים מהראשית הוא :  $28\sqrt{2}$  יחידות.

- ב. מהו המרחק של הקדקוד C מהראשית?  
 ג. ידוע כי הנקודות A, C ו-O נמצאות על ישר אחד.  
 כתוב את משוואת הישר העובר דרך הנקודות הנ"ל.  
 ד. מצא את שיעורי הנקודה C (C ברביע הראשון).

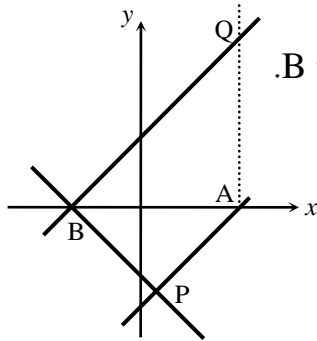
38) המרובע ABCD הוא טרפז. הנקודה E היא אמצע הבסיס AB וידוע כי היא נמצאת על ציר ה-x.  
 שיעורי הנקודה B הם (3, 2) והצלע AD מונחת על הישר:  $x = -5$ .



- א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-E.  
 נתון כי אורך הקטע DE הוא  $\sqrt{80}$  ו-D ברביע השלישי.  
 ב. מצא את שיעורי הנקודה D.  
 ג. חשב את שיפוע הישר המונח על הקטע DE.  
 המשולש DEC הוא ישר זווית ( $\angle DEC = 90^\circ$ ).  
 נתון כי:  $C(5, -3)$ .  
 ד. חשב את שטח המשולש DEC.

39) באיור שלפניך מתוארים הישרים הבאים:

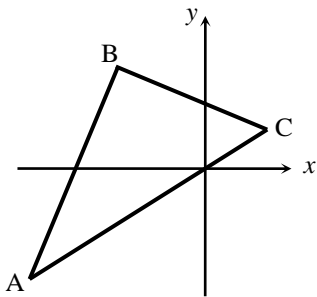
ישר I שמשוואתו:  $y = x - 8$ . ישר II שמשוואתו:  $y = x + 6$ .



- ישר I חותך את ציר ה-x בנקודה A וישר II חותך את ציר ה-x בנקודה B.  
 מעבירים אנך לישר II מהנקודה B אשר חותך את ישר I בנקודה P.  
 א. כתוב את משוואת האנך לישר II.  
 ב. מצא את שיעורי הנקודה P.  
 ג. מעבירים אנך לציר ה-x מהנקודה A. האנך חותך את המשך הישר II בנקודה Q. מצא את שיעורי הנקודה Q.  
 ד. חשב את שטח הטרפז APBQ.

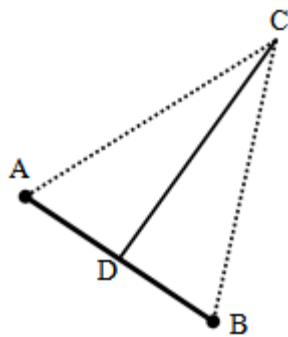
40) באיור שלפניך נתון משולש ABC שקדקודיו הם:

$A(-16, -12)$ ,  $B(-6, 8)$ ,  $C(4, 3)$



- א. העתק את האיור למחברתך ומצא את אורך הצלע AC.  
 ב. i. סמן נקודה D על הצלע AC ומצא את משוואת התיכון BD לצלע AC.  
 ii. חשב את אורך התיכון BD.  
 ג. הראה כי המשולש ABC הוא ישר זווית. (אפשר להסתמך על סעיפים קודמים).  
 ד. חשב את היקף המשולש ABD.





41 הנקודה D היא אמצע הקטע AB שמשוואתו היא:  $y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$ .

שיעורי הנקודה A הם  $(-8, 4)$  ו-B היא נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה-x.

א. מצא את שיעורי הנקודות B ו-D.

מהנקודה D מעלים אנך שחותך את ציר ה-y בנקודה C.

ב. איזה משולש הוא המשולש ABC? נמק את תשובתך.

ג. i. חשב את שיעורי הנקודה C.

ii. חשב את שטח המשולש ABC.

42 באיור שלפניך מתוארת מקבילית ABCD.

האלכסונים AC ו-BD מונחים על הישרים:  $y = -x + 8$  ו- $y = 4$  בהתאמה.

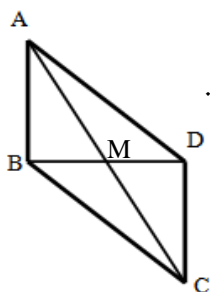
ידוע כי האלכסונים נחתכים בנקודה M. הצלע CD מונחת על הישר:  $x = 8$ .

א. i. מצא את שיעורי הנקודה M.

ii. מצא את שיעורי הנקודות של קדקודי המקבילית.

ב. כתוב את משוואת הצלע AB.

ג. חשב את היקף המקבילית.



43 במרובע ABCD ידוע כי שיפוע הצלע BC הוא 3 ושיעורי הנקודה A הם  $(1, 4)$ .

א. איזה מרובע הוא? נמק.

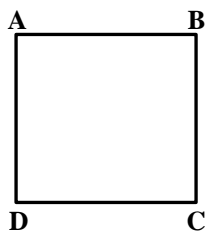
נתון גם:  $D(4, 13)$ ,  $m_{CD} = -\frac{1}{3}$ ,  $d_{BC} = \sqrt{90}$ .

ב. איזה מרובע הוא כעת? הראה חישוב מתאים.

נתון גם:  $B(-8, 7)$ .

ג. איזה מרובע הוא כעת? הראה חישוב מתאים.

ד. חשב את שטח המרובע ABCD.



## שאלות מתוך מאגר משרד החינוך - הישר:

44 נתונות הנקודות:  $A(1,2)$  ,  $B(-1,6)$  .

- א. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודה A ומאונך לישר AB.  
ב. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודה  $C(2,-3)$  ומקביל לישר AB.

45 במשולש ABC משוואת הצלע BC היא:  $y = 0.5x$  וקדקוד A הוא:  $(4,8)$  .

נתון כי אורך הצלע BC הוא 4 יחידות אורך.

א. מצא את משוואת הגובה לצלע BC.

ב. חשב את שטח המשולש ABC.

46 נתון משולש שקדקודיו הם:  $A(1,0)$  ,  $B(3,1)$  ,  $C(1,5)$  .

א. הוכח כי המשולש הוא ישר זווית.

ב. האם המשולש הוא שווה שוקיים?

47 הנקודה B נמצאת על הישר:  $y = 7$  . מרחק הנקודה B מציר ה- $y$  שווה למרחק

מהנקודה  $A(2,3)$  . מצא את שיעור ה- $x$  של הנקודה B.

48 קדקודי המרובע ABCD הם:  $A(8,6)$  ,  $B(12,4)$  ,  $C(11,1)$  ,  $D(5,4)$  .

הוכח כי המרובע הוא טרפז.

49 קדקודי המרובע ABCD הם:  $A(5,16)$  ,  $B(10,17)$  ,  $C(14,10)$  ,  $D(4,8)$  .

הוכח כי המרובע הוא טרפז שווה שוקיים.

50 קדקודי המרובע ABCD הם:  $A(0,0)$  ,  $B(1,3)$  ,  $C(5,4)$  ,  $D(4,1)$  .

הוכח כי המרובע הוא מקבילית.

51 קדקודי המרובע ABCD הם:  $A(3,2)$  ,  $B(2,9)$  ,  $C(7,14)$  ,  $D(8,7)$  .

הוכח כי המרובע הוא מעוין.

52 א. קדקודי המרובע ABCD הם:  $A(-4,2)$  ,  $B(0,6)$  ,  $C(3,3)$  ,  $D(-1,-1)$  .

הוכח כי המרובע הוא מלבן.

ב. האם המלבן הזה הוא גם ריבוע? נמק את תשובתך.

53) במעוין ABCD שני קדקודים סמוכים הם:  $A(3,1)$  ,  $B(7,4)$  .

משוואת האלכסון AC היא:  $y = 2x - 5$  .

א. מצא את משוואת האלכסון BD.

ב. מצא את שיעורי נקודת המפגש של האלכסונים.

ג. מצא את שיעורי הקדקודים C ו-D.

54) נתונה מקבילית ABCD, שבה שיעורי הקדקוד A הם  $(2,7)$  ושיעורי הקדקוד B הם  $(4,5)$  .

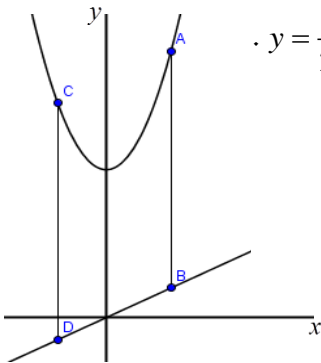
הצלע AD מונחת על הישר:  $y = \frac{1}{2}x + 6$  והאלכסון BD מקביל לציר ה-x.

א. מצא את שיעורי הקדקוד D.

ב. מצא את משוואת הישר שעליו מונחת הצלע DC.

55) במשולש ישר זווית ABC נתון:  $\sphericalangle C = 90^\circ$  ,  $C(3,0)$  ,  $B(7,3)$  .

הקדקוד A נמצא על ציר ה-y. מצא את שיעורי הקדקוד A.



56) בציור שלפניך מסורטטים הגרפים של הפונקציות:  $y = x^2 + 5$  ,  $y = \frac{1}{2}x$  .

הקטעים AB ו-CD מאונכים לציר ה-x ואורכם 8 יחידות.

א. חשב את שיעור ה-x של A ו-B.

ואת שיעור ה-x של C ו-D.

ב. איזה מרובע הוא ABDC? נמק.

57) קצות הקטע AB הם:  $A(9,0)$  ,  $B(1,-4)$  .

א. מצא את משוואת האנך האמצעי לקטע AB.

ב. הישר  $y = 6$  חותך את האנך האמצעי בנקודה C.

חשב את אורך השוק של המשולש שווה השוקיים ABC ( $CB = CA$ ).

58) קדקודי משולש ABC:  $A(8,-3)$  ,  $B(9,4)$  ,  $C(14,-1)$  .

א. מצא את משוואת התיכון לצלע AC.

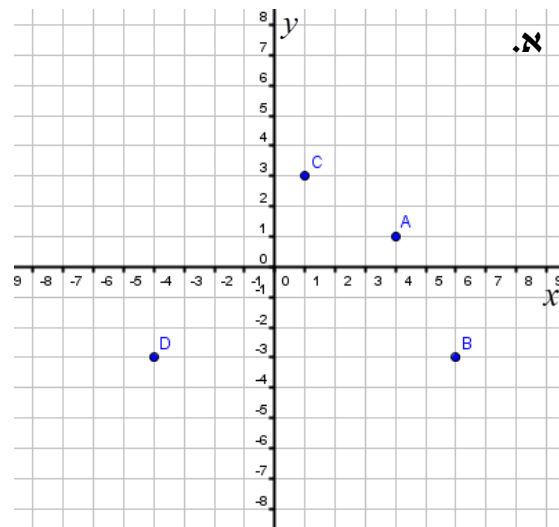
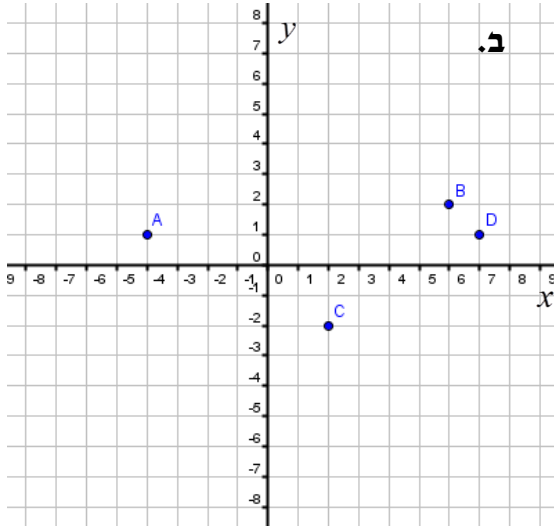
ב. מצא את משוואת הגובה לצלע AC.

ג. איזה משולש הוא ABC?

## תרגול נוסף:

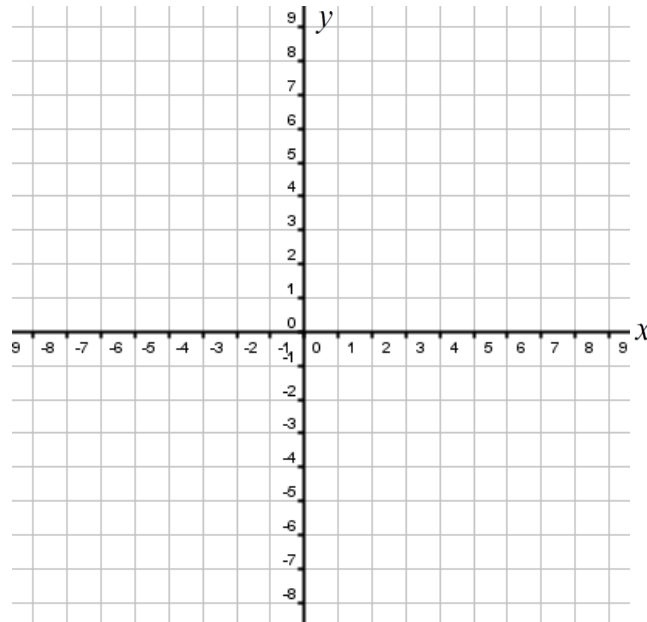
### הגדרות בסיסיות:

59) כתוב את שיעורי הנקודות A , B , C , D עבור כל מערכת צירים:



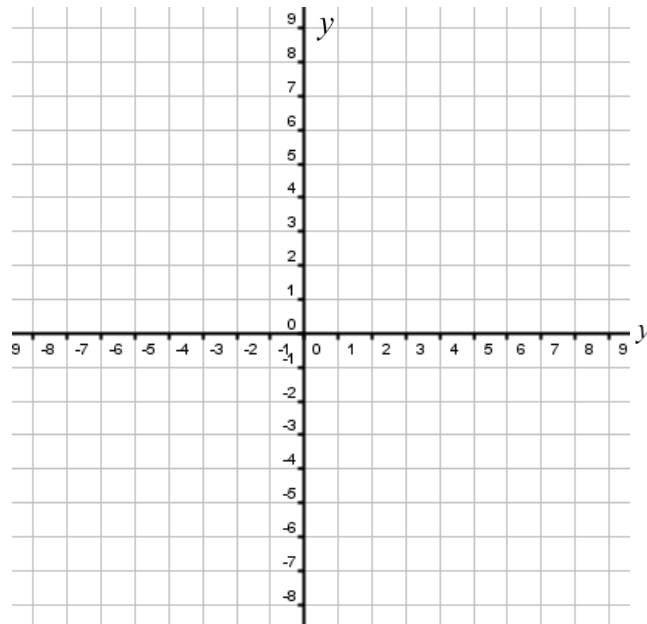
60) סמן על מערכת הצירים הבאה את הנקודות:

A(1,2) , B(3,2) , C(5,-1) , D(-7,-2) , E(-6,4) , F(-2,2) , G(2,-2)



61) סמן על מערכת הצירים הבאה את הנקודות:

A(4,6) , B(-2,3) , C(3,-3) , D(-3,5) , E(-1,7) , F(7,3) , G(4,-4)



חיתוך עם הצירים ובין ישרים:

62) מצא את נקודות החיתוך של הישרים הבאים עם הצירים:

א.  $y = 3x - 6$

ב.  $y = 4x + 8$

ג.  $y = -x + 9$

ד.  $y = -x - 2$

ה.  $y = \frac{1}{3}x + 1$

ו.  $y = -\frac{2}{5}x + 4$

ז.  $y = \frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$

ח.  $y = 1\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$

63 מצאו את נקודת החיתוך בין זוגות הישרים הבאים :

$$\begin{cases} y = -x + 1 \\ y = x + 5 \end{cases} \text{ ב.}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = -x + 5 \end{cases} \text{ א.}$$

$$\begin{cases} 5x - 2y = 9 \\ 7x + 4y = 33 \end{cases} \text{ ד.}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - y = 1 \end{cases} \text{ ג.}$$

$$\begin{cases} y = -x + 4 \\ y = 2x + 4 \end{cases} \text{ ו.}$$

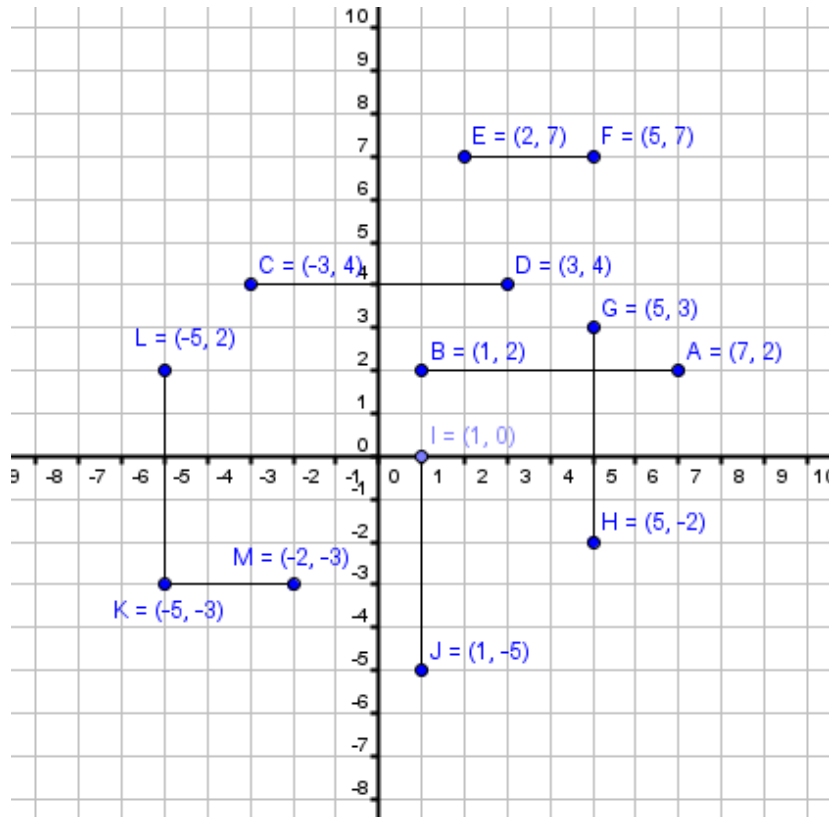
$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -x + 3 \end{cases} \text{ ה.}$$

$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = -2x + 6 \end{cases} \text{ ח.}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -x + 4 \end{cases} \text{ ז.}$$

**מרחק בין שתי נקודות:**

64 חשבו את אורכי הקטעים הבאים :

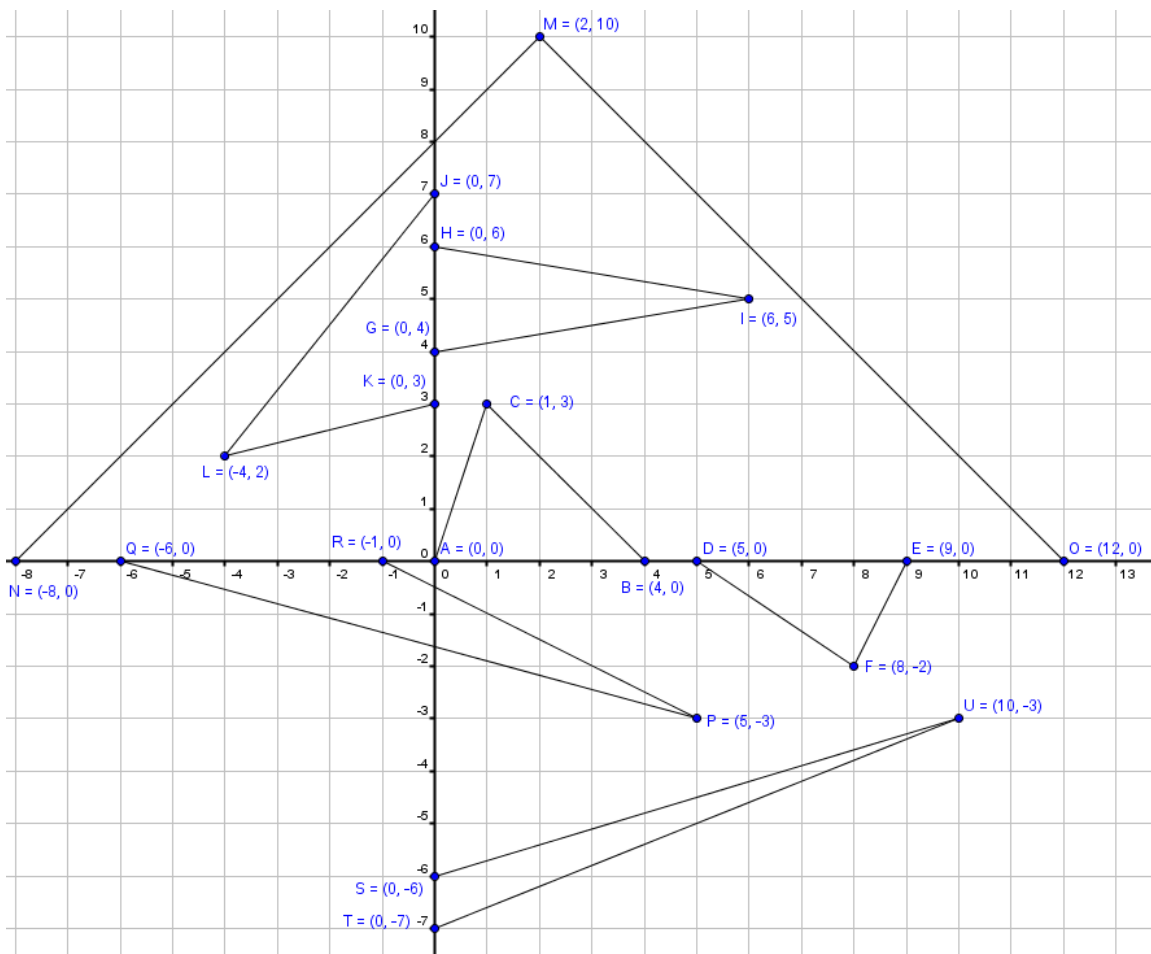


65) חשבו את המרחקים בין זוגות הנקודות הבאות:

- א.  $A(4,6)$ ,  $B(4,2)$       ב.  $A(2,-5)$ ,  $B(2,3)$   
 ג.  $A(11,-2)$ ,  $B(11,5)$       ד.  $A(-6,6)$ ,  $B(-6,0)$   
 ה.  $A(4,3)$ ,  $B(-2,3)$       ו.  $A(9,1)$ ,  $B(-20,1)$   
 ז.  $A(5,8)$ ,  $B(3,8)$       ח.  $A(12,4)$ ,  $B(7,4)$

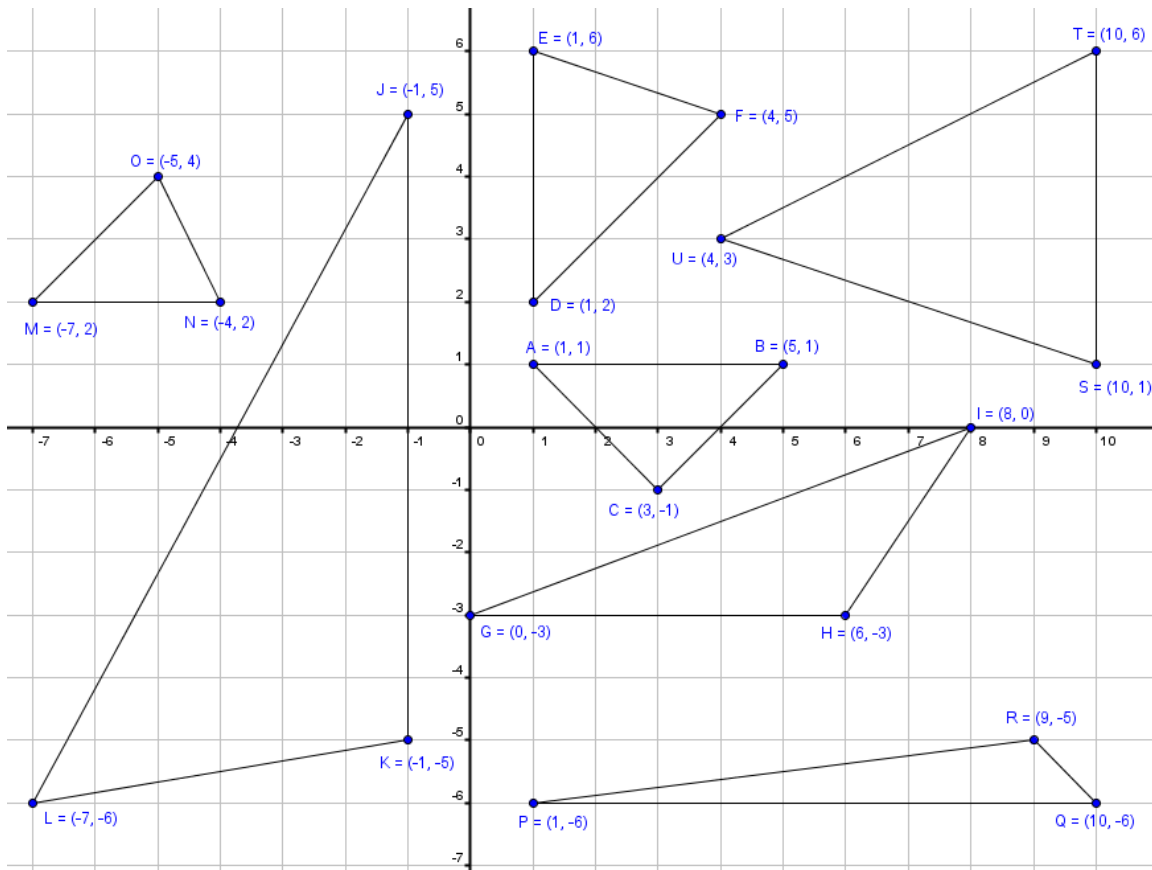
66) חשבו את שטחי המשולשים הבאים:

- א.  $\triangle ABC$     ב.  $\triangle DEF$     ג.  $\triangle GHI$     ד.  $\triangle JKL$     ה.  $\triangle MNO$     ו.  $\triangle PQR$     ז.  $\triangle STU$ .



67) חשבו את שטחי המשולשים הבאים :

א.  $\triangle ABC$  ב.  $\triangle DEF$  ג.  $\triangle GHI$  ד.  $\triangle JKL$  ה.  $\triangle MNO$  ו.  $\triangle PQR$  ז.  $\triangle STU$ .



68) חשבו את המרחקים בין זוגות הנקודות הבאות :

- |                           |                             |
|---------------------------|-----------------------------|
| א. $A(24,17)$ , $B(8,5)$  | ב. $A(1,5)$ , $B(7,3)$      |
| ג. $A(2,7)$ , $B(10,22)$  | ד. $A(-1,2)$ , $B(5,10)$    |
| ה. $A(5,16)$ , $B(-2,-8)$ | ו. $A(3,3)$ , $B(7,7)$      |
| ז. $A(0,1)$ , $B(10,11)$  | ח. $A(-5,-2)$ , $B(-11,-8)$ |

69) מצא את אורכי הצלעות של משולש שקדקודיו הם :  $A(3,7)$  ,  $B(4,2)$  ,  $C(-5,1)$ .



**70** במשולש ABC שקדקודיו הם:  $A(5,4)$  ,  $B(-2,-3)$  ,  $C(6,9)$  מעבירים תיכון AD לצלע BC. נתון:  $D(2,3)$ . מצא את אורך התיכון AD.

**71** במשולש ABC שקדקודיו הם:  $A(-6,8)$  ,  $B(-1,20)$  ,  $C(3,8)$  מעבירים תיכון AD לצלע BC. נתון:  $D(1,14)$ . מצא את אורך התיכון AD.

**72** נתון משולש שקדקודיו:  $A(2,4)$  ,  $B(4,8)$  ,  $C(-1,8)$ . מעבירים גובה CD לצלע AB במשולש. נתון:  $D(3,6)$ . מצא את אורך הגובה CD.

**73** נתון משולש שקדקודיו:  $A(-5,2)$  ,  $B(13,4)$  ,  $C(2,21)$ . מעבירים גובה CD לצלע AB במשולש. נתון:  $D(4,3)$ . מצא את אורך הגובה CD.

**74** קדקודיו של משולש ABC הם:  $A(2,1)$  ,  $B(1,6)$  ,  $C(6,5)$ .  
א. מצאו את אורכי צלעות המשולש.  
ב. איזה סוג משולש זה?

**75** הוכיחו שהמשולשים שקדקודיהם נתונים הם משולשים שווי-שוקיים.  
א.  $A(2,5)$  ,  $B(6,1)$  ,  $C(8,7)$   
ב.  $A(-3,-1)$  ,  $B(5,-1)$  ,  $C(1,6)$

**76** מצא את אורכי האלכסונים AC ו-BD במרובע ABCD שקדקודיו הם:  $A(4,12)$  ,  $B(6,1)$  ,  $C(-7,-2)$  ,  $D(8,30)$ .

**77** מצא את אורכי האלכסונים AC ו-BD במרובע ABCD שקדקודיו הם:  $A(2,2)$  ,  $B(7,7)$  ,  $C(4,-4)$  ,  $D(10,-10)$ .

**78** מצא את אורכי האלכסונים AC ו-BD במקבילית ABCD שקדקודיה הם:  $A(2,-4)$  ,  $B(3,1)$  ,  $C(9,1)$  ,  $D(8,-4)$ .

**79** נתון מרובע ABCD שקדקודיו הם:  $A(-2,-3)$  ,  $B(1,3)$  ,  $C(6,6)$  ,  $D(3,0)$ .  
א. הוכח כי המרובע הוא מקבילית.  
ב. מצא את אורכי האלכסונים במקבילית.

**80** נתון מרובע ABCD שקדקודיו הם:  $A(6,-4)$  ,  $B(-2,2)$  ,  $C(-1,7)$  ,  $D(7,1)$  .  
א. הוכח כי המרובע הוא מקבילית.  
ב. מצא את אורכי האלכסונים במקבילית.

**81** נתון מרובע ABCD שקדקודיו הם:  $A(4,-3)$  ,  $B(2,6)$  ,  $C(13,-1)$  ,  $D(11,8)$  .  
א. הוכח כי המרובע הוא מקבילית.  
ב. מצא את אורכי האלכסונים והראה כי מדובר במלבן.

**82** נתון מרובע ABCD. ארבעת הקדקודים של המרובע הם:  $A(3,1)$  ,  $B(8,13)$  ,  $C(13,1)$  ,  $D(8,-11)$  . הוכח שהמרובע הוא מעוין.

**83** נתון מרובע ABCD. ארבעת הקדקודים של המרובע הם:  $A(2,2)$  ,  $B(4,6)$  ,  $C(6,2)$  ,  $D(4,-2)$  . הוכח שהמרובע הוא מעוין.

**84** נתון מרובע ABCD שקדקודיו הם:  $A(-2,-1)$  ,  $B(2,1)$  ,  $C(0,5)$  ,  $D(-4,3)$  . הוכח כי המרובע הוא ריבוע.

**85** מרכז מעגל הוא:  $M(4,2)$  . ידוע כי הנקודה  $A(7,6)$  נמצאת על היקף המעגל. מצא את אורך רדיוס המעגל.

**86** מרכז מעגל הוא:  $M(-3,7)$  . ידוע כי הנקודה  $A(5,1)$  נמצאת על היקף המעגל. מצא את אורך רדיוס המעגל.

**87** הנקודות:  $A(-5,2)$  ,  $B(3,8)$  נמצאות על היקף מעגל משני קצוותיו. מצא את אורך קוטר המעגל.

**88** במעגל שמרכזו:  $M(8,-10)$  מסמנים נקודה  $A(4,7)$  על היקפו ומעבירים משיק AB כאשר:  $B(-13,3)$  . מצא את אורך רדיוס המעגל ואת אורך המשיק.

**משוואת הקו הישר:**

**89** חשב את השיפוע שבין זוגות הנקודות הבאים:

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| א. $(1,10)$ , $(3,4)$    | ב. $(7,6)$ , $(10,9)$    |
| ג. $(3,5)$ , $(8,15)$    | ד. $(4,2)$ , $(2,10)$    |
| ה. $(7,8)$ , $(1,5)$     | ו. $(14,13)$ , $(12,3)$  |
| ז. $(2,-3)$ , $(-7,-5)$  | ח. $(-6,-1)$ , $(-5,-9)$ |
| ט. $(-3,-4)$ , $(-2,8)$  | י. $(-3,-2)$ , $(3,5)$   |
| יא. $(-1,10)$ , $(-4,5)$ | יב. $(1,-3)$ , $(-4,-2)$ |

**90** חשב את השיפוע שבין זוגות הנקודות הבאים:

- |                         |                          |
|-------------------------|--------------------------|
| א. $(2,10)$ , $(2,4)$   | ב. $(7,-6)$ , $(7,9)$    |
| ג. $(3,5)$ , $(8,5)$    | ד. $(-4,10)$ , $(2,10)$  |
| ה. $(-5,7)$ , $(-5,1)$  | ו. $(3,-14)$ , $(3,-12)$ |
| ז. $(2,-5)$ , $(-7,-5)$ | ח. $(-6,-9)$ , $(-5,-9)$ |

**91** מצא את משוואות הישרים המקבילים לצירים הבאים:

- |  |   |
|--|---|
| א. מקביל לציר ה- $x$ ועובר דרך: $(4,2)$  | ב. מקביל לציר ה- $x$ ועובר דרך: $(-3,1)$  |
| ג. מקביל לציר ה- $x$ ועובר דרך: $(1,6)$  | ד. מקביל לציר ה- $x$ ועובר דרך: $(10,-7)$ |
| ה. מקביל לציר ה- $y$ ועובר דרך: $(5,3)$  | ו. מקביל לציר ה- $y$ ועובר דרך: $(-6,-6)$ |
| ז. מקביל לציר ה- $y$ ועובר דרך: $(14,0)$ | ח. מקביל לציר ה- $y$ ועובר דרך: $(0,-12)$ |

**92** מצא את משוואת הישר העובר דרך שתי הנקודות הנתונות:

- |                       |                        |
|-----------------------|------------------------|
| א. $(5,0)$ , $(0,5)$  | ב. $(5,-4)$ , $(3,-4)$ |
| ג. $(2,1)$ , $(-3,5)$ |                        |

**93** מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודה  $(4,0)$  ודרך נקודת החיתוך של הישרים:  $y = x$  ו- $y = -4x - 5$ .

**94** מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודה  $(5,8)$  ודרך נקודת החיתוך של הישרים:  $y = 10 - x$  ו- $y = 3x - 2$ .

**95** מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודה  $(7,-5)$  ודרך נקודת החיתוך של הישרים:  $y = -3x + 24$  ו- $3x + 5y = 12$ .

**96** מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת החיתוך של הישר:  $y = 4x - 16$  עם ציר ה- $x$  ונקודה החיתוך של הישר:  $y = 8 - x$  עם ציר ה- $y$ .

**97** מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת החיתוך של הישר:  $y = 8x - 4$  עם ציר ה- $x$  ונקודה החיתוך של הישר:  $y = 7x + 16$  עם ציר ה- $y$ .

**98** מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת החיתוך של הישרים:  $3x - 2y = -1$  ו- $x + 3y = 7$  ונקודת החיתוך של הישרים:  $y = x + 3$  ו- $x + 3y = 17$ .

**99** מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת החיתוך של הישרים:  $y = 0.5x + 5$  ו- $y = 2x + 11$  ונקודת החיתוך של הישרים:  $y = 3x + 5$  ו- $y = -0.5x - 2$ .

**100** מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת החיתוך של הישרים:  $y = x - 7$  ו- $y = 3x - 19$  ונקודת החיתוך של הישרים:  $3y - 2x = 1$  ו- $y = 3$ .

**101** מצא את נקודת החיתוך של ישר העובר דרך הנקודות:  $(4,2)$ ,  $(0,3)$  וישר העובר דרך הנקודות:  $(-6,1)$ ,  $(0,-11)$ .

**102** מצא את נקודת החיתוך של ישר העובר דרך הנקודות:  $(3,1)$ ,  $(-3,-2)$  וישר העובר דרך הנקודות:  $(7.5,-5)$ ,  $(4,12.5)$ .

**103** מצא את נקודת החיתוך של ישר המקביל לציר ה- $x$  ועובר דרך הנקודה:  $(-3,1)$ , וישר העובר דרך הנקודות:  $(3,5)$ ,  $(5,-1)$ .

**104** מצא את נקודת החיתוך של ישר המקביל לציר ה- $y$  ועובר דרך הנקודה:  $(5,5)$ , וישר העובר דרך הנקודות:  $(2,1)$ ,  $(-4,-3)$ .

**105** מצא את משוואות הצלעות של המשולש ABC שקדודיו:  $A(4,0)$ ,  $B(6,2)$ ,  $C(0,8)$ .

**106** מצא את משוואות הצלעות של המשולש ABC שקדודיו:  $A(-2,-1)$ ,  $B(2,1)$ ,  $C(2,5)$ .

**107** במשולש ABC שקדודיו הם:  $A(-3,-2)$ ,  $B(4,-1)$ ,  $C(2,5)$  מעבירים

תיכון AD לצלע BC. נתון:  $D(3,2)$ .

א. מצא את משוואות הצלעות של המשולש.

ב. מצא את משוואת התיכון AD.

**108** במשולש ABC שניים מקדודיו הם:  $B(-4,0)$ ,  $C(4,-4)$ .

מעבירים תיכון AD לצלע BC שמשוואתו היא:  $y = -4x - 2$ .

א. מצא את שיעורי הנקודה D.

ב. משוואת הצלע AB היא:  $y = 3x + 12$ . מצא את שיעורי הקדוד A.

**109** מצא את משוואות הצלעות של מקבילית ABCD ששיעורי קדודיה

הם:  $A(-2,1)$ ,  $B(2,-1)$ ,  $C(4,1)$ ,  $D(0,3)$ .

**110** מצא את משוואות הצלעות של מקבילית ABCD ששיעורי קדודיה

הם:  $A(1,3)$ ,  $B(4,5)$ ,  $C(5,3)$ ,  $D(2,1)$ .

**111** נתון מלבן ABCD ששיעורי קדודיו הם:

$A(-1,4)$ ,  $B(-1,-1)$ ,  $C(5,-1)$ ,  $D(5,4)$

א. מצא את משוואות הצלעות של המלבן.

ב. מצא את משוואות האלכסונים של המלבן.

ג. מצא את שיעורי נקודת פגישת האלכסונים במלבן.

**112** משוואת האלכסון AC במלבן ABCD היא:  $y = \frac{4}{3}x - \frac{13}{3}$ .

ידוע כי משוואת הצלע AB היא:  $y = 0.5x - 3.5$  וכי שיעורי הנקודה B הם:  $(5, -1)$ .

א. מצא את שיעורי הקדקוד A.

ב. שיפוע הצלע AD הוא -2.

ג. מצא את משוואות הצלעות AD ו-BC.

ד. חשב את שיעורי הקדקוד C.

ה. חשב את היקף המלבן.

**113** קדקודי מרובע ABCD הם:  $A(2,5)$ ,  $B(3,3)$ ,  $C(4,5)$ ,  $D(3,7)$ .

א. מצא את משוואות הישרים של המרובע.

ב. הוכח כי המרובע הוא מעוין.

**114** במעוין ABCD נתון כי:  $A(-1,6)$ ,  $B(3,4)$ ,  $C(5,0)$ .

א. מצא את משוואת האלכסון AC.

ב. שיפוע האלכסון BD הוא 1.

ג. מצא את משוואת האלכסון BD.

**115** נתון ריבוע ABCD ששיעורי קדקודיו:  $A(-5,2)$ ,  $B(-2,-7)$ ,  $C(7,-4)$ ,  $D(4,5)$ .

א. מצא את משוואות הצלעות של הריבוע.

ב. מצא את משוואות האלכסונים AC ו-BD.

**116** הנקודה:  $A(6,4)$  נמצאת על היקף מעגל שמרכזו:  $M(5,2)$ . כתוב את משוואת

הרדיוס MA.

**117** הנקודה:  $A(-10,7)$  נמצאת על היקף מעגל שמרכזו:  $M(12,7)$ . כתוב את משוואת

הרדיוס MA.

**118** הנקודות  $A(6,11)$  ו- $B(4,-3)$  נמצאות על היקף מעגל שמרכזו:  $M(5,4)$ .

א. כתוב את משוואת הישר AB.

ב. הראה כי המרכז M נמצא על הישר AB.

ג. מה ניתן להסיק לגבי הישר AB מסעיף ב'?

119 הנקודות A(1,2) ו-B(11,4) הן קצוות קוטר במעגל שמרכזו: M(6,3).

א. מצא את משוואת הקוטר AB.

ב. חשב את אורך רדיוס המעגל.

ג. הנקודה C(7,8) נמצאת על היקף המעגל.

מצא את משוואת הרדיוס MC.

120 קבע אילו נקודות נמצאות על הישר הנתון ואלו לא.

א. הישר:  $y = 2x + 7$ . הנקודות: A(3,13), B(9,1), C(-4,-1), D(-5,17).

ב. הישר:  $y = 6 - 4x$ . הנקודות: A(1,2), B(4,-10), C(5,10), D(6,-20).

ג. הישר:  $y = x + 18$ . הנקודות: A(1,20), B(-4,14), C(7,2), D(12,30).

ד. הישר:  $y = \frac{2}{3}x - \frac{11}{3}$ . הנקודות: A( $\frac{1}{2}, -\frac{10}{3}$ ), B(4,-1), C(5,3), D(-10,5).

ה. הישר:  $y = -\frac{1}{5}x + \frac{9}{5}$ . הנקודות: A(-1,2), B( $\frac{1}{2}, \frac{17}{10}$ ), C(5,2), D(-4,-4).

### ישרים מקבילים:

121 מצאו את משוואת הישר בתרגילים הבאים:

א. ישר העובר דרך הנקודה: (1,3) ומקביל לישר:  $y = 5x + 10$ .

ב. ישר העובר דרך הנקודה: (2,9) ומקביל לישר:  $y = 3x - 5$ .

ג. ישר העובר דרך הנקודה: (3,4) ומקביל לישר:  $y = 2 - 2x$ .

ד. ישר העובר דרך הנקודה: (-2,3) ומקביל לישר:  $y = -4x + 12$ .

ה. ישר העובר דרך הנקודה: (-3,2) ומקביל לישר:  $y = \frac{2}{3}x$ .

122 מצאו את משוואת הישר בתרגילים הבאים:

א. ישר העובר דרך הנקודה: (5,-3) ומקביל לישר העובר דרך הנקודות: (3,1), (-3,-1).

ב. ישר העובר דרך הנקודה: (1,1) ומקביל לישר העובר דרך הנקודות: (4,10), (8,2).

ג. ישר העובר דרך הנקודה: (-2,4) ומקביל לישר העובר דרך הנקודות: (-4,-4), (-5,1).

ד. ישר העובר דרך הנקודה: (6,2) ומקביל לישר העובר דרך הנקודות: (4.5,5.5), (2,0.5).

ה. ישר העובר דרך הנקודה: (-1,-2) ומקביל לישר העובר דרך הנקודות: (3,-0.5), (1.5,2.5).

**123** במשולש ABC נתון:  $C(4,9)$ . משוואת הצלע BC מקבילה לציר ה- $x$ .  
ידוע כי משוואת הצלע AB היא:  $y = 2x + 15$ .

- א. כתוב את משוואת הצלע BC.
- ב. מצא את שיעורי הקדקוד B.
- ג. הקדקוד A נמצא על ציר ה- $y$ . חשב את שטח המשולש ABC.

**124** במשולש ABC נתון:  $A(-5,2)$ . משוואת הצלע AB מקבילה לציר ה- $y$ .  
ידוע כי משוואת הצלע AC היא:  $y = \frac{2}{3}x + \frac{16}{3}$ .

- א. כתוב את משוואת הצלע AB.
- ב. הקדקוד B נמצא על ציר ה- $x$ . מצא את שיעוריו.
- ג. שיעור ה- $x$  של הקדקוד C הוא 1. חשב את היקף המשולש ABC.

**125** שלושה קדקודים של מקבילית ABCD הם:  $A(5,3)$ ,  $B(6,4)$ ,  $C(2,5)$ .

- א. מצא את משוואת הצלע AB.
- ב. מצא את משוואת הצלע CD.

**126** שלושה קדקודים של מקבילית ABCD הם:  $A(-6,2)$ ,  $B(-5,1)$ ,  $C(-1,3)$ .

- א. מצא את משוואות הצלעות AB ו-AD.
- ב. מצא את משוואת הצלע CD.
- ג. חשב את שיעורי הקדקוד D.

**127** במקבילית ABCD משוואת הצלע AB היא:  $y = 2x + 5$   
ומשוואת הצלע AD היא:  $y = -x + 8$ . נתון:  $C(7,10)$ .  
מצא את משוואות הצלעות BC ו-CD.

**128** שלושה קדקודים של מקבילית ABCD הם:  $A(-1,3)$ ,  $B(1,9)$ ,  $C(5,13)$ .  
מצא את משוואות הצלעות של המקבילית.



**129** המשוואות של שתי צלעות במקבילית ABCD הן:  $BC: y = -9x + 21$ ,  $AB: y = 0.5x + 14$ .

משוואת האלכסון AC היא:  $y = -1.5x + 6$ .

- א. מצא את שיעורי הקדקודים A ו-C.
- ב. מצא את המשוואות של שתי הצלעות הנותרות.

**130** נתונים הקדקודים של מקבילית ABCD:  $A(2, 6)$ ,  $B(1, 3)$ . האלכסון BD מקביל לציר ה-x.

- א. כתוב את משוואת האלכסון BD.
- ב. כתוב את משוואת הצלע AB.
- ג. ידוע כי אורך האלכסון BD הוא 6 וכי D נמצאת ברביע הראשון. מצא את שיעורי הנקודה D.
- ד. מצא את שיעורי הקדקוד C.

**131** האלכסון BD במקבילית ABCD מקביל לציר ה-y. נתון:  $A(0, -2)$ ,  $B(2, -3)$ .

- א. כתוב את משוואת האלכסון BD.
- ב. כתוב את משוואת הצלע AB.
- ג. ידוע כי אורך האלכסון BD הוא 8 וכי D נמצאת ברביע הראשון. מצא את שיעורי הנקודה D.
- ד. חשב את שטח המשולש ABD.
- ה. מצא את משוואות הצלעות BC ו-DC.
- ו. חשב את שיעורי הקדקוד C.
- ז. חשב את שטח המקבילית ABCD.
- ח. מה ניתן לומר על שטח המקבילית ABCD ושטח המשולש ABD?

### ישרים מאונכים:

**132** מצא את משוואת הישר המאונך לציר ה-x ועובר דרך הנקודה:  $(3, 6)$ .

**133** מצא את משוואת הישר המאונך לציר ה-x ועובר דרך הנקודה:  $(-5, 2)$ .

**134** מצא את משוואת הישר המאונך לציר ה-y ועובר דרך הנקודה:  $(3, 6)$ .

**135** מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת החיתוך של הישרים:  $y = 0.5x + 1$

ו-  $y = -1.5x + 5$  ומאונך לציר ה-x.

**136** מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת החיתוך של הישרים :  $y = -4x - 5$  ו-  $x - 3y + 11 = 0$  ומאונך לציר ה-  $y$ .

**137** מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת החיתוך של הישרים :  $y = -0.6x + 4$  ו-  $y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$  ומאונך לישר :  $y = 2x - 1$ .

**138** מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת החיתוך של הישרים :  $y = -3x - 10$  ו-  $y = 0.25x - 3.5$  ומאונך לישר :  $y = 6 - x$ .

**139** מצא את משוואת הישר המאונך לישר העובר דרך הנקודות :  $(4, 1)$  ,  $(-4, -1)$  ועובר בנקודה :  $(-2, 4)$ .

**140** מצא את משוואת הישר המאונך לישר העובר דרך הנקודות :  $(4, -11)$  ,  $(6, 3)$  ועובר בנקודה :  $(-3, 5)$ .

**141** מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת החיתוך של הישרים :  $2x + 3y = 26$  ו-  $x - 3y = 4$  ומאונך לישר העובר דרך הנקודות :  $(-12, 4)$  ,  $(-2, 5)$ .

**142** מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת החיתוך של הישרים :  $y = -2.5x - 4.5$  ו-  $y = 0.4x + 4.2$  ומאונך לישר העובר דרך הנקודות :  $(6, 12)$  ,  $(-15, 5)$ .

**143** לפניכם זוגות ישרים. קבעו לגבי כל זוג האם הם מקבילים, מאונכים או שאינם מקבילים ואינם מאונכים.

$y = 5x + 10$	$y = 3x + 12$	$y = x + 4$
$y = -5x - 10$ ג.	$y = 3x - 4$ ב.	$y = 4 - x$ א.
$y = 7x + 5$	$y = 12x + 12$	$y = 6 - x$
$7y + x = 4$ ו.	$y = -12x - 12$ ה.	$y = x - 6$ ד.

144) המשולש ABC הוא ישר זווית ( $\sphericalangle B = 90^\circ$ ). ידוע כי:  $A(1,1)$ ,  $B(2,3)$ .

שיעור ה- $x$  של הקדקוד C הוא 12.

א. מצא את שיעור ה- $y$  של הקדקוד C.

ב. מצא את משוואת הצלע AC.

ג. מצא את אורכי הצלעות AB ו-BC.

ד. חשב את שטח המשולש.

145) המשולש ABC הוא ישר זווית ( $\sphericalangle B = 90^\circ$ ). ידוע כי:  $A(-3,-1)$ ,  $C(2,-2)$ .

הקדקוד B נמצא על ציר ה- $y$  בחלקו החיובי.

א. מצא את שיעורי הקדקוד B.

ב. כתוב את משוואת הישר של הצלע BC.

ג. חשב את שטח המשולש.

146) המשולש ABC הוא ישר זווית ( $\sphericalangle C = 90^\circ$ ). ידוע כי:  $A(2,-3)$ ,  $C(-1,9)$ .

הקדקוד B נמצא על ציר ה- $x$  בחלקו השלילי.

א. מצא את שיעורי הקדקוד B.

ב. כתוב את משוואת הישר של הצלע AB.

ג. חשב את שטח המשולש.

147) המשולש ABC הוא ישר זווית ( $\sphericalangle C = 90^\circ$ ). הקדקוד C נמצא על ציר ה- $x$  בחלקו החיובי

והקדקוד A נמצא על ציר ה- $y$ .

ידוע כי הקדקוד A נמצא על הישר:  $y = 18x - 3$  וכי:  $B(-10,13)$ .

א. מצא את שיעורי הקדקודים A ו-C.

ב. כתוב את משוואות הישר של כל צלעות המשולש.

ג. חשב את שטח המשולש.

148) משוואת הצלע AB במשולש ABC היא:  $y = 4x - 11$  ושיעורי הקדקוד C הם:  $(-3,1)$ .

מצא את משוואת הגובה לצלע AB.

149) משוואת הצלע AB במשולש ABC היא:  $y = \frac{1}{8}x + \frac{3}{4}$  ושיעורי הקדקוד C הם:  $(2,4)$ .

מצא את משוואת הגובה לצלע AB.

**150** במשולש ABC נתון:  $A(-6,2)$ ,  $B(-5,1)$ ,  $C(-1,3)$ .  
מצא את משוואת הגובה לצלע BC.

**151** במשולש ABC נתון:  $A(-2,4)$ ,  $B(6,-2)$ ,  $C(3,4)$ .  
מצא את משוואת הגובה לצלע AB.

**152** במלבן ABCD נתונים שיעורי הקדקודים:  $A(-2,2)$ ,  $B(-1,-2)$ .  
א. מצא את משוואת הצלע AB.  
ב. מצא את משוואת הצלע BC.  
ג. הקדקוד C נמצא על ציר ה- $x$ .  
i. מצא את שיעורי הקדקוד C.  
ii. מצא את משוואת הצלע CD.

**153** במלבן ABCD נתונים שיעורי הקדקודים:  $B(10,5)$ ,  $C(16,-15)$ .  
א. מצא את משוואות הצלעות BC ו-AB.  
ב. הקדקוד A נמצא על ציר ה- $y$ . מצא את שיעורי הקדקוד A.  
ג. חשב את היקף המלבן ABCD.  
ד. חשב את שטח המלבן ABCD.

**154** במלבן ABCD נתונים שני הקדקודים הבאים:  $A(1,2)$ ,  $B(4,3)$ .  
א. מצא את משוואת הצלע AB.  
ב. משוואת אחד האלכסונים במלבן היא:  $y = 7x - 5$ .  
קבע לאיזה אלכסון המשוואה שייכת, ל-AC או ל-BD.  
ג. מצא את משוואת הישר BC.  
ד. מצא את שיעורי הנקודה C.

**155** בריבוע ABCD משוואת האלכסון AC היא:  $y = 3x - 2$ . שיעורי הקדקוד B הם:  $(1,7)$ .  
מצא את משוואת האלכסון BD.

**156** בריבוע ABCD נתון:  $A(1,2)$ ,  $B(4,3)$ ,  $D(0,5)$ .  
א. מצא את שיפוע האלכסון BD.  
ב. מצא את משוואת האלכסון AC.  
ג. מצא את משוואת הצלע BC.  
ד. מצא את שיעורי הקדקוד C.

157) בריבוע ABCD נתונים הקדקודים הבאים:  $A(-1,2)$ ,  $B(0,-2)$ .

משוואת האלכסון AC היא:  $y = -\frac{3}{5}x + \frac{7}{5}$ .

- א. מצא את שיפוע הצלע AB.
- ב. מצא את משוואת הצלע AD.
- ג. מצא את משוואת האלכסון BD.
- ד. מצא את שיעורי הקדקוד D.

158) משוואת הרדיוס AM במעגל שמרכזו M היא:  $y = 3x - 2$ .

מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה:  $A(6,16)$ .

159) משוואת משיק למעגל בנקודה  $A(4,1)$  היא:  $y = 5x - 19$ .

מצא את משוואת הרדיוס MA במעגל.

160) מצא את משוואת המשיק למעגל שמרכזו:  $M(4,7)$  בנקודה:  $A(2,13)$ .

161) מצא את משוואת המשיק למעגל שמרכזו:  $M(-5,2)$  בנקודה:  $A(3,4)$ .

### אמצע קטע:

162) מצאו את אמצע הקטע שקווצותיו נתונים בסעיפים הבאים:

- א.  $(4,2)$ ,  $(12,6)$
- ב.  $(5,1)$ ,  $(8,3)$
- ג.  $(6,-2)$ ,  $(6,16)$
- ד.  $(-1,-5.5)$ ,  $(-4,-8)$
- ה.  $(-8,0)$ ,  $(10,-4)$
- ו.  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ ,  $(1\frac{3}{4}, 5\frac{1}{4})$
- ז.  $(-\frac{2}{3}, -2)$ ,  $(-4\frac{1}{3}, \frac{1}{4})$

163) נתונים קדקודיו של המשולש ABC. מצאו את שיעורי אמצעי צלעותיו.

- א.  $A(-2,3)$ ,  $B(2,6)$ ,  $C(5,1)$
- ב.  $A(-2,1)$ ,  $B(2,7)$ ,  $C(5,3)$

- 164** נתונה מקבילית ABCD שבה:  $A(8,6)$  ,  $C(10,8)$  .  
מצא את שיעורי נקודת מפגש האלכסונים M במקבילית ABCD.
- 165** במקבילית ABCD נתון:  $B(2,7)$  ,  $D(-4,5)$  . מצא את שיעורי נקודת מפגש האלכסונים.
- 166** מצא את שיעורי נקודת פגישת האלכסונים במלבן ABCD שבו:  $A(6,1)$  ,  $C(-1,2)$  .
- 167** במלבן ABCD נתונים הקדקודים:  $A(4,-4)$  ,  $C(5,2)$  .  
א. מצא את משוואת האלכסון AC.  
ב. מצא את שיעורי נקודת פגישת האלכסונים במלבן.
- 168** מצא את שיעורי נקודת פגישת האלכסונים במעוין ABCD שבו:  $A(1,3)$  ,  $C(3,6)$  .
- 169** נתון מעוין ABCD. ידועים שיעורי הקדקודים הבאים:  $B(-5,6)$  ,  $D(13,0)$  .  
א. מצא את משוואת האלכסון BD.  
ב. מצא את נקודת מפגש האלכסונים במעוין.  
ג. מצא את משוואת האלכסון AC.
- 170** מצא את שיעורי פגישת האלכסונים בריבוע ABCD שבו:  $A(4,8)$  ,  $C(7,3)$  .
- 171** בריבוע ABCD נתונים הקדקודים:  $A(3,5)$  ,  $B(4,7)$  .  
א. מצא את אורך הצלע AB בריבוע.  
ב. כתוב את משוואת הצלע BC בריבוע.  
ג. נתון:  $C(6,6)$  . מצא את שיעורי נקודת פגישת האלכסונים M בריבוע.
- 172** במעגל שמרכזו M מעבירים קוטר AB. נתון:  $A(7,1)$  ,  $B(-1,6)$  .  
מצא את שיעורי הנקודה M.
- 173** מצא את שיעורי נקודת מרכז המעגל M ששיעורי הקוטר AB בו הן:  $A(1,2)$  ,  $B(0,9)$  .

174 מצאו את קצה הקטע שבו הנקודה M היא אמצעו ו-A היא קצהו השני:

א.  $A(-3, 2)$ ,  $M(0, 9)$       ב.  $A(4, -6)$ ,  $M(-4, 8)$

ג.  $A(-3, -7)$ ,  $M(7, 14)$       ד.  $A(6, -12)$ ,  $M(3, -10)$

ה.  $A(-20, 5)$ ,  $M(-15.5, 7)$       ו.  $A\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{5}\right)$ ,  $M\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{5}\right)$

ז.  $A\left(\frac{1}{3}, 4\frac{1}{3}\right)$ ,  $M\left(\frac{7}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

175 במשולש ABC נתון:  $A(6, 2)$ . מעבירים תיכון CD לצלע AB.

ידוע כי  $D(3, 7)$ . מצא את שיעורי הקדקוד B.

176 שיעורי הקדקוד D של התיכון AD לצלע BC במשולש ABC הם:  $(-5, 8)$ .

נתון:  $C(6, -3)$ . מצא את שיעורי הקדקוד B.

177 נתונים שיעורי שני קדקודים סמוכים A ו-B של מקבילית ABCD:  $A(10, 3)$ ,  $B(15, 2)$ .

נקודת המפגש של אלכסוני המקבילית היא:  $M(12, 1)$ .

מצא את שיעורי הקדקודים D ו-C.

178 במעוין ABCD שיעורי פגישת האלכסונים היא:  $M(7, 0)$ .

נתון גם כי:  $A(1, -6)$ ,  $B(3, 4)$ .

א. מצא את שיעורי הקדקודים C ו-D.

ב. כתוב את משוואות האלכסונים של המעוין.

179 שני קדקודים סמוכים בריבוע ABCD הם:  $B(3, 4)$ ,  $C(11, 2)$ .

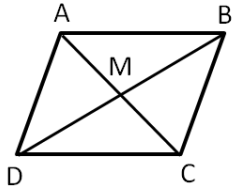
משוואות האלכסונים בריבוע הן:  $BD: y = -\frac{5}{3}x + 9$ ,  $AC: y = \frac{3}{5}x - 4\frac{3}{5}$ .

א. מצא את שיעורי פגישת האלכסונים, M, בריבוע.

ב. מצא את שיעורי הקדקודים A ו-D.

ג. כתוב את משוואת הצלע AD.

180) במקבילית ABCD נתונים הקדקודים:  $A(4,2)$ ,  $B(3,5)$ ,  $D(9,3)$ .



א. מצאו את נקודת המפגש של האלכסונים.

ב. מצאו את שיעורי הקדקוד C.

ג. מצאו את משוואות האלכסונים.

ד. האם המרובע ABCD הוא מעוין?

### אנך אמצעי:

181) מצא את משוואות האנך האמצעי לישר שקצותיו נתונים בסעיפים הבאים:

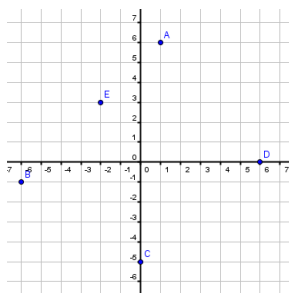
א.  $(1,6)$ ,  $(5,10)$     ב.  $(-2,1)$ ,  $(7,-2)$     ג.  $(5,8)$ ,  $(6,14)$     ד.  $(1,5)$ ,  $(3,-5)$

182) מצא את משוואת האנך האמצעי לצלע AB במשולש ABC שבו:  $A(-1,6)$ ,  $B(3,4)$

183) מצא את משוואת האנך האמצעי לצלע AB במשולש ABC שבו:  $A(2,7)$ ,  $B(-3,-3)$



## תשובות סופיות:



2 ב.  $F(2,3)$  ,  $G(2,-6)$  ,  $H(-5,-2)$  ,  $I(-3,0)$  ,  $J(0,6)$  .א

3 א.  $(3,1)$  ב.  $(4,0)$  ,  $(2,0)$  ,  $(0,4)$  ,  $(0,-2)$

5  $AC=3$  ,  $CD=8$  ,  $BE=3$  ,  $BF=14$  ,  $MF=8$  ,  $MN=11$  ,  $AM=10$

6 א. 5 ב. 17 ג. 14.14 ד. 6  $AP=\sqrt{50}$  ,  $PN=\sqrt{50}$  ,  $AN=\sqrt{40}$  (7

10 א.  $y=2x-2$  ב.  $y=-3x-1$  ג.  $y=5$  ד.  $y=3x+2$  ה.  $y=-\frac{1}{2}x-7$  ו.  $y=-3$

11 א.  $y=x$  ח.  $y=-\frac{5}{8}x-3$  ו.  $y=2x-7$  ב.  $y=5x+26$  ג.  $y=4$  ד.  $x=2$

ה.  $y=-x+9$  ו.  $y=3x+6$  ז.  $y=-\frac{1}{6}x+2\frac{2}{3}$  ח.  $y=-2$  ט.  $x=3$

12 א. כן ב. כן ג. כן  $y=3x-3$  א. 13  $y=7x+11$  ג.  $y=-4x-13$  ב.  $y=7$  ד.

ה.  $y=1\frac{3}{4}x$  ו.  $y=0.8x$  א. 14  $-\frac{1}{4}$  ב.  $-2$  ג.  $3$  ד.  $-\frac{5}{4}$  ה.  $\frac{7}{2}$  ו.  $-\frac{3}{4}$

15  $\frac{3}{5}$  16 א. כן ב. לא ג. כן  $y=-\frac{1}{2}x+12$  א. 17  $y=\frac{3}{7}x+8\frac{3}{7}$  ב.

18 א.  $y=-7x-4$  ב.  $y=-2$  19  $M(8,9)$  20  $(7,3)$  21  $y=2x+10$  22  $(2,-1)$  23  $(1,-13)$

31 א.  $y=x-2$  ב.  $y=-x+2$  ג.  $D(2,0)$  ד.  $AD=\sqrt{72}$  ,  $BC=\sqrt{50}$  ה. 30 יח"ר.

32 א.  $C(\frac{8}{3}, \frac{2}{3})$  ,  $B(0,1)$  ,  $A(\frac{2}{3}, \frac{5}{3})$  ב.  $y=8x-\frac{11}{3}$  ג.  $y=\frac{1}{10}x+1$

33 א.  $y=2x+3$  ב.  $C(2,7)$  , 10 יח'.

34 א.  $BC:y=0.5x$  ;  $AD:y=0.5x+10$  ב. מרובע שבו זוג צלעות מקבילות ולא שוות הוא טרפז.

ג. אם במשולש תיכון  $y=-2x+10$  i.  $(4,2)$  ii.  $y=-3x+12$  א.  $y=-3x+12$  ב.  $y=-3x+12$  ג. אם במשולש תיכון

גובה מתלכדים אז הוא ש"ש. ד. 30 יחידות שטח  $S_{ABC}$ .

36 א.  $M(-3,3)$  ב.  $y=\frac{2}{3}x+5$  ג.  $D(1.5,6)$  ,  $B(-7.5,0)$  ד. 78 יחידות שטח  $S_{ABCD}$ .

37 א.  $d_{DO}=6\sqrt{2}$  ,  $d_{BO}=12\sqrt{2}$  ,  $d_{AO}=8\sqrt{2}$  ,  $d_{CO}=8\sqrt{2}$  ג.  $y=x$  ד.  $C(8,8)$

38 א.  $E(-1,0)$  ,  $A(-5,-2)$  ב.  $D(-5,-8)$  ג.  $m_{DE}=2$  ד. 30 יחידות שטח  $S_{DEC}$ .

39 א.  $y=-x-6$  ב.  $P(1,-7)$  ג.  $Q(8,14)$  ד. 147 יחידות שטח  $S_{APBQ}$ .

40 א. 25 יחידות אורך  $d_{AC}$  . ב.  $x = -6$  . ii. 12.5 יחידות אורך . ג. אם במשולש תיכון

לצלע שווה למחציתה אז הוא ישר זווית. ד. 47.36 יחידות אורך  $P_{ABD} = 25 + \sqrt{500} \approx$

41 א.  $B(-2,0)$  ,  $D(-5,2)$  . ב. משולש שווה שוקיים. הקטע CD הוא אנך אמצעי ולכן הוא תיכון

וגובה ולבסיס במשולש ABC . ג.  $C(0,9.5)$  . ii. 32.5 יחידות שטח  $S$  .

42 א. i.  $M(4,4)$  . ii.  $A(0,8)$  ,  $B(0,4)$  ,  $C(8,0)$  ,  $D(8,4)$  . ב.  $x = 0$  .

ג. 25.88 יחידות  $P_{ABCD}$  . 43 א. מרובע כלשהו. לא ניתן להצביע על אף תכונה.

ב. מלבן. ניתן להראות כי יש למרובע שני זוגות צלעות נגדיות מקבילות ושוות וזווית ישרה.

ג. ריבוע. ניתן להראות כי קיימות זוג צלעות סמוכות שוות. ד. 90 יחידות שטח  $S$  .

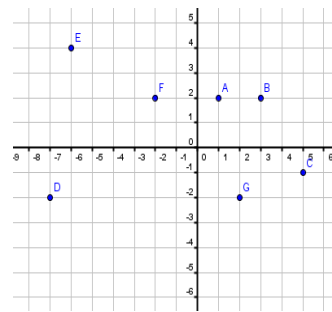
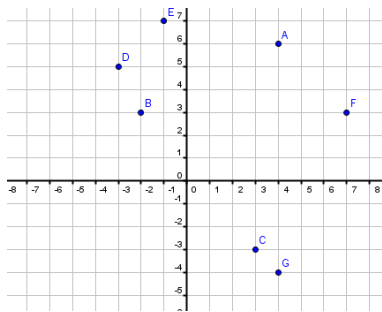
44 א.  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$  . ב.  $y = -2x + 1$  . 45 א.  $y = -2x + 16$  . ב. 10.73 . 46 א.  $AB \perp BC$  . ב. לא:  $AB \neq AC$  .

47 א.  $x_B = 5$  . 52 ב. לא. 53 א.  $y = -\frac{1}{2}x + 7\frac{1}{2}$  . ב.  $(5,5)$  . ג.  $C(7,9)$  ,  $D(3,6)$  .

54 א.  $D(-2,5)$  . ב.  $y = -x + 3$  . 55 א.  $A(0,4)$  . 56 א. 2 ,  $-\frac{3}{2}$  . ב. מקבילית. 57 א.  $y = -2x + 8$  . ב. 10 .

58 א.  $y = -3x + 31$  . ב.  $y = -3x + 31$  . ג. משולש שווה שוקיים.

59 א.  $A(4,1)$  ,  $B(6,-3)$  ,  $C(1,3)$  ,  $D(-4,-3)$  . ב.  $A(-4,1)$  ,  $B(6,2)$  ,  $C(2,-2)$  ,  $D(7,1)$  .



62 א.  $(2,0)$  ,  $(0,-6)$  . ב.  $(-2,0)$  ,  $(0,8)$  . ג.  $(9,0)$  ,  $(0,9)$  . ד.  $(-2,0)$  ,  $(0,-2)$  .

ה.  $(-3,0)$  ,  $(0,1)$  . ו.  $(10,0)$  ,  $(0,4)$  . ז.  $(\frac{1}{5}, 0)$  ,  $(0, -\frac{1}{2})$  . ח.  $(0, \frac{7}{3})$  ,  $(-\frac{7}{4}, 0)$  .

63 א.  $(1,4)$  . ב.  $(-2,3)$  . ג.  $(3,2)$  . ד.  $(3,3)$  . ה.  $(1,2)$  . ו.  $(0,4)$  . ז.  $(1,3)$  . ח.  $(1,4)$  .

64  $AB = 6$  ,  $CD = 6$  ,  $EF = 3$  ,  $GH = 5$  ,  $IJ = 5$  ,  $KL = 5$  ,  $KM = 3$

65 א. 4 . ב. 8 . ג. 7 . ד. 6 . ה. 6 . ו. 29 . ז. 2 . ח. 5 .

66 א. 6 יח"ר . ב. 4 יח"ר . ג. 6 יח"ר . ד. 8 יח"ר . ה. 100 יח"ר . ו. 7.5 יח"ר . ז. 5 יח"ר .

67 א. 4 יח"ר . ב. 6 יח"ר . ג. 9 יח"ר . ד. 30 יח"ר . ה. 3 יח"ר . ו. 4.5 יח"ר . ז. 15 יח"ר .

68 א. 20 . ב.  $\sqrt{40}$  . ג. 17 . ד. 10 . ה. 25 . ו.  $\sqrt{32}$  . ז.  $\sqrt{200}$  . ח.  $\sqrt{72}$  .

$\sqrt{328}$  (73)  $\sqrt{20}$  (72)  $\sqrt{85}$  (71)  $\sqrt{10}$  (70)  $AB = \sqrt{26}$ ,  $BC = \sqrt{82}$ ,  $AC = 10$  (69)

א (74)  $AC = \sqrt{32}$ ,  $BC = \sqrt{26}$ ,  $AB = \sqrt{26}$  ב. משולש שווה שוקיים.

$AC = \sqrt{74}$ ,  $BD = 5\sqrt{2}$  (78)  $AC = \sqrt{40}$ ,  $BD = \sqrt{298}$  (77)  $AC = \sqrt{317}$ ,  $BD = \sqrt{845}$  (76)

$AC = BD = \sqrt{85}$  ב. (81)  $AC = \sqrt{170}$ ,  $BD = \sqrt{82}$  ב. (80)  $AC = \sqrt{145}$ ,  $BD = \sqrt{13}$  ב. (79)

$AB = R = \sqrt{305}$  (88)  $2R = 10$  (87)  $10$  (86)  $5$  (85)

א (89)  $-\frac{1}{5}$  ב.  $\frac{5}{3}$  א.  $\frac{7}{6}$  ג.  $12$  ט.  $-8$  ח.  $\frac{2}{9}$  ד.  $5$  ו.  $\frac{1}{2}$  ה.  $-4$  ז.  $2$  ח.  $1$  ט.  $3$  י.  $0$  יא.

א (90) לא מוגדר. ב. לא מוגדר. ג.  $0$  ד.  $0$  ה. לא מוגדר. ו. לא מוגדר. ז.  $0$  ח.  $0$ .

א (91)  $y = 2$  ב.  $y = 1$  ג.  $y = 6$  ד.  $y = -7$  ה.  $x = 5$  ו.  $x = -6$  ז.  $x = 14$  ח.  $x = 0$ .

א (92)  $y = -x + 5$  ב.  $y = -4$  ג.  $y = -\frac{4}{5}x + 2\frac{3}{5}$  ד.  $y = 0.2x - 0.8$  (93)  $y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$  (94)

$y = -2x - 5$  (99)  $y = 3x - 1$  (98)  $y = -32x + 16$  (97)  $y = -2x + 8$  (96)  $y = x - 12$  (95)

$(5, 3)$  (104)  $(4\frac{1}{3}, 1)$  (103)  $(6, 2.5)$  (102)  $(-8, 5)$  (101)  $y = -2x + 11$  (100)

$AB: y = x - 4$ ,  $BC: y = -x + 8$ ,  $AC: y = -2x + 8$  (105)

$AB: y = 0.5x$ ,  $BC: x = 2$ ,  $AC: y = 1.5x + 2$  (106)

$AD: y = \frac{2}{3}x$  ב.  $AB: y = \frac{1}{7}x - \frac{11}{7}$ ,  $BC: y = -3x + 11$ ,  $AC: y = 1.4x + 2.2$  א. (107)

$AB: y = -\frac{x}{2}$ ,  $BC: y = x - 3$ ,  $CD: y = -\frac{x}{2} + 3$ ,  $AD: y = x + 3$  (109)  $A(-2, 6)$  ב.  $D(0, -2)$  א. (108)

$AB: y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$ ,  $BC: y = -2x + 13$ ,  $CD: y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ ,  $AD: y = -2x + 5$  (110)

$y = \frac{5}{6}x - \frac{1}{6}$ ,  $y = -\frac{5}{6}x + 3\frac{1}{6}$  ב.  $AB: x = -1$ ,  $BC: y = -1$ ,  $CD: x = 5$ ,  $AD: y = 4$  א. (111)

$A(1, -3)$  א. (112)  $(2, 1.5)$  ג.  $BC: y = -2x + 9$ ,  $AD: y = -2x - 1$  ב.  $C(4, 1)$  ד.  $6\sqrt{5}$  יח.

$AB: y = -2x + 9$ ,  $BC: y = 2x - 3$ ,  $CD: y = -2x + 13$ ,  $AD: y = 2x + 1$  א. (113)

$y = x + 1$  ב.  $y = -x + 5$  א. (114)

$AB: y = -3x - 13$ ,  $BC: y = \frac{1}{3}x - \frac{19}{3}$ ,  $CD: y = -3x + 17$ ,  $AD: y = \frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$  א. (115)

$y = 7$  (117)  $y = 2x - 8$  (116)  $AC: y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ ,  $BD: y = 2x - 3$  ב.

$y = 5x - 27$  ג.  $\sqrt{26}$  ב.  $y = \frac{1}{5}x + \frac{9}{5}$  א. (119)  $y = 7x - 31$  ג. קוטר במעגל.

$AB \not\subset CD$  ה.  $AB \subset CD$  ד.  $AB \subset D$  ג.  $AB \subset CD$  ב.  $A \not\subset B \subset C \subset D$  א. (120)

$y = \frac{2}{3}x + 4$  ה.  $y = -4x - 5$  ד.  $y = -2x + 10$  ג.  $y = 3x + 3$  ב.  $y = 5x - 2$  א. (121)

- 122 א.  $y = \frac{1}{3}x - \frac{14}{3}$  ב.  $y = -2x + 3$  ג.  $y = -5x - 6$  ד.  $y = 2x - 10$  ה.  $y = -2x - 4$
- 123 א.  $y = 9$  ב.  $(-3, 9)$  ג. 21 יח"ר. א.  $x = -5$  ב.  $(-5, 0)$  ג. 17.69 יח"ר.
- 125 א.  $y = x - 2$  ב.  $y = x + 3$  א.  $(126$   $AD: y = \frac{1}{2}x + 5$ ,  $AB: y = -x - 4$  ב.  $y = -x + 2$  ג.  $(-2, 4)$
- 127 א.  $BC: y = -x + 17$  ב.  $CD: y = 2x - 4$
- 128 א.  $AD: y = x + 4$ ,  $CD: y = 3x - 2$ ,  $BC: y = x + 8$ ,  $AB: y = 3x + 6$
- 129 א.  $C(2, 3)$ ,  $A(-4, 12)$  ב.  $AD: y = -9x - 24$ ,  $CD: y = 0.5x + 2$
- 130 א.  $y = 3$  ב.  $y = 3x$  ג.  $(7, 3)$  ד.  $(6, 0)$
- 131 א.  $x = 2$  ב.  $y = -0.5x - 2$  ג.  $(2, 5)$  ד. 8 יח"ר. ה.  $y = 3.5x - 10$ ,  $y = -\frac{1}{2}x + 6$  ו.  $(4, 4)$
- ז. 16 יח"ר. ח. שטח המשולש ABD הוא מחצית משטח המקבילית.
- 132 א.  $x = 3$  ב.  $x = -5$  א.  $y = 6$  ב.  $y = 3$  א.  $x = 2$  ב.  $y = 3$  א.  $y = -0.5x + 3.5$
- 133 א.  $y = x - 2$  ב.  $y = -4x - 4$  א.  $y = -\frac{1}{7}x + \frac{32}{7}$  ב.  $y = -10x + 102$
- 134 א.  $y = -3x - 6$
- 143 א. מאונכים. ב. מקבילים. ג. כלום. ד. מאונכים. ה. כלום. ו. מאונכים.
- 144 א. -2. ב.  $y = -\frac{3}{11}x + \frac{14}{11}$  ג.  $AB = \sqrt{5}$ ,  $BC = \sqrt{125}$  ד. 12.5 יח"ר.
- 145 א.  $(0, 1)$  ב.  $y = -1.5x + 1$  ג. 6.5 יח"ר. א.  $(-37, 0)$  ב.  $y = -\frac{1}{13}x + 2\frac{11}{13}$  ג. 229.5 יח"ר.
- 147 א.  $C(3, 0)$ ,  $A(0, -3)$  ב.  $AC: y = x - 3$ ,  $BC: y = -x + 3$ ,  $AB: y = -1.6x - 3$  ג. 39 יח"ר.
- 148 א.  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$  ב.  $y = -8x + 20$  א.  $y = -2x - 10$  ב.  $y = \frac{4}{3}x$
- 152 א.  $y = -4x - 6$  ב.  $y = \frac{1}{4}x - \frac{7}{4}$  ג.  $C(7, 0)$  ii.  $y = -4x + 28$
- 153 א.  $BC: y = -\frac{10}{3}x + \frac{115}{3}$ ,  $AB: y = 0.3x + 2$  ב.  $(0, 2)$  ג. 62.64 יח"ר. ד. 218 יח"ר.
- 154 א.  $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$  ב. ל-AC. ג.  $y = -3x + 15$  ד.  $C(2, 9)$  א.  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{22}{3}$
- 156 א. -0.5 ב.  $y = 2x$  ג.  $y = -3x + 15$  ד.  $(3, 6)$
- 157 א. -4. ב.  $y = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$  ג.  $y = \frac{5}{3}x - 2$  ד.  $(3, 3)$  א.  $y = -\frac{1}{3}x + 18$  ב.  $y = -\frac{1}{5}x + 1\frac{4}{5}$
- 160 א.  $y = \frac{1}{3}x + 12\frac{1}{3}$  ב.  $y = -4x + 16$  א.  $(161$   $(8, 4)$  ב.  $(6.5, 2)$  ג.  $(6, 7)$  ד.  $(-2.5, -6.75)$
- ה.  $(1, -2)$  ו.  $(1.125, 2.75)$  ז.  $(-2.5, -0.875)$

. (3.5,5) , (1.5,2) , (0,4) .ג (0,4.5) , (1.5,2) , (3.5,3.5) .א (163  
 .(2,4.5) (168 (4.5,-1) .ג  $y=6x-28$  .א (167 (2.5,1.5) (166 (-1,6) (165 (9,7) (164  
 .(5.5,5.5) (170  $y=3x-9$  .א (4,3) .ג  $y=-\frac{1}{3}x+\frac{13}{3}$  .א (169  
 (0.5,5.5) (173 (3,3.5) (172 (4.5,5.5) .א  $y=-\frac{1}{2}x+9$  .ג  $\sqrt{5}$  .א (171  
 .  $\left(\frac{13}{3}, -5\frac{2}{3}\right)$  .א (2.5,0.6) .א (-11,9) .א (0,-8) .א (17,35) .א (-12,22) .ג (3,16) .א (174  
 C(13,6) , D(11,-4) .א (178 C(14,-1) , D(9,0) (177 (-16,19) (176 (0,12) (175  
 . A(1,-4) , D(9,-6) .ג M(6,-1) .א (179 AC :  $y=x-7$  , BD :  $y=-x+7$  .ג  
 .א .א AC :  $y=x-2$  , BD :  $y=-\frac{1}{3}x+6$  .א (8,6) .ג (6,4) .א (180  $y=-\frac{1}{4}x-\frac{15}{4}$  .א  
 $y=2x+3$  (182  $y=\frac{1}{5}x-\frac{2}{5}$  .א  $y=-\frac{1}{6}x+11\frac{11}{12}$  .א  $y=3x-8$  .ג  $y=-x+11$  .א (181  
 .  $y=-\frac{1}{2}x+\frac{7}{4}$  (183

## המעגל:

### משוואת המעגל:

(1) בסרטון זה מוגדר המעגל ומוצגת משוואת המעגל.

מצא את משוואת המעגל בסעיפים הבאים:

- א. רדיוס המעגל הוא 5 ומרכז המעגל הוא בנקודה  $(2,3)$ .
- ב. רדיוס המעגל הוא 7 ומרכז המעגל הוא בנקודה  $(-5,4)$ .
- ג. רדיוס המעגל הוא 13 ומרכז המעגל הוא בנקודה  $(-1,0)$ .
- ד. רדיוס המעגל הוא  $\sqrt{10}$  ומרכז המעגל הוא בנקודה  $(0,-3)$ .
- ה. רדיוס המעגל הוא  $3\sqrt{2}$  ומרכז המעגל הוא בנקודה  $(2,-8)$ .
- ו. רדיוס המעגל הוא  $\frac{5}{3}$  ומרכז המעגל הוא בנקודה  $(0,0)$ .

(2) בתרגילים הבאים נתונה משוואת מעגל. רשום את רדיוס המעגל ואת מרכזו בעזרת

המשוואה הנתונה:

ב.  $(x+6)^2 + (y-2)^2 = 81$

א.  $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 16$

ד.  $(x+1)^2 + y^2 = 50$

ג.  $x^2 + (y-7)^2 = 20$

ו.  $x^2 + y^2 = \frac{25}{9}$

ה.  $x^2 + y^2 = 144$

ז.  $x^2 + y^2 = 40$

(3) מצא את משוואת המעגל שמרכזו בראשית הצירים והוא עובר דרך הנקודה  $(-3,4)$ .

(4) מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה  $M(-3,2)$  והוא עובר דרך הנקודה  $(1,-2)$ .

(5) מצא את משוואת המעגל שקצות הקוטר שלו הם:

א.  $(3,-4)$ ,  $(5,2)$ .

ב.  $(-1,-6)$ ,  $(1,4)$ .

### חיתוך של מעגל עם הצירים:

6) **בסרטון זה מוסבר על נקודות החיתוך של מעגל עם הצירים.**

- א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל:  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 65$  עם הצירים.  
ב. מצא את נקודות החיתוך של המעגל:  $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$  עם הצירים.  
ג. מצא את נקודות החיתוך של המעגל:  $x^2 + y^2 = 4$  עם הצירים.

7) מצא את נקודות החיתוך של המעגל  $(x+5)^2 + (y-1)^2 = 1$  עם ציר ה- $x$ .  
האם המעגל חותך את ציר ה- $y$ ? נמק.

### חיתוך של מעגל וישר:

8) **בסרטון זה מוסבר על היחס בין מעגל לישר כללי מהצורה:  $y = mx + b$ .**

- א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל שמשוואתו היא:  $x^2 + y^2 = 85$  עם הישר:  $y = 2x - 5$ .  
ב. מצא את נקודות החיתוך של המעגל שמשוואתו:  $(x-6)^2 + (y-3)^2 = 10$  עם הישר:  $y = 2x - 4$ .  
ג. מצא נקודת חיתוך של המעגל שמשוואתו היא:  $x^2 + y^2 = 40$  עם הישר:  $y = -3x + 20$ .  
ד. מצא נקודת חיתוך של הישר  $y = -\frac{1}{2}x + 9$  והמעגל:  $(x-7)^2 + (y+2)^2 = 45$ .  
ה. קבע האם המעגל:  $x^2 + y^2 = 1$  חותך את הישר  $y = 2x + 4$ ?

### יחס בין נקודה למעגל:

9) **בסרטון זה מוסבר כיצד למצוא את היחס בין נקודה למעגל.**

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$$

- א. האם הנקודה  $(2, -7)$  על המעגל?  
ב. האם הנקודה  $(0, -9)$  על המעגל?  
ג. האם המעגל עובר דרך ראשית הצירים?

10) נתונה משוואת המעגל:  $x^2 + y^2 = 10$ .

קבע אלו מבין הנקודות הבאות על המעגל, מחוץ למעגל, בתוך המעגל:

- א.  $(1, 3)$     ב.  $(0, 5)$     ג.  $\left(-3, \frac{1}{2}\right)$     ד.  $(-2, \sqrt{6})$

### משפטים חשובים במעגל:

**11) בסרטון זה מוצג משפט הקושר בין זווית היקפית לקוטר מעגל.**

נתון משולש שקדקודיו הם:  $A(11,8)$  ,  $B(7,4)$  ,  $C(5,6)$ .

- הוכח כי המשולש הוא ישר זווית.
- מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש.

**12) נתון משולש ישר זווית שקדקודיו הם:  $A(12,1)$  ,  $B(8,9)$ .**

הקדקוד  $C$  נמצא על ציר ה- $y$ . נתון גם כי:  $\angle B = 90^\circ$ .

- חשב את שיעורי הקדקוד  $C$ .
- חשב את משוואת המעגל החוסם את המשולש.

### משיק למעגל:

**13) בסרטון זה מוצג משפט הקושר בין רדיוס המעגל ומשיק למעגל.**

נתון מעגל שמשוואתו:  $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 25$ .

מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה  $(6,1)$ .

**14) נתון מעגל שמשוואתו:  $(x-7)^2 + (y+2)^2 = 45$ .**

משוואת המשיק למעגל בנקודה  $A$  היא:  $y = -\frac{1}{2}x + 9$ .

- מצא את משוואת הרדיוס  $OA$  ( $O$  מרכז המעגל).
- מצא את שיעורי נקודת ההשקה  $A$ .

**15) נתון מעגל שמרכזו בנקודה  $(3,4)$ . המעגל משיק לציר ה- $x$ .**

מצא את משוואת המעגל.

**16) נתון מעגל שמרכזו בנקודה  $(-2,5)$  והוא משיק לציר ה- $y$ .**

- מצא את משוואת המעגל.
- האם המעגל חותך את ציר ה- $x$ ? נמק.

**17) נתון מעגל שמרכזו בנקודה  $(-3,3)$  והוא משיק לציר ה- $x$ .**

- האם המעגל חותך את ציר ה- $y$ ? נמק.
- מצא את משוואת המעגל.



**בעיות שונות – מעגל:**

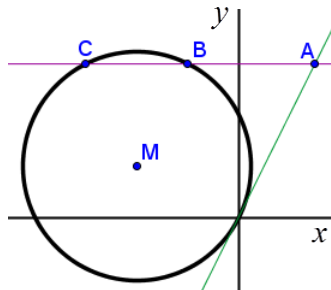
**18** נתון ישר שמשוואתו היא:  $3x+4y=12$ . מהנקודה  $B(6,11)$  מורידים אנך לישר זה,

החותך אותו בנקודה  $C$ .

- א. סרטט את הישר הנתון במערכת צירים.
- ב. מצא את משוואת הישר  $BC$ .
- ג. הנקודה  $A(8,-3)$  נמצאת על הישר הנתון. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש  $ABC$ .

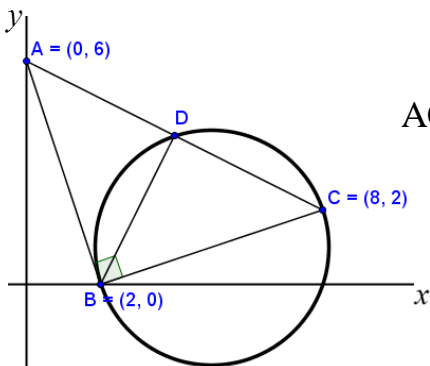
- 19** א. מצא את משוואת המעגל העובר דרך הנקודה  $(7,1)$  ומשיק לציר ה- $x$  בנקודה:  $(4,0)$ .  
 ב. המעגל חותך את ציר ה- $y$  בנקודות  $A$  ו- $B$ . מצא את אורך הקטע  $AB$ .

**20** מרכזו של מעגל הוא בנקודה  $(-4,2)$ . המעגל עובר בראשית הצירים.

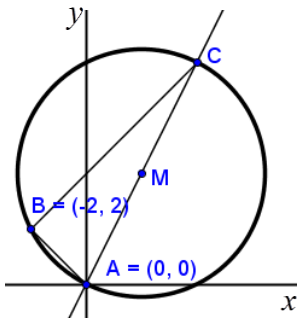


- א. מצא את משוואת המעגל.
- ב. מצא את משוואת המשיק למעגל בראשית הצירים.
- ג. הישר  $x=3$  חותך את המשיק בנקודה  $A$ . דרך הנקודה  $A$  מעבירים מקביל לציר ה- $x$  החותך את המעגל בנקודות  $B$  ו- $C$ . מצא את אורך המיתר  $BC$ .

**21** נתון משולש שקדקודיו הם:  $A(0,6)$ ,  $B(2,0)$ ,  $C(8,2)$ .



- א. הוכח כי:  $\sphericalangle B = 90^\circ$ .
- ב. מצא את משוואת הגובה העובר מקדקוד  $B$  ליתר  $AC$  וחיתך אותו בנקודה  $D$ .
- ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש  $BCD$ .



**(22)** נתון מעגל העובר דרך הנקודות A(0,0) ו-B(-2,2).

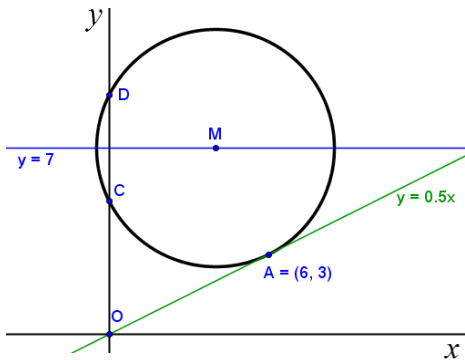
מרכז המעגל נמצא על הישר  $y = 2x$ .

- מצא את משוואת המעגל.
- הקוטר המונח על הישר  $y = 2x$  חותך את המעגל בנקודה נוספת C. מצא את שיעורי הנקודה C.
- חשב את שטח המשולש ABC.

**(23)** נתון מעגל שמרכזו M מונח על הישר  $y = 7$ .

בנקודה A(6,3) עובר משיק למעגל שמשוואתו  $y = \frac{1}{2}x$ .

- מצא את משוואת המעגל.
- מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-y.
- נסמן את הנקודות באותיות C ו-D. (C קרובה לראשית הצירים). הוכח כי המרובע AMCO (ראשית הצירים O) הוא טרפז שבסיסיו הם AO ו-MC.

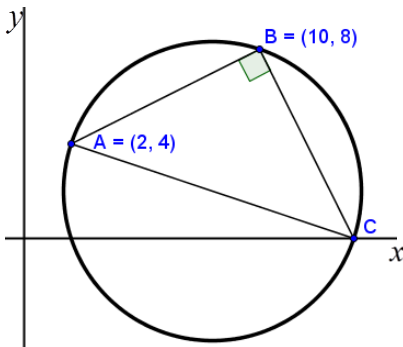


**(24)** נתון משולש ישר זווית  $\Delta ABC$ , ( $\sphericalangle B = 90^\circ$ ).

קדקודי המשולש הם: A(2,4) , B(10,8).

הקדקוד C נמצא על ציר ה-x.

- מצא את שיעורי הנקודה C.
- מצא את משוואת המעגל ש-AC הוא קוטרו.
- המעגל חותך את ציר ה-x בנקודה נוספת. מצא את שיעורי נקודה זו.



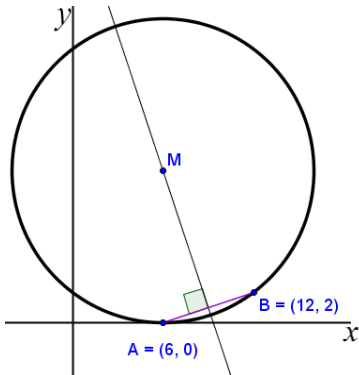
**(25)** נתונות הנקודות A(6,0) ו-B(12,2).

א. מצא את משוואת האנג האמצעי לקטע AB.

ב. הישר  $x = 6$  חותך את האנג האמצעי בנקודה M. מצא שיעורי נקודה M.

ג. מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה M העובר בנקודה B.

ד. הראה שהמעגל משיק לציר ה-x.



## שאלות מתוך מאגר משרד החינוך - המעגל:

- 26) א. מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה  $(4, 6)$  והוא משיק לציר ה- $x$ .  
 ב. האם המעגל שמצאת בסעיף א' משיק לציר ה- $y$ ? נמק.

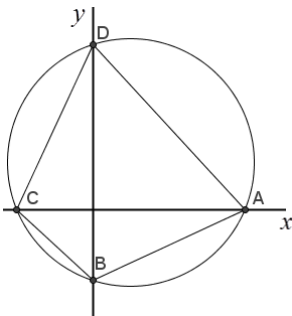
- 27) א. מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה  $(6, 4)$  והוא משיק לציר ה- $y$ .  
 ב. האם המעגל שמצאת בסעיף א' משיק לציר ה- $x$ ? נמק.

28) נתון מעגל שמשוואתו:  $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 36$ .

- א. האם המעגל הזה עובר דרך ראשית הצירים? נמק.  
 ב. מצא את משוואת הישר העובר דרך ראשית הצירים ודרך מרכז המעגל.  
 ג. האם המעגל משיק לאחד הצירים? נמק.

29) קדקודי מלבן ABCD הם:  $A(2, 7)$ ,  $B(-1, 1)$ ,  $C(7, -3)$ ,  $D(10, 3)$ .

- א. מצא את משוואת המעגל שהאלכסון AC הוא קוטרו.  
 ב. הראה שהמעגל עובר דרך הקדקודים B ו-D.



30) נתון מעגל:  $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 169$ .

המעגל חותך את ציר ה- $x$  בנקודות A ו-C ואת ציר ה- $y$  בנקודות B ו-D (ראה איור).

- א. חשב את שטח המרובע ABCD.  
 ב. חשב את היקף המרובע.

31) המעגל  $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$  חותך את ציר ה- $y$  בנקודות A ו-B ומשיק לציר ה- $x$  בנקודה C.

- א. חשב את שטח המשולש ABC.  
 ב. חשב את היקף המשולש ABC.

32) המעגל  $(x-3)^2 + (y+k)^2 = 25$  עובר דרך ראשית הצירים.

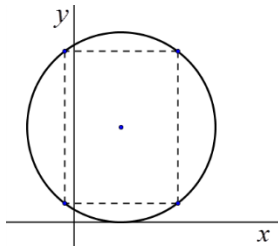
- א. מצא את השיעורים של מרכז המעגל (מצא שתי אפשרויות).  
 ב. רשום את משוואת המעגל עבור שיעורי מרכזו ברביע הרביעי.  
 ג. האם המעגל שבסעיף ב' עובר דרך הנקודה  $(1, -1)$ ? נמק.

**33** מעגל שמרכזו בנקודה  $(5,3)$  משיק לציר ה- $y$ .  
 מהו אורך הקטע שהמעגל חותך מציר ה- $x$ ?

**34** דרך נקודת החיתוך של הישרים  $y = 30 - 7x$  ו- $5x - 4y = 12$  עובר מעגל שמרכזו בנקודה  $M(-1,3)$ . מצא את משוואת המעגל.

**35** נתון מעגל שמשוואתו:  $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 100$ .  
 האם הישר  $x = -2$  חותך את המעגל הנתון? נמק.

**36** ישר שמשוואתו:  $y = \frac{3}{4}x - 12\frac{1}{2}$  משיק למעגל שמשוואתו:  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$ .  
 חשב את נקודת ההשקה.



**37** נתון מעגל שמשוואתו:  $(x-5)^2 + (y-10)^2 = 100$  (ראה איור).  
 במעגל הנתון חסמו מלבן שצלעותיו מקבילות לצירים.  
 אחד מקדקודי המלבן הוא בנקודה  $(11,18)$ .  
 מצא את שלושת הקדקודים האחרים של המלבן.

## תרגול נוסף:

### משוואת המעגל:

38 מצא את רדיוס המעגל ואת מרכזו עבור משוואות המעגלים הבאות:

א. $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 25$	ב. $(x+40)^2 + (y+8)^2 = 81$
ג. $(x-8)^2 + (y+2)^2 = 10$	ד. $(x-10)^2 + (y+6)^2 = 100$
ה. $(x+12)^2 + (y-13)^2 = 1$	ו. $(x+4.5)^2 + (y-3.5)^2 = 225$
ז. $x^2 + (y+4)^2 = 20$	ח. $x^2 + (y+12)^2 = 35$
ט. $x^2 + (y-6)^2 = 36$	י. $x^2 + (y-9)^2 = 72$
יא. $(x+10)^2 + y^2 = 150$	יב. $(x+2)^2 + y^2 = 7.5$
יג. $(x-12)^2 + y^2 = 132$	יד. $(x-31)^2 + y^2 = 144$

39 מצא את משוואת המעגל שמרכזו נמצא על ציר ה- $x$  בנקודה שבה:  $x=6$  ורדיוסו 5.

40 מצא את משוואת המעגל שמרכזו נמצא על ציר ה- $y$  בנקודה שבה:  $y=-8$  ורדיוסו 10.

41 מצא את משוואת המעגל המשיק לציר ה- $x$  ומרכזו בנקודה M במקרים הבאים:

א.  $M(4,5)$     ב.  $M(2,-6)$     ג.  $M(-3,-5)$     ד.  $M(-4,1)$ .

42 מצא את משוואת המעגל המשיק לציר ה- $y$  ומרכזו בנקודה M במקרים הבאים:

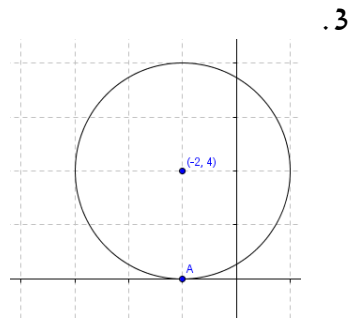
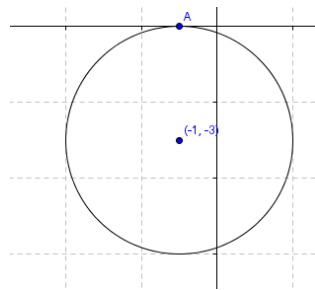
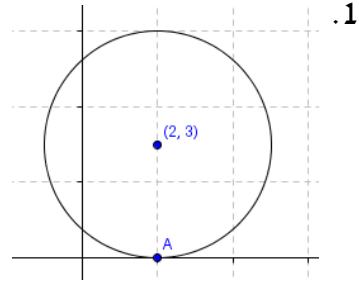
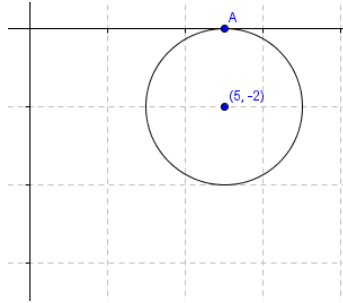
א.  $M(-4,3)$     ב.  $M(7,-1)$     ג.  $M(-1,-5)$     ד.  $M(4,6)$ .

43 מעגל שמרכזו בנקודה  $M(4,3)$  משיק לציר ה- $x$  בנקודה A.

- א. מצא את שיעורי הנקודה A.
- ב. מצא את רדיוס המעגל.
- ג. מצא את משוואת המעגל.

44) לפניך מעגלים המשיקים לציר ה- $x$  בנקודה A. בכל אחד מהמקרים הבאים:

- א. מצא את שיעורי נקודת ההשקה A.
- ב. מצא את רדיוס המעגל.
- ג. מצא את משוואת המעגל.



45) נתון מעגל שמרכזו בנקודה  $M(-4, 6)$  והוא משיק לציר ה- $y$  בנקודה B.

- א. מצא את שיעורי הנקודה B.
- ב. מצא את רדיוס המעגל.
- ג. מצא את משוואת המעגל.

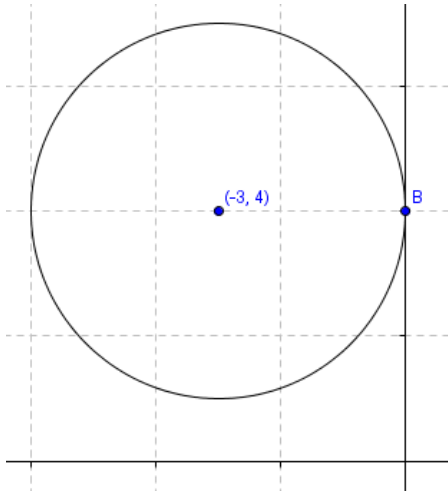
46) להלן מוצגים מעגלים המשיקים לציר ה- $y$  בנקודה B. מצא בכל מקרה :

א. את שיעורי הנקודה B.

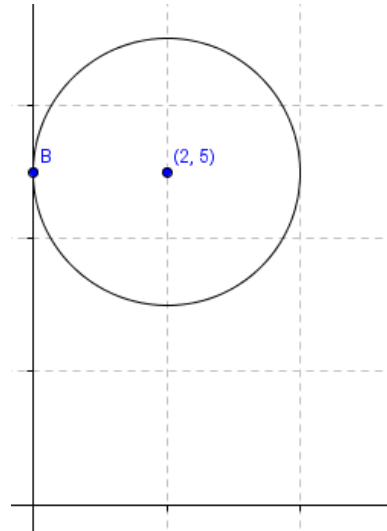
ב. את רדיוס המעגל.

ג. את משוואת המעגל.

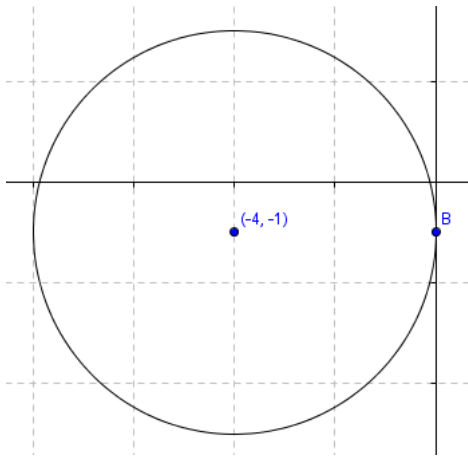
2.



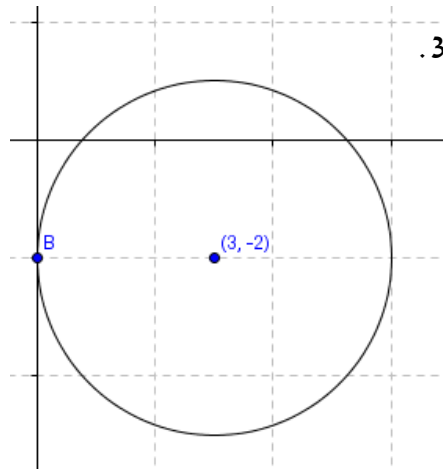
1.



4.

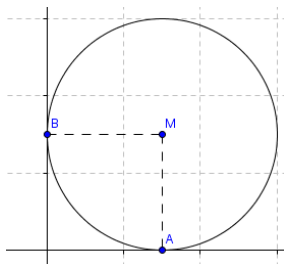


3.



47) מצא את משוואות המעגלים המשיקים לשני הצירים ומרכזם הוא :

א.  $M(2,2)$  . ב.  $M(-6,-6)$  . ג.  $M(5,-5)$  . ד.  $M(-3,3)$  .



48) מעגל שמרכזו בנקודה  $M(3,3)$  משיק לציר ה- $x$  בנקודה  $A$

ולציר ה- $y$  בנקודה  $B$  כמתואר באיור הבא :

- א. מצא את שיעורי הנקודה  $A$ .
- ב. מצא את שיעורי הנקודה  $B$ .
- ג. מצא את רדיוס המעגל.
- ד. מצא את משוואת המעגל.

49) מצא את משוואות המעגלים העוברים בנקודה  $A$  ומרכזם בנקודה  $M$  :

- א.  $A(1,10)$ ,  $M(4,6)$  .
- ב.  $A(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ ,  $M(0,0)$  .
- ג.  $A(4,4)$ ,  $M(3,1)$  .
- ד.  $A(0,7)$ ,  $M(-2,5)$  .
- ה.  $A(10,9)$ ,  $M(-3,0)$  .
- ו.  $A(5,7)$ ,  $M(0,4)$  .

50) מצא את משוואת המעגל שמרכזו  $(-1,-5)$  והוא חותך את ציר ה- $x$  בנקודה שבה:  $x=3$ .

51) מצא את משוואת המעגל שמרכזו  $(6,2)$  והוא חותך את ציר ה- $y$  בנקודה שבה:  $y=20$ .

52) מצא את משוואת המעגל שקצות הקוטר שלו הם :

- א.  $(-7,-1)$ ,  $(0,2)$  .
- ב.  $(0,0)$ ,  $(-6,8)$  .
- ג.  $(0,6)$ ,  $(-7,3)$  .

### חיתוך של מעגל עם הצירים :

53) א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל:  $(x-7)^2 + (y-8)^2 = 34$  עם הצירים.

ב. מצא את נקודות החיתוך של המעגל:  $(x-14)^2 + (y+11)^2 = 100$  עם הצירים.

54) מצא את נקודות החיתוך של המעגלים הבאים עם הצירים :

- |                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| א. $x^2 + y^2 = 49$            | ב. $x^2 + y^2 = 30$            |
| ג. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 10$    | ד. $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 29$    |
| ה. $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 40$    | ו. $(x-8)^2 + (y+9)^2 = 145$   |
| ז. $(x-10)^2 + (y+12)^2 = 244$ | ח. $(x+13)^2 + (y+11)^2 = 290$ |
| ט. $x^2 + (y+11)^2 = 64$       | י. $x^2 + (y-7)^2 = 100$       |
| יא. $(x-13)^2 + y^2 = 36$      | יב. $(x+20)^2 + y^2 = 121$     |



### חיתוך של מעגל וישר:

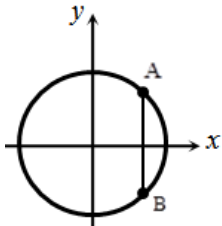
(55) מצא את נקודות החיתוך של המעגלים הבאים עם הישרים שלידם:

א. המעגל:  $x^2 + y^2 = 25$  והישר:  $x = 3$ .

ב. המעגל:  $x^2 + y^2 = 100$  והישר:  $x = -6$ .

ג. המעגל:  $x^2 + y^2 = 7$  והישר:  $x = 1$ .

ד. המעגל:  $x^2 + y^2 = 15$  והישר:  $x = -2$ .



(56) נתון המעגל  $x^2 + y^2 = 625$ . הנקודות A ו-B מונחות על המעגל, כך שהקטע AB מקביל לציר ה-y. שיעור ה-x של הנקודה A הוא 15.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. חשב את אורך הקטע AB.

(57) מצא את נקודות החיתוך של המעגלים הבאים עם הישרים שלידם:

א.  $x = 3, (x-2)^2 + (y+1)^2 = 26$       ב.  $x = 2, (x-6)^2 + (y-3)^2 = 52$

ג.  $x = -5, (x+12)^2 + y^2 = 53$       ד.  $x = -1, x^2 + (y-7)^2 = 82$

ה.  $y = 2, (x+13)^2 + (y-3)^2 = 37$       ו.  $y = 8, (x-6)^2 + (y-5)^2 = 73$

ז.  $y = -4, x^2 + (y-1)^2 = 74$       ח.  $y = -9, (x+3)^2 + y^2 = 202$

(58) מצא את נקודות החיתוך של הישרים והמעגלים הבאים:

א. המעגל שמשוואתו:  $x^2 + y^2 = 80$  והישר:  $y = 2x$ .

ב. המעגל שמשוואתו:  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 40$  והישר:  $y = 3x$ .

ג. המעגל שמשוואתו:  $(x+2)^2 + (y-8)^2 = 153$  והישר:  $y = -4x$ .

ד. המעגל שמשוואתו:  $(x-6)^2 + y^2 = 26$  והישר:  $y = x$ .

ה. המעגל שמשוואתו:  $(x+4)^2 + (y+7)^2 = 169$  והישר:  $y = 5x$ .

ו. המעגל שמשוואתו:  $(x-26)^2 + (y+8)^2 = 925$  והישר:  $y = -6x$ .

(59) מצא את נקודת החיתוך של הישרים והמעגלים הבאים:

א. המעגל שמשוואתו:  $(x-2)^2 + (y-10)^2 = 52$  והישר:  $y = \frac{2}{3}x$ .

ב. המעגל שמשוואתו:  $(x+6)^2 + (y+8)^2 = 80$  והישר:  $y = -2x$ .

ג. המעגל שמשוואתו:  $(x-1)^2 + (y+13)^2 = 153$  והישר:  $y = -\frac{1}{4}x$ .

- ד. המעגל שמשוואתו:  $(x+20)^2 + (y+10)^2 = 250$  והישר:  $y = 3x$ .
- ה. המעגל שמשוואתו:  $(x+27)^2 + (y-21)^2 = 936$  והישר:  $y = 5x$ .
- ו. המעגל שמשוואתו:  $(x+2)^2 + (y+14)^2 = 160$  והישר:  $y = \frac{1}{3}x$ .

60) הראה כי הישרים הבאים לא חותכים את המעגלים כלל:

- א. המעגל שמשוואתו:  $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 1$  והישר:  $y = 3x$ .
- ב. המעגל שמשוואתו:  $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 25$  והישר:  $y = -3x$ .
- ג. המעגל שמשוואתו:  $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 20$  והישר:  $y = x$ .
- ד. המעגל שמשוואתו:  $(x+2)^2 + (y+12)^2 = 90$  והישר:  $y = \frac{2}{7}x$ .

### יחס בין נקודה למעגל:

- 61) נתונה משוואת המעגל הבאה:  $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 52$ . קבע לגבי כל אחת מהנקודות הבאות האם היא נמצאת על המעגל, בתוכו או מחוצה לו:
- א.  $(2,0)$  ב.  $(0,0)$  ג.  $(3,7)$  ד.  $(8,4)$  ה.  $(-1,-5)$  ו.  $(-8,2)$ .

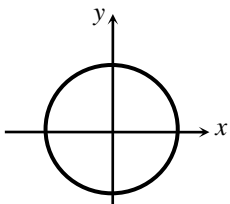
- 62) נתונה משוואת המעגל הבאה:  $(x-7)^2 + (y+4)^2 = 80$ . קבע לגבי כל אחת מהנקודות הבאות האם היא נמצאת על המעגל, בתוכו או מחוצה לו:
- א.  $(6,-3)$  ב.  $(-2,1)$  ג.  $(-1,0)$  ד.  $(11,4)$  ה.  $(10,-2)$  ו.  $(-7,6)$ .

### משפטים חשובים במעגל:

- 63) נתון משולש שקדקודיו הם:  $A(0,8)$ ,  $B(4,0)$ ,  $C(-16,0)$ .
- א. הוכח כי המשולש הוא ישר זווית.
- ב. כתוב את משוואת המעגל החוסם את המשולש.

64) נתון המעגל:  $x^2 + y^2 = 169$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- $x$ .
- ב. מצא נקודה A ברביע הראשון שבה  $x=12$  הנמצאת על המעגל.
- ג. מעבירים מיתרים מהנקודה A לנקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- $x$ . הראה כי המשולש שנוצר על ידי מיתרים אלו וציר ה- $x$  הוא ישר זווית.



65) משולש ABC הוא ישר זווית,  $\sphericalangle BAC = 90^\circ$ , ובו נתון:  $A(4,7)$ ,  $B(2,3)$ .

ידוע כי הקדקוד C נמצא על הישר:  $y = 3$ .

- מצא את שיעורי הקדקוד C.
- מעגל שקוטרו הוא הקטע BC חותך את ציר ה-x בשתי נקודות. מצא את שיעורי הנקודות הללו.

66) במשולש ישר-זווית ABC ( $\sphericalangle ABC = 90^\circ$ ) הקדקוד C נמצא על ציר ה-x.

נתון:  $A(-5,-3)$ ,  $B(4,3)$ .

- מצא את משוואת הקטע BC.
- מצא את משוואת המעגל שקוטרו הוא הקטע AC.

### משיק למעגל:

67) הנקודה:  $A(0,4)$  נמצאת על היקף המעגל שמרכזו:  $M(-3,2)$ .

- מצא את משוואת המעגל.
- מצא את שיפוע הרדיוס MA.
- מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה A.

68) הנקודה:  $A(0,6)$  נמצאת על היקף המעגל שמרכזו:  $M(5,2)$ .

- מצא את משוואת המעגל.
- מצא את שיפוע הרדיוס MA.
- מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה A.

69) הנקודה:  $A(1,2)$  נמצאת על היקף המעגל שמרכזו:  $M(-4,-1)$ .

- מצא את משוואת המעגל.
- מצא את שיפוע הרדיוס MA.
- מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה A.

70) מעגל שמרכזו  $M(6,1)$  עובר דרך ראשית הצירים.

- מצא את משוואת המעגל.
- מצא את משוואת הרדיוס למעגל בעל שיפוע -6.
- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של משוואת הרדיוס עם המעגל.
- מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה הנמצאת ברביע הראשון.

**(71)** נתון המעגל:  $x^2 + y^2 = 45$ . הנקודה  $A(6,3)$  נמצאת על המעגל.  $O$  ראשית הצירים.

- א. מצא את שיפוע הישר שעליו מונח הרדיוס  $OA$ .
- ב. מצא את משוואת הישר שעליו מונח הרדיוס  $OA$ .
- ג. מצא את שיפוע הישר המשיק למעגל בנקודה  $A$ .
- ד. מצא את משוואת הישר המשיק למעגל בנקודה  $A$ .

**(72)** נתונים המעגל:  $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 32$  והנקודה  $P(-7,3)$  שעליו.

- א. מצא את משוואת הישר העובר דרך מרכז המעגל והנקודה  $P$ .
- ב. מצא את משוואת הישר המשיק למעגל בנקודה  $P$ .

**(73)** מצא את משוואת הישר המשיק למעגל:  $(x-5)^2 + (y+5)^2 = 5$  בנקודה  $(7,-4)$  שעליו.

**(74)** נתונים המעגל:  $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 20$  והנקודה  $A(1,4)$  עליו.

- א. מצא את משוואת הישר המשיק למעגל בנקודה  $A$ .
- ב. מצא את נקודות החיתוך של המשיק שמצאת בסעיף הקודם עם הצירים.

## תשובות סופיות:

1 א.  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$  ב.  $(x+5)^2 + (y-4)^2 = 49$  ג.  $(x+1)^2 + y^2 = 169$

ד.  $x^2 + (y+3)^2 = 10$  ה.  $x^2 + (y+8)^2 = 18$  ו.  $x^2 + y^2 = \frac{25}{9}$

2 א.  $M(5,3), R=4$  ב.  $M(-6,2), R=9$  ג.  $M(0,7), R=\sqrt{20}$  ד.  $M(-1,0), R=\sqrt{50}$

ה.  $M(0,0), R=12$  ו.  $M(0,0), R=\frac{5}{3}$  ז.  $M(0,0), R=\sqrt{40}$

3  $x^2 + y^2 = 25$  4  $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 32$  5  $(x-4)^2 + (y+1)^2 = 10$

6 א.  $x^2 + (y+1)^2 = 26$  ב.  $(10,0), (-6,0), (0,6.81), (0,-8.81)$

ב.  $(0,0), (0,8), (6,0)$  ג.  $(0,\pm 2), (\pm 2,0)$  7 את ציר ה- $x$ :  $(-5,0)$ . אינו חותך את ציר ה- $y$ .

8 א.  $(6,7), (-2,9)$  ב.  $(3,2), (5,6)$  ג.  $(6,2)$  ד.  $(10,4)$  ה. לא.

9 א. בתוך המעגל. ב. מחוץ למעגל. ג. כן. 10 א. על. ב. מחוץ. ג. בתוך. ד. על.

11 ב.  $(x-8)^2 + (y-7)^2 = 10$  12 א.  $(0,5)$  ב.  $(x-6)^2 + (y-3)^2 = 40$  13  $y = \frac{4}{3}x - 7$

14 א.  $y = 2x - 16$  ב.  $(10,4)$  15  $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$

16 א.  $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 4$  ב. לא. 17 א. כן. ב.  $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$

18 ב.  $y = \frac{4}{3}x + 3$  ג.  $(x-7)^2 + (y-4)^2 = 50$  19 א.  $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$  ב. 6 יחידות אורך.

20 א.  $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 20$  ב.  $y = 2x$  ג. 4 יחידות אורך.

21 ב.  $y = 2x - 4$  ג.  $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 10$  22 א.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$  ב.  $C(4,8)$  ג. 12 יח"ר.

23 א.  $(x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$  ב.  $(0,5), (0,9)$  24 א.  $C(14,0)$  ב.  $(x-8)^2 + (y-2)^2 = 40$  ג.  $(2,0)$ .

25 א.  $y = -3x + 28$  ב.  $(6,10)$  ג.  $(x-6)^2 + (y-10)^2 = 100$

26 א.  $(x-4)^2 + (y-6)^2 = 36$  ב. לא, כי חותך את ציר ה- $y$  בשתי נקודות.

27 א.  $(x-6)^2 + (y-4)^2 = 36$  ב. לא, כי חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.

28 א. לא. ב.  $y = -\frac{3}{4}x$  ג. לא. 29 א.  $(x-4.5)^2 + (y-2)^2 = 31.25$

30 א. 296.86 יח"ר. ב. 71.2 יחידות אורך. 31 א. 12 יח"ר. ב. 20.649 יחידות אורך.

32 א.  $(3,4)$  או  $(3,-4)$  ב.  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$  ג. לא.

33 8. 34  $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 26$  35 כן, בנקודות שבהן:  $y = -11.5$ .

36  $(6,-8)$  37  $(-1,2), (-1,18), (11,2)$

38 א.  $M(-2,-1), R=5$  ב.  $M(-40,-8), R=9$  ג.  $M(8,-2), R=\sqrt{10}$

$$M(-4.5, 3.5), R=15 \text{ ו } M(-12, 13), R=1 \text{ ה } M(10, -6), R=10 \text{ ט}$$

$$M(0, 6), R=6 \text{ ז } M(0, -12), R=\sqrt{35} \text{ ח } M(0, -4), R=\sqrt{20} \text{ ט}$$

$$M(-2, 0), R=\sqrt{7.5} \text{ יב } M(-10, 0), R=\sqrt{150} \text{ יא } M(0, 9), R=\sqrt{72} \text{ י}$$

$$.M(31, 0), R=12 \text{ יז } M(12, 0), R=\sqrt{132} \text{ יג}$$

$$(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25 \text{ נ (41 } x^2 + (y+8)^2 = 100 \text{ (40 } (x-6)^2 + y^2 = 25 \text{ (39}$$

$$.(x+4)^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ ז } (x+3)^2 + (y+5)^2 = 25 \text{ ג } (x-2)^2 + (y+6)^2 = 36 \text{ ב}$$

$$(x+1)^2 + (y+5)^2 = 1 \text{ ג } (x-7)^2 + (y+1)^2 = 49 \text{ ב } (x+4)^2 + (y-3)^2 = 16 \text{ נ (42}$$

$$.(x-4)^2 + (y-3)^2 = 9 \text{ ג } .3 \text{ ב } (4, 0) \text{ נ (43 } (x-4)^2 + (y-6)^2 = 16 \text{ ז}$$

$$(x-5)^2 + (y+2)^2 = 4 \text{ ג } .2 \text{ ב } (5, 0) \text{ נ } .2 \text{ (x-2)^2 + (y-3)^2 = 9 \text{ ג } .3 \text{ ב } (2, 0) \text{ נ } .1 \text{ (44}$$

$$.(x+1)^2 + (y+3)^2 = 9 \text{ ג } .3 \text{ ב } (-1, 0) \text{ נ } .4 \text{ (x+2)^2 + (y-4)^2 = 16 \text{ ג } .4 \text{ ב } (-2, 0) \text{ נ } .3$$

$$(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4 \text{ ג } .2 \text{ ב } (0, 5) \text{ נ } .1 \text{ (46 } (x+4)^2 + (y-6)^2 = 16 \text{ ג } .4 \text{ ב } (0, 6) \text{ נ (45}$$

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 9 \text{ ג } .3 \text{ ב } (0, -2) \text{ נ } .3 \text{ (x+3)^2 + (y-4)^2 = 9 \text{ ג } .3 \text{ ב } (0, 4) \text{ נ } .2$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \text{ נ (47 } (x+4)^2 + (y+1)^2 = 16 \text{ ג } .4 \text{ ב } (0, -1) \text{ נ } .4$$

$$.(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9 \text{ ז } (x-5)^2 + (y+5)^2 = 25 \text{ ג } (x+6)^2 + (y+6)^2 = 36 \text{ ב}$$

$$.(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9 \text{ ז } .3 \text{ ג } (0, 3) \text{ ב } (3, 0) \text{ נ (48}$$

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 10 \text{ ג } x^2 + y^2 = 5 \text{ ב } (x-4)^2 + (y-6)^2 = 25 \text{ נ (49}$$

$$. x^2 + (y-4)^2 = 34 \text{ ו } (x+3)^2 + y^2 = 250 \text{ ה } (x+2)^2 + (y-5)^2 = 8 \text{ ז}$$

$$(x-6)^2 + (y-2)^2 = 360 \text{ (51 } (x+1)^2 + (y+5)^2 = 41 \text{ (50}$$

$$(x+3.5)^2 + (y-4.5)^2 = 14.5 \text{ ג } (x+3)^2 + (y-4)^2 = 25 \text{ ב } (x+3.5)^2 + (y-0.5)^2 = 14.5 \text{ נ (52}$$

$$. אין נקודות חיתוך. ב. אין נקודות חיתוך. נ (53 } (x-0.5)^2 + (y+3)^2 = 37.25 \text{ ז}$$

$$(0, 4), (0, -2), (-2, 0), (4, 0) \text{ ג } (\pm\sqrt{30}, 0), (0, \pm\sqrt{30}) \text{ ב } (\pm 7, 0), (0, \pm 7) \text{ נ (54}$$

$$(0, 0), (0, -18), (16, 0) \text{ ו } (0, 0), (0, 12), (-4, 0) \text{ ה } (0, 7), (0, -3), (-7, 0), (3, 0) \text{ ז}$$

$$(0, -3), (0, -19) \text{ ט } (0, 0), (0, -22), (-26, 0) \text{ ח } (0, 0), (0, -24), (20, 0) \text{ י}$$

$$. (-31, 0), (-9, 0) \text{ יב } (7, 0), (19, 0) \text{ יא } (0, 17), (0, -3), (7.14, 0), (-7.14, 0) \text{ י}$$

$$(-2, -\sqrt{11}), (-2, \sqrt{11}) \text{ ז } (1, -\sqrt{6}), (1, \sqrt{6}) \text{ ג } (-6, -8), (-6, 8) \text{ ב } (3, -4), (3, 4) \text{ נ (55}$$

$$.40 \text{ ב } A(15, 20), B(15, -20) \text{ נ (56}$$

$$(-1, 16), (-1, -2) \text{ ז } (-5, 2), (-5, -2) \text{ ג } (2, 9), (2, -3) \text{ ב } (3, 4), (3, -6) \text{ נ (57}$$

- ה.  $(-7, 2)$  ,  $(-19, 2)$  . ו.  $(-2, 8)$  ,  $(14, 8)$  . ז.  $(7, -4)$  ,  $(-7, -4)$  . ח.  $(-14, -9)$  ,  $(8, -9)$  .
- (58)** א.  $(4, 8)$  ,  $(-4, -8)$  . ב.  $(-1, -3)$  ,  $(3, 9)$  . ג.  $(-5, 20)$  ,  $(1, -4)$  . ד.  $(1, 1)$  ,  $(5, 5)$  .
- ה.  $(1, 5)$  ,  $(-4, -20)$  . ו.  $(-1, 6)$  ,  $(5, -30)$  . **(59)** א.  $(6, 4)$  . ב.  $(2, -4)$  . ג.  $(4, -1)$  . ד.  $(-5, -15)$  .
- ה.  $(3, 15)$  . ו.  $(-6, -2)$  . **(61)** א. על . ב. בתוך . ג. בתוך . ד. מחוץ . ה. מחוץ . ו. על .
- (62)** א. בתוך . ב. מחוץ . ג. על . ד. על . ה. בתוך . ו. מחוץ .
- (63)** ב.  $(x+6)^2 + y^2 = 100$  . א. **(64)**  $(-13, 0)$  ,  $(13, 0)$  . ב. **(65)**  $(12, 3)$  . א.  $(11, 0)$  ,  $(3, 0)$  .
- (66)** א.  $y = -1.5x + 9$  . ב.  $(x-0.5)^2 + (y+1.5)^2 = 32.5$  .
- (67)** א.  $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 13$  . ב.  $\frac{2}{3}$  . ג.  $y = -1.5x + 4$  .
- (68)** א.  $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 41$  . ב.  $-0.8$  . ג.  $y = 1.25x + 6$  .
- (69)** א.  $(x+4)^2 + (y+1)^2 = 34$  . ב.  $\frac{3}{5}$  . ג.  $y = -\frac{5}{3}x + \frac{11}{3}$  .
- (70)** א.  $(x-6)^2 + (y-1)^2 = 37$  . ב.  $y = -6x + 37$  . ג.  $(5, 7)$  ,  $(7, -5)$  . ד.  $y = \frac{1}{6}x + \frac{37}{6}$  .
- (71)** א.  $0.5$  . ב.  $y = \frac{1}{2}x$  . ג.  $-2$  . ד.  $y = -2x + 15$  .
- (72)** א.  $y = -x - 4$  . ב.  $y = x + 10$  . **(73)**  $y = -2x + 10$  . **(74)** א.  $y = -2x + 6$  . ב.  $(0, 6)$  ,  $(3, 0)$  .

## פרק 3 – חשבון דיפרנציאלי - פונקציה פולינומית:

- בסרטון זה מופיעה הקדמה כללית למושג הפונקציה ומספר דוגמאות קצרות.
- בסרטון זה מופיע הסבר ומספר דוגמאות המתייחסות לפונקצית הקו הישר.
- בסרטון זה מופיע הסבר ומספר דוגמאות המתייחסות לפונקציה הריבועית.
- בסרטון זה מופיע הסבר על פונקצית הפולינום, תכונותיה וצורתה הכללית.
- בסרטון זה מופיעה הגדרת הנגזרת ומשמעותה כשיפוע של פונקציה.

### חישוב נגזרות:

(1) בסרטון זה מופיעים חוקי הגזירה של פונקציה פולינומית.

גזור את הפונקציות הבאות (נגזרת בסיסית של חד-איבר):

$$\text{א. } y = x^3 \quad \text{ב. } y = x^4 \quad \text{ג. } y = x^2$$

גזור את הפונקציות הבאות (נגזרת של חד-איבר עם מקדם):

$$\text{א. } y = 3x^2 \quad \text{ב. } y = \frac{1}{2}x^4 \quad \text{ג. } y = -\frac{2}{3}x^3 \quad \text{ד. } y = \frac{x^5}{3}$$

גזור את הפונקציות הבאות (נגזרת של רב-איבר):

$$\text{א. } y = x^5 - 4x^2 + 8x - 1 \quad \text{ב. } f(x) = -2x^4 + 6x^2 - 5$$

$$\text{ג. } f(x) = \frac{3x^6}{8} - \frac{1}{2}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 1997 \quad \text{ד. } y = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} - 2x$$

$$\text{ה. } y = \frac{2x^3 - 5x + 2}{3} \quad \text{ו. } f(x) = (2x - 4)^2$$

גזור את הפונקציות הבאות (נגזרת של מכפלת פונקציות פולינומיות):

$$\text{א. } y = x^2(3x - 9) \quad \text{ב. } f(x) = (x^2 - 1)(3 - 4x)$$



**מציאת שיפוע ומשוואת משיק כאשר נתונה הנקודה:**

(2) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2x^2$ .

- א. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה:  $(1, 2)$ .  
ב. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = -2$ .

(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5$ .

- א. חשב את שיפוע הפונקציה בנקודה:  $x = 1$ .  
ב. חשב את ערך הנגזרת בנקודה:  $x = -2$ .  
ג. חשב את שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה:  $x = 0$ .

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = -x^2 + 5x$ . הישר:  $y = 6$  חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות.

- א. מצא את נקודות החיתוך בין הפונקציה והישר.  
ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות אלו.  
ג. מצא את נקודת החיתוך בין המשיקים.

(5) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 3$  בנקודה שבה:  $x = 1$ .

(6) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x$  בנקודה שבה:  $x = 1$ .

(7) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $y = x^2(x - 3)$  בנקודה שבה:  $x = 3$ .

(8) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3 + 8$ .

- א. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .  
ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה זו.

(9) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .  
ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות אלו.

10 נתונה הפונקציה:  $f(x) = (2x-2)^2$ .

- א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 0.5$ .  
ב. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.

11 נתונה הפונקציה:  $y = (x-3)(x^2+1)$ .

מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שלה עם הצירים.

12 נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2x^2 - 6x$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$  (נסמנס ב-A ו-B).  
ב. מצא את שיפועי המשיקים לפונקציה בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $x$ .  
ג. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות אלו.  
ד. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים (נסמנה ב-C).  
ה. חשב את שטח המשולש ABC.

### מציאת נקודה כאשר ידוע השיפוע:

13 נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 5x$ .

מצא את הנקודות על גרף הפונקציה, ששיפוע המשיק העובר הוא 7.

14 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - 6x$ .

מצא את הנקודות על גרף הפונקציה, ששיפוע המשיק העובר הוא -6.

15 נתונה הפונקציה:  $f(x) = -x^3 - 2$ . הישר:  $y = -3x$  הוא משיק לפונקציה.

- א. מצא את נקודת ההשקה.  
ב. הראה שהמשיק חותך את הפונקציה בנקודה  $(-2, 6)$ .

16 מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $f(x) = x^3 - x - 1$  המקבילים לישר:  $y = 2x - 7$ .

17 נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 7$ .

- א. מצא נקודות על גרף הפונקציה שהמשיק העובר דרכן מקביל לישר:  $y = 7x + 5$ .  
ב. מצא את משוואות המשיקים.

**18** מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = \frac{x^2}{2} - 4x + 10$  המקביל

לישר העובר דרך הנקודות:  $(-1, -2)$ ,  $(3, 6)$ .

**19** נתונה הפונקציה:  $f(x) = -2x^2 + 3x + 2$ . הפונקציה חותכת את ציר ה- $y$  בנקודה  $A(0, 2)$ . אחת מנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $x$  היא:  $B(2, 0)$ . מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה  $C$  המקביל למיתר  $AB$ . מצא את משוואת המשיק.

**20** מצא את משוואת המשיק לפונקציה:  $y = -2x^2 + 3$  המאונך לישר:  $y = -\frac{1}{4}x + 2$ .

**21** נתונה הפונקציה:  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ . המשיק לגרף הפונקציה בנקודה  $A(1, -1.5)$  מאונך למשיק

לגרף הפונקציה בנקודה  $B$ . מצא את שיעורי הנקודה  $B$  ואת משוואת המשיק בנקודה זו.

**22** נתונה הפונקציה:  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 5x$ . מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה

הניצבים לישר:  $y = -\frac{1}{2}x - 4$ .

**23** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{2}x^2 - 5x$ . מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה

היוצרים זווית של  $45^\circ$  עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .

**24** נתונה הפונקציה:  $y = 2x^2 - 5x$ .

א. מצא על גרף הפונקציה נקודה שהמשיק העובר דרכה יוצר זווית

של  $135^\circ$  עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .

ב. מצא את משוואת המשיק.

**25** נתונה הפונקציה:  $y = x^4 - 2x^2 + x$ .

א. מצא נקודות על גרף הפונקציה שהמשיק העובר דרכן יוצר זווית

של  $45^\circ$  עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .

ב. מצא את משוואות המשיקים.

**26** לפונקציות:  $f(x) = x^3$  ו- $g(x) = 2x^2 - x$  יש משיק משותף. מצא את משוואתו.

**מציאת נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה:**

• **בסרטון זה מוסבר כיצד למצוא נקודות קיצון ולקבוע את סוגן.**

(27) מצא את נקודות הקיצון ואת תחומי העלייה והירידה של הפונקציות הבאות:

$$\begin{array}{lll} \text{א. } y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x & \text{ב. } f(x) = x(x^2 - 12) & \text{ג. } y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x - 1 \\ \text{ד. } y = \frac{2}{5}x^5 - 8x^2 & \text{ה. } y = -x(x-3)^2 & \text{ו. } f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 8x \\ \text{ז. } f(x) = 2x^3 - 2x^2 + \frac{5}{4}x & & \end{array}$$

**פונקציות עם פרמטרים:**

(28) נתונה הפונקציה:  $y = ax^2 + 3$ , ( $a$  פרמטר).

א. מצא את  $a$  אם ידוע כי  $y'(-1) = 4$ .

ב. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 4$ .

(29) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3 + kx + 1$ , ( $k$  פרמטר).

א. מצא את  $k$  אם ידוע כי שיפוע המשיק בנקודה שבה:  $x = -1$  הוא 2.

ב. מצא נקודה נוספת שבה:  $f'(x) = 2$ .

(30) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3 + Ax^2 + 2$ , ( $A$  פרמטר).

שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה  $x = 2$  הוא 4.

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.

ג. האם יש נקודה נוספת שהמשיק דרכה לפונקציה הוא בעל שיפוע 4?

(31) נתונה הפונקציה:  $y = x^2 + Kx$ , ( $K$  פרמטר).

המשיק לפונקציה בנקודה  $x = 3$  יוצר זווית של  $45^\circ$  עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .

א. מצא את ערך הפרמטר  $K$ .

ב. מצא את משוואת המשיק.

(32) הישר  $y = -x + 1$  משיק לפונקציה:  $f(x) = ax^2 - 3x + 2$  ב- $x = 1$ . מצא את הפרמטר  $a$ .

**(33)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{Ax^3}{3} - 2x^2 - x - 1$  (פרמטר  $A$ ).

המשיק לפונקציה בנקודה  $x = 3$  מקביל לישר  $y = 5x + 3.5$ . מצא את משוואת המשיק.

**(34)** המשיק לפונקציה:  $f(x) = 2x^3 + Ax^2 + 2x + 5$  (פרמטר  $A$ ) בנקודה שבה  $x = 1$  מקביל לציר ה- $x$ .

א. מצא את ערך הפרמטר  $A$ .

ב. מצא את משוואת המשיק.

**(35)** נתון הישר:  $y = Ax + B$  ( $A, B$  פרמטרים). ידוע כי הישר משיק לפונקציה:  $y = x^3 - 3x^2$

בנקודה שבה:  $x = 1$ .

א. מצא את ערך הפרמטר  $A$ .

ב. מצא את ערך הפרמטר  $B$ .

**(36)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = Ax^3 - \frac{1}{2}x^2 + x$  (פרמטר  $A$ ).

מצא את ערך הפרמטר  $A$  אם ידוע כי לפונקציה יש נקודת קיצון שבה:  $x = -1$ .

**(37)** לפונקציה:  $f(x) = ax^3 + (a-2)x^2 - 21x$  (פרמטר  $a$ ) יש נקודת קיצון בנקודה

שבה  $x = 3$ . מצא את הפרמטר  $a$  ואת ערך הפונקציה באותה נקודה.

**(38)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = Ax^3 + 3Ax^2 - 3x$  (פרמטר  $A$ ).

לפונקציה יש נקודת קיצון ב- $x = -3$ . האם יש לפונקציה נקודת קיצון נוספת?

אם כן מצא אותה ואת סוג נקודת הקיצון.

**(39)** לפונקציה:  $f(x) = mx^3 - 3x^2$  (פרמטר  $m$ ) יש נקודת קיצון שבה:  $x = 1$ .

א. הוכח שנקודה זו היא נקודת מינימום.

ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה שבה:  $x = -2$ .

### חקירת פונקציה:

**(40)** נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = x^3 + 2x^2 + x$ . חקור לפי הסעיפים הבאים:

א. מציאת תחום הגדרה.

ב. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.

ג. מציאת נקודות קיצון וקביעת סוג הקיצון.

ד. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

41) נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + 3x^3$ . חקור לפי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום הגדרה.
- ב. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
- ג. הראה כי הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

42) נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = -x(x-3)^2$ . חקור לפי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום הגדרה.
- ב. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
- ג. מציאת נקודות קיצון וקביעת סוג הקיצון.
- ד. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

43) נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = (x-2)(4-x^2)$ . חקור לפי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום הגדרה.
- ב. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
- ג. מציאת נקודות קיצון וקביעת סוג הקיצון.
- ד. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

#### נקודות קיצון מוחלטות:

44) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 1$  בקטע:  $[-3:2]$ . מצא את נקודות הקיצון המוחלטות והמקומיות של הפונקציה בתחום הנתון.

45) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3x - x^3$  בקטע:  $[-3:2]$ . מצא את נקודות הקיצון המוחלטות והמקומיות של הפונקציה בתחום הנתון.

## תרגול נוסף:

### חישוב נגזרות:

(46) גזור את הפונקציות הבאות:

$f(x) = x^5$ .ד	$y = x^4$ .ג	$y = x^3$ .ב	$y = x^2$ .א
$y = -2x^3$ .ח	$g(x) = 6x^4$ .ז	$f(x) = 5x^3$ .ו	$y = 3x^2$ .ה
$y = -\frac{3}{4}x^4$ .יב	$y = \frac{1}{5}x^5$ .יא	$f(x) = -\frac{2}{3}x^3$ .י	$y = \frac{1}{2}x^4$ .ט
$f(x) = -\frac{x^2}{2}$ .טז	$g(x) = \frac{x^3}{6}$ .טו	$y = \frac{x^6}{12}$ .יד	$y = \frac{x^5}{3}$ .יג
$g(x) = \frac{4x^7}{7}$ .כ	$f(x) = \frac{3x^5}{10}$ .יט	$y = -\frac{2x^3}{3}$ .יח	$y = -\frac{4x^2}{3}$ .יז

(47) גזור את הפונקציות הבאות:

$f(x) = \frac{c}{2}x^2$ .ד	$y(x) = \frac{b}{3}x^3$ .ג	$y = -mx^4$ .ב	$y = ax^3$ .א
$y = \frac{-2x}{5}$ .ח	$g(x) = x$ .ז	$f(x) = 4x$ .ו	$y = 6x$ .ה
$y = -\frac{3}{4}$ .יב	$g(x) = \frac{1}{6}$ .יא	$f(x) = -3$ .י	$y = 6$ .ט

(48) גזור את הפונקציות הבאות:

$y = 5x^2 - 3x + 5$ .ג	$y = 2x^2 + 4x + 3$ .ב	$y = x^3 + 2x^2 - x + 5$ .א
$y = x^2 + 5x$ .ו	$y = x^2 + 2x$ .ה	$y = -2x^2 + 5x - 1$ .ד
$y = 6x^5 - x^3 + 2$ .ט	$y = x^4 + 5x$ .ח	$y = -x^2 - 3x$ .ז
$f(x) = x^5 + 3x^2 - b$ .יב	$y = ax^3 + 2$ .יא	$y = 4 - 3x^4 + 2x$ .י
$y = 4x + 7$ .טו	$y = 5x + 1$ .יד	$y = 6x^7 + 5x^4$ .יג
		$y = -3x + 1$ .יז

49) גזור את הפונקציות הבאות :

$y(x) = \frac{1}{6}x^2 - 3x + m$ .ג	$y = \frac{1}{2}x^2 + 4x$ .ב	$y = \frac{4x^5 - 2x^3 + 1}{5}$ .א
$g(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + ax$ .ו	$y = 7x^3 + \frac{1}{4}x^2 - 5x$ .ה	$f(x) = 4x^2 - 2x + 3$ .ד
$y = \frac{6x^4}{4} - \frac{4x^3 + ax^2}{3} + 3$ .ט	$y = ax^3 + \frac{x^2 - 2x + 1}{2}$ .ח	$y = \frac{x^2}{2} + 5x - 1$ .ז
		$y = 3x^4 - \frac{x+1}{a}$ .י

50) גזור את הפונקציות הבאות :

$y = x(x-5)$ .ג	$h(x) = (3x-2)^2$ .ב	$f(x) = (x+2)^2$ .א
$f(x) = a + (2x-1)^2$ .ו	$y = -3x^2(x^2 - 4x)$ .ה	$y = 2x^2(x+1)$ .ד
$y = \frac{x^2(mx-4)^2}{4}$ .ט	$y = \frac{4x(x-2)^2}{3}$ .ח	$y(x) = (4x+a)^2$ .ז

**מציאת שיפוע ומשוואת משיק כאשר נתונה הנקודה :**

51) נתונה הפונקציה הבאה :  $f(x) = x^3 - 4x + 5$  .

מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודות הבאות :

.א.  $x=0$       .ב.  $x=2$       .ג.  $x=-2$  .

52) נתונה הפונקציה :  $y = x^2 + 3x + 2$  . חשב את ערך הנגזרת בנקודות הבאות :

.א.  $x=0$     .ב.  $x=3$     .ג.  $x=-2$     .ד.  $x=4$     .ה.  $x=\frac{1}{2}$     .ו.  $x=-\frac{1}{3}$  .

53) נתונה הפונקציה :  $f(x) = x^3 - 4x$  . חשב את שיפוע הפונקציה בנקודות הבאות :

.א.  $x=1$     .ב.  $x=-4$     .ג.  $x=5$     .ד.  $x=-2$     .ה.  $x=1\frac{1}{2}$     .ו.  $x=-\frac{4}{3}$  .

54) נתונה הפונקציה :  $f(x) = x^2 + 5x + 3$  .

א. מצא את :  $f'(x)$

ב. חשב את :  $f'(2), f'(0), f'(3), f'(-5), f'\left(\frac{1}{4}\right)$  .



55) חשב את שיפוע הפונקציה:  $y = x^3 - 2x^2 + x - 3$  בנקודות הבאות:

א.  $(1, -3)$       ב.  $(0, -3)$       ג.  $(-3, -51)$ .

56) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2}{2}$ . חשב את:

א.  $f'(2)$       ב.  $f'(0)$       ג.  $f'(-1)$ .

57) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3$ . חשב את שיפוע הפונקציה בנקודות הבאות:

א.  $(0, 0)$       ב.  $(1, -\frac{5}{12})$       ג.  $(-1, \frac{11}{12})$ .

58) חשב את שיפוע הפונקציה:  $y = x^2 + 4x + 1$  בנקודות הבאות.

קבע האם הפונקציה עולה, יורדת או לא עולה ולא יורדת בנקודות אלה. נמק.

א.  $x = -3$       ב.  $x = -2$       ג.  $x = -1$ .

59) חשב את שיפוע הפונקציה:  $y = x^3 + 3x^2 + 2x + 1$  בנקודות הבאות.

קבע האם הפונקציה עולה, יורדת או לא עולה ולא יורדת בנקודות אלה. נמק.

א.  $x = -3$       ב.  $x = -1$       ג.  $x = 0$ .

60) מצא באילו מהנקודות הבאות הפונקציה:  $g(x) = 4x^2 - 3x$  עולה ובאילו היא יורדת.

א.  $x = 6$       ב.  $x = 4$       ג.  $x = -2$       ד.  $x = -\frac{2}{3}$ .

61) מצא באילו מהנקודות הבאות הפונקציה:  $y = x^3 - 7x^2 + 10x$  עולה ובאילו היא יורדת.

א.  $x = 1$       ב.  $x = 3$       ג.  $x = 5$       ד.  $x = -3$ .

62) מצא באילו מהנקודות הבאות הפונקציה:  $f(x) = 3x^3 + 5x^2$  עולה ובאילו היא יורדת.

א.  $x = 1$       ב.  $x = -1$       ג.  $x = -0.25$       ד.  $x = \frac{1}{3}$ .

63) קבע באילו מהנקודות הבאות הפונקציה:  $g(x) = \frac{1}{9}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 5x + 2$  עולה/יורדת.

א.  $x = 2$       ב.  $x = -\frac{2}{5}$       ג.  $x = -7$       ד.  $x = \frac{1}{3}$ .

64 נתונה הפונקציה הבאה:  $h(x) = \frac{2x^2 - 1}{5}$ .

א. חשב את:  $h(0)$ ,  $h(1)$ ,  $h(-2)$ ,  $h\left(-\frac{1}{3}\right)$ .

ב. חשב את:  $h'(0)$ ,  $h'(1)$ ,  $h'(-2)$ ,  $h'\left(-\frac{1}{3}\right)$ .

65 מצא את שיפועי הפונקציות הבאות בנקודות החיתוך שלהם עם ציר ה- $x$ .

א.  $f(x) = x^2 - 7x + 12$       ב.  $y(x) = 6 - 6x^2$

ג.  $h(x) = 4x^3 - 9x^2$       ד.  $g(x) = 4x^3 - 4x^2 + x$

66 מצא את שיפועי הפונקציות הבאות בנקודות החיתוך שלהם עם ציר ה- $y$ .

א.  $f(x) = x^2 + 4x + 4$       ב.  $y(x) = 9x^2 - 6x + 1$

ג.  $h(x) = x^2 + 8x + 10$       ד.  $y(x) = 9 - 5x^2$

ה.  $h(x) = x^2(2 - x) + 1$       ו.  $g(x) = x^3 - 3x^2 + 5$

67 נתונה הפונקציה הבאה:  $y = 2x^2 - 5x + 2$ .

א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ב. מצא את שיפועי המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך עם הצירים.

68 נתונה הפונקציה הבאה:  $y = x^3 - 16x$ .

א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ב. מצא את שיפועי המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך עם הצירים.

69 נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ .

א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ב. מצא את שיפועי המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך עם הצירים.

70 נתונה הפונקציה הבאה:  $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{12}x - \frac{1}{6}$ .

א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ב. מצא את שיפועי המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך עם הצירים.

71 נתונה הפונקציה הבאה:  $g(x) = \frac{2x^3 - 8x}{5}$ .

א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ב. מצא את שיפועי המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך עם הצירים.

**(72)** הישר:  $y = 2x + 1$  חותך את גרף הפרבולה:  $f(x) = x^2 - 5x + 7$  בנקודות A ו-B.

- א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.  
ב. חשב את שיפוע המשיק לגרף הפרבולה בנקודות A ו-B.

**(73)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = -2x^2 + 3x + 9$  והישר:  $y = -5x - 1$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של הישר והפונקציה.  
ב. חשב את שיפוע הפונקציה בנקודות החיתוך.

**(74)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = 4x^3 - 7x + 3$  והישר:  $g(x) = -3x + 3$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של הישר והפונקציה.  
ב. חשב את שיפוע הפונקציה בנקודות החיתוך.

**(75)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 5x + 2$  והישר:  $g(x) = 3x + 2$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של הישר והפונקציה.  
ב. חשב את שיפוע הפונקציה בנקודות החיתוך.

**(76)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = 5x^2$ .

- א. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה:  $(3, 45)$ .  
ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאת.

**(77)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^2 + 4x + 5$ .

- א. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה:  $(2, 17)$ .  
ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאת.

**(78)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 6x + 9$ .

- א. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה:  $(-4, -7)$ .  
ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאת.

**(79)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = -\frac{1}{6}x^3$ .

- א. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה:  $\left(-4, \frac{32}{3}\right)$ .  
ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאת.

**(80)** נתונה הפונקציה:  $y = 6x^3 + 5x + \frac{3}{4}$ .

- א. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה:  $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ .  
ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאת.

**(81)** נתונה הפונקציה:  $y = x^3 + x^2 + 4x - \frac{13}{27}$ .

- א. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה:  $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ .  
ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאת.

**(82)** נתונה הפונקציה:  $y = x^2 - 8x + 15$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .  
ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות שמצאת.

**(83)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^2 + 3x - 10$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .  
ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות שמצאת.

**(84)** נתונה הפונקציה:  $g(x) = x^2 + 5x + 22$ .

- א. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ .  
ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאת.

**(85)** נתונה הפונקציה:  $y = -3x^2 - 7x + 4$ .

- א. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ .  
ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאת.

**(86)** נתונות הפונקציות הבאות:  $f(x) = -3x^2 + 6x + 10$ ,  $g(x) = -2x^2 + 3$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של שתי הפונקציות.  
ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודות החיתוך.  
ג. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה  $g(x)$  בנקודות החיתוך.

87 נתונות הפונקציות הבאות:  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 4x + 2$ ,  $g(x) = 2x^2 - 4x + 2$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של שתי הפונקציות.  
ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודות החיתוך.  
ג. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה  $g(x)$  בנקודות החיתוך.

88 מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = 2x^2$  בנקודה שבה:  $x = -1$ .

89 מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = 3x^3 - \frac{x+1}{2}$  בנקודה שבה:  $x = 0$ .

90 נתונה הפונקציה:  $g(x) = (x-1)(x+2)^2$ .

- א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 1$ .  
ב. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.  
ג. חשב את שטח המשולש שיוצר המשיק עם הצירים.

### מציאת נקודה כאשר ידוע השיפוע:

91 באיזה נקודות שיפוע המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = 2x^2$  הוא:

- א. 8    ב. 4    ג. 14    ד. -6    ה. -10    ו.  $-\frac{1}{2}$

92 באיזה נקודות שיפוע המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = x^3$  הוא:

- א. 3    ב. -9    ג. 27    ד. 0    ה. 147    ו.  $\frac{3}{25}$

93 לפניך מספר פונקציות. מצא את שיעורי הנקודות עבורן שיפוע המשיק הוא המצוין לידה.

- א.  $m = 13$ ,  $y = 5x^2 + 3x$     ב.  $m = 0$ ,  $f(x) = x(x-2)^2$   
ג.  $m = 20$ ,  $f(x) = 2x^3 + 14x$     ד.  $m = 6$ ,  $g(x) = (x^2 + 6)(x-2)$

94 לאיזה ערך של  $x$  שווה הנגזרת של הפונקציה:  $f(x) = 6x^2 + 10x$  ל-16?

95 לאילו ערכים של  $x$  שווה הנגזרת של הפונקציה:  $f(x) = 3x^3 - 4x^2 - 7x$  ל-6?

96 מצא את הנקודה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה :  $f(x) = x^2 + 2x - 3$  הוא 6.

97 מצא את הנקודה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה :  $f(x) = x^2 + 8x - 1$  הוא 0.

98 מצא את הנקודות שבהן שיפוע המשיק לגרף הפונקציה :  $f(x) = x^3 + 9x^2 + 1$  הוא -15.

99 מצא את הנקודות שבהן שיפוע המשיק לגרף הפונקציה :  $y = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 5x$  הוא 5.

100 נתונה הפונקציה :  $f(x) = x^2 + 4x + 8$ .

א. מצא נקודה המקיימת :  $f'(x) = 4$ .

ב. מה ניתן לומר על המשיק לגרף הפונקציה בנקודה זו?

101 נתונה הפונקציה :  $f(x) = x^3 - 4x + 3$ .

א. מצא את הנקודות המקיימות :  $f'(x) = 8$ .

ב. מה ניתן לומר על המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות אלו?

102 נתונה הפונקציה :  $f(x) = 6 - 6x^2 - 2x^3$ .

א. מצא את הנקודות המקיימות :  $f'(x) = -48$ .

ב. מה ניתן לומר על המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות אלו?

103 נתונה הפונקציה :  $f(x) = x^2 + 6x - 2$ .

מצא באיזו נקודה יש להעביר משיק שמקביל לישר :  $y = 3x + 1$ .

104 נתונה הפונקציה :  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 1$ .

מצא באילו נקודות יש להעביר משיק שמקביל לישר :  $y = 3x + 4$ .

105 נתונה הפונקציה :  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 4x$ .

מצא באילו נקודות יש להעביר משיק שמקביל לישר :  $y = 4x - 3$ .

106 נתונה הפונקציה :  $f(x) = \frac{4x^2 - 5x + 7}{6}$ .

מצא באילו נקודות יש להעביר משיק שמקביל לישר :  $y = -\frac{5}{6}x$ .

**107** מצא נקודה על גרף הפונקציה:  $y = 3x^2 - x - 2$  אשר המשיק העובר דרכה מקביל לישר:  $y = 5x + 2$ .

**108** מצא נקודה על גרף הפונקציה:  $y = x^3 + 3x^2 + 2x$  אשר המשיק העובר דרכה מקביל לישר:  $y = -x + 3$ .

**109** מצא את הנקודות עבורן הנגזרת של הפונקציות הבאות מתאפסת:

א.  $y = x^2 - 6x$       ב.  $f(x) = x^2 + 8x + 9$

ג.  $y = -5x^2 + 25x + \frac{31}{4}$       ד.  $f(x) = 6 - 12x + \frac{1}{4}x^2$

ה.  $y = 6x^3 - 18x + 1$       ו.  $f(x) = 12 - 6x + 6x^2 - 2x^3$

**110** מצא את הנקודה על גרף הפונקציה:  $f(x) = 2x^2 + 12x - 6$  עבורה:  $f'(x) = 0$ .

**111** מצא את הנקודות על גרף הפונקציה:  $f(x) = x^3 - 48x + 20$  עבורן:  $f'(x) = 0$ .

**112** מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = 4x^2 + x + 3$  ששיפועו:  $m = 9$ .

**113** מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $f(x) = x^3 + 2x^2$  ששיפועם:  $m = -1$ .

**114** מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $f(x) = x(x+4)^2$  ששיפועם:  $m = 0$ .

**115** מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $f(x) = x^3 - 1.5x^2 - 4x + 1$  בעלי שיפוע 2.

**116** מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $y = -2x^3 - 3x^2 + 10x + 3$  ששיפועם -2.

**117** מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $f(x) = (x^2 - 1)(x + 1)$  המקבילים לישר:  $y = 4x + 2$ .

118) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = 6x - x^2$  המקביל לציר ה- $x$ .

119) מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $f(x) = x^3 - 27x$  המקבילים לציר ה- $x$ .

120) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $g(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{9}{2}x + 5$  המקביל לישר:  $y = 6$ .

121) מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 - 2.5x + \frac{1}{2}$  המקבילים לישר:  $y = -4$ .

122) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 - 6x + 5$ . מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה היוצרים זווית של  $45^\circ$  עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .

123) נתונה הפונקציה:  $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$ . מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה שהמשיק היוצר זווית של  $45^\circ$  עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .

124) נתונה הפונקציה:  $y = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 - 3x$ . מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה אשר יוצרים זווית של  $45^\circ$  עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .

### מציאת נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה:

125) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות:

א.  $f(x) = x^2 - 6x$       ב.  $y = 5x - x^2$       ג.  $g(x) = 3x^2 - x$

ד.  $f(x) = -x^2 + 6x + 5$       ה.  $y = x^2 - 4x + 5$       ו.  $g(x) = -x^2 + 6x + 1$

ז.  $f(x) = x^2 - 4x + 3$       ח.  $y = -2x^3 + 3x^2$       ט.  $g(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 12$

י.  $f(x) = x(x^2 - 75)$       יא.  $y = (x + 2.5)(x^2 - 2)$       יב.  $g(x) = x^2(3x - 4)$

יג.  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 5x - 4$       יד.  $y = 3 - 6x - \frac{3}{2}x^2$       טו.  $g(x) = \frac{6x - 2x^2 + 1}{3}$



$$\text{טז. } f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x \quad \text{יז. } y = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x \quad \text{יח. } g(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 1$$

$$\text{יט. } f(x) = \frac{24x - 2x^3}{7} \quad \text{כ. } y = 5x + x^2 - \frac{1}{5}x^3 \quad \text{כא. } g(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 4x + \frac{1}{3}$$

$$\text{כב. } f(x) = x^4 - 4x \quad \text{כג. } y = x^4 - 4x^3 - 8x^2 \quad \text{כד. } g(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

**126** נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = -2x^2 + 10x - 3$ .

- א. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון.  
 ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

**127** נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = x^3 - 12x^2 + 21x - 3$ .

- א. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודות הקיצון.  
 ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

**128** נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = x(x^2 - 12)$ .

- א. מצא את נקודות הקיצון וקבע את סוגן.  
 ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

**129** נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 2$ .

- א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.  
 ב. היעזר בסעיף הקודם וקבע האם הפונקציה עולה או יורדת בנקודות הבאות:  
 1.  $x = 4$     2.  $x = 0$     3.  $x = 2$ .

**130** נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = 2x^3 + 12x^2 + 24x - 47$ .

- א. מצא נקודה המקיימת:  $f'(x) = 0$ .  
 ב. הראה כי הנקודה שמצאת בסעיף א' איננה נקודת קיצון.

**131** נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 + 4x + \frac{1}{2}$ .

- א. מצא נקודה המקיימת:  $f'(x) = 0$ .  
 ב. הראה כי הנקודה שמצאת בסעיף א' איננה נקודת קיצון.

**132** נתונה הפונקציה הבאה :  $f(x) = -x^3 + 18x^2 - 108x$ .

א. מצא נקודה המקיימת :  $f'(x) = 0$ .

ב. הראה כי הנקודה שמצאת בסעיף א' איננה נקודת קיצון.

**133** נתונה הפונקציה :  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x$ .

א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ג. רשום שיעורי נקודה שבה הפונקציה עולה.

ד. רשום שיעורי נקודה שבה הפונקציה יורדת.

**134** הוכח כי הפונקציה :  $y = x^3 + x^2 + 16x$  עולה לכל  $x$ .

**135** הוכח כי הפונקציה :  $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 10x$  עולה לכל  $x$ .

**136** הוכח כי הפונקציה :  $y = -x^3 + 2x^2 - 20x + 1$  יורדת לכל  $x$ .

**137** הוכח כי הפונקציה :  $f(x) = -4x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 9x + 24$  יורדת לכל  $x$ .

**138** הוכח כי הערך המקסימלי של הפונקציה :  $f(x) = 6 - x^2$  הוא 6.

**139** הוכח כי הערך המקסימלי של הפונקציה :  $f(x) = 10 - 20x - 2x^2$  הוא 60.

**140** הוכח כי הערך המינימלי של הפונקציה :  $f(x) = 3x^2 + 6x - 14$  הוא -17.

**141** הוכח כי הערך המינימלי של הפונקציה :  $f(x) = \frac{5}{2}x^2 + 10x - 3$  הוא -13.

**142** נתונה הפונקציה :  $f(x) = x^2 + 5x - 10$ .

א. האם יש נקודה על גרף הפונקציה ששיעור ה- $y$  שלה הוא -17? נמק.

ב. האם יש נקודה על גרף הפונקציה ששיעור ה- $y$  שלה הוא -4? נמק.

143) נתונה הפונקציה:  $f(x) = -3x^2 + 15x + 22$ .

- א. האם יש נקודה על גרף הפונקציה ששיעור ה- $y$  שלה הוא 50? נמק.  
ב. האם יש נקודה על גרף הפונקציה ששיעור ה- $y$  שלה הוא 4? נמק.

### פונקציות עם פרמטרים:

144) נתונה הפונקציה:  $y = ax^2 + 2x - 4$ , ( $a$  פרמטר).

- א. מצא את הפרמטר  $a$  אם ידוע כי:  $y'(2) = 6$ .  
ב. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 4$ .

145) נתונה הפונקציה:  $y = 3x^2 + ax + 6$ , ( $a$  פרמטר).

- א. מצא את הפרמטר  $a$  אם ידוע כי  $y'(1) = 8$ .  
ב. מצא את שיפוע המשיק בנקודה  $x = 4$ .

146) נתונה הפונקציה:  $y = ax^3 + 4x$ , ( $a$  פרמטר).

- א. מצא את הפרמטר  $a$  אם ידוע כי  $y'(2) = 10$ .  
ב. מצא את שיפוע המשיק בנקודה  $x = -1$ .

147) נתונה הפונקציה:  $y = (a+1)x^3 + ax + 3$ , ( $a$  פרמטר).

- א. מצא את הפרמטר  $a$  אם ידוע כי  $y'(1) = 7$ .  
ב. מצא את שיפוע המשיק בנקודה  $x = -2$ .

148) נתונה הפונקציה:  $f(x) = kx^3 + 6x + 3$ , ( $k$  פרמטר).

- א. מצא את  $k$  אם ידוע ששיפוע המשיק בנקודה שבה  $x = 1$  הוא 12.  
ב. מצא נקודה נוספת שבה  $f'(x) = 12$ .

149) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3 + (k+1)x + 2$ , ( $k$  פרמטר).

- א. מצא את  $k$  אם ידוע ששיפוע המשיק בנקודה שבה  $x = 2$  הוא 1.  
ב. מצא נקודה נוספת שבה:  $f'(x) = 1$ .

150) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{k}{3}x^3 + 12x^2 + 3$ , ( $k$  פרמטר).

- א. מצא את  $k$  אם ידוע ששיפוע המשיק בנקודה שבה  $x = -1$  הוא 2.  
ב. מצא נקודה נוספת שבה  $f'(x) = 2$ .

**151** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{k}{2}x^2 + 5$ , ( $k$  פרמטר).

- א. מצא את  $k$  אם ידוע ששיפוע המשיק בנקודה שבה  $x=3$  הוא 3.  
ב. מצא נקודה נוספת שבה  $f'(x)=3$ .

**152** הישר:  $y=3x-1$  משיק לפונקציה:  $f(x)=ax^2+5x+7$  בנקודה שבה:  $x=2$ .  
מצא את  $a$ .

**153** הישר:  $y=-\frac{2}{3}x+2$  משיק לפונקציה:  $f(x)=\frac{1}{9}x^3+ax^2+8x-1$  בנקודה שבה:  $x=1$ .  
מצא את ערך הפרמטר  $a$ .

**154** נתונה הפונקציה:  $f(x)=Ax^2+3x+4$ , ( $A$  פרמטר).  
שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x=2$  הוא 7.  
א. מצא את משוואת המשיק.  
ב. הראה כי המשיק עובר בראשית הצירים.

**155** נתונה הפונקציה:  $f(x)=x^3+ax^2+3x$ , ( $a$  פרמטר).  
שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון שלה הוא 3. מצא את  $a$ .

**156** נתונה הפונקציה:  $f(x)=x^2+ax+5$ , ( $a$  פרמטר).  
שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון שלה הוא 3. מצא את  $a$ .

**157** נתונה הפונקציה:  $f(x)=x^3+ax^2-21x+4$ , ( $a$  פרמטר).  
שיעור ה- $x$  של הפונקציה בנקודת המקסימום שלה הוא 1. מצא את  $a$ .

**158** נתונה הפונקציה:  $f(x)=ax^3+\frac{1}{2}x^2-2x+3$ , ( $a$  פרמטר).  
שיעור ה- $x$  של הפונקציה בנקודת המקסימום שלה הוא 1.  
מצא את ערכו של  $a$  והראה שהנקודה היא נקודת מקסימום.

**159** נתונה הפונקציה:  $f(x)=2x^3+ax^2-48x+12$ , ( $a$  פרמטר).  
שיעור ה- $x$  של הפונקציה בנקודת המינימום שלה הוא 2.  
מצא את ערכו של  $a$  והראה שהנקודה היא נקודת מינימום.

## חקירת פונקציה:

**160** סרטט את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים:

1. נקודות חיתוך עם הצירים. 2. נקודות קיצון וקביעת סוג הקיצון. 3. סקיצה.

א.  $f(x) = x^2 - 5x - 6$

ב.  $f(x) = 12x - 3x^2$

ג.  $f(x) = x^3 - 4x^2$

ד.  $f(x) = x^3 - 36x$

ה.  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$

ו.  $f(x) = x(x+4)^2$

ז.  $f(x) = (x-2)(x+6)^2$

ח.  $f(x) = x(x^2 - 12)$

**161** חקור את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים:

1. מציאת תחום הגדרה.

2. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים (במידה ויש).

3. מציאת נקודות קיצון וקביעת סוג הקיצון.

4. כתיבת תחומי עלייה וירידה.

5. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

א.  $f(x) = x(x+6)^2$

ב.  $f(x) = x^2(x-6)$

ג.  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$

ד.  $f(x) = x^4 - 1$

ה.  $f(x) = x^2(x^2 - 8)$

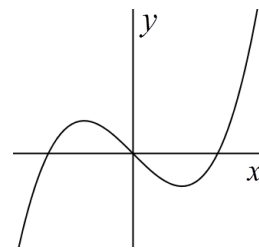
**162** התאם את שלושת הפונקציות לגרפים הבאים:

א.  $f(x) = -x^3 + 6x^2$

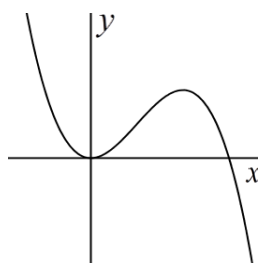
ב.  $f(x) = x^2 - 4$

ג.  $f(x) = x^3 - x$

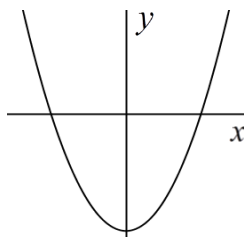
1.



2.

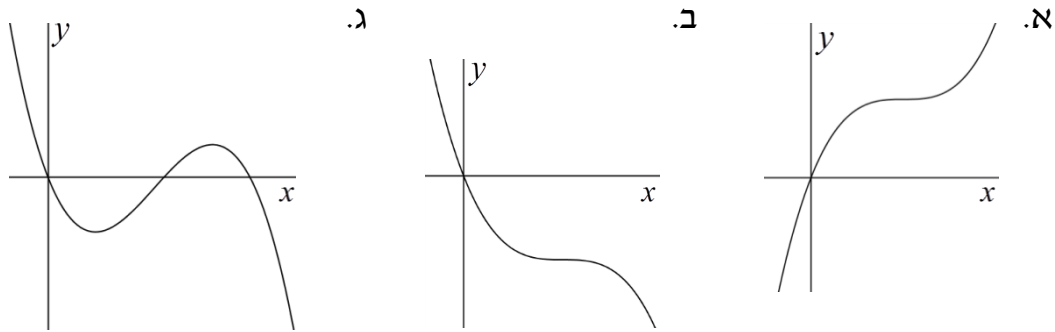


3.



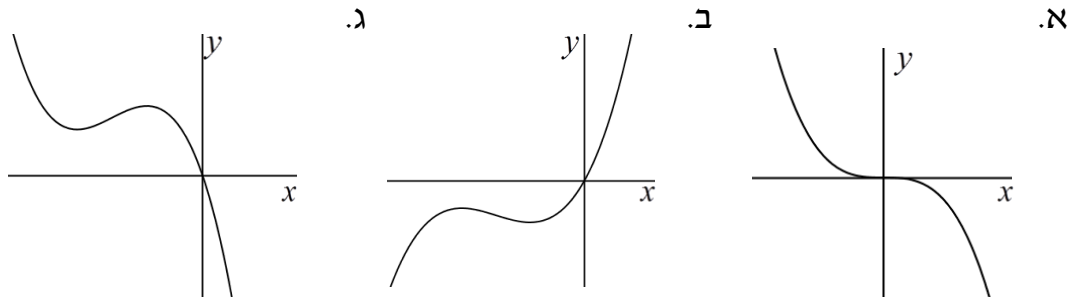
163) נתונה הפונקציה הבאה :  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 25x$ .

קבע ע"י סעיפי חקירה איזו סקיצה מבין שלושת הסקיצות הבאות מתאימה לפונקציה.



164) נתונה הפונקציה הבאה :  $f(x) = 6x^3 + 13x^2 + 8x$ .

קבע ע"י סעיפי חקירה איזו סקיצה מבין שלושת הסקיצות הבאות מתאימה לפונקציה.



165) חקור את הפונקציה :  $f(x) = x^2(x+3)$  לפי הסעיפים הבאים :

- א. תחום הגדרה.
- ב. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
- ג. מציאת נקודות קיצון וקביעת סוגן.
- ד. כתיבת תחומי העלייה והירידה.
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה עם הישרים הבאים :  
 1.  $y = -8$     2.  $y = 2$     3.  $y = 4$     4.  $y = 6$ .

166) חקור את הפונקציה :  $f(x) = x(4x^2 + 9x + 6)$  לפי הסעיפים הבאים :

- א. תחום הגדרה.
- ב. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
- ג. מציאת נקודות קיצון וקביעת סוגן.
- ד. כתיבת תחומי העלייה והירידה.
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה עם הישרים הבאים :  
 1.  $y = -1.5$     2.  $y = -1.25$     3.  $y = -1.1$     4.  $y = 1$ .

167) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3 - 36x$ .

- מהו תחום הגדרה של הפונקציה?
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מצא את נקודות קיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- נתון הישר:  $y = k$ , ( $k$  פרמטר). לאילו ערכים של  $k$ :
  - הישר חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת.
  - הישר חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות.
  - הישר חותך את גרף הפונקציה בשלוש נקודות.

168) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^2(x^2 - 32)$ .

- מהו תחום הגדרה של הפונקציה?
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מצא את נקודות קיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- נתון הישר:  $y = k$ , ( $k$  פרמטר). לאילו ערכים של  $k$ :
  - הישר חותך את גרף הפונקציה בארבע נקודות.
  - הישר חותך את גרף הפונקציה בשלוש נקודות.
  - הישר חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות.
  - הסבר מדוע הישר אינו חותך את הפונקציה בנקודה אחת כלל.

### נקודות קיצון מוחלטות:

169) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^2 - 6x + 10$  בקטע:  $[0; 4]$ .

- מצא את שיעורי נקודות הקצה של תחום ההגדרה.
- מצא את הנקודות שבהן הנגזרת של הפונקציה מתאפסת.
- ציין את נקודות הקיצון המקומיות והמוחלטות של הפונקציה.

170) מצא את נקודות הקיצון המקומיות והמוחלטות של הפונקציות הבאות:

- $f(x) = x^2 - 8x + 20$ ,  $[3; 7]$ .
- $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ ,  $[-1; 5]$ .
- $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x$ ,  $[3; 7]$ .

### קשר בין פונקציה לנגזרת:

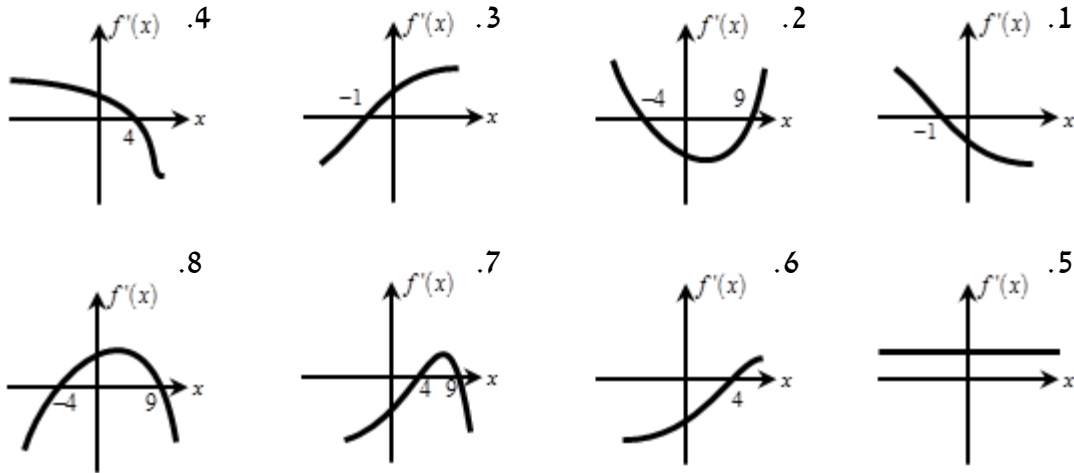
**171** לפניך תכונות של מספר פונקציות. קבע על-סמך כל תכונה את תחומי החיוביות והשליליות של נגזרת הפונקציה:

- א. לפונקציה  $f(x)$  אין נקודות קיצון והיא עולה לכל  $x$ .
- ב. לפונקציה  $f(x)$  אין נקודות קיצון והיא יורדת לכל  $x$ .
- ג. לפונקציה  $y$  נקודת מקסימום ב-  $(4,6)$ .
- ד. לפונקציה  $y$  נקודת מינימום ב-  $(-3,-12)$ .
- ה. לפונקציה  $g(x)$  נקודת קיצון ב-  $(1,15)$  והיא עולה בתחום:  $x > 1$ .
- ו. לפונקציה  $g(x)$  נקודת קיצון ב-  $(3,-2)$  והיא יורדת בתחום:  $x > 3$ .
- ז. לפונקציה  $f(x)$  נקודות קיצון:  $\max(4,2)$ ,  $\min(6,1)$ .
- ח. לפונקציה  $f(x)$  נקודות קיצון:  $\max\left(\frac{1}{3}, 7\right)$ ,  $\min(-3,-8)$ .
- ט. לפונקציה  $y$  נקודות קיצון:  $\min(-4,-8)$ ,  $\max(4,6)$ .
- י. לפונקציה  $y$  נקודות קיצון:  $\max(7,1)$ ,  $\min(14,-1)$ ,  $\max(20,1)$ .

**172** לפניך מספר תכונות של פונקציות וסקיצות של גרפים של הנגזרות שלהן. התאם על סמך התכונות את הפונקציות המתאימות לכל סקיצה.

- א. לפונקציה  $f(x)$  אין נקודות קיצון והיא עולה לכל  $x$ .
- ב. לפונקציה  $f(x)$  נקודת מינימום:  $(4,-2)$ .
- ג. לפונקציה  $f(x)$  נקודת מקסימום:  $(4,-2)$ .
- ד. לפונקציה  $f(x)$  נקודת קיצון:  $(-1,12)$  והיא עולה בתחום:  $x > -1$ .
- ה. לפונקציה  $f(x)$  נקודת קיצון:  $(-1,12)$  והיא עולה בתחום:  $x < -1$ .
- ו. הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$  ויש לה נקודות קיצון שבהן:  $x = 4, 9$ .  
ידוע כי הפונקציה עולה בתחום:  $4 < x < 9$ .
- ז. הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$  ויש לה נקודות קיצון שבהן:  $x = -4, 9$ .  
ידוע כי הפונקציה עולה בתחום:  $x < -4$ ,  $x > 9$ .
- ח. לפונקציה  $f(x)$  נקודות קיצון:  $\min(-4,-12)$ ,  $\max(9,10)$ .

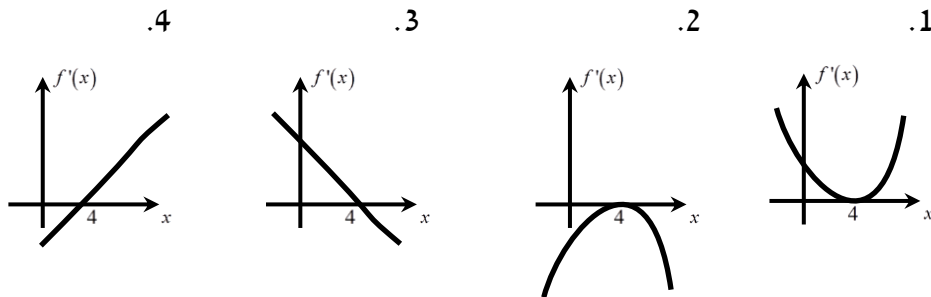




173) לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת מקסימום אחת ובה:  $x=4$ .

א. מה הסימן של  $f'(x)$  עבור:  $x > 4$  ועבור:  $x < 4$ ?

ב. איזה מבין הגרפים 1-4 יכול לתאר את גרף הנגזרת,  $f'(x)$ , של הפונקציה  $f(x)$ ?



### סרטוט גרפים עפ"י תנאים נתונים:

174) הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת בתחום:  $[-2; 4]$  והיא חיובית בכל תחום הגדרתה.

הפונקציה הנגזרת  $f'(x)$  מקיימת את התכונות הבאות:

1.  $f'(x) < 0$  בתחום:  $-2 < x < 1$ .

2.  $f'(x) = 0$  עבור:  $x = 1$ .

3.  $f'(x) > 0$  בתחום:  $1 < x < 4$ .

א. באילו תחומים הפונקציה עולה ויורדת?

ב. סרטט סקיצה של  $f(x)$  אם ידוע כי:  $f(4) = 4, f(-2) = 1$ .

**175** הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת בתחום:  $[-5; 3]$  והיא חיובית בכל תחום הגדרתה.

הפונקציה הנגזרת  $f'(x)$  מקיימת את התכונות הבאות:

1.  $f'(x) < 0$  בתחום:  $0 < x < 3$ .

2.  $f'(x) = 0$  עבור:  $x = 0$ .

3.  $f'(x) > 0$  בתחום:  $-5 < x < 0$ .

א. באילו תחומים הפונקציה עולה ויורדת?

ב. סרטט סקיצה של  $f(x)$  אם ידוע כי:  $f(3) = 5, f(-5) = 2$ .

**176** הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת בתחום:  $0 \leq x \leq 14$ .

הנגזרת  $f'(x)$  של הפונקציה מקיימת את התכונות הבאות:

1.  $f'(x) < 0$  בתחום:  $0 < x < 6, 10 < x < 14$ .

2.  $f'(6) = f'(10) = 0$ .

3.  $f'(x) > 0$  בתחום:  $6 < x < 10$ .

א. באילו תחומים הפונקציה עולה ויורדת?

ב. סרטט סקיצה של  $f(x)$  אם ידוע כי:  $f(14) = 5, f(0) = 3$ .

**177** סרטט סקיצה של הפונקציה  $f(x)$  בתחום:  $0 \leq x \leq 10$  המקיימת:

1.  $f(0) = 5, f'(3) = 0$ .

2.  $f'(x) < 0$  עבור:  $0 \leq x < 3$  ו-  $f'(x) > 0$  עבור:  $3 < x < 8$ .

3.  $f'(x) = 0$  עבור:  $8 \leq x \leq 10$ .

## שאלות מתוך מאגר משרד החינוך – פונקציה פולינומית:

178 א. מצא את משוואת המשיק לפונקציה:  $y = x^3$  בנקודה (2,8).  
ב. הראה שהמשיק שמצאת בסעיף א' חותך את גרף הפונקציה  $y = x^3$  בנקודה נוספת שבה:  $x = -4$ .

179 א. מצא את משוואת המשיק לפרבולה  $y = x^2$  בנקודה שבה:  $x = 4$ .  
ב. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.

180 א. הישר  $y = 3$  חותך את הפרבולה  $y = 19 - x^2$  בשתי נקודות.  
מצא את המשוואות של המשיקים לפרבולה בנקודות החיתוך עם הישר.  
ב. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים שמצאת בסעיף א'.

181 נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2x - x^2$ . ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה  $A(2,0)$   
מאונך לישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה B.  
א. מצא את שיעורי הנקודה B.  
ב. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה B.

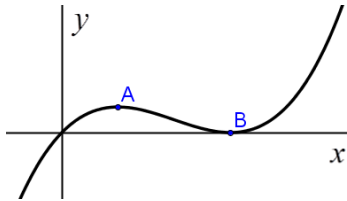
182 נתונה הפונקציה:  $y = \frac{x^3}{3} - x^2 - 2x$ .  
עבור אילו ערכים של  $x$  ערך הנגזרת של הפונקציה הנתונה שווה ל-1?

183 נתונה הפונקציה:  $y = x^3 - 7x + 1$ . לגרף הפונקציה מעבירים שני משיקים, ששיפוע כל אחד מהם הוא 5. מצא את נקודת ההשקה לגרף הפונקציה של כל אחד מהמשיקים אלה.

184 נתונה הפונקציה:  $y = x^3 - x^2 - 5x$ .  
א. מצא באילו נקודות מתאפסת הנגזרת של הפונקציה.  
ב. קבע את סוגן של הנקודות שמצאת בסעיף א' (מינימום, מקסימום, לא מינימום ולא מקסימום).  
ג. רשום שיעורי נקודה שבה הפונקציה יורדת.

**185** נתונה הפונקציה:  $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x$ .

- א. מצא את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.  
 ב. באילו תחומים הפונקציה עולה, ובאילו תחומים היא יורדת?



**186** הציור שלפניך מתאר את גרף הפונקציה:  $y = x(x-1)^2$ .

- לפונקציה מקסימום מקומי בנקודה A ומינימום מקומי בנקודה B.  
 א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.  
 ב. עבור אילו ערכי  $k$  הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה בשלוש נקודות?  
 ג. עבור אילו ערכי  $k$  הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות?  
 ד. עבור אילו ערכי  $k$  הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?

**187** נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 3$ .

- א. מצא את הנקודה שעבורה:  $f'(x) = 0$ .  
 ב. הראה שהנקודה שמצאת בסעיף א' איננה נקודת קיצון.

**188** נתונה הפונקציה:  $y = x(x^2 - 3)$ .

- א. מצא את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.  
 ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

**189** הפונקציה:  $y = x^3 - 2x^2 + 5$  מוגדרת בתחום הסגור:  $[0; 5]$ .

מצא את נקודות הקיצון המקומיות והמוחלטות של הפונקציה.

**190** נתונה הפונקציה:  $y = x^3 - 3x^2 + 5$  בקטע הסגור:  $\left[-\frac{1}{2}; 4\right]$ .

- א. מצא את המקסימום המוחלט ואת המינימום המוחלט של הפונקציה בקטע הסגור.  
 ב. האם לפונקציה  $f(x)$  הנתונה יש בקטע  $\left[-\frac{1}{2}; 4\right]$  נקודת מקסימום מקומי שאינה מקסימום מוחלט? נמק.

**191** לפונקציה:  $f(x) = x^3 + Ax^2 + x$  (A פרמטר) יש נקודת קיצון ב- $x = 1$ .

מצא את A והראה שלפונקציה יש מינימום בנקודה  $x = 1$ .

192 נתונה הפונקציה:  $y = \frac{x^3}{3} + Ax^2$ , (A פרמטר), ונתון כי יש לה מקסימום כאשר:  $x = -6$ .

- א. חשב את ערכו של A.  
 ב. חשב את שיפוע המשיק לפונקציה זו בנקודה שבה:  $x = 1$ .

193 נתונה הפונקציה:  $y = x^3 + 3ax + 3$ : המוגדרת לכל  $x$ , (a פרמטר).

- א. הראה שלפונקציה זו אין נקודת קיצון כאשר:  $a > 0$ .  
 ב. הראה שלפונקציה זו אין נקודת קיצון גם כאשר:  $a = 0$ .

194 נתונה הפונקציה:  $y = Ax^3 - x^2 - 2x$ , (A פרמטר).

ידוע כי שיפוע הישר המשיק לגרף של פונקציה זו בנקודה  $x = 3$  הוא 1.

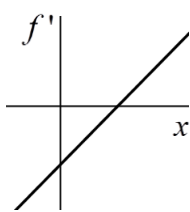
- א. חשב את הערך של A.  
 ב. מצא נקודה נוספת שבה המשיק לגרף הפונקציה יוצר זווית בת  $45^\circ$  עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.

195 לפונקציה f יש נקודת קיצון אחת בלבד.

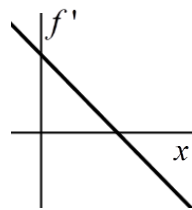
נקודת המקסימום של הפונקציה f היא ב- $x = 1$ .

א. מהו הסימן של פונקציה הנגזרת f' עבור  $x > 1$ ?

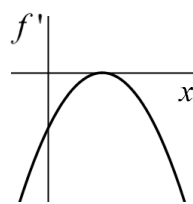
ב. איזה מבין הגרפים 1-4 יכול לתאר את גרף הנגזרת f' של הפונקציה f? נמק.



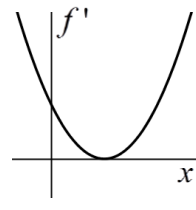
גרף 1



גרף 2



גרף 3



גרף 4

196) הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת בתחום:  $0 \leq x \leq 12$ .

הנגזרת  $f'(x)$  של הפונקציה מקיימת את התנאים:

$$0 \leq x < 3 \quad \text{עבור} \quad f'(x) < 0$$

$$f'(3) = 0$$

$$3 < x < 7 \quad \text{עבור} \quad f'(x) > 0$$

$$f'(7) = 0$$

$$7 < x \leq 12 \quad \text{עבור} \quad f'(x) < 0$$

א. באילו תחומים הפונקציה  $f(x)$  יורדת?

ב. סרטט סקיצה של  $f(x)$  אם נתון גם ש- $f(0) = 5$  ו- $f(12) = 3$ .

197) הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת בתחום:  $0 \leq x \leq 5$  וחיובית בכל תחום הגדרתה.

הפונקציה הנגזרת  $f'(x)$  מקיימת:

$$0 \leq x < 2 \quad \text{עבור} \quad f'(x) < 0$$

$$x = 2 \quad \text{עבור} \quad f'(x) = 0$$

$$2 \leq x \leq 5 \quad \text{עבור} \quad f'(x) > 0$$

א. באיזה תחום הפונקציה עולה?

ב. באיזה תחום הפונקציה יורדת?

ג. סרטט סקיצה של  $f(x)$  אם:  $f(0) = 7$  ו- $f(5) = 4$ .

198) סרטט גרף של  $f(x)$  בתחום:  $0 \leq x \leq 8$  המקיימת:

$$f(0) = 3$$

$$0 \leq x < 3 \quad \text{עבור} \quad f'(x) < 0$$

$$f'(3) = 0$$

$$3 < x < 5 \quad \text{עבור} \quad f'(x) > 0$$

$$x \geq 5 \quad \text{עבור} \quad f'(x) = 0$$

## תשובות סופיות:

1 א.  $y' = 3x^2$  ב.  $y' = 4x^3$  ג.  $y' = 2x$

א.  $y' = 6x$  ב.  $y' = 2x^3$  ג.  $y' = -2x^2$  ד.  $y' = \frac{5}{3}x^4$

א.  $y' = 5x^4 - 4x^2 + 8$  ב.  $f'(x) = -8x^3 + 12x$  ג.  $f'(x) = 5x^4 - 8x + 8$

ד.  $y' = x^2 - 5x - 2$  ה.  $y' = 2x^2 - \frac{5}{3}$  ו.  $f'(x) = 8x - 16$

א.  $y' = 9x^2 - 18x$  ב.  $f'(x) = -12x^2 + 6x + 4$

2 א. 4 ב. -8 3 א. 2 ב. 14 ג. 0 4 א. (3,6), (2,6) ב.  $y = -x + 9$ ,  $y = x + 4$  ג. (2.5, 6.5)

5 א.  $y = 2.5$  6 א.  $y = -2x - \frac{1}{6}$  7 א.  $y = 9x - 27$  8 א. (-2, 0) ב.  $y = 12x + 24$

9 א. (-2, 0), (-1, 0), (0, 0) ב.  $y = -x - 1$ ,  $y = 2x$ ,  $y = 2x + 4$

10 א.  $y = -4x + 3$  ב.  $(\frac{3}{4}, 0)$ , (0, 3) 11 א.  $y = 10x - 30$ ,  $y = x - 3$

12 א. (3, 0), (0, 0) ב. 6, -6 ג.  $y = 6x - 18$ ,  $y = -6x$  ד. (1.5, -9) ה.  $13\frac{1}{2}$

13 א. (-1, 0), (2, -6) 14 א. (-2, 8), (2, -16), (0, 0) 15 א. (1, -3)

16 א.  $y = 2x + 1$ ,  $y = 2x - 3$  17 א.  $(\frac{7}{6}, \frac{2051}{216})$ ,  $(-1, 4\frac{1}{2})$  ב.  $y = 7x + \frac{287}{216}$ ,  $y = 7x + 11.5$

18 א.  $y = 2x - 8$  19 א.  $y = -x + 4$  20 א.  $y = 4x + 5$  21 א.  $y = x - 4\frac{1}{2}$ , B  $(3, -1\frac{1}{2})$

22 א.  $y = 2x$ ,  $y = 2x + 1\frac{1}{3}$  23 א.  $y = x - 13.5$ ,  $y = x + 7\frac{1}{3}$  24 א. (1, -3) ב.  $y = -x - 2$

25 א. (1, -2), (-1, 0), (0, 0) ב.  $y = x$ ,  $y = x - 1$  26 א.  $y = 3x - 2$

27 א.  $\max(-2, 3\frac{1}{3})$ ,  $\min(1, -1\frac{1}{6})$  עולה:  $x < -2$  או  $x > 1$ , יורדת:  $-2 < x < 1$

ב.  $\max(-2, 16)$ ,  $\min(2, -16)$  עולה:  $x < -2$  או  $x > 2$ , יורדת:  $-2 < x < 2$

ג.  $\max(1, 1\frac{1}{3})$ ,  $\min(5, -9\frac{1}{3})$  עולה:  $x > 5$  או  $x < 1$ , יורדת:  $1 < x < 5$

ד.  $\max(0, 0)$ ,  $\min(2, -19.2)$  עולה:  $x < 0$ ,  $x > 2$ , יורדת:  $0 < x < 2$

ה.  $\min(1, -4)$ ,  $\max(3, 0)$  עולה:  $1 < x < 3$ , יורדת:  $x > 3$  או  $x < 1$

ו. עולה לכל  $x$  ז. עולה לכל  $x$

(28) א.  $a = -2$  ב.  $-16$  . (29) א.  $k = -1$  ב.  $(1,1)$  .

(30) א.  $y = 4x - 6$  ב.  $(0, -6)$ ,  $(1\frac{1}{2}, 0)$  . ג.  $(-\frac{2}{3}, \frac{22}{27})$  .

(31) א.  $K = -5$  ב.  $y = x - 9$  . (32) א.  $a = 1$  (33)  $y = 5x - 19$  (34) א.  $A = -4$  ב.  $y = 5$  .

(35) א.  $A = -3$  ב.  $B = 1$  . (36) א.  $A = -\frac{2}{3}$  (37)  $(3, -45)$ ,  $a = 1$  (38) כן,  $\min(1, -1\frac{2}{3})$  .

(39) ב.  $y = 36x + 44$  .

(40) א. 1. כל  $x$  2.  $(-1, 0)$ ,  $(0, 0)$  3.  $\min(-\frac{1}{3}, -\frac{4}{27})$ ,  $\max(-1, 0)$  .

4. עולה:  $x < -1$  או  $x > -\frac{1}{3}$  יורדת:  $-1 < x < -\frac{1}{3}$  .

ב. 1. כל  $x$  2.  $(3, 0)$ ,  $(0, 0)$  3.  $\min(1, -4)$ ,  $\max(3, 0)$  .

4. עולה:  $1 < x < 3$  יורדת:  $x < 1$  או  $x > 3$  .

ג. 1. כל  $x$  2.  $(0, -8)$ ,  $(-2, 0)$ ,  $(2, 0)$  3.  $\min(-\frac{2}{3}, -\frac{256}{27})$ ,  $\max(2, 0)$  .

(41) א. כל  $x$  ב.  $(0, 0)$  .

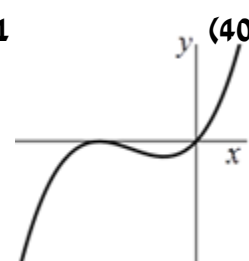
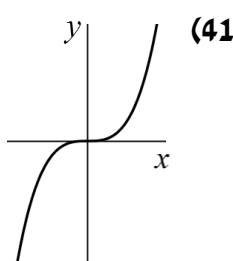
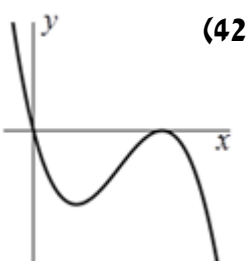
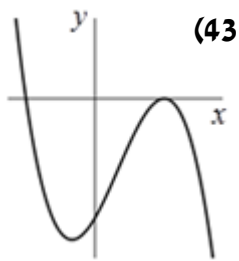
(42) א. כל  $x$  ב.  $(0, 0)$ ,  $(3, 0)$  ג.  $\min(1, -4)$ ,  $\max(3, 0)$  .

ד. עולה:  $1 < x < 3$  יורדת:  $x < 1$ ,  $x > 3$  .

(43) א. כל  $x$  ב.  $(0, -8)$ ,  $(-2, 0)$ ,  $(2, 0)$  ג.  $\min(-\frac{2}{3}, -\frac{256}{27})$ ,  $\max(2, 0)$  .

ד. עולה:  $-\frac{2}{3} < x < 2$  יורדת:  $x < -\frac{2}{3}$ ,  $x > 2$  .

### סקיצות לשאלות 40-43:



(44)  $\max(2, 29)$  מוחלט,  $\min(-3, -26)$  מוחלט,  $\min(0, 1)$  מקומי,  $\max(-1, 2)$  מקומי .

(45)  $\max(-3, 18)$  מוחלט,  $\min(2, -2)$  מוחלט,  $\min(-1, -2)$  מוחלט,  $\max(1, 2)$  מקומי .

(46) א.  $y' = 2x$  ב.  $y' = 3x^2$  ג.  $y' = 4x^3$  ד.  $f'(x) = 5x^4$  ה.  $y' = 6x$  ו.  $f'(x) = 15x^2$  .

ז.  $g'(x) = 24x^3$  ח.  $y' = -6x^2$  ט.  $y' = 2x^3$  י.  $f'(x) = -2x^2$  יא.  $y' = x^4$  יב.  $y' = -3x^3$  .



$$y' = -\frac{8}{3}x \text{ ז. } f'(x) = -x \text{ טו. } g'(x) = \frac{1}{2}x^2 \text{ טו. } y' = \frac{1}{2}x^5 \text{ יד. } y' = \frac{5}{3}x^4 \text{ יג.}$$

$$\text{יח. } y' = -2x^2 \text{ יט. } f'(x) = \frac{3}{2}x^4 \text{ כ. } g'(x) = 4x^6.$$

$$(47) \text{ א. } y' = 3ax^2 \text{ ב. } y' = -4mx^3 \text{ ג. } y'(x) = bx^2 \text{ ד. } f'(x) = cx \text{ ה. } y' = 6 \text{ ו. } f'(x) = 4$$

$$\text{ז. } g'(x) = 1 \text{ ח. } y' = -\frac{2}{5} \text{ ט. } y' = 0 \text{ י. } f'(x) = 0 \text{ יא. } g'(x) = 0 \text{ יב. } y' = 0$$

$$(48) \text{ א. } y' = 3x^2 + 4x - 1 \text{ ב. } y' = 4x + 4 \text{ ג. } y' = 10x - 3 \text{ ד. } y' = -4x + 5 \text{ ה. } y' = 2x + 2$$

$$\text{ו. } y' = 2x + 5 \text{ ז. } y' = -2x - 3 \text{ ח. } y' = 4x^3 + 5 \text{ ט. } y' = 30x^4 - 3x^2 \text{ י. } y' = -12x^3 + 2$$

$$\text{יא. } y' = 3ax^2 \text{ יב. } f'(x) = 5x^4 + 6x \text{ יג. } y' = 42x^6 + 20x^3 \text{ יד. } y' = 5 \text{ טו. } y' = 4$$

$$\text{זו. } y' = -3$$

$$(49) \text{ א. } y' = 4x^4 - \frac{6}{5}x^2 \text{ ב. } y' = x + 4 \text{ ג. } y'(x) = \frac{1}{3}x - 3 \text{ ד. } f'(x) = 8x - 2$$

$$\text{ה. } y' = 21x^2 + \frac{1}{2}x - 5 \text{ ו. } g'(x) = x^2 + x + a \text{ ז. } y' = x + 5 \text{ ח. } y' = 3ax^2 + x - 1$$

$$\text{ט. } y' = 6x^3 - 4x^2 + \frac{2a}{3}x \text{ י. } y' = 12x^3 - \frac{1}{a}$$

$$(50) \text{ א. } f'(x) = 2(x+2) \text{ ב. } h'(x) = 6(3x-2) \text{ ג. } y' = 2x - 5 \text{ ד. } y' = 6x^2 + 4x$$

$$\text{ה. } y' = -12x^3 + 36x^2 \text{ ו. } f'(x) = 4(2x-1) \text{ ז. } y'(x) = 8(4x+a) \text{ ח. } y' = 4x^2 - \frac{32}{3}x + \frac{16}{3}$$

$$\text{ט. } y' = m^2x^3 - 6mx^2 + 8x$$

$$(51) \text{ א. } -4 \text{ ב. } 8 \text{ ג. } 8 \text{ ד. } 11 \text{ ה. } 4 \text{ ו. } \frac{1}{3} \text{ ז. } 2$$

$$(53) \text{ א. } -1 \text{ ב. } 44 \text{ ג. } 71 \text{ ד. } 8 \text{ ה. } 2\frac{3}{4} \text{ ו. } \frac{4}{3}$$

$$(54) \text{ א. } f'(x) = 2x + 5 \text{ ב. } f'\left(\frac{1}{4}\right) = 5\frac{1}{2} \text{ ג. } f'(-5) = -5, f'(3) = 11, f'(0) = 5, f'(2) = 9$$

$$(55) \text{ א. } 0 \text{ ב. } 1 \text{ ג. } 40 \text{ ד. } 12 \text{ ה. } f'(2) = 12 \text{ ו. } f'(0) = 0 \text{ ז. } f'(-1) = -1.5$$

$$(57) \text{ א. } 0 \text{ ב. } -1 \text{ ג. } -3 \text{ ד. } -2 \text{ ה. } 0 \text{ ו. } \text{לא יורדת ולא עולה ג. } 2 \text{ עולה.}$$

$$(59) \text{ א. } 11 \text{ ב. } -1 \text{ ג. } 2 \text{ ד. } 2 \text{ ה. } 60 \text{ ו. } \text{עולה ב. עולה ג. יורדת ד. יורדת.}$$

$$(61) \text{ א. יורדת ב. יורדת ג. עולה ד. עולה. } 62 \text{ ו. א. עולה ב. יורדת ג. יורדת ד. עולה.}$$

$$(63) \text{ א. יורדת ב. יורדת ג. עולה ד. יורדת.}$$

$$(64) \text{ א. } h(0) = -\frac{1}{5}, h(1) = \frac{1}{5}, h(-2) = \frac{7}{5}, h\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{7}{45}$$

$$\text{ב. } h'(0) = 0, h'(1) = \frac{4}{5}, h'(-2) = -\frac{8}{5}, h'\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{4}{15}$$



(105)  $(-5, \frac{5}{6}), (0, 0)$  (106)  $(0, \frac{7}{6})$  (107)  $(1, 0)$  (108)  $(-1, 0)$  (109)  $(3, -9)$  ב.  $(-4, -7)$

ג.  $(2.5, 39)$  ד.  $(24, -138)$  ה.  $(1, -11), (-1, 13)$  ו.  $(1, 10)$

(110)  $(-3, -24)$  (111)  $(-4, 148), (4, -108)$  (112)  $y = 9x - 1$  (113)  $y = -x - \frac{4}{27}, y = -x$

(114)  $y = -\frac{256}{27}, y = 0$  (115)  $y = 2x - 9, y = 2x + 4\frac{1}{2}$  (116)  $y = -2x - 17, y = -2x + 10$

(117)  $y = 4x - 4, y = 4x + \frac{148}{27}$  (118)  $y = 9$  (119)  $y = 54, y = -54$  (120)  $y = -\frac{163}{16}$

(121)  $y = -\frac{97}{6}, y = \frac{11}{6}$  (122)  $y = x - 76\frac{2}{3}, y = x + 8\frac{2}{3}$  (123)  $y = x$

(124)  $y = x - 18\frac{2}{3}, y = x + 2\frac{1}{6}$

(125) א.  $\min(3, -9)$  ב.  $\max(2\frac{1}{2}, 6\frac{1}{4})$  ג.  $\min(\frac{1}{6}, -\frac{1}{12})$  ד.  $\max(3, 14)$  ה.  $\min(2, 1)$

ו.  $\max(3, 10)$  ז.  $\min(2, -1)$  ח.  $\max(1, 1), \min(0, 0)$

ט.  $\max(2, 8), \min(4, 4)$  י.  $\max(-5, 250), \min(5, -250)$

יא.  $\min(\frac{1}{3}, -5\frac{19}{54}), \max(-2, 1)$  יב.  $\max(0, 0), \min(\frac{8}{9}, -\frac{256}{243})$  יג.  $\min(-5, -16\frac{1}{2})$

יד.  $\max(-2, 9)$  יו.  $\max(1\frac{1}{2}, 1\frac{5}{6})$  יז.  $\min(3, -13\frac{1}{2}), \max(-2, 7\frac{1}{3})$

יח.  $\min(\frac{2}{3}, -\frac{22}{27}), \max(-1, 1.5)$  יט.  $\min(4, -11\frac{2}{3}), \max(0, -1)$

יט.  $\max(2, 4\frac{4}{7}), \min(-2, -4\frac{4}{7})$  כ.  $\max(5, 25), \min(-\frac{5}{3}, -\frac{125}{27})$

כא.  $\min(4, -29), \max(-\frac{1}{2}, \frac{11}{8})$  כב.  $\min(1, -3)$

כג.  $\min(4, -128), \min(-1, -3), \max(0, 0)$  כד.  $\min(2, 0), \max(1, 1), \min(0, 0)$

(126) א.  $x = 2.5$  ב. עולה:  $x < 2.5$ , יורדת:  $x > 2.5$

(127) א.  $x = 1, 7$  ב. עולה:  $x < 1$  או  $x > 7$ , יורדת:  $1 < x < 7$

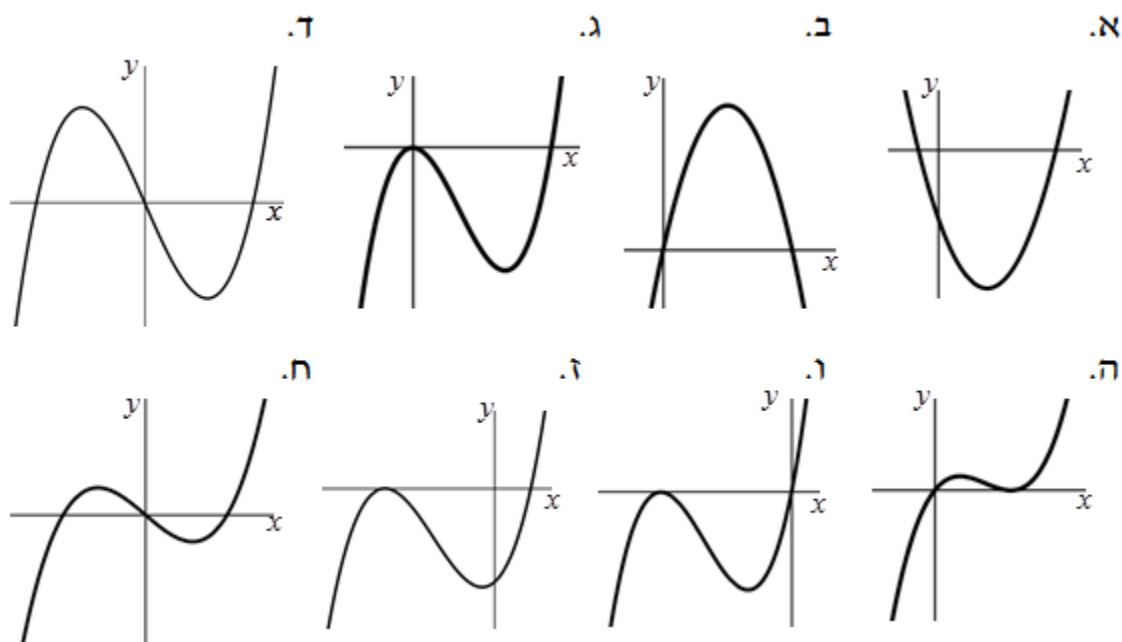
(128) א.  $\max(-2, 16), \min(2, -16)$  ב. עולה:  $x < -2$  או  $x > 2$ , יורדת:  $-2 < x < 2$

(129) א. עולה:  $1 < x < 3$ , יורדת:  $x > 3$  או  $x < 1$  ב. עולה:  $x = 2$ , יורדת:  $x = 0, 4$

(130) א.  $(-2, -63)$  (131) א.  $(1, 1\frac{5}{6})$  (132) א.  $(6, -216)$

- 133 א.  $\min(5, -25), \max(1, 7)$  ב. עולה:  $x < 1$  או  $x > 5$ , יורדת:  $1 < x < 5$ .
- 142 א. לא ב. כן. א. לא ב. כן. 143 א. לא ב. כן. 144 א.  $a = 1$  ב. 10. א.  $a = 2$  ב. 26.
- 146 א.  $a = \frac{1}{2}$  ב. 5.5. א.  $a = 1$  ב. 25. א.  $k = 2$  ב.  $(-1, -5)$ .
- 149 א.  $k = -12$  ב.  $(-2, 16)$  א.  $k = 26$  ב.  $\left(\frac{1}{13}, \frac{1559}{507}\right)$ .
- 151 א.  $k = -2$  ב.  $\left(-1, 3\frac{2}{3}\right)$  א.  $a = -\frac{1}{2}$  ב.  $a = -4.5$  152
- 154 א.  $y = 7x$  א. 5 155 א.  $a = -6$  156 א.  $a = -9$  157 א. 1 158 א. 6 159
- 160 א. 1.  $(-1, 0), (6, 0), (0, -6)$  2.  $\min(2.5, -12.25)$
- ב. 1.  $(4, 0), (0, 0)$  2.  $\max(2, 12)$
- ג. 1.  $(4, 0), (0, 0)$  2.  $\max(0, 0)$  3.  $\min\left(\frac{8}{3}, -\frac{256}{27}\right)$
- ד. 1.  $(-6, 0), (6, 0), (0, 0)$  2.  $\min(\sqrt{12}, -48\sqrt{3})$ ,  $\max(-\sqrt{12}, 48\sqrt{3})$
- ה. 1.  $(2, 0), (0, 0)$  2.  $\min(2, 0)$  3.  $\max\left(\frac{2}{3}, \frac{32}{27}\right)$
- ו. 1.  $(-4, 0), (0, 0)$  2.  $\max(-4, 0)$  3.  $\min\left(-\frac{4}{3}, -\frac{256}{27}\right)$
- ז. 1.  $(0, -72), (-6, 0), (2, 0)$  2.  $\max(-6, 0)$  3.  $\min\left(-\frac{2}{3}, -75\frac{23}{27}\right)$
- ח. 1.  $(-\sqrt{12}, 0), (\sqrt{12}, 0), (0, 0)$  2.  $\max(-2, 16), \min(2, -16)$

סקיצות לשאלה 160:



161 א. 1. כל  $x$  2.  $(-6,0), (0,0)$  3.  $\min(-2, -32), \max(-6, 0)$

4. עולה:  $x > -2$  או  $x < -6$  יורדת:  $-6 < x < -2$

ב. 1. כל  $x$  2.  $(0,0), (6,0)$  3.  $\min(4, -32), \max(0, 0)$

4. עולה:  $x > 4$  או  $x < 0$  יורדת:  $0 < x < 4$

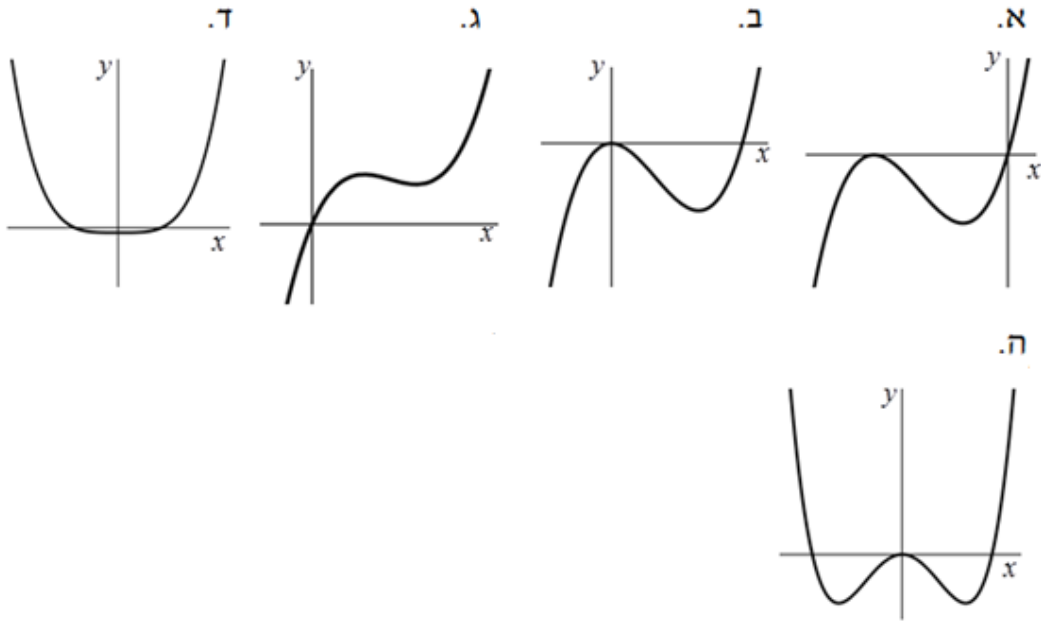
ג. 1. כל  $x$  2.  $(0,0)$  3.  $\min(4, 16), \max(2, 20)$  4. עולה:  $x > 4$  או  $x < 2$  יורדת:  $2 < x < 4$

ד. 1. כל  $x$  2.  $(-1,0), (1,0)$  3.  $\min(0, -1)$  4. עולה:  $x > 0$  יורדת:  $x < 0$

ה. 1. כל  $x$  2.  $(-\sqrt{8}, 0), (\sqrt{8}, 0), (0,0)$  3.  $\min(-2, -16), \max(0, 0), \min(2, -16)$

4. עולה:  $-2 < x < 0$  או  $x > 2$  יורדת:  $x < -2$  או  $0 < x < 2$

סקיצות לשאלה 161:



162 א. 2 ב. 3 ג. 1 א. 163 א. 164 ב.

165 א. כל  $x$  ב.  $(-3,0), (0,0)$  ג.  $\max(-2,4), \min(0,0)$  ד. עולה:  $x < -2$  או  $x > 0$

יורדת:  $-2 < x < 0$  . 1. 1. 2. 3. 3. 2. 1. 4. 1.

166 א. כל  $x$  ב.  $(0,0)$  ג.  $\max(-1,-1), \min(-\frac{1}{2}, -\frac{5}{4})$  ד. עולה:  $x < -1$  או  $x > -\frac{1}{2}$

יורדת:  $-1 < x < -\frac{1}{2}$  . 1. 1. 2. 2. 3. 3. 1. 4. 1.

167 א. כל  $x$  ב.  $(-6,0), (6,0), (0,0)$  ג.  $\max(-\sqrt{12}, 48\sqrt{3}), \min(\sqrt{12}, -48\sqrt{3})$

ד. עולה:  $x > \sqrt{12}$  או  $x < -\sqrt{12}$  יורדת:  $-\sqrt{12} < x < \sqrt{12}$

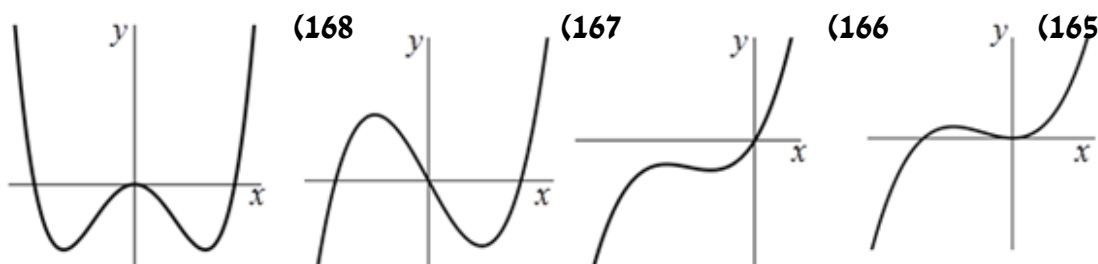
ו. 1.  $k < -48\sqrt{3}, k > 48\sqrt{3}$  2.  $k = \pm 48\sqrt{3}$  3.  $-48\sqrt{3} < k < 48\sqrt{3}$

168 א. כל  $x$  ב.  $(-\sqrt{32},0), (\sqrt{32},0), (0,0)$  ג.  $\min(-4,-256), \min(4,-256), \max(0,0)$

ד. עולה:  $-4 < x < 0$  או  $x > 4$  יורדת:  $0 < x < 4$  או  $x < -4$

ו. 1.  $-256 < k < 0$  2.  $k = 0$  3.  $k = -256$  4. אף  $k$

סקיצות לסעיפי ה' בשאלות 165-168:



169 א.  $(4,2), (0,10)$  ב.  $(3,1)$  ג.  $\max(0,10)$  מוחלט,  $\min(3,1)$  מוחלט.

170 א.  $\max(7,13)$  מוחלט,  $\min(4,4)$  מוחלט.

ב.  $\min(-1,-16)$  מוחלט,  $\max(1,4)$  מקומי,  $\min(3,0)$  מקומי,  $\max(5,20)$  מוחלט.

ג.  $\min(5,-25)$  מוחלט,  $\max(7,7)$  מוחלט.

171 א. חיובית לכל  $x$  ב. שלילית לכל  $x$  ג. חיובית:  $x < 4$ , שלילית:  $x > 4$

ד. חיובית:  $x > -3$ , שלילית:  $x < -3$  ה. חיובית:  $x > 1$ , שלילית:  $x < 1$

ו. חיובית:  $x < 3$ , שלילית:  $x > 3$  ז. חיובית:  $x < 4, x > 6$ , שלילית:  $4 < x < 6$

ח. חיובית:  $-3 < x < \frac{1}{3}$ , שלילית:  $x < -3, x > \frac{1}{3}$

ט. חיובית:  $-4 < x < 4$ , שלילית:  $x < -4, x > 4$

י. חיובית:  $x < 7, 14 < x < 20$ , שלילית:  $7 < x < 14, x > 20$

172 א. 5 ב. 6 ג. 4 ד. 3 ה. 1 ו. 7 ז. 2 ח. 8

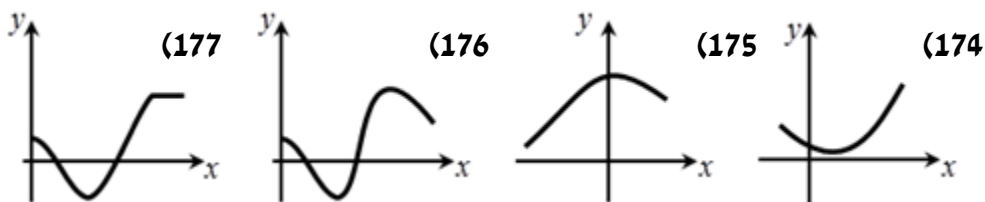
173 א. חיובית:  $x < 4$ , שלילית:  $x > 4$  ב. 3

174 א. עולה:  $1 < x < 4$ , יורדת:  $-2 < x < 1$

175 עולה:  $-5 < x < 0$ , יורדת:  $0 < x < 3$

176 עולה:  $6 < x < 10$ , יורדת:  $10 < x < 14$  או  $0 < x < 6$

סקיצות לשאלות 174-177:



178 א.  $y = 12x - 16$  ב.  $y = 8x - 16$  א.  $(0, -16), (2, 0)$

180 א.  $y = -8x + 35, y = 8x + 35$  ב.  $(0, 35)$  א.  $B\left(\frac{3}{4}, \frac{15}{16}\right)$  ב.  $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{16}$

182  $x = -1, x = 3$  א.  $(-2, 7), (2, -5)$  183

184 א.  $(-1, 5), \left(1\frac{2}{3}, -\frac{175}{27}\right)$  ב.  $\max(-1, 5), \min\left(1\frac{2}{3}, -\frac{175}{27}\right)$  ג. כל נקודה בתחום:  $-1 < x < 1\frac{2}{3}$

185 א.  $\min\left(2, -3\frac{1}{3}\right), \max\left(-1, 1\frac{1}{6}\right)$  ב. עולה:  $x < -1$  או  $x > 2$ , יורדת:  $-1 < x < 2$ .

186 א.  $A\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{27}\right), B(1, 0)$  ב.  $0 < k < \frac{4}{27}$  ג.  $k = 0$  או  $k = \frac{4}{27}$  ד.  $k > \frac{4}{27}$  או  $x < 0$ .

187 א.  $(-1, 2)$  א. 188  $\min(1, -2), \max(-1, 2)$ .

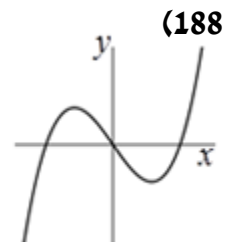
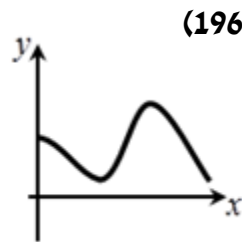
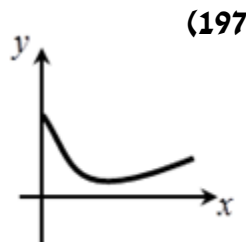
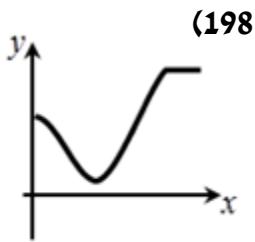
189  $\max(0, 5)$  מקומי,  $\min\left(\frac{4}{3}, \frac{103}{27}\right)$  מקומי,  $\max(5, 80)$  מוחלט.

190 א.  $\max(4, 21)$  מוחלט,  $\min(2, 1)$  מוחלט ב. כן,  $(0, 5)$  א. 191  $A = -2$ .

192 א.  $A = 3$  ב. 7 א. 194  $A = \frac{1}{3}$  ב.  $\left(-1, \frac{2}{3}\right)$  א. 195  $f'(x) < 0$  ב. גרף 2.

196 א.  $7 < x \leq 12$  או  $0 \leq x < 3$  א. 197  $2 < x \leq 5$  ב.  $0 \leq x < 2$ .

### סקיצות לשאלות גרפיות:





## פרק 4 - חשבון דיפרנציאלי - פונקציה רציונאלית:

- בסרטון זה מופיע הסבר כללי על הפונקציה הרציונאלית ותבניתה.

### חישוב נגזרות:

(1) בסרטון זה מופיעים חוקי הגזירה של פונקציה רציונאלית.

גזור את הפונקציות הבאות:

$y = -\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{x}$	ג.	$y = -\frac{6}{x}$	ב.	$y = \frac{5}{x}$	א.
$y = \frac{7x-8}{x}$	ו.	$y = 3x^2 - 2x + \frac{1}{x}$	ה.	$y = \frac{1}{3x} + 2$	ד.
$y = \frac{4x^2 - 5x - 3}{x^2}$	ט.	$y = \frac{2}{x^2}$	ח.	$y = \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x}$	ז.

### מציאת שיפוע ומשוואת משיק כאשר נתונה הנקודה:

(2) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{3}{x}$  חשב את ערך הנגזרת בנקודה  $x = 3$ .

(3) נתונות הפונקציה:  $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x}$  הישר:  $y = 3$  חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות.

- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה והישר.
- מצא את משוואות המשיקים לפונקציה  $f(x)$  בנקודות אלו.
- מצא את נקודת החיתוך בין המשיקים.

(4) הישר  $y = -4$  חותך את גרף הפונקציה  $y = 3x + \frac{1}{x}$  בשתי נקודות A ו-B (A מימין ל-B).

- מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך הנקודה A.
- מצא את נקודת החיתוך של משיק זה עם הצירים.

(5) נתונה הפונקציה:  $y = x^2 - 4x + \frac{8}{x}$

- מצא את שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה שבה:  $x = -2$ .
- מצא את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה זו.

6 מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $y = \frac{2x^3 - x + 4}{x}$  בנקודה שבה:  $x = 1$ .

### מציאת נקודה כאשר ידוע השיפוע:

7 מצא נקודות על גרף הפונקציה:  $f(x) = 5x - 2 + \frac{1}{x}$  עבורן שיפוע המשיק הוא 1.

8 נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = 2x - 1 - \frac{3}{x}$ .

א. מצא על גרף הפונקציה נקודות שהמשיק העובר דרכן מקביל לישר:  $y = 5x - 1$ .  
ב. מצא את משוואות המשיקים.

9 מצא על גרף הפונקציה:  $f(x) = \frac{4}{x}$  נקודות שהמשיק העובר דרכן יוצר זווית בת  $135^\circ$  עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .

10 נתונה הפונקציה הבאה:  $y = \frac{2}{x} - 4$ .

א. הוכח כי לפונקציה אין משיק ששיפועו 1.  
ב. האם יש לפונקציה משיק ששיפועו חיובי?  
ג. מצא על הפונקציה נקודות שהמשיק העובר דרכן מקביל לישר העובר דרך הנקודות:  $(-3, 8)$ ,  $(-2, 6)$ .

11 נתונה הפונקציה:  $y = \frac{x^2 + 2x - 4}{2x}$ . הראה שהישר  $y = x - 1$  הוא משיק לגרף הפונקציה.

### פונקציות עם פרמטרים:

12 נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^2 + \frac{A}{x}$ , (A פרמטר).

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 2$  הוא 3. מצא את A.

13 ערך הנגזרת של הפונקציה:  $y = x^3 - \frac{A}{x}$ , (A פרמטר), בנקודה שבה:  $x = 1$  הוא 0.  
מצא את A.

14) נתונה הפונקציה הבאה:  $y = \frac{x^3 - 2x + A}{x}$ , (A פרמטר).

- שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 3$  הוא 5.
- מצא את ערך הפרמטר A.
  - כתוב את משוואת המשיק.
  - מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-x.

### חקירת פונקציה רציונאלית:

15) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x}$ .

- רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (במידה ויש).
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- רשום את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

16) נתונה הפונקציה:  $y = \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + 3$ .

- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- האם יש לפונקציה נקודות חיתוך עם הצירים? נמק.
- רשום את האסימפטוטות המקבילות לצירים.
- מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה?

17) נתונה הפונקציה הבאה:  $y = \frac{4x^2 - x + 9}{x}$ .

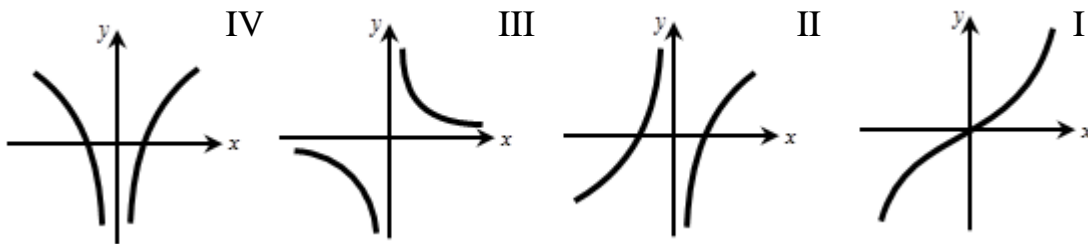
- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- הראה כי הפונקציה אינה חותכת את ציר ה-x.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. היעזר בסקיצה וקבע לאילו ערכים של  $k$  הישר:  $y=k$  חותך את גרף הפונקציה:

1. בשתי נקודות שונות.
2. בנקודה אחת בלבד.
3. באף נקודה.

18) נתונה הפונקציה:  $y = 9x - \frac{1}{x}$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .
- ג. (1) הראה שלפונקציה אין נקודות קיצון.  
(2) הסבר מדוע הפונקציה עולה בתחום:  $x > 0$  וגם בתחום:  $x < 0$ .
- ד. לפניך ארבעה גרפים: I, II, III, IV. איזה מבין הגרפים מתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.



## תרגול נוסף:

### חישוב נגזרות:

19) גזור את הפונקציות הבאות:

$y = -2 \cdot \frac{1}{x}$ .ב	$y = \frac{4}{x}$ .א
$y = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x}$ .ד	$y = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{x}$ .ג
$y = \frac{a}{x}$ .ו	$y = -\frac{4}{7x}$ .ה
$y = \frac{a}{5} \cdot \frac{1}{x}$ .ח	$y = -\frac{a}{x}$ .ז
$y = 15 \cdot \frac{1}{x} + 1$ .י	$y = \frac{1}{7} \cdot \frac{a}{x}$ .ט
$y = \frac{5}{ax} + 1.5$ .יב	$y = -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x} - 14$ .יא
$y = x^2 + 5 + \frac{1}{x}$ .יד	$y = 7 - \frac{3}{4x}$ .יג
$y = 2x^2 - ax - \frac{5}{x}$ .טז	$y = 2ax^2 - 2 + \frac{2}{x}$ .טו
$y = \frac{1}{2}x^2 + 8 - \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{x}$ .יח	$y = 3x^2 + 5x - \frac{7}{5x}$ .יז
$y = \frac{2x^3 - 5}{x}$ .כ	$y = \frac{5x + 1}{x}$ .יט
$y = \frac{x^3 - x - 1}{x}$ .כב	$y = \frac{2x^2 - 2}{x}$ .כא
$y = \frac{3x^3 + 2x^2 + 1}{x}$ .כד	$y = \frac{ax^3 - x + 2}{x}$ .כג
$y = \frac{x^3 + 2x^2 - 3x + 5}{7x}$ .כו	$y = \frac{3x^3 + 5x - 7}{13x}$ .כה
$y = \frac{5}{x^2}$ .כח	$y = -\frac{3x^3 + x^2 - 7x - 4}{6x}$ .כז
$y = -\frac{4}{x^2}$ .ל	$y = 9 \cdot \frac{1}{x^2}$ .כט
$y = \frac{a}{9x^2}$ .לב	$y = -\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{x^2}$ .לא
$y = 3 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$ .לד	$y = 2x^2 - x + \frac{2}{x^2}$ .לג

$$y = \frac{2x+3a}{x^2} \text{ .ל.}$$

$$y = 2\left(x + \frac{4}{x}\right) \text{ .לח.}$$

$$y = x\left(5x - \frac{2}{x^2}\right) \text{ .מ.}$$

$$y = 6 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2} \text{ .לה.}$$

$$y = \frac{2x^2 + x - 7}{x^2} \text{ .לז.}$$

$$y = -3\left(\frac{3}{x} + 6x\right) \text{ .לט.}$$

$$y = x\left(\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right) \text{ .מא.}$$

(20) פתור את המשוואות הבאות :

$$\frac{1}{x} = \frac{5}{6} \text{ .ג.}$$

$$4 - \frac{1}{x} = 0 \text{ .ו.}$$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{9} \text{ .ט.}$$

$$3 - \frac{12}{x^2} = 0 \text{ .יב.}$$

$$\frac{1}{x^2} = -\frac{25}{4} \text{ .טו.}$$

$$x + \frac{27}{x^2} = 0 \text{ .יח.}$$

$$3x + \frac{1}{x} - 2 = 0 \text{ .כא.}$$

$$x - \frac{4}{x} - 3 = 0 \text{ .כד.}$$

$$\frac{1}{x} = -\frac{1}{5} \text{ .ב.}$$

$$2 + \frac{1}{x} = 0 \text{ .ה.}$$

$$9 - \frac{4}{x} = 0 \text{ .ח.}$$

$$\frac{20}{x^2} = \frac{1}{5} \text{ .יא.}$$

$$36 + \frac{2}{x^2} = 0 \text{ .יד.}$$

$$3x - \frac{3}{x^2} = 0 \text{ .יז.}$$

$$x + \frac{1}{x} + 2 = 0 \text{ .כ.}$$

$$x + \frac{10}{x} - 7 = 0 \text{ .כג.}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{3} \text{ .א.}$$

$$\frac{1}{x} = -\frac{7}{4} \text{ .ד.}$$

$$6 + \frac{12}{x} = 0 \text{ .ז.}$$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{25} \text{ .י.}$$

$$4 + \frac{1}{x^2} = 0 \text{ .יג.}$$

$$2x - \frac{16}{x^2} = 0 \text{ .טז.}$$

$$4x + \frac{2}{x^2} = 0 \text{ .יט.}$$

$$x - \frac{8}{x} + 2 = 0 \text{ .כב.}$$

**מציאת שיפוע ומשוואת משיק כאשר נתונה הנקודה:**

**(21)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{3}{x}$  חשב את ערך הנגזרת בנקודות הבאות:

א.  $x = -1$  ב.  $x = 1$  ג.  $x = 7$  ד.  $x = -3$  ה.  $x = \frac{1}{2}$

**(22)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = -\frac{2}{x}$  חשב את ערך הנגזרת בנקודות הבאות:

א.  $x = 3$  ב.  $x = -1$  ג.  $x = -\frac{1}{3}$  ד.  $x = -4$  ה.  $x = -10$  ו.  $x = \frac{1}{2}$

**(23)** מצא את שיפוע הפונקציה:  $y = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{x}$  בנקודות הבאות:

א.  $x = 1$  ב.  $x = -1$  ג.  $x = -\frac{1}{5}$  ד.  $x = \frac{1}{5}$  ה.  $x = 6$  ו.  $x = -\frac{1}{2}$

**(24)** מצא את שיפוע הפונקציה:  $y = -\frac{16}{7} \cdot \frac{1}{x}$  בנקודות הבאות:

א.  $x = 4$  ב.  $x = -2$  ג.  $x = \frac{1}{7}$  ד.  $x = -\frac{1}{5}$  ה.  $x = 1$  ו.  $x = \frac{1}{2}$

**(25)** מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה:  $y = \frac{3x+4}{x}$  בנקודות הבאות:

א.  $x = 2$  ב.  $x = -2$  ג.  $x = \frac{1}{2}$  ד.  $x = -\frac{1}{3}$  ה.  $x = 7$  ו.  $x = -3.5$

**(26)** מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה:  $y = \frac{6x-1}{x}$  בנקודות הבאות:

א.  $x = 1$  ב.  $x = \frac{1}{10}$  ג.  $x = -2$  ד.  $x = -3$  ה.  $x = \frac{2}{5}$  ו.  $x = -\frac{1}{2}$

**(27)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = x - \frac{5}{x} + 4$

א. כתוב את  $f'(x)$

ב. חשב את:  $f'(1)$ ,  $f'(\sqrt{5})$ ,  $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ ,  $f'(-5)$

28) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{2}{x^2}$ .

א. כתוב את  $f'(x)$ .

ב. חשב את:  $f'(1)$ ,  $f'(-2)$ ,  $f'(2)$ ,  $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ .

29) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$ .

א. כתוב את  $f'(x)$ .

ב. חשב את:  $f'(1)$ ,  $f'(-2)$ ,  $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ ,  $f'\left(-\frac{1}{4}\right)$ .

30) חשב את שיפועי הפונקציות בנקודות המצוינות לידן:

א.  $(1,0)$ ,  $f(x) = x - \frac{1}{x}$       ב.  $(-2,-7)$ ,  $f(x) = 3x + \frac{2}{x}$

ג.  $(2,4)$ ,  $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{x+4}{2}$       ד.  $\left(\frac{1}{5}, 33\right)$ ,  $f(x) = \frac{7}{x} - 10x$

ה.  $(-2,-1)$ ,  $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}$       ו.  $(-1,-2)$ ,  $f(x) = \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}$

31) נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = 5x + 3 + \frac{20}{x}$ . חשב את שיפוע הפונקציה בנקודות

הבאות וקבע האם היא עולה, יורדת או שאינה עולה ואינה יורדת:

א.  $\left(3, 24\frac{2}{3}\right)$       ב.  $(2, 23)$       ג.  $(1, 28)$       ד.  $(-1, -22)$       ה.  $(-2, -17)$       ו.  $\left(-3, -18\frac{2}{3}\right)$

32) נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}$ . חשב את שיפוע הפונקציה בנקודות

הבאות וקבע האם היא עולה, יורדת או שאינה עולה ואינה יורדת:

א.  $(-2, -1.75)$       ב.  $(-1, -3)$       ג.  $(-0.5, -4)$       ד.  $(-0.25, 0)$       ה.  $(2, 2.25)$

33) באילו מהנקודות הבאות הפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{x} + 4x$  עולה/יורדת/אינה עולה ואינה יורדת:

א.  $x = 3$       ב.  $x = \frac{1}{3}$       ג.  $x = 1$       ד.  $x = \frac{1}{2}$       ה.  $x = -\frac{1}{3}$       ו.  $x = \sqrt{3}$



**34** מצא את שיפועי הפונקציות הבאות בנקודות החיתוך שלהן עם ציר ה- $x$  :

א.  $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$       ב.  $f(x) = x - \frac{3}{x}$       ג.  $f(x) = 5x + 3 - \frac{2}{x}$

ד.  $f(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$       ה.  $f(x) = 2 - \frac{8}{x^2}$       ו.  $f(x) = 1 - \frac{7}{x} + \frac{12}{x^2}$

**35** נתונה הפונקציה הבאה :  $g(x) = 4x + 3 - \frac{1}{x}$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .  
 ב. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $x$ .

**36** נתונה הפונקציה הבאה :  $g(x) = 1 - \frac{9}{x^2}$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .  
 ב. מצא את ערך הנגזרת של הפונקציה בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $x$ .

**37** כתוב את משוואת המשיק לגרפים של הפונקציות הבאות העוברים בנקודות שלידן :

א.  $(3,1)$  ,  $f(x) = \frac{3}{x}$       ב.  $(2,4)$  ,  $y = 5 - \frac{2}{x}$

ג.  $(-1,6)$  ,  $f(x) = x + 3 - \frac{4}{x}$       ד.  $(1,5)$  ,  $f(x) = 2x + 5 - \frac{2}{x}$

ה.  $(1,5)$  ,  $f(x) = x + 5 - \frac{1}{x}$       ו.  $(-2,1.5)$  ,  $f(x) = x + 2 - \frac{3}{x}$

ז.  $(2,4)$  ,  $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{x+4}{2}$       ח.  $(\frac{1}{5}, 33)$  ,  $f(x) = \frac{7}{x} - 10x$

ט.  $(-1,-1)$  ,  $f(x) = x - \frac{2}{x^2} + 2$       י.  $(1,1)$  ,  $f(x) = 4 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}$

**38** נתונה הפונקציה :  $g(x) = 2x - 5 + \frac{3}{x}$ .

- א. חשב את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה :  $(\frac{1}{2}, 2)$ .  
 ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה :  $(\frac{1}{2}, 2)$ .

**(39)** נתונה הפונקציה:  $g(x) = 8x + \frac{1}{x}$ .

א. חשב את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה:  $\left(-\frac{1}{4}, -6\right)$ .

ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה הנ"ל.

**(40)** נתונה הפונקציה:  $y = x - 5 + \frac{6}{x}$ .

א. מצא את נקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $x$ .

ב. כתוב את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $x$ .

**(41)** נתונה הפונקציה:  $y = x - 3 - \frac{10}{x}$ .

א. מצא את נקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $x$ .

ב. כתוב את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $x$ .

**(42)** נתונה הפונקציה:  $y = x + 8 + \frac{16}{x}$ .

א. מצא את נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $x$ .

ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $x$ .

**(43)** נתונה הפונקציה:  $y = x - 12 + \frac{36}{x}$ .

א. מצא את נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $x$ .

ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $x$ .

**(44)** נתונות הפונקציות הבאות:  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ ,  $g(x) = x^2 - 1$ .

א. מצא את נקודת החיתוך של שתי הפונקציות.

ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת החיתוך שמצאת.

45) כתוב את משוואת המשיק לגרפים של הפונקציות הבאות בנקודה המצוינת לידן:

א.  $x=3, y=-\frac{6}{x}$       ב.  $x=-1, y=\frac{4}{x}$       ג.  $x=1, y=3-\frac{4}{x}$

ד.  $x=2, y=\frac{2}{x}-4$       ה.  $x=-2, y=4x+\frac{3}{x}$       ו.  $x=\frac{1}{2}, y=4x-\frac{2}{x}$

ז.  $x=-\frac{1}{2}, y=\frac{x+4}{2}+\frac{8}{x}$       ח.  $x=-1, y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$       ט.  $x=1.5, y=\frac{4}{x}-\frac{2}{x^2}$

46) כתוב את משוואת המשיק לפונקציה:  $y=x^2+\frac{4}{x}$  בנקודה שבה:  $x=2$ .

**מציאת נקודה כאשר ידוע השיפוע:**

47) נתונה הפונקציה:  $f(x)=\frac{20}{x}$ . חשב את נקודות ההשקה, כאשר שיפוע הפונקציה הוא:

א.  $m=-20$       ב.  $m=-5$       ג.  $m=-0.8$       ד.  $m=-0.2$

48) נתונה הפונקציה:  $f(x)=2x-\frac{16}{x}$ . חשב את נקודות ההשקה, כאשר שיפוע הפונקציה הוא:

א.  $m=3$       ב.  $m=18$       ג.  $m=6$       ד.  $m=66$

49) נתונה הפונקציה:  $f(x)=x+\frac{4}{x}$ . חשב את נקודות ההשקה, כאשר שיפוע הפונקציה הוא:

א.  $m=-15$       ב.  $m=0$       ג.  $m=-3$       ד.  $m=\frac{5}{9}$

50) לפניך מספר פונקציות. חשב את נקודות ההשקה בכל אחד מהמקרים הבאים:

א.  $f'(x)=1, f(x)=9-\frac{1}{x}$       ב.  $f'(x)=5, f(x)=4x-\frac{1}{x}$

ג.  $f'(x)=8, f(x)=9x+\frac{1}{x}$       ד.  $f'(x)=-4, f(x)=x+\frac{20}{x}$

ה.  $f'(x)=0, f(x)=1+\frac{4}{x}-\frac{8}{x^2}$       ו.  $f'(x)=0, f(x)=3+\frac{2}{x}-\frac{10}{x^2}$

(51) מצא נקודות על גרף הפונקציה:  $f(x) = -\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{x}$  עבורן שיפוע המשיק הוא 0.6.

(52) מצא נקודות על גרף הפונקציה:  $f(x) = 6 - 2x - \frac{3}{x}$  עבורן שיפוע הפונקציה הוא 10.

(53) מצא נקודה על גרף הפונקציה:  $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$  עבורה שיפוע הפונקציה הוא 0.

(54) מצא נקודה על גרף הפונקציה:  $f(x) = x + \frac{1}{x^2}$  עבורה ערך הנגזרת הוא -1.

(55) מצא באילו נקודות יש להעביר משיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = 8x + \frac{8}{x}$

המקביל לישר:  $y = 6x + 2$ .

(56) מצא באילו נקודות יש להעביר משיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{2x-1}{2}$

המקביל לישר:  $y = 4 - 3x$ .

(57) מצא באיזו נקודה יש להעביר משיק לגרף הפונקציה:  $g(x) = 2x - 4 + \frac{16}{x^2}$

המקביל לישר  $y = 7 - 2x$ .

(58) מצא באילו נקודות יש להעביר משיק לגרף הפונקציה:  $y = 3x + \frac{44}{x}$

המקביל לישר העובר דרך הנקודות:  $(-4, 3)$ ,  $(-1, -21)$ .

(59) מצא באילו נקודות יש להעביר משיק לגרף הפונקציה:  $g(x) = x + 2 + \frac{8}{x}$

המקביל לישר העובר דרך הנקודות:  $(4, 6)$ ,  $(6, 4)$ .

60 מצא נקודות על הגרפים של הפונקציות הבאות עבורן הנגזרת מתאפסת :

$y = 6x + \frac{6}{x}$ .ג	$y = x + \frac{25}{x}$ .ב	$y = x + \frac{1}{x}$ .א
$y = 9x - 2 + \frac{1}{x}$ .ו	$y = 12x + 1 + \frac{3}{x}$ .ה	$y = x + 2 + \frac{9}{x}$ .ד
$y = 7 - \frac{8}{x} + \frac{4}{x^2}$ .ט	$y = 2 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$ .ח	$y = 1 + \frac{6}{x} - \frac{9}{x^2}$ .ז

61 מצא את משוואות המשיקים לפונקציות הבאות בעלי השיפוע המצוין לידן.

$m = -1.5, f(x) = x + \frac{10}{x}$ .ב	$m = -1.25, f(x) = 9 + \frac{5}{x}$ .א
$m = -4, f(x) = x + 10 + \frac{45}{x}$ .ד	$m = 1, f(x) = \frac{1}{x} - 3 + 2x$ .ג

62 נתונה הפונקציה הבאה :  $f(x) = 4x + \frac{1}{x}$ .

- א. מצא על גרף הפונקציה נקודות שהמשיק העובר דרכן מקביל לישר :  $y = 3x$ .
- ב. מצא את משוואות המשיקים.

63 נתונה הפונקציה הבאה :  $f(x) = x - \frac{8}{x}$ .

- א. מצא על גרף הפונקציה נקודות שהמשיק העובר דרכן מקביל לישר :  $y = 3x$ .
- ב. מצא את משוואות המשיקים.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של המשיקים עם הצירים.
- ד. הראה כי שטחי המשולשים שכל משיק יוצר עם הצירים, זהים ומצא את שטח זה.

64 מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה :  $f(x) = 6 - \frac{2}{x} + \frac{8}{x^2}$  המקביל לישר  $y = 6$ .

65 מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה :  $f(x) = 2x + \frac{32}{x}$  המקבילים לציר ה- $x$ .

66 מצא על גרף הפונקציה:  $f(x) = -\frac{4}{x}$  נקודות שהמשיק העובר דרכן יוצר זווית של  $45^\circ$  עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .

67 מצא על גרף הפונקציה:  $f(x) = 8x + \frac{7}{x}$  נקודות שהמשיק העובר דרכן יוצר זווית של  $45^\circ$  עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .

### מציאת נקודות קיצון:

68 נתונות הפונקציות הבאות ( $x \neq 0$ ). מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות וקבע את סוגן:

א.  $f(x) = x + \frac{1}{x}$       ב.  $y = 2x + \frac{2}{x}$       ג.  $g(x) = 6x - 2 + \frac{24}{x}$

ד.  $f(x) = \frac{34}{x} + 34x$       ה.  $y = -\frac{5}{x} - 5x$       ו.  $g(x) = -\frac{30}{x} - 270x + 540$

ז.  $f(x) = x + \frac{4}{x}$       ח.  $f(x) = 9x + \frac{1}{x}$       ט.  $f(x) = \frac{x}{5} + \frac{5}{x}$

י.  $f(x) = \frac{x}{8} + \frac{8}{x}$       יא.  $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$       יב.  $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}$

יג.  $y = \frac{x}{6} + \frac{6}{x}$       יד.  $y = 18x + \frac{2}{x}$       טו.  $f(x) = 9x + \frac{1}{x}$

טז.  $y = 6 + 7x + \frac{7}{x}$       יז.  $y = 20x + \frac{5}{x} - 3$       יח.  $y = 3 - 72x - \frac{8}{x}$

יט.  $f(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x} + 12x$       כ.  $g(x) = 3x - 2 + \frac{3}{x}$       כא.  $g(x) = \frac{x-3}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x}$

כב.  $f(x) = \frac{25x^2 - 10x + 1}{x}$       כג.  $f(x) = \frac{17x^2 + 17}{x}$       כד.  $y = x^3 + \frac{3}{x}$

69 נתונה הפונקציה:  $y = x + 5 + \frac{9}{x}$ ,  $x \neq 0$ . עבור איזה ערך של  $x$  הפונקציה מקבלת ערך מקסימום ועבור איזה ערך של  $x$  היא מקבלת ערך מינימום?

(70) נתונה הפונקציה:  $x \neq 0, y = 4 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2} - x$ . מצא את שיעור ה- $x$  של נקודות הקיצון.

(71) נתונה הפונקציה:  $x \neq 0, y = 1 + \frac{8}{x} - \frac{9}{x^2}$ . מצא את שיעור ה- $x$  של נקודות הקיצון.

(72) נתונה הפונקציה:  $x \neq 0, y = 2x + \frac{32}{x}$ . מצא את שיעור ה- $x$  של נקודות הקיצון.

(73) הראה כי לפונקציה:  $x \neq 0, y = \frac{x}{4} - \frac{4}{x}$  אין נקודות קיצון.

(74) הראה שהפונקציה:  $x \neq 0, y = \frac{x}{5} - \frac{5}{x}$  אינה מקבלת ערך מקסימום או ערך מינימום כלל.

(75) א. נתונה הפונקציה:  $x \neq 0, y = \frac{x}{13} + \frac{13}{x}$ . עבור איזה ערך של  $x$  מקבלת הפונקציה

מקסימום ועבור איזה ערך של  $x$  היא מקבלת מינימום?

ב. הראה כי לפונקציה:  $x \neq 0, y = \frac{x}{13} - \frac{13}{x}$  אין נקודות מקסימום ומינימום כלל.

(76) מצא את ערך הפונקציה בנקודת המקסימום:  $x \neq 0, y = \frac{x}{9} + \frac{9}{x}$ .

(77) מצא את ערך הפונקציה בנקודת המינימום:  $x \neq 0, y = \frac{x}{9} + \frac{9}{x}$ .

(78) הראה שהערך של הפונקציה:  $x \neq 0, y = 4x + \frac{9}{x}$  בנקודת המינימום הוא 12.

(79) הראה שהערך של הפונקציה:  $x \neq 0, y = \frac{16}{x} + x$  בנקודת המינימום הוא 8.

### פונקציות עם פרמטרים:

(80) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{k}{x}$ , ( $k$  פרמטר). ידוע כי:  $f'(1) = 4$ . מצא את  $k$ .

(81) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3 - \frac{k}{x}$ , ( $k$  פרמטר). ידוע כי:  $f'(1) = 3$ . מצא את  $k$ .

82) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{k}{x} + x$  , (  $k$  פרמטר). ידוע כי:  $f'(2) = 2$  . מצא את  $k$  .

83) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3 - \frac{4}{x} + \frac{k}{x^2}$  , (  $k$  פרמטר). ידוע כי:  $f'(-2) = 2$  . מצא את  $k$  .

84) נתונה הפונקציה:  $y = 6x + \frac{A}{x}$  , (  $A$  פרמטר).

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 1$  הוא 1.

א. מצא את ערך הפרמטר  $A$  .

ב. כתוב את משוואת המשיק.

ג. מצא את משוואתו של משיק נוסף לגרף הפונקציה המקביל למשיק הנתון.

85) נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = ax + \frac{9}{x}$  , (  $a$  פרמטר,  $x \neq 0$  ).

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 1$  הוא -8.

א. מצא את ערך הפרמטר  $a$  וכתוב את הפונקציה.

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

86) נתונה הפונקציה:  $y = -3x - \frac{a}{x}$  , (  $a$  פרמטר,  $x \neq 0$  ).

לפונקציה יש מקסימום כאשר:  $x = 3$  .

א. מצא את ערך הפרמטר  $a$  .

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

87) נתונה הפונקציה:  $y = 2x + \frac{a}{x}$  , (  $a$  פרמטר,  $x \neq 0$  ).

לפונקציה יש נקודת מינימום כאשר:  $x = 4$  .

א. מצא את ערך הפרמטר  $a$  .

ב. האם יש לגרף הפונקציה נקודות קיצון נוספות? אם כן מצא אותן

וקבע את סוגן, אם לא נמק.



### חקירת פונקציה רציונאלית:

**(88)** כתוב את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

$y = 4x^2 + x - 1$ .ג	$y = x^3 - 1$ .ב	$y = x^2 - 2x + 3$ .א
$f(x) = 6 + \frac{17}{x}$ .ו	$y = 4 - \frac{2}{x}$ .ה	$y = \frac{1}{x}$ .ד
$g(x) = 7x - \frac{42}{x}$ .ט	$y = 4x - \frac{2}{x}$ .ח	$y = 3x - \frac{5}{x}$ .ז
$g(x) = 3x + \frac{3}{x} - 1$ .יב	$f(x) = 1 - x - \frac{4}{x}$ .יא	$y = 4x + 1 + \frac{3}{x}$ .י
$y = 3x - 4 + \frac{25}{x^2}$ .טו	$y = \frac{1}{x^2} - x - 1$ .יד	$f(x) = \frac{5}{x^2} - \frac{4}{x} + 1$ .יג

**(89)** לפניך מספר פונקציות.

1. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות.

2. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציות.

$f(x) = x + \frac{25}{x}$ .ג	$f(x) = 9x + \frac{36}{x}$ .ב	$y = 4x + \frac{1}{x}$ .א
$g(x) = \frac{4}{x} + \frac{x}{4}$ .ו	$f(x) = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}$ .ה	$y = 4x + \frac{9}{x}$ .ד
$g(x) = -2 - \frac{1}{x}$ .ט	$f(x) = 3x - \frac{1}{x}$ .ח	$y = \frac{x}{4} - \frac{4}{x}$ .ז
$f(x) = \frac{8}{x^2} - \frac{4}{x} + 1$ .יב	$f(x) = \frac{20}{x^2} - \frac{8}{x} + 6$ .יא	$f(x) = 1 + \frac{7}{x} + \frac{14}{x^2}$ .י

**(90)** כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציות הבאות:

$f(x) = x + \frac{8}{x}$ .ג	$y = x + \frac{25}{x}$ .ב	$y = 16x + \frac{1}{x}$ .א
$g(x) = \frac{7}{x} + \frac{x}{7}$ .ו	$f(x) = \frac{x}{5} + \frac{5}{x}$ .ה	$y = 4x - \frac{1}{x}$ .ד
$f(x) = \frac{10}{x^2} - \frac{2}{x} - 3$ .ט	$f(x) = \frac{14}{x^2} - \frac{6}{x} + 6$ .ח	$f(x) = 1 + \frac{6}{x} + \frac{3}{x^2}$ .ז

**(91)** הוכח כי הפונקציה:  $y = \frac{4x-1}{x}$  עולה לכל  $x$  בתחום הגדרתה.

**(92)** הוכח כי הפונקציה:  $y = \frac{3x^2-1}{x}$  עולה לכל  $x$  בתחום הגדרתה.

**(93)** הוכח כי הפונקציה:  $y = \frac{4x+3}{x}$  יורדת לכל  $x$  בתחום הגדרתה.

**(94)** הוכח כי הפונקציה:  $y = \frac{3x^2+7}{x}$  יורדת לכל  $x$  בתחום הגדרתה.

**(95)** כתוב את האסימפטוטה אנכית של הפונקציות הבאות:

א.  $y = \frac{1}{x}$       ב.  $y = 4x - \frac{2}{x}$       ג.  $f(x) = \frac{4}{x} - 3x$

ד.  $f(x) = 6x - \frac{7}{x}$       ה.  $y = 3x + 2 - \frac{5}{x}$       ו.  $y = 3x + 2 - \frac{5}{x}$

ז.  $y = \frac{3}{x^2}$       ח.  $f(x) = \frac{3}{x} - \frac{3}{x^2}$       ט.  $f(x) = \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2}$

י.  $f(x) = \frac{6}{x^2} - \frac{5}{x} + 1$       יא.  $f(x) = \frac{4}{x} + \frac{7}{x^2} + 1$       יב.  $f(x) = 2 - \frac{4}{x^2} - \frac{6}{x}$

**(96)** כתוב את האסימפטוטה אופקית של הפונקציות הבאות:

א.  $y = \frac{1}{x}$       ב.  $f(x) = -\frac{2}{x}$       ג.  $y = \frac{3}{x} - 1$

ד.  $f(x) = \frac{2}{x} + 6$       ה.  $y = 4 - \frac{2}{x}$       ו.  $f(x) = -\frac{2}{x} + 5$

ז.  $y = \frac{3}{x^2}$       ח.  $f(x) = \frac{4}{x^2} - 6$       ט.  $f(x) = \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}$

י.  $g(x) = \frac{20}{x^2} + \frac{2}{x}$       יא.  $g(x) = \frac{5}{x^2} + \frac{2}{x} + 4$       יב.  $g(x) = \frac{3}{x^2} + \frac{5}{x} - 3$

97) חקור את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים :

1. מציאת תחום הגדרה.
2. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים (במידה ויש).
3. מציאת נקודות קיצון וקביעת סוג הקיצון.
4. כתיבת תחומי עלייה וירידה.
5. כתיבת אסימפטוטות המקבילות לצירים (במידה ויש).
6. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

$y = 4x + \frac{4}{x}$ .ג	$y = 9x + \frac{1}{x}$ .ב	$y = x + \frac{9}{x}$ .א
$y = \frac{x}{4} - \frac{4}{x}$ .ו	$y = \frac{5}{x} + \frac{x}{5}$ .ה	$y = \frac{3}{x} - 3x$ .ד
$y = \frac{12}{x} + 3x + 1$ .ט	$y = \frac{x-1}{2} + \frac{8}{x}$ .ח	$y = \frac{x-2}{4} + \frac{4}{x}$ .ז
$y = x + 2 - \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{x}$ .יב	$y = \frac{3x}{5} - \frac{12}{5} \cdot \frac{1}{x}$ .יא	$y = 2x - 5 + \frac{2}{x}$ .י
$y = -\frac{16x^2 - 3x + 4}{x}$ .טו	$y = \frac{2x^2 - 5x + 2}{x}$ .יד	$y = \frac{x^2 + 10x + 25}{x}$ .יג
$y = 5 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}$ .יח	$y = 1 - \frac{6}{x} + \frac{8}{x^2}$ .יז	$y = 1 + \frac{4}{x} - \frac{5}{x^2}$ .יז
$y = x + \frac{4}{x^2}$ .כא	$y = \frac{2}{x^2} - 4$ .כ	$y = 2 + \frac{3}{x} - \frac{2}{x^2}$ .יט

98) חקור את הפונקציות מהצורה :  $y = \frac{a}{x^n} + b$  ,  $n = 1$  לפי הסעיפים הבאים :

1. מציאת תחום הגדרה.
2. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים (במידה ויש).
3. כתיבת תחומי עלייה וירידה.
4. כתיבת אסימפטוטות המקבילות לצירים.
5. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

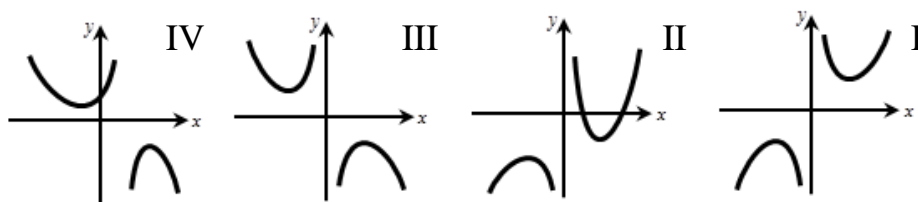
$y = 2 + \frac{1}{x}$ .ג	$y = \frac{3}{x} - 3$ .ב	$y = 1 + \frac{1}{x}$ .א
$y = -\frac{3}{x} - 5$ .ו	$y = 14 - \frac{12}{x}$ .ה	$y = -9 + \frac{6}{x}$ .ד

99) חקור את הפונקציות מהצורה:  $y = \frac{a}{x^n} + b$ ,  $n = 2$ , לפי הסעיפים הבאים:

1. מציאת תחום הגדרה.
  2. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים (במידה ויש).
  3. כתיבת תחומי עלייה וירידה.
  4. כתיבת אסימפטוטות המקבילות לצירים.
  5. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- א.  $y = 1 + \frac{1}{x^2}$       ב.  $y = \frac{3}{x^2} + 5$       ג.  $y = \frac{1}{x^2} - 4$
- ד.  $y = 9 - \frac{4}{x^2}$       ה.  $y = 2 - \frac{32}{x^2}$       ו.  $y = -\frac{7}{x^2} - 8$

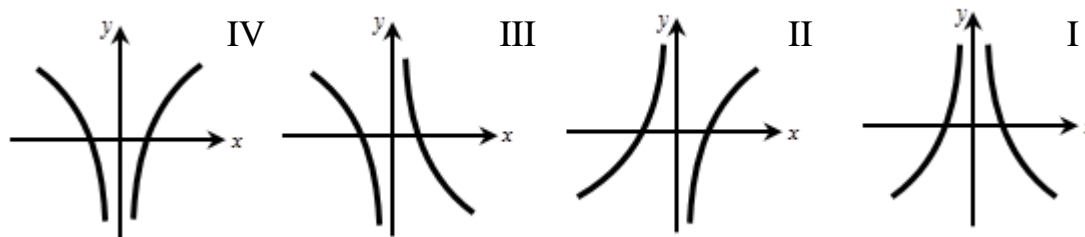
100) נתונה הפונקציה הבאה:  $y = 4x + \frac{1}{x}$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. לפניך 4 גרפים. איזה גרף יכול לתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.



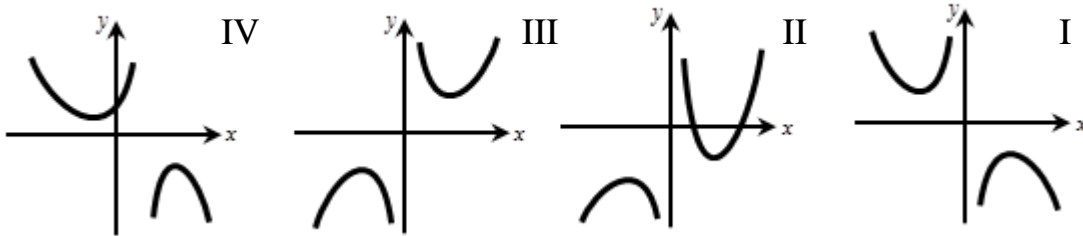
101) נתונה הפונקציה הבאה:  $y = \frac{3}{x} - \frac{x}{3}$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .
- ג. הראה כי הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.
- ד. לפניך 4 גרפים. איזה גרף יכול לתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.



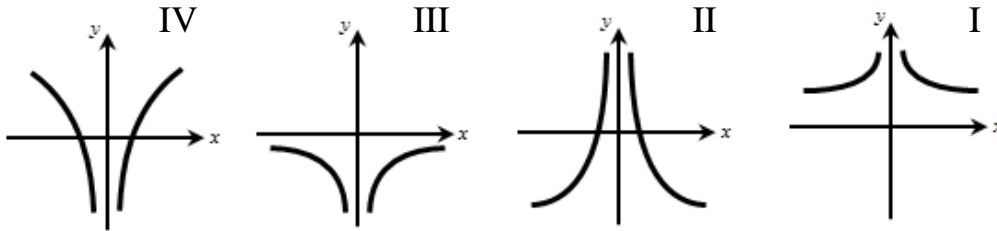
102 נתונה הפונקציה הבאה:  $y = \frac{x+1}{2} + \frac{8}{x}$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?  
 ב. הראה כי הפונקציה אינה חותכת את ציר ה- $x$ .  
 ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.  
 ד. לפניך 4 גרפים. איזה גרף יכול לתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.



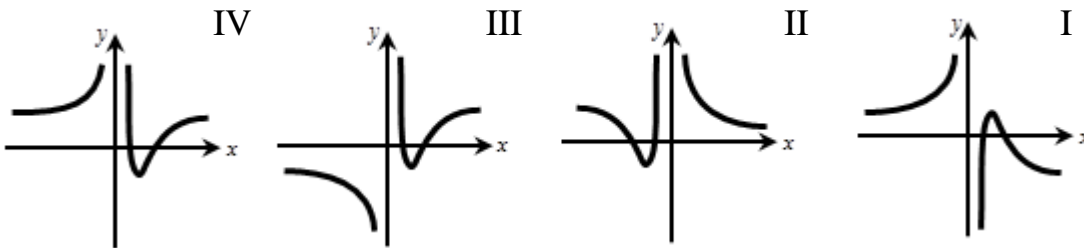
103 נתונה הפונקציה הבאה:  $y = 1 + \frac{4}{x^2}$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?  
 ב. הראה כי הפונקציה יורדת לכל  $x > 0$ , ועולה לכל  $x < 0$ .  
 ג. הראה כי הפונקציה אינה חותכת את ציר ה- $x$ .  
 ד. לפניך 4 גרפים. איזה גרף יכול לתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.

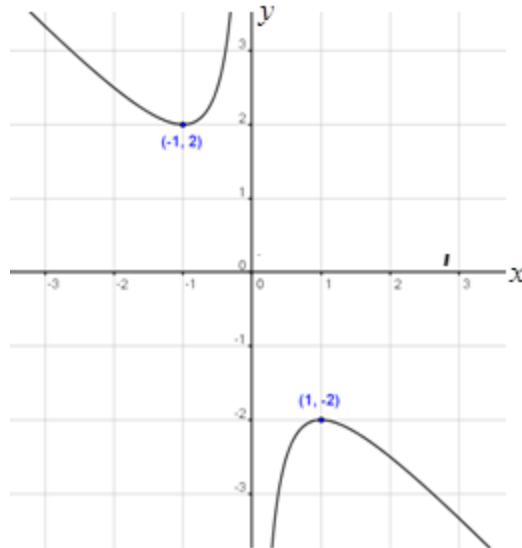


104 נתונה הפונקציה הבאה:  $y = 6 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?  
 ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .  
 ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.  
 ד. לפניך 4 גרפים. איזה גרף יכול לתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.

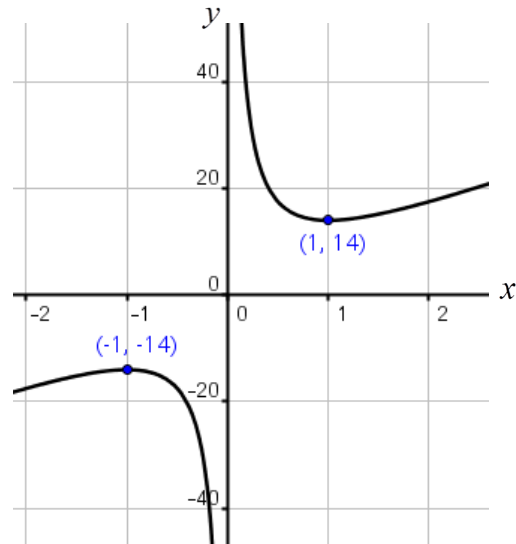


105) נתונה הפונקציה:  $y = x + \frac{1}{x}$ . להלן סקיצה של גרף הפונקציה:



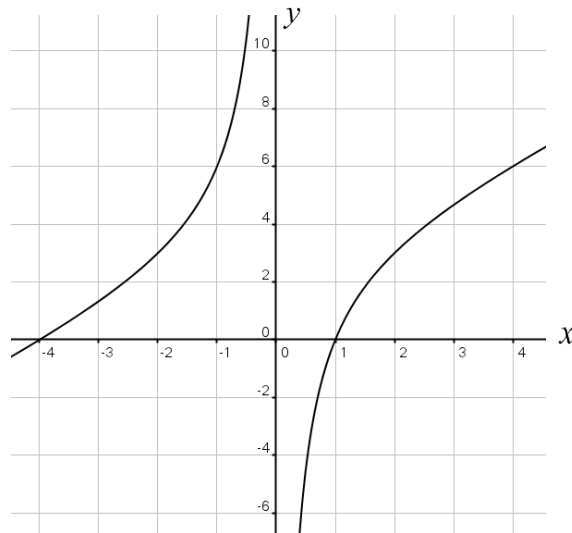
- א. כמה פעמים חותך הישר:  $y = 3$  את גרף הפונקציה?
- ב. כמה פעמים חותך הישר:  $y = 2$  את גרף הפונקציה?
- ג. כמה פעמים חותך הישר:  $y = 1$  את גרף הפונקציה?
- ד. כמה פעמים חותך הישר:  $y = -1$  את גרף הפונקציה?
- ה. כמה פעמים חותך הישר:  $y = -2$  את גרף הפונקציה?
- ו. כמה פעמים חותך הישר:  $y = -3$  את גרף הפונקציה?
- ז. על סמך הסעיפים הקודמים, קבע לאילו ערכים של  $k$  הישר:  $y = k$  יחתוך את גרף הפונקציה בשתי נקודות שונות? , בנקודה אחת? ובאף נקודה?

106 נתונה הפונקציה:  $y = 7x + \frac{7}{x}$ . להלן סקיצה של גרף הפונקציה:



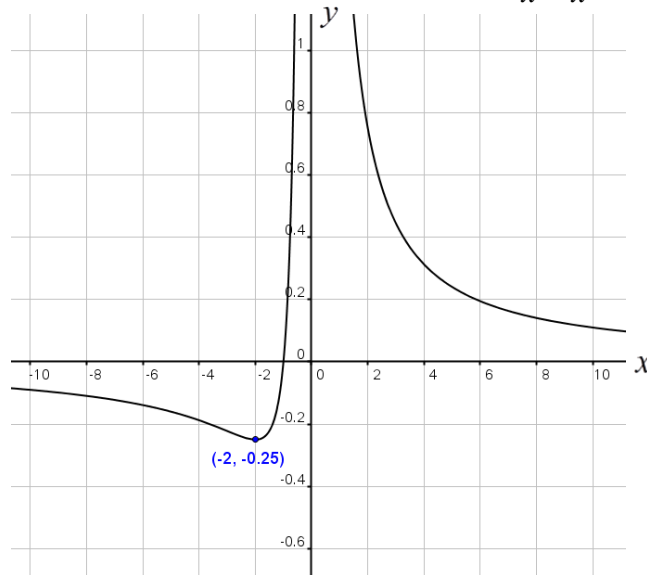
- א. כמה פעמים חותך הישר:  $y = 10$  את גרף הפונקציה?
- ב. כמה פעמים חותך הישר:  $y = 20$  את גרף הפונקציה?
- ג. כמה פעמים חותך הישר:  $y = -14$  את גרף הפונקציה?
- ד. על סמך הסעיפים הקודמים, לאילו ערכים של  $k$  הישר:  $y = k$  יחתוך את גרף הפונקציה בשתי נקודות שונות, בנקודה אחת? ובאף נקודה?

107 נתונה הפונקציה:  $y = x + 3 - \frac{4}{x}$ . להלן סקיצה של גרף הפונקציה:



- א. הראה כי הפונקציה עולה לכל  $x$  בתחום הגדרתה.  
 ב. כמה פעמים חותך הישר:  $y = 4$  את גרף הפונקציה?  
 ג. כמה פעמים חותך הישר:  $y = 8$  את גרף הפונקציה?  
 ד. כמה פעמים חותך הישר:  $y = -8$  את גרף הפונקציה?  
 ה. הסבר על סמך הסעיפים הקודמים מדוע הישר:  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות לכל ערך של  $k$ .

**108** נתונה הפונקציה:  $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ . להלן סקיצה של גרף הפונקציה:



- א. כמה פעמים חותך הישר:  $y = 1$  את גרף הפונקציה?  
 ב. כמה פעמים חותך ציר ה- $x$  (הישר  $y = 0$ ) את גרף הפונקציה?  
 ג. כמה פעמים חותך הישר:  $y = -0.25$  את גרף הפונקציה?  
 ד. כמה פעמים חותך הישר:  $y = -1$  את גרף הפונקציה?  
 ה. האם ניתן לומר כי הישר:  $y = k$  יחתוך את גרף הפונקציה בשתי נקודות לכל ערך של  $k$  בתחום:  $k > 1$ ? נמק.  
 ו. האם ניתן לומר כי הישר:  $y = k$  יחתוך את גרף הפונקציה בשתי נקודות לכל ערך של  $k$  בתחום:  $-0.25 < k < 0$ ? נמק.  
 ז. האם ניתן לומר כי הישר:  $y = k$  יחתוך את גרף הפונקציה בנקודה אחת בלבד רק עבור הערכים הבאים:  $k = -0.25$ ,  $k = 0$ ? נמק.  
 ח. על סמך הסעיפים הקודמים, לאילו ערכים של  $k$  הישר:  $y = k$  יחתוך את גרף הפונקציה בשתי נקודות שונות, בנקודה אחת, ובאף נקודה?



**109** נתונה הפונקציה הבאה:  $y = \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2}$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .
- ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
- ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. לאילו ערכים של  $k$  הישר:  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה:

- 1. בשתי נקודות שונות.
- 2. בנקודה אחת בלבד.
- 3. באף נקודה.

**110** נתונה הפונקציה הבאה:  $y = 1 - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2}$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. הראה כי נקודת הקיצון של הפונקציה היא גם נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $x$ . מצא את נקודה זו וקבע את סוג הקיצון.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. כתוב את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. לאילו ערכים של  $k$  הישר:  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה:

- 1. בנקודה אחת בלבד.
- 2. בשתי נקודות.
- 3. בשלוש נקודות.

**111** נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = \frac{3}{x} + 2 - 5x$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .
- ג. הראה כי הפונקציה יורדת בכל תחום הגדרתה.
- ד. כתוב את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. היעזר בסקיצה והראה כי הישר:  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  בשתי נקודות לכל ערך של  $k$ .

**112** נתונה הפונקציה הבאה:  $y = 9x - \frac{1}{x}$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?  
ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .  
ג. האם לפונקציה יש נקודות קיצון? נמק ומצא אותן במידה ויש.  
ד. כתוב את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.  
ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
ו. היעזר בסקיצה והראה כי הישר:  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  בשתי נקודות לכל ערך של  $k$ .

**113** נתונה הפונקציה הבאה:  $y = 2 + \frac{7}{x} - \frac{4}{x^2}$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?  
ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .  
ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.  
ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.  
ה. כתוב את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.  
ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
ז. לאילו ערכים של  $k$  הישר:  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה:  
1. בנקודה אחת בלבד.  
2. בשתי נקודות.  
3. בשלוש נקודות.

**114** נתונה הפונקציה הבאה:  $y = x + \frac{9}{x}$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?  
ב. הראה כי גרף הפונקציה אינו חותך את ציר ה- $x$ .  
ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.  
ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.  
ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
ו. מעבירים שני משיקים בנקודות הקיצון של הפונקציה.  
מצא את משוואות המשיקים וחשב את המרחק בין שני המשיקים.

**(115)** נתונה הפונקציה הבאה:  $y = 2x + \frac{8}{x}$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. הראה כי גרף הפונקציה אינו חותך את ציר ה- $x$ .
- ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. מעבירים שני משיקים בנקודות הקיצון של הפונקציה. מצא את משוואות המשיקים וחשב את המרחק בין שני המשיקים.

**(116)** נתונה הפונקציה הבאה:  $y = x + 4 + \frac{4}{x}$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .
- ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. מעבירים שני משיקים בנקודות הקיצון של הפונקציה. מצא את משוואות המשיקים וחשב את המרחק בין שני המשיקים.

**(117)** נתונה הפונקציה הבאה:  $y = 2x + \frac{8}{x} + 1$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ד. מעבירים שני משיקים בנקודות הקיצון של הפונקציה. מצא את משוואות המשיקים וחשב את המרחק בין שני המשיקים.

**(118)** נתונה הפונקציה הבאה:  $y = \frac{2x-7}{3} + \frac{6}{x}$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. הראה כי גרף הפונקציה אינו חותך את ציר ה- $x$ .
- ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. מעבירים שני משיקים בנקודות הקיצון של הפונקציה. מצא את משוואות המשיקים וחשב את המרחק בין שני המשיקים.

119 נתונה הפונקציה הבאה:  $y = 1 + \frac{8}{x} - \frac{20}{x^2}$ .

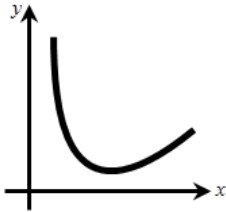
- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?  
 ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .  
 ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.  
 ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.  
 ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ו. מעבירים משיק בנקודת הקיצון של הפונקציה.  
 מצא את משוואתו וחשב את מרחקו מציר ה- $x$ .

### שאלות מתוך מאגר משרד החינוך – פונקציה רציונאלית:

120 נתונה הפונקציה:  $y = \frac{x^3 - x + 4}{x}$ ,  $(x \neq 0)$ .

- מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 2$ .  
 א. חשב את שיפוע המשיק.  
 ב. מצא את משוואת המשיק.

121 נתונה הפונקציה:  $y = 2x + \frac{1}{x}$  בתחום  $x > 0$  (ראה איור).



- הישר  $y = 3$  חותך את גרף הפונקציה בנקודה A ובנקודה B (משמאל ל-B). מעבירים לגרף הפונקציה משיק בנקודה A ומשיק בנקודה B. שני המשיקים נפגשים בנקודה P. מצא את שיעורי הנקודה P.

122 א. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{5}{x} + \frac{x}{5}$ ,  $(x \neq 0)$ .

עבור איזה ערך של  $x$  מקבלת הפונקציה מקסימום, ועבור איזה ערך של  $x$  היא מקבלת מינימום?

- ב. הראה כי לפונקציה:  $g(x) = \frac{5}{x} - \frac{x}{5}$ ,  $(x \neq 0)$  אין נקודות מקסימום ואין נקודות מינימום.

**123** נתונה הפונקציה:  $y = x^2 + \frac{A}{x}$  , (A פרמטר).

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה  $x = 4$  הוא 7.  
מצא את הערך של A.

**124** נתונה הפונקציה:  $y = Ax + \frac{12}{x}$  , (A פרמטר).

ידוע כי לפונקציה זו יש מינימום כאשר  $x = 2$ .  
מצא את הערך של A.

**125** א. לפונקציה:  $y = x + \frac{a}{x}$  יש ערך קיצון בנקודה  $x = 2$ .

חשב את a וקבע אם הנקודה היא נקודת מינימום או מקסימום.

ב. הראה שאם  $a = -2$  אז לפונקציה הזו אין נקודת קיצון.

**126** נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2 + \frac{3}{x} - \frac{2}{x^2}$  בתחום:  $x \neq 0$ .

א. מצא את נקודות הקיצון של  $f(x)$ .

ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה-x.

ג. ציין את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של  $f(x)$ .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום:  $[-4; 4]$ .

## תשובות סופיות:

(1) א.  $y' = -\frac{5}{x^2}$  ב.  $y' = \frac{6}{x^2}$  ג.  $y' = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{x^2}$  ד.  $y' = -\frac{1}{3x^2}$  ה.  $y' = 6x - 2 - \frac{1}{x^2}$

ו.  $y' = \frac{8}{x^2}$  ז.  $y' = 2x + 1 - \frac{1}{x^2}$  ח.  $y' = -\frac{4}{x^3}$  ט.  $y' = \frac{5}{x^2} + \frac{6}{x^3}$

(2)  $-\frac{1}{3}$  א.  $(1, 3)$ ,  $(\frac{1}{2}, 3)$  ב.  $y = -2x + 4$ ,  $y = x + 2$  ג.  $(\frac{2}{3}, 2\frac{2}{3})$

(4) א.  $y = -6x - 6$  ב.  $(0, -6)$ ,  $(-1, 0)$  (5) א.  $-10$  ב.  $y = -10x - 12$  (6)  $y = 5$

(7)  $(0.5, 2.5)$ ,  $(-0.5, -6.5)$  (8) א.  $(-1, 0)$ ,  $(1, -2)$  ב.  $y = 5x + 5$ ,  $y = 5x - 7$

(9)  $(2, 2)$ ,  $(-2, -2)$  (10) ב. לא. ג.  $(-1, -6)$ ,  $(1, -2)$  (12)  $A = 4$  (13)  $A = -3$

(14) א.  $A = 9$  ב.  $y = 5x - 5$  ג.  $(1, 0)$  (15) א.  $x \neq 0$  ב.  $(1, 0)$ ,  $(2, 0)$

ג.  $\min(1.4, -0.17)$ ,  $\max(-1.4, -5.8)$  ד. עולה:  $x < -1.4$ ,  $x > 1.4$

יורדת:  $-1.4 < x < 0$ ,  $0 < x < 1.4$  ו. חיובית:  $0 < x < 1$ ,  $x > 2$  שלילית:  $x < 0$ ,  $1 < x < 2$

(16) א.  $\max(4, 3\frac{1}{8})$  ב.  $(\frac{2}{3}, 0)$ ,  $(-1, 0)$  ג.  $x = 0$ ,  $y = 3$  ד. חיובית:  $x < -1$ ,  $x > \frac{2}{3}$

שלילית:  $-1 < x < 0$ ,  $0 < x < \frac{2}{3}$

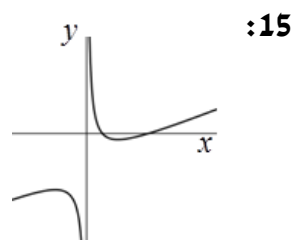
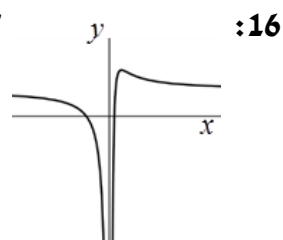
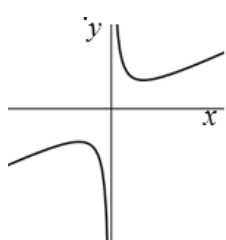
(17) א.  $x \neq 0$  ג.  $\min(1\frac{1}{2}, 11)$ ,  $\max(-1\frac{1}{2}, -13)$

ד. עולה:  $x < -1.5$ ,  $x > 1.5$  יורדת:  $-1.5 < x < 0$ ,  $0 < x < 1.5$

ו. 2 נקודות:  $k < -13$ ,  $k > 11$  נקודה אחת:  $k = 11, -13$  אף נקודה:  $-13 < k < 11$

(18) א.  $x \neq 0$  ב.  $(-\frac{1}{3}, 0)$ ,  $(\frac{1}{3}, 0)$  ד. II

### סקיצות לשאלות 15-17:



$y' = -\frac{a}{x^2}$  . א (19)  $y' = -\frac{4}{x^2}$  . ב  $y' = \frac{2}{x^2}$  . ג  $y' = -\frac{1}{6x^2}$  . ד  $y' = -\frac{1}{3x^2}$  . ה  $y' = \frac{4}{7x^2}$  . ו  $y' = -\frac{a}{x^2}$  . ז  $y' = -\frac{5}{ax^2}$  . ח  $y' = \frac{a}{x^2}$  . ט  $y' = -\frac{a}{5x^2}$  . י  $y' = -\frac{15}{x^2}$  . יא  $y' = \frac{2}{3x^2}$  . יב  $y' = -\frac{5}{ax^2}$  . יג  $y' = \frac{3}{4x^2}$  . יד  $y' = 2x - \frac{1}{x^2}$  . טו  $y' = 4ax - \frac{2}{x^2}$  . טז  $y' = 4x - a + \frac{5}{x^2}$  . יז  $y' = 6x + 5 + \frac{7}{5x^2}$  . יח  $y' = x + \frac{3}{7x^2}$  . יט  $y' = -\frac{1}{x^2}$  . כ  $y' = 4x + \frac{5}{x^2}$  . כא  $y' = 2 + \frac{2}{x^2}$  . כב  $y' = 2x + \frac{1}{x^2}$  . כג  $y' = 2ax - \frac{2}{x^2}$  . כד  $y' = 6x + 2 - \frac{1}{x^2}$  . כה  $y' = \frac{6}{13}x + \frac{7}{13x^2}$  . כו  $y' = \frac{2x}{7} + \frac{2}{7} - \frac{5}{7x^2}$  . כז  $y' = -\left(x + \frac{1}{6} + \frac{4}{6x^2}\right)$  . כח  $y' = -\frac{10}{x^3}$  . כט  $y' = -\frac{18}{x^3}$  . ל  $y' = \frac{8}{x^3}$  . לא  $y' = \frac{6}{5x^3}$  . לב  $y' = -\frac{2a}{9x^3}$  . לג  $y' = 4x - 1 - \frac{4}{x^3}$  . לד  $y' = \frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3}$  . לה  $y' = \frac{4}{x^2} - \frac{6}{x^3}$  . לו  $y' = -\frac{2}{x^2} - \frac{6a}{x^3}$  . לז  $y' = -\frac{1}{x^2} + \frac{14}{x^3}$  . לח  $y' = 2\left(1 - \frac{4}{x^2}\right)$  . לט  $y' = 3\left(\frac{3}{x^2} - 6\right)$  . מ  $y' = 10x + \frac{2}{x^2}$  . מא  $y' = -\frac{3}{x^2}$  .

א (20) 3. ב. -5. ג. 1.2. ד.  $-\frac{4}{7}$  . ה.  $-\frac{1}{2}$  . ו.  $\frac{1}{4}$  . ז. -2. ח.  $\frac{4}{9}$  . ט. 3, -3. י. 5, -5.

יא. 10, -10. יב. 2, -2. יג.  $\phi$  . יד.  $\phi$  . טו.  $\phi$  . טז. 2. יז. 1. יח. -3. יט.  $\sqrt[3]{-\frac{1}{2}}$  .

כ. -1. כא.  $\phi$  . כב. 2, -4. כג. 2, 5. כד. -1, 4.

א (21) -3. ב. -3. ג.  $-\frac{3}{49}$  . ד.  $-\frac{1}{3}$  . ה. -12.

א (22)  $\frac{2}{9}$  . ב. 2. ג. 18. ד.  $\frac{1}{8}$  . ה. 0.02. ו. 8.

א (23) -0.2. ב. -0.2. ג. -5. ד. -5. ה.  $-\frac{1}{180}$  . ו. -0.8.

א (24)  $\frac{1}{7}$  . ב.  $\frac{4}{7}$  . ג. 112. ד.  $\frac{400}{7}$  . ה.  $\frac{16}{7}$  . ו.  $\frac{64}{7}$  .

א (25) -1. ב. -1. ג. -16. ד. -36. ה.  $-\frac{4}{49}$  . ו.  $-\frac{16}{49}$  .

א (26) 1. ב. 100. ג.  $\frac{1}{4}$  . ד.  $\frac{1}{9}$  . ה. 6.25. ו. 4.

א (27)  $f'(x) = 1 + \frac{5}{x^2}$  . ב.  $f'(-5) = 1.2$  ,  $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 21$  ,  $f'(\sqrt{5}) = 2$  ,  $f'(1) = 6$  .

א (28)  $f'(x) = -\frac{4}{x^3}$  ב.  $f'\left(\frac{1}{2}\right) = -32$ ,  $f'(2) = -\frac{1}{2}$ ,  $f'(-2) = \frac{1}{2}$ ,  $f'(1) = -4$ .

א (29)  $f'(x) = \frac{8}{x^3}$  ב.  $f'\left(-\frac{1}{4}\right) = -512$ ,  $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 64$ ,  $f'(-2) = -1$ ,  $f'(1) = 8$ .

א (30) 2. ב. 2.5 ג. 0 ד. -185 ה.  $-\frac{3}{4}$  ו. -1.

א (31) עולה. ב. אינה עולה או יורדת. ג. יורדת. ד. יורדת. ה. אינה עולה או יורדת. ו. עולה.

א (32) יורדת. ב. יורדת. ג. אינה עולה ואינה יורדת. ד. עולה. ה. יורדת.

א (33) עולה. יורדת. ג. עולה. ד. אינה עולה או יורדת. ה. יורדת. ו. עולה.

א (34) 1. ב. 2. ג. 7, 17.5 ד.  $\pm 1$  ה.  $\pm 2$  ו.  $\frac{1}{16}$ ,  $-\frac{1}{9}$ .

א (35)  $\left(\frac{1}{4}, 0\right)$ ,  $(-1, 0)$  ב. 5, 20.

א (36)  $(3, 0)$ ,  $(-3, 0)$  ב.  $\frac{2}{3}$ ,  $-\frac{2}{3}$  א (37)  $y = -\frac{1}{3}x + 2$  ב.  $y = \frac{1}{2}x + 3$  ג.  $y = 5x + 11$ .

ד.  $y = 4x + 1$  ה.  $y = 2x + 3$  ו.  $y = 1.75x + 5$  ז.  $y = 4$  ח.  $y = -185x + 70$ .

ט.  $y = -3x - 4$  י.  $y = 2x - 1$  א (38) -10 ב.  $y = -10x + 7$  א (39) -8 ב.  $y = -8x - 8$ .

א (40)  $(2, 0)$ ,  $(3, 0)$  ב.  $y = -\frac{1}{2}x + 1$ ,  $y = \frac{1}{3}x - 1$ .

א (41)  $(-2, 0)$ ,  $(5, 0)$  ב.  $y = 1.4x - 7$ ,  $y = 3.5x + 7$  א (42)  $(-4, 0)$  ב.  $y = 0$ .

א (43)  $(6, 0)$  ב.  $y = 0$  א (44)  $(-1, 0)$  ב.  $y = -3x - 3$ .

א (45)  $y = \frac{2}{3}x - 4$  ב.  $y = -4x - 8$  ג.  $y = 4x - 5$  ד.  $y = -\frac{1}{2}x - 2$  ה.  $y = 3\frac{1}{4}x - 3$  ו.  $y = 12x - 8$ .

ז.  $y = -31.5x - 30$  ח.  $y = x + 1$  ט.  $y = -0.59x + 2\frac{2}{3}$  א (46)  $y = 3x$ .

א (47)  $(1, 20)$ ,  $(-1, -20)$  ב.  $(2, 10)$ ,  $(-2, -10)$  ג.  $(5, 4)$ ,  $(-5, -4)$  ד.  $(10, 2)$ ,  $(-10, -2)$ .

א (48)  $(4, 4)$ ,  $(-4, -4)$  ב.  $(1, -14)$ ,  $(-1, 14)$  ג.  $(2, -4)$ ,  $(-2, 4)$  ד.  $\left(\frac{1}{2}, -31\right)$ ,  $\left(-\frac{1}{2}, 31\right)$ .

א (49)  $\left(\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}\right)$ ,  $\left(-\frac{1}{2}, -8\frac{1}{2}\right)$  ב.  $(2, 4)$ ,  $(-2, -4)$  ג.  $(1, 5)$ ,  $(-1, -5)$  ד.  $\left(3, \frac{13}{3}\right)$ ,  $\left(-3, -\frac{13}{3}\right)$ .

א (50)  $(1, 8)$ ,  $(-1, 10)$  ב.  $(1, 3)$ ,  $(-1, -3)$  ג.  $(1, 10)$ ,  $(-1, -10)$  ד.  $(2, 12)$ ,  $(-2, -12)$ .

ה.  $(4, 1.5)$  ו.  $(10, 3.1)$ .

א (51)  $\left(\frac{5}{3}, -1\right)$ ,  $\left(-\frac{5}{3}, 1\right)$  א (52)  $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$ ,  $\left(-\frac{1}{2}, 13\right)$  א (53)  $(1, 1)$  א (54)  $(1, 2)$  א (55)  $(2, 20)$ ,  $(-2, -20)$ .

א (56)  $(1, 1.5)$ ,  $(-1, -0.5)$  א (57)  $(2, 4)$  א (58)  $(2, 28)$ ,  $(-2, -28)$  א (59)  $(2, 8)$ ,  $(-2, -4)$ .



.(3,8) , (-3,-4) .ד (1,12) , (-1,-12) .ג (5,10) , (-5,-10) .ב (1,2) , (-1,-2) .א (60

.(1,3) .ט (1,3) .ח (3,2) .ז  $\left(\frac{1}{3}, 4\right)$  ,  $\left(-\frac{1}{3}, -8\right)$  .ו  $\left(\frac{1}{2}, 13\right)$  ,  $\left(-\frac{1}{2}, -11\right)$  .ה

.  $y = -1.5x + 10$  ,  $y = -1.5x - 10$  .ב .  $y = -1.25x + 14$  ,  $y = -1.25x + 4$  .א (61

.  $y = -4x + 40$  ,  $y = -4x - 20$  .ד  $y = x - 1$  ,  $y = x - 5$  .ג

.  $y = 3x - 2$  ,  $y = 3x + 2$  .ב (1,5) , (-1,-5) .א (62

.  $10\frac{2}{3}$  .ד  $\left(2\frac{2}{3}, 0\right)$  , (0,-8) ;  $\left(-2\frac{2}{3}, 0\right)$  , (0,8) .ג .  $y = 3x - 8$  ,  $y = 3x + 8$  .ב (2,-2) , (-2,2) .א (63

.(1,15) , (-1,-15) (67 (2,-2) , (-2,2) (66 .  $y = -16$  ,  $y = 16$  (65  $y = 5.875$  (64

$\min(2,22)$  ,  $\max(-2,-26)$  .ג  $\min(1,4)$  ,  $\max(-1,-4)$  .ב  $\min(1,2)$  ,  $\max(-1,-2)$  .א (68

$\max\left(\frac{1}{3}, 360\right)$  ,  $\min\left(-\frac{1}{3}, 720\right)$  .ו  $\max(1,-10)$  ,  $\min(-1,10)$  .ה  $\min(1,68)$  ,  $\max(-1,-68)$  .ד

$\min(5,2)$  ,  $\max(-5,-2)$  .ט  $\min\left(\frac{1}{3}, 6\right)$  ,  $\max\left(-\frac{1}{3}, -6\right)$  .ח  $\max(-2,-4)$  ,  $\min(2,4)$  .ז

$\min(3,2)$  ,  $\max(-3,-2)$  .יב  $\min(2,2)$  ,  $\max(-2,-2)$  .יא  $\min(8,2)$  ,  $\max(-8,-2)$  .י

$\min\left(\frac{1}{3}, 6\right)$  ,  $\max\left(-\frac{1}{3}, -6\right)$  .טו  $\min\left(\frac{1}{3}, 12\right)$  ,  $\max\left(-\frac{1}{3}, -12\right)$  .יד  $\min(6,2)$  ,  $\max(-6,-2)$  .יג

$\max\left(\frac{1}{3}, -45\right)$  ,  $\min\left(-\frac{1}{3}, 51\right)$  .יח  $\min\left(\frac{1}{2}, 17\right)$  ,  $\max\left(-\frac{1}{2}, -23\right)$  .יז  $\min(1,20)$  ,  $\max(-1,-8)$  .זט

.  $\min\left(2, \frac{1}{8}\right)$  ,  $\max\left(-2, -\frac{7}{8}\right)$  .כא  $\min(1,4)$  ,  $\max(-1,-8)$  .כ  $\min\left(\frac{1}{6}, 4\right)$  ,  $\max\left(-\frac{1}{6}, -4\right)$  .ט

.  $\max(-1,-4)$  ,  $\min(1,4)$  .כד  $\min(1,34)$  ,  $\max(-1,-34)$  .כג  $\min\left(\frac{1}{5}, 0\right)$  ,  $\max\left(-\frac{1}{5}, -20\right)$  .כב

.  $\min : x = 13$  ,  $\max : x = -13$  .א (75 .-4 , 4 (72 .2.25 (71 .-1 (70  $\min : x = 3$  ,  $\max : x = -3$  (69

$k = 4$  (83  $k = -4$  (82  $k = 3$  (81  $k = -4$  (80 .2 (77 .-2 (76

.  $y = x - 10$  .ג  $y = x + 10$  .ב  $A = 5$  .א (84

.(3,-18) ; (-3,18) .ב  $a = 27$  .א (86  $\max(-3,-6)$  ;  $\min(3,6)$  .ב  $f(x) = x + \frac{9}{x}$  ;  $a = 1$  .א (85

.  $\max(-4,-16)$  .ב  $a = 32$  .א (87 .ג . מוגדרת עבור :  $x \neq 0$  : ד - טו

.  $-0.5 < x < 0$  ,  $0 < x < 0.5$  : יורדת :  $x < -0.5$  ,  $x > 0.5$  : עולה : 2  $\min(0.5,4)$  ,  $\max(-0.5,-4)$  .1 .א (89

.  $-2 < x < 0$  ;  $0 < x < 2$  : יורדת :  $x < -2$  ;  $x > 2$  : עולה : 2  $\min(2,36)$  ,  $\max(-2,-36)$  .1 .ב

.  $-5 < x < 0$  ;  $0 < x < 5$  : יורדת :  $x < -5$  ;  $x > 5$  : עולה : 2  $\min(5,10)$  ,  $\max(-5,-10)$  .1 .ג

.  $-1.5 < x < 0$  ;  $0 < x < 1.5$  : יורדת :  $x < -1.5$  ;  $x > 1.5$  : עולה : 2  $\min(1.5,12)$  ,  $\max(-1.5,-12)$  .1 .ד

- ה. 1.  $\min(3,2)$ ,  $\max(-3,-2)$  .2 עולה:  $x < -3$ ;  $x > 3$  יורדת:  $-3 < x < 0$ ;  $0 < x < 3$ .
- ו. 1.  $\min(4,2)$ ,  $\max(-4,-2)$  .2 עולה:  $x < -4$ ;  $x > 4$  יורדת:  $-4 < x < 0$ ;  $0 < x < 4$ .
- ז. 1. אין קיצון .2 עולה לכל  $x \neq 0$  . ח. 1. אין קיצון .2 עולה לכל  $x \neq 0$ .
- ט. 1. אין קיצון .2 עולה לכל  $x \neq 0$ .
- י. 1.  $\min\left(-4, \frac{1}{8}\right)$  .2 עולה:  $-4 < x < 0$  יורדת:  $x < -4$ ;  $0 < x$ .
- יא. 1.  $\min(5,5.2)$  .2 עולה:  $x < 0$ ;  $x > 5$  יורדת:  $0 < x < 5$ .
- יב. 1.  $\min\left(4, \frac{1}{2}\right)$  .2 עולה:  $x < 0$ ;  $x > 4$  יורדת:  $0 < x < 4$ .
- 90 א. עולה:  $x < -0.25$ ;  $x > 0.25$  יורדת:  $-0.25 < x < 0$ ;  $0 < x < 0.25$ .
- ב. עולה:  $x < -5$ ;  $x > 5$  יורדת:  $-5 < x < 0$ ;  $0 < x < 5$ .
- ג. עולה:  $x < -\sqrt{8}$ ;  $x > \sqrt{8}$  יורדת:  $-\sqrt{8} < x < 0$ ;  $0 < x < \sqrt{8}$ .
- ד. עולה לכל  $x \neq 0$  . ה. עולה:  $x < -5$ ;  $x > 5$  יורדת:  $-5 < x < 0$ ;  $0 < x < 5$ .
- ו. עולה:  $x < -7$ ;  $x > 7$  יורדת:  $-7 < x < 0$ ;  $0 < x < 7$ .
- ז. עולה:  $-1 < x < 0$  יורדת:  $x < -1$ ;  $x > 0$  . ח. עולה:  $x < 0$ ;  $x > 4\frac{2}{3}$  יורדת:  $0 < x < 4\frac{2}{3}$ .
- ט. עולה:  $x < 0$ ,  $x > 10$  יורדת:  $0 < x < 10$ .
- 95 לכל הסעיפים:  $x = 0$  . א.  $y = 0$  . ב.  $y = 0$  . ג.  $y = -1$  . ד.  $y = 6$  . ה.  $y = 4$  . ו.  $y = 5$  . ז.  $y = 0$  . ח.  $y = -6$  . ט.  $y = 0$  . י.  $y = 0$  . יא.  $y = 4$  . יב.  $y = -3$ .
- 97 א. 1.  $x \neq 0$  .2 אין .3  $\min(3,6)$ ;  $\max(-3,-6)$ .
4. עולה:  $x < -3$ ,  $x > 3$  יורדת:  $-3 < x < 0$ ,  $0 < x < 3$  .5  $x = 0$ .
- ב. 1.  $x \neq 0$  .2 אין .3  $\min\left(\frac{1}{3}, 6\right)$ ;  $\max\left(-\frac{1}{3}, -6\right)$ .
4. עולה:  $x < -\frac{1}{3}$ ,  $x > \frac{1}{3}$  יורדת:  $-\frac{1}{3} < x < 0$ ,  $0 < x < \frac{1}{3}$  .5  $x = 0$ .
- ג. 1.  $x \neq 0$  .2 אין .3  $\min(1,8)$ ;  $\max(-1,-8)$ .
4. עולה:  $x < -1$ ,  $x > 1$  יורדת:  $-1 < x < 0$ ,  $0 < x < 1$  .5  $x = 0$ .
- ד. 1.  $x \neq 0$  .2  $(1,0)$ ,  $(-1,0)$  .3 אין .4 יורדת לכל  $x \neq 0$  .5  $x = 0$ .
- ה. 1.  $x \neq 0$  .2 אין .3  $\min(5,2)$ ;  $\max(-5,-2)$ .
4. עולה:  $x < -5$ ,  $x > 5$  יורדת:  $-5 < x < 0$ ,  $0 < x < 5$  .5  $x = 0$ .
- ו. 1.  $x \neq 0$  .2  $(4,0)$ ,  $(-4,0)$  .3 אין .4 עולה לכל  $x \neq 0$  .5  $x = 0$ .
- ז. 1.  $x \neq 0$  .2 אין .3  $\min(4,1.5)$ ;  $\max(-4,-2.5)$ .
4. עולה:  $x < -4$ ,  $x > 4$  יורדת:  $-4 < x < 0$ ,  $0 < x < 4$  .5  $x = 0$ .

- ח. 1.  $x \neq 0$  2. אין. 3.  $\min(4, 3.5)$ ;  $\max(-4, -2.5)$
4. עולה:  $x < -4, x > 4$  יורדת:  $-4 < x < 0, 0 < x < 4$  5.  $x = 0$
- ט. 1.  $x \neq 0$  2. אין. 3.  $\min(2, 13)$ ;  $\max(-2, -11)$
4. עולה:  $x < -2, x > 2$  יורדת:  $-2 < x < 0, 0 < x < 2$  5.  $x = 0$
- י. 1.  $x \neq 0$  2.  $(2, 0), \left(\frac{1}{2}, 0\right)$  3.  $\min(1, -1)$ ;  $\max(-1, -9)$
4. עולה:  $x < -1, x > 1$  יורדת:  $-1 < x < 0, 0 < x < 1$  5.  $x = 0$
- יא. 1.  $x \neq 0$  2.  $(-2, 0), (2, 0)$  3. אין. 4. עולה לכל  $x \neq 0$  5.  $x = 0$
- יב. 1.  $x \neq 0$  2.  $\left(-\frac{7}{3}, 0\right), \left(\frac{1}{3}, 0\right)$  3. אין. 4. עולה לכל  $x \neq 0$  5.  $x = 0$
- יג. 1.  $x \neq 0$  2.  $(-5, 0)$  3.  $\min(5, 20)$ ;  $\max(-5, 0)$
4. עולה:  $x < -5, x > 5$  יורדת:  $-5 < x < 0, 0 < x < 5$  5.  $x = 0$
- יד. 1.  $x \neq 0$  2.  $(2, 0), \left(\frac{1}{2}, 0\right)$  3.  $\min(1, -1)$ ;  $\max(-1, -9)$
4. עולה:  $x < -1, x > 1$  יורדת:  $-1 < x < 0, 0 < x < 1$  5.  $x = 0$
- טו. 1.  $x \neq 0$  2. אין. 3.  $\min\left(\frac{1}{2}, -13\right), \max\left(-\frac{1}{2}, 19\right)$
4. עולה:  $-\frac{1}{2} < x < 0, 0 < x < \frac{1}{2}$  יורדת:  $x < -\frac{1}{2}, x > \frac{1}{2}$  5.  $x = 0$
- טז. 1.  $x \neq 0$  2.  $(-5, 0), (1, 0)$  3.  $\max(2.5, 1.8)$
4. עולה:  $0 < x < 2.5$  יורדת:  $x < 0, x > 2.5$  5.  $x = 0, y = 1$
- יז. 1.  $x \neq 0$  2.  $(2, 0), (4, 0)$  3.  $\min\left(2\frac{2}{3}, -\frac{1}{8}\right)$
4. עולה:  $x < 0, x > 2\frac{2}{3}$  יורדת:  $0 < x < 2\frac{2}{3}$  5.  $x = 0, y = 1$
- יח. 1.  $x \neq 0$  2.  $(-1, 0), (0.6, 0)$  3.  $\max\left(3, 5\frac{1}{3}\right)$
4. עולה:  $0 < x < 3$  יורדת:  $x < 0, x > 3$  5.  $x = 0, y = 5$
- יט. 1.  $x \neq 0$  2.  $(-2, 0), (0.5, 0)$  3.  $\max\left(\frac{4}{3}, 3\frac{1}{8}\right)$
4. עולה:  $0 < x < \frac{4}{3}$  יורדת:  $x < 0, x > \frac{4}{3}$  5.  $x = 0, y = 2$
- כ. 1.  $x \neq 0$  2.  $(-\sqrt{0.5}, 0), (\sqrt{0.5}, 0)$  3. אין. 4. יורדת לכל  $x \neq 0$  5.  $x = 0$

- כא. 1.  $x \neq 0$ . 2.  $(-\sqrt[3]{4}, 0)$ . 3.  $\min(2, 3)$ .
4. עולה:  $x < 0, x > 2$ ; יורדת:  $0 < x < 2$ . 5.  $x = 0$ .
- 98 א. 1.  $x \neq 0$ . 2.  $(-1, 0)$ . 3. יורדת לכל  $x \neq 0$ . 4.  $x = 0, y = 1$ .
- ב. 1.  $x \neq 0$ . 2.  $(1, 0)$ . 3. יורדת לכל  $x \neq 0$ . 4.  $x = 0, y = -3$ .
- ג. 1.  $x \neq 0$ . 2.  $(-0.5, 0)$ . 3. יורדת לכל  $x \neq 0$ . 4.  $x = 0, y = 2$ .
- ד. 1.  $x \neq 0$ . 2.  $(\frac{2}{3}, 0)$ . 3. יורדת לכל  $x \neq 0$ . 4.  $x = 0, y = -9$ .
- ה. 1.  $x \neq 0$ . 2.  $(\frac{6}{7}, 0)$ . 3. עולה לכל  $x \neq 0$ . 4.  $x = 0, y = 14$ .
- ו. 1.  $x \neq 0$ . 2.  $(-0.6, 0)$ . 3. עולה לכל  $x \neq 0$ . 4.  $x = 0, y = -5$ .
- 99 א. 1.  $x \neq 0$ . 2. אין. 3. עולה:  $x < 0$ ; יורדת:  $x > 0$ . 4.  $x = 0, y = 1$ .
- ב. 1.  $x \neq 0$ . 2. אין. 3. עולה:  $x < 0$ ; יורדת:  $x > 0$ . 4.  $x = 0, y = 5$ .
- ג. 1.  $x \neq 0$ . 2.  $(\frac{1}{2}, 0), (-\frac{1}{2}, 0)$ . 3. עולה:  $x < 0$ ; יורדת:  $x > 0$ . 4.  $x = 0, y = -4$ .
- ד. 1.  $x \neq 0$ . 2.  $(\frac{2}{3}, 0), (-\frac{2}{3}, 0)$ . 3. עולה:  $x > 0$ ; יורדת:  $x < 0$ . 4.  $x = 0, y = 9$ .
- ה. 1.  $x \neq 0$ . 2.  $(4, 0), (-4, 0)$ . 3. עולה:  $x > 0$ ; יורדת:  $x < 0$ . 4.  $x = 0, y = 2$ .
- ו. 1.  $x \neq 0$ . 2. אין. 3. עולה:  $x > 0$ ; יורדת:  $x < 0$ . 4.  $x = 0, y = -8$ .
- 100 א.  $x \neq 0$ . ב.  $(-\frac{1}{2}, -4), (\frac{1}{2}, 4)$ . ג. I.  $(\frac{1}{2}, 4), (-\frac{1}{2}, -4)$ . ד. III.
- 101 א.  $x \neq 0$ . ב.  $(3, 0), (-3, 0)$ . ד. III.
- 102 א.  $x \neq 0$ . ג.  $(4, 4.5), (-4, -3.5)$ . ד. III. 103 א.  $x \neq 0$ . ד. I.
- 104 א.  $x \neq 0$ . ב.  $(\frac{1}{3}, 0), (\frac{1}{2}, 0)$ . ג.  $\min(0.4, -0.25)$ . ד. IV.
- 105 א. 2. ב. 1. ג. 0. ד. 0. ה. 1. ו. 2.
- ז. 2 נקודות:  $k < -2, k > 2$ . נקודה אחת:  $k = \pm 2$ . אף נקודה:  $-2 < k < 2$ .
- 106 א. 0. ב. 2. ג. 1. ד. 2 נקודות:  $k < -14, k > 14$ . נקודה אחת:  $k = \pm 14$ . אף נקודה:  $-14 < k < 14$ .
- 107 א. 2. ב. 2. ג. 2. ד. 2. 108 א. 2. ב. 1. ג. 1. ד. 0. ה. כן. ו. כן. ז. כן.
- ח. 2 נקודות:  $-0.25 < k < 0, k > 0$ . נקודה אחת:  $k = 0, -0.25$ . אף נקודה:  $k < -0.25$ .
- 109 א.  $x \neq 0$ . ב.  $(1, 0), (\frac{1}{3}, 0)$ . ג.  $(\frac{1}{2}, -1)$ . ד. עולה:  $x < 0, x > 0.5$ ; יורדת:  $0 < x < 0.5$ .
- ו. 2 נקודות:  $-1 < k < 3, k > 3$ . נקודה אחת:  $k = -1, 3$ . אף נקודה:  $k < -1$ .
- 110 א.  $x \neq 0$ . ב.  $\min(3, 0)$ . ג. עולה:  $x < 0, x > 3$ ; יורדת:  $0 < x < 3$ . ד.  $x = 0, y = 1$ .
- ו. 1.  $k = 0, 1$ . 2.  $0 < k < 1, k > 1$ . 3. אף  $k$ .

111) א.  $x \neq 0$  ב.  $(-0.6, 0)$  ד.  $x = 0$  ,  $(1, 0)$

112) א.  $x \neq 0$  ב.  $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$  ,  $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$  ד.  $x = 0$

113) א.  $x \neq 0$  ב.  $(-4, 0)$  ,  $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$  ג.  $\max\left(\frac{8}{7}, \frac{81}{16}\right)$  ד. עולה:  $0 < x < \frac{8}{7}$  יורדת:  $x > \frac{8}{7}$  ,  $x < 0$

ה.  $x = 0, y = 2$  ו. 1.  $k = \frac{81}{16}$  2.  $k < \frac{81}{16}$  3. אף  $k$

114) א.  $x \neq 0$  ג.  $\min(3, 6)$  ,  $\max(-3, -6)$  ד. עולה:  $x < -3, x > 3$  יורדת:  $-3 < x < 0, 0 < x < 3$   
ו.  $d = 12, y = 6, y = -6$

115) א.  $x \neq 0$  ג.  $\min(2, 8)$  ,  $\max(-2, -8)$  ד. עולה:  $x < -2, x > 2$  יורדת:  $-2 < x < 0, 0 < x < 2$   
ו.  $d = 16, y = 8, y = -8$

116) א.  $x \neq 0$  ב.  $(-2, 0)$  ג.  $\min(2, 8)$  ,  $\max(-2, 0)$

ד. עולה:  $x < -2, x > 2$  יורדת:  $-2 < x < 0, 0 < x < 2$  ו.  $d = 8, y = 8, y = 0$

117) א.  $x \neq 0$  ב.  $\min(2, 9)$  ,  $\max(-2, -7)$  ד.  $d = 16, y = 9, y = -7$

118) א.  $x \neq 0$  ג.  $\min\left(3, \frac{5}{3}\right)$  ,  $\max\left(-3, -\frac{19}{3}\right)$  ד. עולה:  $x < -3, x > 3$  יורדת:  $-3 < x < 0, 0 < x < 3$

ו.  $d = 8, y = \frac{5}{3}, y = -\frac{19}{3}$

119) א.  $x \neq 0$  ב.  $(-10, 0)$  ,  $(2, 0)$  ג.  $\max(5, 1.8)$  ד. עולה:  $0 < x < 5$  יורדת:  $x < 0, x > 5$   
ו.  $d = 1.8, y = 1.8$

120) א. 3. ב.  $y = 3x - 1$

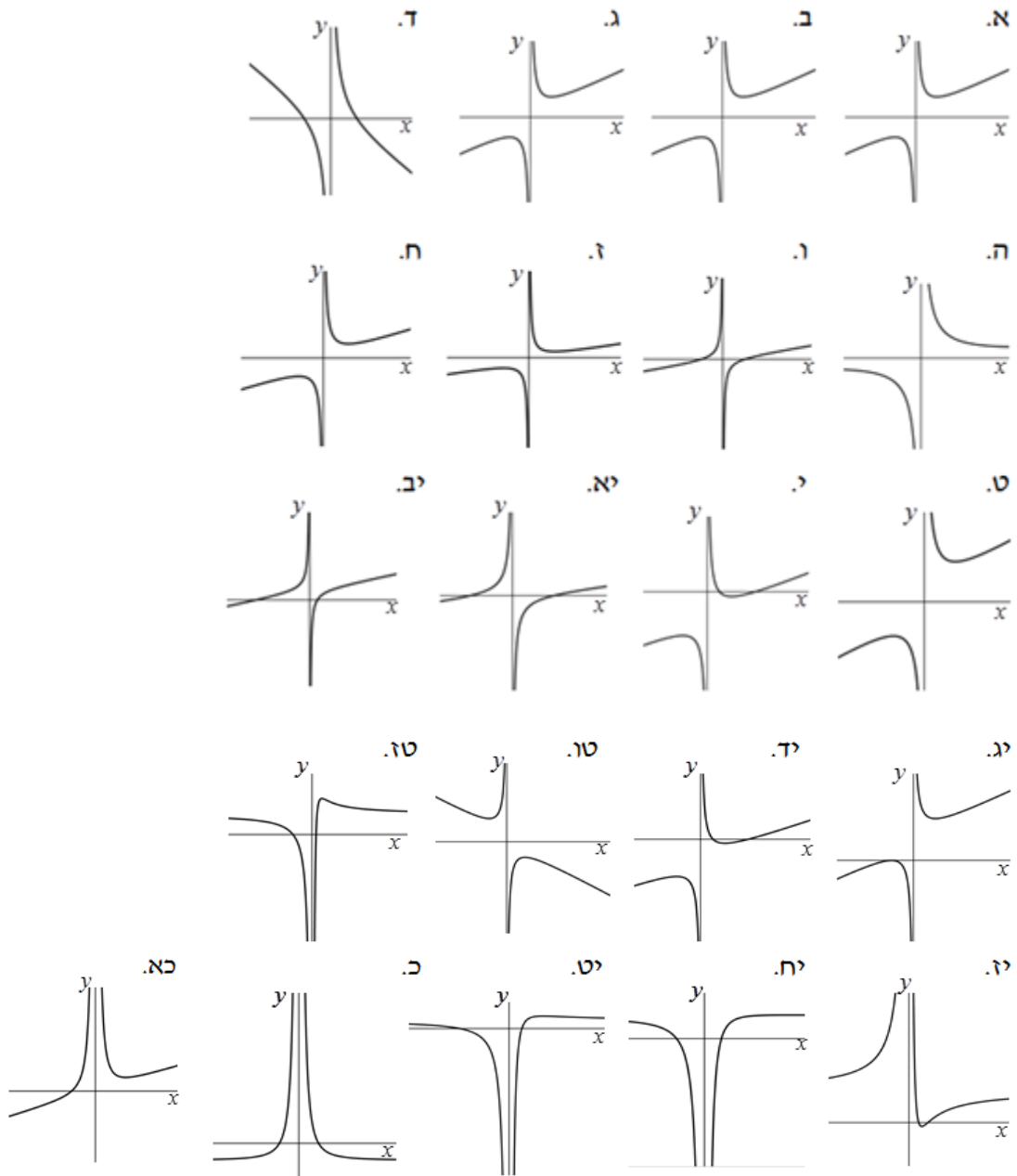
121)  $P\left(\frac{2}{3}, \frac{8}{3}\right)$  122) א. מקסימום:  $x = -5$  מינימום:  $x = 5$  123)  $A = 16$  124)  $A = 3$

125) א.  $a = 4$  , מינימום:  $(2, 4)$

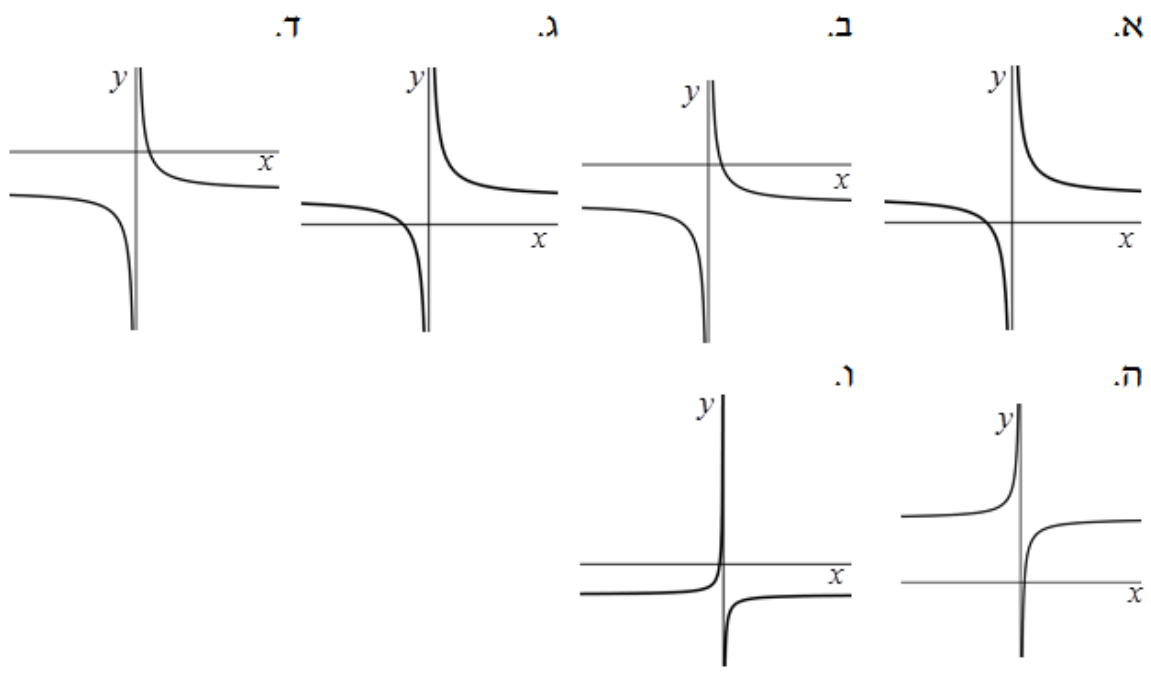
126) א.  $\left(1\frac{1}{3}, 3\frac{1}{8}\right)$  ב.  $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$  ,  $(-2, 0)$  ג. עולה:  $0 < x < \frac{4}{3}$  יורדת:  $x > \frac{4}{3}, x < 0$

סקיצות לשאלות:

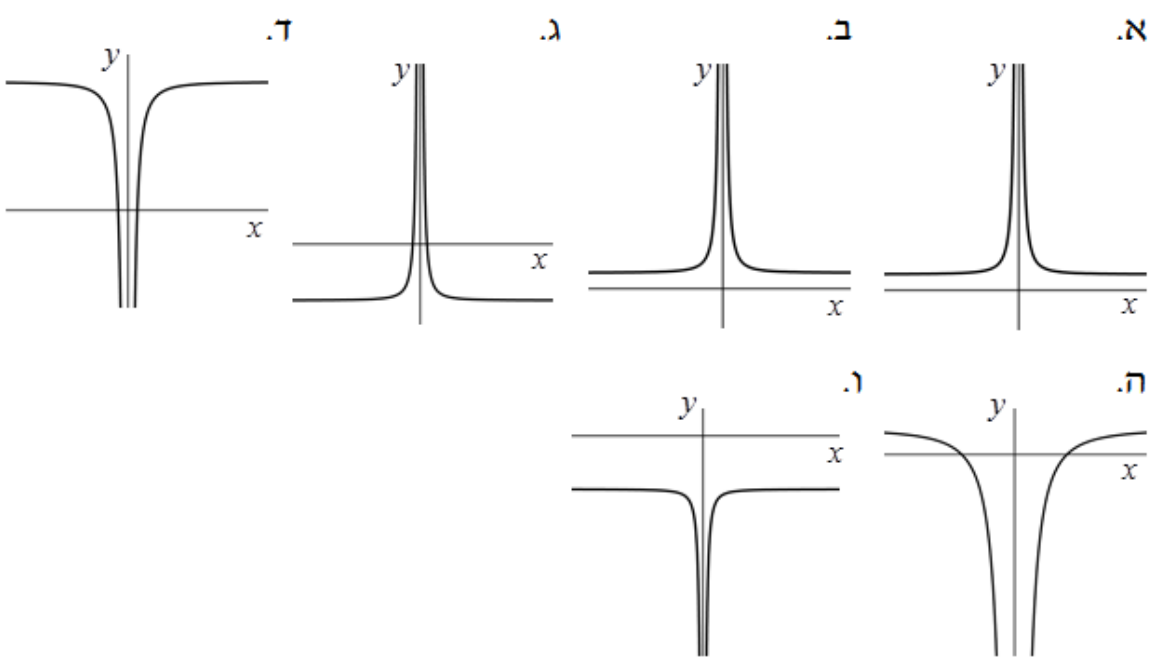
סקיצות לשאלה 97:



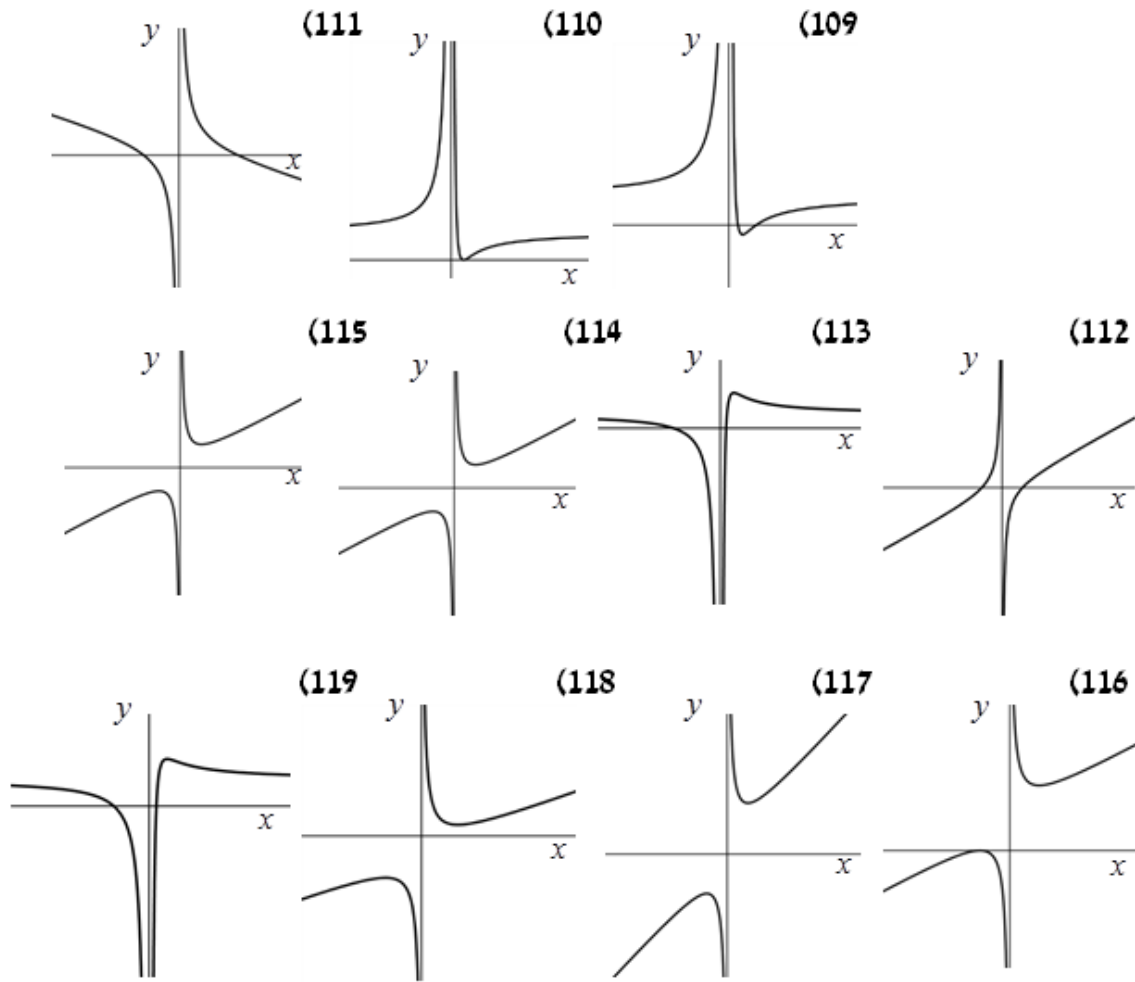
סקיצות לשאלה 98:



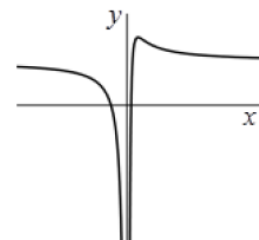
סקיצות לשאלה 99:



סקיצות לשאר שאלות החקירה:



סקיצה לשאלה 126:





## פרק 5 – חשבון דיפרנציאלי - פונקצית שורש:

- בסרטון זה מופיע הסבר כללי על פונקצית השורש ותבניתה.
- בסרטון זה מופיע תחום ההגדרה של פונקצית השורש.

### חישוב נגזרות:

(1) בסרטון זה מופיעים כללי הגזירה של פונקצית השורש.

גזור את הפונקציות הבאות:

א. $y = \sqrt{x}$	ב. $y = 5\sqrt{x}$	ג. $y = -3\sqrt{x}$
ד. $y = \frac{\sqrt{x}}{2}$	ה. $y = x - \sqrt{x}$	ו. $y = 8\sqrt{x} - \frac{8}{x}$
ז. $y = x\sqrt{x}$	ח. $y = 3x - 2\sqrt{x} - 1$	ט. $y = x^2 + \sqrt{x}$

### מציאת שיפוע ומשוואת משיק כאשר נתונה הנקודה:

(2) נתונה הפונקציה:  $y = 2\sqrt{x}$ .

מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 1$ .

(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 4x - \sqrt{x}$ .

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .

ב. מצא את שיפוע הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $x$  שאינה בראשית.

(4) כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = x^2 + 4\sqrt{x} + 5$  בנקודה:  $(4, 29)$ .

(5) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3x^2 - 8\sqrt{x}$ . מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה

בנקודה שבה:  $x = 4$ .

(6) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x\sqrt{x} - 2\sqrt{x}$ . מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה

בנקודה שבה:  $x = 1$ .

(7) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x}$  בנקודה שבה:  $x = 1$ .

### מציאת נקודה כאשר ידוע השיפוע:

8 נתונה הפונקציה:  $y = 3\sqrt{x}$ .

א. מצא נקודה שבה שיפוע הפונקציה הוא  $\frac{3}{4}$ .

ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה באותה הנקודה.

9 מצא באיזו נקודה על גרף הפונקציה:  $y = 3x - 2\sqrt{x} - 5$  יש להעביר משיק המקביל

לישר העובר דרך הנקודות:  $(-1, 10)$ ,  $(5, -2)$ .

10 מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = 4x - 2\sqrt{x}$  המקביל לישר:  $y = 3x - \frac{1}{2}$

ואת נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- $x$ .

11 מצא את הנקודות עבורן הנגזרת מתאפסת:

א.  $f(x) = x - 5\sqrt{x}$       ב.  $f(x) = 2x - 3\sqrt{x} + 6$

### פונקציות עם פרמטרים:

12 נתונה הפונקציה:  $y = a\sqrt{x} - 9x$  ( $a$  פרמטר) בתחום:  $x > 0$ .

המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 4$  מקביל לישר:  $y = 2x$ . מצא את  $a$ .

13 נתונה הפונקציה:  $y = x^3 + a\sqrt{x}$  ( $a$  פרמטר). שיפוע המשיק לגרף הפונקציה

בנקודה שבה:  $x = 1$  הוא 5. מצא את ערך הפרמטר  $a$ .

14 נתונה הפונקציה:  $y = 2\sqrt{x} - \frac{A}{x}$  ( $A$  פרמטר). שיפוע המשיק לגרף הפונקציה

בנקודה שבה:  $x = 1$  הוא 2. מצא את ערך הפרמטר  $A$ .

15 לפונקציה:  $y = 4x - 3a\sqrt{x} + 1$  ( $a$  פרמטר) יש נקודת קיצון כאשר:  $x = \frac{1}{4}$ . מצא את  $a$ .

א. מצא את  $a$ .

ב. קבע את סוג הקיצון.

ג. מהו הערך המינימלי של הפונקציה?

ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

### חקירת פונקצית שורש:

16) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2\sqrt{x} - x$ .

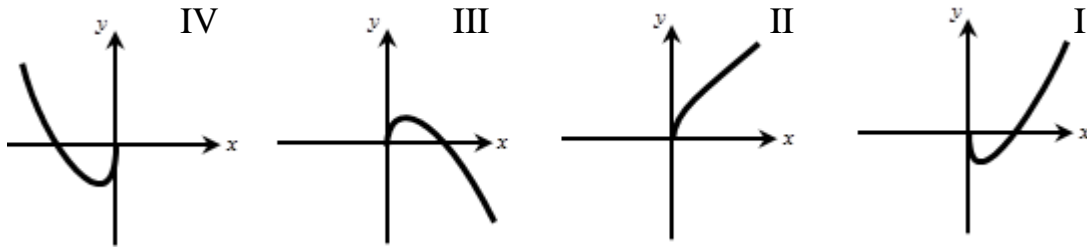
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את הנקודה שבה הנגזרת מתאפסת וקבע את סוגה.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. לאילו ערכים של  $k$  הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה:
  1. בשתי נקודות שונות?
  2. בנקודה אחת בלבד?
  3. באף נקודה?

17) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2x - 7\sqrt{x} - 4$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. הראה כי הפונקציה חותכת את ציר ה- $x$  בנקודה:  $(16, 0)$ .
- ג. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ .
- ד. מצא את הנקודה שבה הנגזרת מתאפסת וקבע את סוגה.
- ה. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ז. קבע לאילו ערכים של  $x$  הפונקציה שלילית.

18) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x - 16\sqrt{x}$ .

- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?  
(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.  
(3) מצא את נקודת הקיצון המקומית של הפונקציה וקבע את סוגה.
- ב. לפיך ארבעה גרפים: I, II, III, IV. איזה מבין הגרפים מתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.



ג. נתון הישר:  $y = k$ , ( $k$  פרמטר). מצא עבור אילו ערכי  $k$  חותך הישר את גרף הפונקציה בשתי נקודות שונות.

**19** נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^2 - 108\sqrt{x}$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה וקבע את סוגה.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. הראה כי הפונקציה עוברת בראשית הצירים.
- ה. נתון כי הפונקציה חותכת את ציר ה- $x$  בנקודה:  $(22.67, 0)$ .  
היעזר בנתון זה ובסעיפים הקודמים וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

## תירגול נוסף:

### חישוב נגזרות:

(20) גזור את הפונקציות הבאות:

א. $y = \sqrt{x}$	ב. $y = 2\sqrt{x}$	ג. $y = -3\sqrt{x}$
ד. $y = 17\sqrt{x}$	ה. $y = a\sqrt{x}$	ו. $y = 3a\sqrt{x}$
ז. $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$	ח. $y = \frac{\sqrt{x}}{3}$	ט. $y = -\frac{\sqrt{x}}{4}$
י. $y = 2x - \sqrt{x}$	יא. $y = x + \sqrt{x}$	יב. $y = 3\sqrt{x} - x$
יג. $y = 6\sqrt{x} + x$	יד. $y = 4\sqrt{x} - 3x$	טו. $y = 2ax + 5\sqrt{x}$
טז. $y = 8x - 3a\sqrt{x}$	יז. $y = 2\sqrt{x} - 3x - 1$	יח. $y = x + 5\sqrt{x} + 6$
יט. $y = 3x - 2\sqrt{x} - 1$	כ. $y = x^2 + \sqrt{x}$	כא. $y = 3x^2 + 2\sqrt{x}$
כב. $y = 16\sqrt{x} - x^2$	כג. $y = ax^2 - 8\sqrt{x}$	כד. $y = bx^2 + 7\sqrt{x}$
כה. $y = \frac{1}{x} + \sqrt{x}$	כו. $y = \sqrt{x} - \frac{3}{x}$	כז. $y = 4\sqrt{x} + \frac{4}{x}$

(21) גזור את הפונקציות הבאות:

א. $y = x\sqrt{x}$	ב. $y = 8x\sqrt{x}$	ג. $y = -5x\sqrt{x}$
ד. $y = 6 - x\sqrt{x}$	ה. $y = ax\sqrt{x} + 1$	ו. $y = 2bx\sqrt{x} + 6$
ז. $y = x + 2x\sqrt{x}$	ח. $y = x(4 + \sqrt{x})$	ט. $y = x(a - \sqrt{x})$
י. $y = 8x - 3a\sqrt{x}$	יא. $y = 2ax + 3\sqrt{x}$	יב. $y = a^2\sqrt{x} - ax$
יג. $y = x^2\sqrt{x}$	יד. $y = 6x^2\sqrt{x}$	טו. $y = ax^2\sqrt{x}$
טז. $y = x(3 - x\sqrt{x})$	יז. $y = 3x - 7x^2\sqrt{x}$	יח. $y = 14x + 2ax^2\sqrt{x}$

(22) פתור את המשוואות הבאות:

א. $\sqrt{x} = 1$	ב. $\sqrt{x} = 5$	ג. $\sqrt{x} = -3$
ד. $-\sqrt{x} = -6$	ה. $-\sqrt{x} = -8$	ו. $2\sqrt{x} = 1$
ז. $6\sqrt{x} = 5$	ח. $4\sqrt{x} - 2 = 0$	ט. $-\frac{1}{2}\sqrt{x} + 3 = 0$
י. $\frac{3}{4}\sqrt{x} + 5 = 0$	יא. $\frac{1}{4}\sqrt{x} - 2 = 0$	יב. $\frac{1}{4} - 4\sqrt{x} = 0$
יג. $\frac{1}{\sqrt{x}} = 2$	יד. $\frac{1}{\sqrt{x}} = 4$	טו. $\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{3}$
טז. $-\frac{1}{\sqrt{x}} = -\frac{1}{5}$	יז. $\frac{5}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{3}$	יח. $\frac{8}{2\sqrt{x}} = 3$
יט. $\frac{6}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{5}$	כ. $\frac{13}{2\sqrt{x}} = -4$	כא. $-\frac{4}{2\sqrt{x}} = -2$

**מציאת שיפוע ומשוואת משיק כאשר נתונה הנקודה:**

(23) חשב את שיפוע הפונקציה:  $y = \sqrt{x} + 3$  בנקודות הבאות:

א.  $x = 1$     ב.  $x = 4$     ג.  $x = 9$     ד.  $x = \frac{1}{4}$     ה.  $x = -16$

(24) חשב את ערך הנגזרת של הפונקציה:  $y = x - 2\sqrt{x}$  בנקודות הבאות:

א.  $x = 1$     ב.  $x = 3$     ג.  $x = 25$     ד.  $x = \frac{1}{64}$     ה.  $x = -\frac{1}{2}$

(25) חשב את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה:  $y = x^2 + 5\sqrt{x} - 2$  בנקודות הבאות:

א.  $x = 25$     ב.  $x = 1$     ג.  $x = 4$     ד.  $x = \frac{1}{4}$     ה.  $x = \frac{1}{16}$

(26) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 6\sqrt{x} + 2x^2$

א. כתוב את  $f'(x)$ .

ב. חשב את:  $f'(1)$ ,  $f'(9)$ ,  $f'(5)$ ,  $f'\left(\frac{1}{4}\right)$ .

27) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3\sqrt{x} - x^2$ .

א. כתוב את  $f'(x)$ .

ב. חשב את:  $f'(9)$ ,  $f'\left(\frac{1}{9}\right)$ ,  $f'(3)$ ,  $f'\left(\frac{25}{16}\right)$ .

28) חשב את שיפוע הפונקציה בנקודות הבאות:

א.  $(4,8)$ ,  $f(x) = x + 2\sqrt{x}$       ב.  $(1,7)$ ,  $f(x) = 8x - \sqrt{x}$

ג.  $\left(\frac{1}{9}, \frac{16}{9}\right)$ ,  $f(x) = 4x + 4\sqrt{x}$       ד.  $\left(\frac{1}{25}, 0\right)$ ,  $f(x) = 25x - 5\sqrt{x}$

ה.  $(4,14)$ ,  $f(x) = x^2 - \sqrt{x}$       ו.  $(9,69)$ ,  $f(x) = x^2 - 4\sqrt{x}$

29) חשב את שיפוע הפונקציה:  $f(x) = 2\sqrt{x} - x$  וקבע אם היא עולה או יורדת בנקודות הבאות:

א.  $(1,1)$       ב.  $(4,0)$       ג.  $(9,-3)$       ד.  $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$       ה.  $\left(\frac{1}{9}, \frac{5}{9}\right)$

30) קבע האם הפונקציה:  $f(x) = 2\sqrt{x} - x$ ,  $x > 0$ , עולה או יורדת בנקודות הבאות:

א.  $x=7$       ב.  $x=1$       ג.  $x=\frac{1}{4}$       ד.  $x=4$       ה.  $x=\frac{1}{16}$

31) חשב את שיפוע הפונקציה:  $f(x) = x^2 - 4\sqrt{x}$  וקבע אם היא עולה או יורדת בנקודות הבאות:

א.  $(1,-3)$       ב.  $(4,8)$       ג.  $(9,69)$       ד.  $\left(\frac{1}{4}, -\frac{31}{16}\right)$       ה.  $(25,605)$

32) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2\sqrt{x} - x$ .

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .

ב. מצא את שיפוע הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $x$  שאינה בראשית.

33) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x + 3\sqrt{x} - 2$ .

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ .

ב. מצא את שיפוע הפונקציה בנקודה שמצאת בסעיף הקודם.

34) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 3$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ .  
ב. מצא את שיפוע הפונקציה בנקודה שמצאת בסעיף הקודם.

35) כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצוינת לידה:

- א.  $(4,4)$ ,  $f(x) = 2\sqrt{x}$  .  
ב.  $(1,-6)$ ,  $f(x) = -6\sqrt{x}$  .  
ג.  $\left(\frac{1}{9}, \frac{4}{9}\right)$ ,  $f(x) = x + \sqrt{x}$  .  
ד.  $(25, -195)$ ,  $f(x) = \sqrt{x} - 8x$  .  
ה.  $(1,2)$ ,  $f(x) = x^2 + \sqrt{x}$  .  
ו.  $(16,64)$ ,  $f(x) = x\sqrt{x}$  .

36) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2x + \sqrt{x}$ .

- א. חשב את שיפוע הפונקציה בנקודה:  $(9,21)$ .  
ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה הנ"ל.

37) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2\sqrt{x} - x$ .

- א. חשב את שיפוע הפונקציה בנקודה:  $\left(\frac{1}{9}, \frac{5}{9}\right)$ .  
ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה הנ"ל.

38) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2\sqrt{x} - x$ . כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $x$  שאינה בראשית.

39) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \sqrt{x} - 5x$ . כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $x$  שאינה בראשית.

40) כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = 2x - \sqrt{x} - 3$  בנקודה:  $(1,-2)$ .

41) כתוב את משוואות המשיקים לפונקציות בנקודות המצוינות לידן:

- א.  $x = 4$ ,  $f(x) = 5\sqrt{x}$  .  
ב.  $x = 1$ ,  $f(x) = -6\sqrt{x}$  .  
ג.  $x = 9$ ,  $f(x) = x + 2\sqrt{x}$  .  
ד.  $x = \frac{1}{25}$ ,  $f(x) = \sqrt{x} - 3x$  .  
ה.  $x = \frac{1}{4}$ ,  $f(x) = x^2 - 2\sqrt{x}$  .  
ו.  $x = 16$ ,  $f(x) = x - 3\sqrt{x} + 2$  .



**מציאת נקודה כאשר ידוע השיפוע:**

**(42)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2\sqrt{x}$ . חשב את נקודות ההשקה כאשר השיפוע הוא:

א.  $m=1$    ב.  $m=2$    ג.  $m=3$    ד.  $m=8$    ה.  $m=\frac{1}{4}$    ו.  $m=-2$ .

**(43)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = x + 3\sqrt{x}$ . חשב את נקודות ההשקה כאשר השיפוע הוא:

א.  $m=1$    ב.  $m=4$    ג.  $m=1\frac{3}{4}$    ד.  $m=1.5$    ה.  $m=-3$    ו.  $m=-10$ .

**(44)** לפניך מספר פונקציות. מצא את שיעורי הנקודה עבורן שיפוע המשיק הוא  $m$ :

א.  $m=2, f(x) = 4\sqrt{x}$    ב.  $m=-3, f(x) = -12\sqrt{x}$

ג.  $m=5, f(x) = 10\sqrt{x}$    ד.  $m=2, f(x) = 3x + \sqrt{x}$

ה.  $m=-\frac{1}{2}, f(x) = 2\sqrt{x} - x$    ו.  $m=-\frac{1}{3}, f(x) = 3\sqrt{x} - \frac{4}{3}x$

**(45)** מצא באיזו נקודה על גרף הפונקציה:  $f(x) = 2\sqrt{x} - x$  יש להעביר משיק

המקביל לישר:  $y = 2x + 1$ .

**(46)** מצא באיזו נקודה על גרף הפונקציה:  $f(x) = 3x - \sqrt{x}$  יש להעביר משיק המקביל

לישר:  $y = x - 8$ .

**(47)** מצא באיזו נקודה על גרף הפונקציה:  $y = 2x - 3\sqrt{x} + 1$  יש להעביר משיק המקביל

לישר העובר דרך הנקודות:  $(6,6)$ ,  $(4,10)$ .

**(48)** מצא את הנקודות עבורן ערך הנגזרת מתאפס:

א.  $f(x) = \sqrt{x} - x$    ב.  $f(x) = \sqrt{x} - 2x$

ג.  $f(x) = x - 3\sqrt{x}$    ד.  $f(x) = 4 - 3x + 2\sqrt{x}$

**(49)** מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = \sqrt{x} - x$  בעל שיפוע 2.

(50) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = 2\sqrt{x} - 3x$  בעל שיפוע -2.

(51) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = x - 4\sqrt{x}$  בעל שיפוע 0.

(52) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = x + 3\sqrt{x}$  בעל שיפוע 4.

(53) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = 6\sqrt{x} - 4x$  המקביל לישר:  $y = 2x - 15$ .

(54) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{3}\sqrt{x} - \frac{x}{6}$  המקביל לישר:  $y = \frac{1}{6}x$ .

(55) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה:  $f(x) = 16x - 9\sqrt{x}$  המקביל לישר:  $y = 10x$ .

(56) מצא את משוואות המשיקים לגרפים של הפונקציה המקבילים לישר:  $y = 5$ :

א.  $f(x) = 6\sqrt{x} - x$       ב.  $f(x) = -12\sqrt{x} + 3x$

ג.  $f(x) = 4x - \sqrt{x}$       ד.  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2} - x$

### מציאת נקודות קיצון:

(57) מצא את נקודות הקיצון המקומיות של הפונקציות הבאות וקבע את סוגן:

א.  $f(x) = 2x - \sqrt{x}$       ב.  $f(x) = 3x - \sqrt{x}$       ג.  $f(x) = 4x - \sqrt{x}$

ד.  $f(x) = 2\sqrt{x} - x$       ה.  $f(x) = 4\sqrt{x} - 3x$       ו.  $f(x) = 8\sqrt{x} - 2x$

ז.  $f(x) = 2x - 3\sqrt{x} + 1$       ח.  $f(x) = x^2 - 4\sqrt{x}$       ט.  $f(x) = x^2 - 2\sqrt{x}$

י.  $f(x) = \frac{x}{6} - \frac{\sqrt{x}}{3}$       יא.  $f(x) = \frac{x+1}{2} - \sqrt{x}$       יב.  $f(x) = \frac{1-\sqrt{x}}{2} + \frac{x}{8}$

(58) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 4x - \sqrt{x}$  בתחום:  $x > 0$ .

- א. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה.  
ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

59 נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3\sqrt{x} - 2x + 1$  בתחום:  $x > 0$ .

- א. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה.  
ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

60 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{x}{16} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}$  בתחום:  $x > 0$ .

- א. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה.  
ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

61 קבע האם הפונקציה:  $f(x) = 2\sqrt{x} - x$ ,  $x > 0$ , עולה או יורדת בנקודות הבאות:

- א.  $x = 7$     ב.  $x = 1$     ג.  $x = \frac{1}{4}$     ד.  $x = 4$     ה.  $x = \frac{1}{16}$

62 הראה כי הפונקציה:  $y = x + \sqrt{x}$  עולה לכל  $x > 0$ .

63 הראה כי הפונקציה:  $y = 4x + 3\sqrt{x}$  עולה לכל  $x > 0$ .

64 הראה כי הפונקציה:  $y = -x - 2\sqrt{x}$  יורדת לכל  $x > 0$ .

65 הראה כי הפונקציה:  $y = -4x - \frac{\sqrt{x}}{3}$  יורדת לכל  $x > 0$ .

66 מהו הערך המינימלי של הפונקציה:  $y = 4x - \frac{\sqrt{x}}{2}$  בתחום:  $x > 0$ ?

67 מצא את הערך המינימלי של הפונקציה:  $y = 4x - \sqrt{x}$  בתחום:  $x > 0$ .

68 מצא את הערך המקסימלי של הפונקציה:  $y = \sqrt{x} - 3x$  בתחום:  $x > 0$ .

69 מצא את הערך המקסימלי של הפונקציה:  $y = 2\sqrt{x} - \frac{x+4}{2}$  בתחום:  $x > 0$ .

**פונקציות עם פרמטרים:**

- (70) נתונה הפונקציה:  $y = ax + \sqrt{x}$  (פרמטר  $a$ ) בתחום:  $x > 0$ .  
ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 4$  הוא 2. מצא את  $a$ .
- (71) נתונה הפונקציה:  $y = 2a\sqrt{x} - x$  (פרמטר  $a$ ) בתחום:  $x > 0$ .  
ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 9$  הוא -3. מצא את  $a$ .
- (72) נתונה הפונקציה:  $y = 2\sqrt{x} - 3ax$  (פרמטר  $a$ ) בתחום:  $x > 0$ .  
ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = \frac{1}{25}$  הוא 2. מצא את  $a$ .
- (73) נתונה הפונקציה:  $y = ax + (a+1)\sqrt{x}$  (פרמטר  $a$ ) בתחום:  $x > 0$ .  
ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 1$  הוא 6.5. מצא את  $a$ .
- (74) נתונה הפונקציה:  $y = ax + 2\sqrt{x} - 1$  (פרמטר  $a$ ) בתחום:  $x > 0$ .  
ערך הנגזרת בנקודה שבה:  $x = 16$  הוא 0.75. מצא את  $a$ .
- (75) נתונה הפונקציה:  $y = 2x + a\sqrt{x} + 2$  (פרמטר  $a$ ) בתחום:  $x > 0$ .  
ערך הנגזרת בנקודה שבה:  $x = 16$  הוא 0.75.  
א. מצא את  $a$ .  
ב. מצא נקודה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא 1.
- (76) נתונה הפונקציה:  $y = 4a\sqrt{x} - 2x - 3$  (פרמטר  $a$ ) בתחום:  $x > 0$ .  
ערך הנגזרת בנקודה שבה:  $x = 6.25$  הוא 0.4.  
א. מצא את  $a$ .  
ב. מצא נקודה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא -1.
- (77) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2a\sqrt{x} + x$  (פרמטר  $a$ ) בתחום:  $x > 0$ .  
ידוע כי הנגזרת מקיימת:  $f'(4) = 2$ . מצא את  $a$ .
- (78) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3ax - 2\sqrt{x}$  (פרמטר  $a$ ) בתחום:  $x > 0$ .  
ידוע כי הנגזרת מקיימת:  $f'(1) = a$ . מצא את  $a$ .

**(79)** נתונה הפונקציה:  $y = \frac{\sqrt{x}}{a} + x$  (פרמטר) בתחום:  $x > 0$ .

ידוע כי הנגזרת מקיימת:  $f'(1) = 5$ .

א. מצא את  $a$ .

ב. מצא נקודה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא 9.

ג. כתוב את משוואת משיק העובר דרך הנקודה שמצאת בסעיף הקודם.

ד. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.

**(80)** נתונה הפונקציה:  $y = a^2\sqrt{x} + 8x$  (פרמטר חיובי) בתחום:  $x > 0$ .

ידוע כי הנגזרת מקיימת:  $f'(1) = 16$ .

א. מצא את  $a$ .

ב. מצא נקודה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא 12.

ג. כתוב את משוואת משיק העובר דרך הנקודה שמצאת בסעיף הקודם.

ד. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.

**(81)** נתונה הפונקציה:  $y = 2ax - \sqrt{x}$  (פרמטר חיובי) בתחום:  $x > 0$ .

המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = \frac{1}{9}$  מקביל לישר:  $y = 3 - 2x$ . מצא את  $a$ .

**(82)** לפונקציה:  $y = a\sqrt{x} + 5x$  (פרמטר) יש נקודת קיצון כאשר:  $x = \frac{1}{25}$ . מצא את  $a$ .

### חקירת פונקצית שורש:

83) כתוב את תחום ההגדרה של הפונקציה הבאות:

ג.  $f(x) = -3\sqrt{x}$

ב.  $f(x) = 4\sqrt{x}$

א.  $f(x) = \sqrt{x}$

ו.  $f(x) = \frac{\sqrt{x}+4}{3}$

ה.  $f(x) = \frac{1-\sqrt{x}}{3}$

ד.  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2}$

ט.  $f(x) = -3x - \sqrt{x}$

ח.  $f(x) = 4x + \sqrt{x}$

ז.  $f(x) = x - \sqrt{x}$

יב.  $f(x) = 6\sqrt{x} + 8x$

יא.  $f(x) = 4\sqrt{x} + 2x$

י.  $f(x) = 2\sqrt{x} - x$

טו.  $f(x) = x\sqrt{x} - 4$

יד.  $f(x) = 2\sqrt{x} - 3x^2$

יג.  $f(x) = x^2 - 4\sqrt{x}$

יח.  $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{\sqrt{x}}{2}$

יז.  $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x}$

טז.  $f(x) = 2x\sqrt{x} - 3x$

84) נתונה הפונקציה:  $y = 2\sqrt{x} - x$  בתחום:  $x > 0$ .

הראה כי הנקודות הבאות נמצאות על גרף הפונקציה:

א. (1,1)    ב. (4,0)    ג. (9,-3)    ד. (25,-15)    ה.  $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$

85) נתונה הפונקציה:  $y = x^2 - 4\sqrt{x}$  בתחום:  $x > 0$ .

הראה כי הנקודות הבאות נמצאות על גרף הפונקציה:

א. (1,-3)    ב. (4,8)    ג. (9,69)    ד. (25,605)    ה.  $(\frac{1}{4}, -\frac{31}{16})$

86) כתוב את נקודות הקיצון (כולל נקודות הקצה) של הפונקציות הבאות וקבע את סוגן:

ג.  $f(x) = 4x + \sqrt{x}$

ב.  $f(x) = 2x - \sqrt{x}$

א.  $f(x) = x - \sqrt{x}$

ו.  $f(x) = 5\sqrt{x} - 2x$

ה.  $f(x) = 4\sqrt{x} - x$

ד.  $f(x) = 2\sqrt{x} - x$

ט.  $f(x) = 5x - 4\sqrt{x} - 1$

ח.  $f(x) = 3x - \sqrt{x} + 1$

ז.  $f(x) = x - 2\sqrt{x} - 3$

יב.  $f(x) = 4x - \frac{\sqrt{x}-1}{2}$

יא.  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{3} - 1 + 2x$

י.  $f(x) = \frac{x+1}{2} - \sqrt{x}$

טו.  $f(x) = x^2 - \sqrt{x}$

יד.  $f(x) = x^2 - 108\sqrt{x}$

יג.  $f(x) = x^2 - 4\sqrt{x}$

**87** חקור את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים :

1. מציאת תחום הגדרה.
2. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים (במידה ויש).
3. מציאת נקודות קיצון מקומיות וקצה, וקביעת סוג הקיצון.
4. כתיבת תחומי עלייה וירידה.
5. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2} \quad \text{ג.} \quad f(x) = -4\sqrt{x} \quad \text{ב.} \quad f(x) = \sqrt{x} \quad \text{א.}$$

$$f(x) = 2\sqrt{x} - x \quad \text{ו.} \quad f(x) = 2x - \sqrt{x} \quad \text{ה.} \quad f(x) = x - \sqrt{x} \quad \text{ד.}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2} + x \quad \text{ט.} \quad f(x) = 4\sqrt{x} + x \quad \text{ח.} \quad f(x) = 3\sqrt{x} - 2x \quad \text{ז.}$$

$$f(x) = x^2 - 4\sqrt{x} \quad \text{יב.} \quad f(x) = \frac{x - 3\sqrt{x}}{2} \quad \text{יא.} \quad f(x) = \frac{x}{3} - \sqrt{x} \quad \text{י.}$$

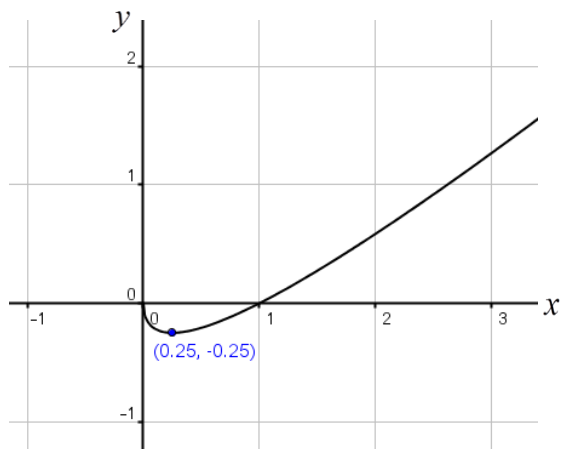
**88** נתונה הפונקציה :  $f(x) = 4\sqrt{x} - x$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את הנקודה שבה הנגזרת מתאפסת וקבע את סוגה.
- ג. הראה כי הפונקציה עוברת דרך הנקודות :  $(0,0)$  ,  $(16,0)$ .
- ד. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ה. רשום את התחום שבו הפונקציה שלילית.

**89** נתונה הפונקציה :  $f(x) = x - 2\sqrt{x}$

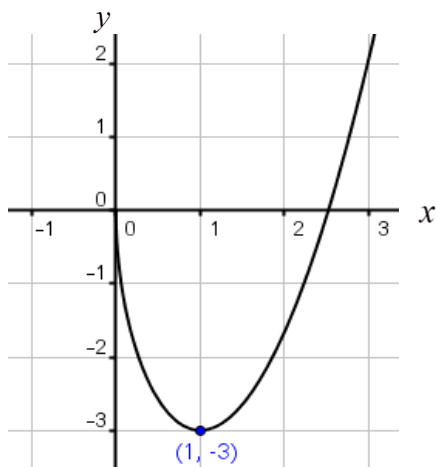
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את הנקודה שבה הנגזרת מתאפסת וקבע את סוגה.
- ג. הראה כי הפונקציה עוברת דרך הנקודות :  $(0,0)$  ,  $(4,0)$ .
- ד. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ה. רשום את התחום שבו הפונקציה חיובית.

90 נתונה הפונקציה:  $f(x) = x - \sqrt{x}$ . להלן סקיצה של גרף הפונקציה:



- א. בכמה נקודות חותך הישר:  $y = 1$  את גרף הפונקציה?
- ב. כמה פעמים חותך ציר ה- $x$  (הישר  $y = 0$ ) את גרף הפונקציה?
- ג. כמה פעמים חותך הישר:  $y = -0.25$  את גרף הפונקציה?
- ד. כמה פעמים חותך הישר:  $y = -1$  את גרף הפונקציה?
- ה. על סמך הסעיפים הקודמים, לאילו ערכים של  $k$  הישר:  $y = k$  יחתוך את גרף הפונקציה בשתי נקודות שונות? , בנקודה אחת? ובאף נקודה?

91 נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^2 - 4\sqrt{x}$ . להלן סקיצה של גרף הפונקציה:



- א. בכמה נקודות חותך הישר:  $y = 1$  את גרף הפונקציה?
- ב. כמה פעמים חותך ציר ה- $x$  (הישר  $y = 0$ ) את גרף הפונקציה?



- ג. כמה פעמים חותך הישר:  $y = -0.25$  את גרף הפונקציה?
- ד. כמה פעמים חותך הישר:  $y = -3$  את גרף הפונקציה?
- ה. האם ניתן לומר כי הישר  $y = k$  יחתוך את גרף הפונקציה בשתי נקודות לכל ערך חיובי של  $k$ ? נמק.
- ו. האם ישנם ערכי  $k$  שליליים עבורם יחתוך הישר  $y = k$  את גרף הפונקציה בשתי נקודות שונות? נמק.
- ז. מצא ערך של  $k$  עבורו יחתוך הישר  $y = k$  את גרף הפונקציה בנקודה אחת בלבד.
- ח. על סמך הסעיפים הקודמים, לאילו ערכים של  $k$  הישר:  $y = k$  יחתוך את גרף הפונקציה בשתי נקודות שונות? , בנקודה אחת? ובאף נקודה?

**(92) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3x - 2\sqrt{x} - 1$ .**

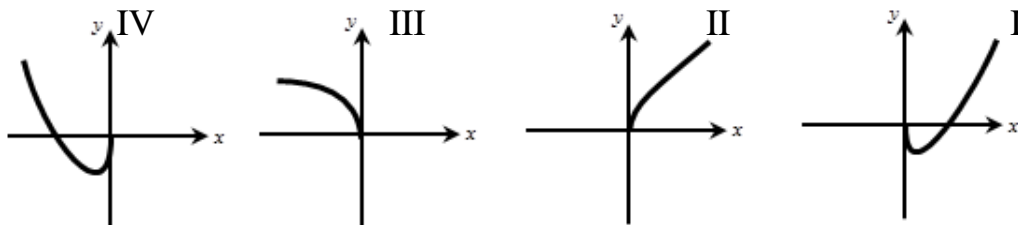
- ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- $x$  בנקודה:  $(1,0)$ .
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ .
- ג. מצא את הנקודה שבה הנגזרת מתאפסת וקבע את סוגה.
- ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. קבע לאילו ערכים של  $x$  הפונקציה חיובית.
- ז. לאילו ערכים של  $k$  הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה:
1. בשתי נקודות שונות?
  2. בנקודה אחת בלבד?
  3. באף נקודה?

**(93) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 4x + 3\sqrt{x} + 1$ .**

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ .
- ג. הראה כי הפונקציה עולה לכל  $x$  בתחום הגדרתה.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ה. היעזר בסקיצה והסבר מדוע הישר:  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת לכל:  $k > 1$ .

94) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2\sqrt{x} + x$ .

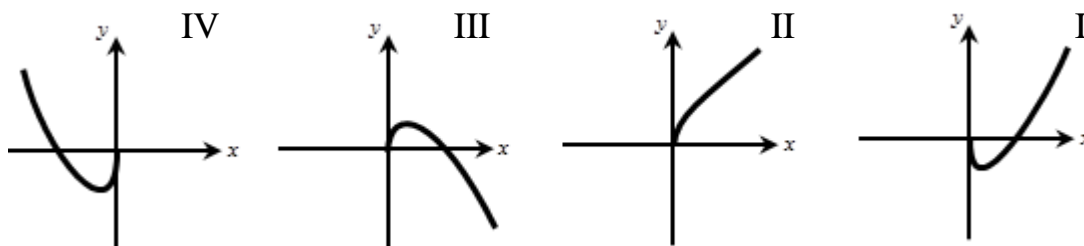
- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?  
 (2) הראה כי הפונקציה עולה לכל  $x$  בתחום הגדרתה.  
 ב. לפיך ארבעה גרפים: I, II, III, IV.  
 איזה מבין הגרפים מתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.



- ג. נתון הישר:  $y = k$ , ( $k$  פרמטר). מצא עבור אילו ערכי  $k$  חותך הישר את גרף הפונקציה בנקודה אחת בלבד.

95) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3\sqrt{x} - x$ .

- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?  
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.  
 (3) מצא את נקודת הקיצון המקומית של הפונקציה וקבע את סוגה.  
 ב. לפיך ארבעה גרפים: I, II, III, IV.  
 איזה מבין הגרפים מתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.



- ג. נתון הישר:  $y = k$ , ( $k$  פרמטר). מצא עבור אילו ערכי  $k$  חותך הישר את גרף הפונקציה בשתי נקודות שונות.

96) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^2 - 256\sqrt{x}$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.  
 ב. מצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה וקבע את סוגה.  
 ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.  
 ד. הראה כי הפונקציה עוברת בראשית הצירים.  
 ה. נתון כי הפונקציה חותכת את ציר ה- $x$  בנקודה:  $(40.31, 0)$ .  
 היעזר בנתון זה ובסעיפים הקודמים וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

## שאלות מתוך מאגר משרד החינוך – פונקצית שורש :

97) נתונה הפונקציה :  $g(x) = x\sqrt{x} - 2\sqrt{x}$  .

- א. חשב את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה (4,4) .  
ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה זו .

98) נתונה הפונקציה :  $f(x) = 3x^2 - 8\sqrt{x}$  .

- מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה :  $x = 4$  .  
א. מצא את שיפוע המשיק .  
ב. מצא את משוואת המשיק .

99) נתונה הפונקציה :  $f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x}$  .

- מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה :  $x = 1$  .

100) נתונה הפונקציה :  $y = 3\sqrt{x}$  ,  $(x > 0)$  .

- א. (1) מצא באיזו נקודה שיפוע הגרף של הפונקציה הוא 0.5 .  
(2) מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאת בסעיף א' (1) .  
מצא את משוואת המשיק .  
ב. מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה :  $x = 4$  .  
(1) מצא את שיפוע המשיק .  
(2) מצא את משוואת המשיק .

101) חקור את הפונקציה :  $y = \sqrt{x} - x$  לפי הסעיפים האלה :

- א. תחום הגדרה .  
ב. נקודות קיצון .  
ג. תחומי עלייה וירידה .  
ד. חיתוך עם הצירים .  
ה. סקיצה של גרף הפונקציה .

## תשובות סופיות:

(1) א.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  ב.  $y' = \frac{5}{2\sqrt{x}}$  ג.  $y' = -\frac{3}{2\sqrt{x}}$  ד.  $y' = \frac{1}{4\sqrt{x}}$  ה.  $y' = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$

ו.  $y' = 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$  ז.  $y' = \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{8}{x^2}$  ח.  $y' = 3 - \frac{1}{\sqrt{x}}$  ט.  $y' = \frac{3}{2}\sqrt{x}$

(2) א.  $y = x + 1$  ב.  $(0, 0)$  ג.  $y = 9x - 7$  ד.  $(\frac{1}{16}, 0)$  ה.  $y = 22x - 56$

(3)  $y = \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2}$  (7)  $y = -\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2}$  (8) א.  $(4, 6)$  ב.  $y = \frac{3}{4}x + 3$

(9)  $(\frac{1}{25}, -5\frac{7}{25})$  (10)  $(\frac{1}{3}, 0)$  ,  $y = 3x - 1$  א.  $(6\frac{1}{4}, -6\frac{1}{4})$  ב.  $(\frac{9}{16}, 4\frac{7}{8})$

(12)  $a = 44$  (13)  $a = 4$  (14)  $A = 1$  (15) א.  $a = \frac{4}{3}$  ב. מינימום. ג. 0.

ד. עולה:  $x > \frac{1}{4}$  יורדת:  $0 < x < \frac{1}{4}$ .

(16) א.  $x \geq 0$  ב.  $\max(1, 1)$  ג. עולה:  $0 < x < 1$  יורדת:  $x > 1$  ד.  $(0, 0)$ ,  $(4, 0)$

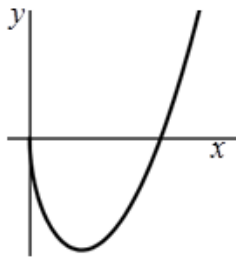
ו. שתי נקודות:  $0 \leq k < 1$  נקודה אחת:  $k = 1, k < 0$  אף נקודה:  $k > 1$ .

(17) א.  $x \geq 0$  ג.  $(0, -4)$  ד.  $\min(\frac{49}{16}, -10\frac{1}{8})$  ה. עולה:  $x > \frac{49}{16}$  יורדת:  $0 < x < \frac{49}{16}$  ז.  $0 < x < 16$ .

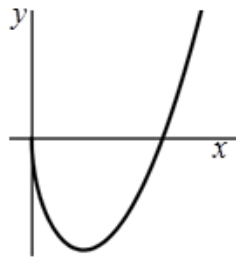
(18) א. (1)  $x \geq 0$  (2)  $(256, 0)$  (3)  $(0, 0)$  ,  $\min(64, -64)$  ב. I. ג.  $-64 < k \leq 0$ .

(19) א.  $x \geq 0$  ב.  $\min(9, -243)$  ג. עולה:  $x > 9$  יורדת:  $0 < x < 9$ .

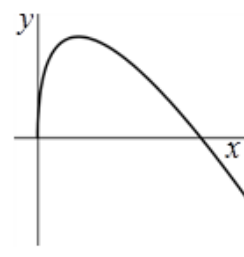
סקיצה לשאלה 19:



סקיצה לשאלה 17:



סקיצה לשאלה 16:



$$\begin{aligned}
 & y' = \frac{a}{2\sqrt{x}} \text{ .ה } y' = \frac{17}{2\sqrt{x}} \text{ .ט } y' = -\frac{3}{2\sqrt{x}} \text{ .ג } y' = \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ .ב } y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \text{ .א (20)} \\
 & y' = 2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \text{ .ד } y' = -\frac{1}{8\sqrt{x}} \text{ .ו } y' = \frac{1}{6\sqrt{x}} \text{ .ח } y' = \frac{1}{4\sqrt{x}} \text{ .ז } y' = \frac{3a}{2\sqrt{x}} \text{ .י } \\
 & y' = \frac{2}{\sqrt{x}} - 3 \text{ .יג } y' = \frac{3}{\sqrt{x}} + 1 \text{ .יא } y' = \frac{3}{2\sqrt{x}} - 1 \text{ .יב } y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1 \text{ .יח } \\
 & y' = \frac{5}{2\sqrt{x}} + 1 \text{ .יח } y' = \frac{1}{\sqrt{x}} - 3 \text{ .יז } y' = 8 - \frac{3a}{2\sqrt{x}} \text{ .יט } y' = 2a + \frac{5}{2\sqrt{x}} \text{ .יט } \\
 & y' = \frac{8}{\sqrt{x}} - 2x \text{ .כב } y' = 6x + \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ .כא } y' = 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}} \text{ .כ } y' = 3 - \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ .טז } \\
 & y' = \frac{x\sqrt{x} + 6}{2x^2} \text{ .כו } y' = \frac{x\sqrt{x} - 2}{2x^2} \text{ .כה } y' = 2bx + \frac{7}{2\sqrt{x}} \text{ .כד } y' = 2ax - \frac{4}{\sqrt{x}} \text{ .כג } \\
 & \text{ .כז } y' = \frac{2(x\sqrt{x} - 2)}{x^2} \text{ .כז }
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & y' = \frac{3a\sqrt{x}}{2} \text{ .ה } y' = -\frac{3\sqrt{x}}{2} \text{ .ט } y' = -\frac{15\sqrt{x}}{2} \text{ .ג } y' = 12\sqrt{x} \text{ .ב } y' = \frac{3\sqrt{x}}{2} \text{ .א (21)} \\
 & y' = a - \frac{3\sqrt{x}}{2} \text{ .ט } y' = \frac{3\sqrt{x}}{2} + 4 \text{ .ח } y' = 3\sqrt{x} + 1 \text{ .ז } y' = 3b\sqrt{x} \text{ .ד } \\
 & y' = 15x\sqrt{x} \text{ .יז } y' = \frac{5x\sqrt{x}}{2} \text{ .יג } y' = \frac{a^2}{2\sqrt{x}} - a \text{ .יב } y' = 2a + \frac{3}{2\sqrt{x}} \text{ .יא } y' = 8 - \frac{3a}{2\sqrt{x}} \text{ .י } \\
 & \text{ .יח } y' = 14 + 5ax\sqrt{x} \text{ .יח } y' = 3 - \frac{35x\sqrt{x}}{2} \text{ .יז } y' = 3 - \frac{5x\sqrt{x}}{2} \text{ .יט } y' = \frac{5ax\sqrt{x}}{2} \text{ .יט }
 \end{aligned}$$

$$\text{ .א (22) } x = 1 \text{ .ב } x = 25 \text{ .ג } \phi \text{ .ד } x = 36 \text{ .ה } x = 64 \text{ .ו } x = \frac{1}{4} \text{ .ז } x = \frac{25}{36} \text{ .ח } x = \frac{1}{4} \text{ .ט }$$

$$\text{ .ט } x = 36 \text{ .יא } \phi \text{ .יב } x = \frac{1}{256} \text{ .יג } x = \frac{1}{4} \text{ .יד } x = \frac{1}{16} \text{ .טו } x = 9 \text{ .טז }$$

$$\text{ .טז } x = 25 \text{ .יז } x = 56.25 \text{ .יח } x = \frac{16}{9} \text{ .יט } x = 225 \text{ .כ } \phi \text{ .כא } x = 1 \text{ .כב }$$

$$\text{ .א (23) } \frac{1}{2} \text{ .ב } \frac{1}{4} \text{ .ג } \frac{1}{6} \text{ .ד } \phi \text{ .ה } \text{ (24) } 0 \text{ .ב } 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ .ג } \frac{4}{5} \text{ .ד } -7 \text{ .ה } \phi$$

$$\text{ .א (25) } \frac{1}{2} \text{ .50 } \text{ .ב } 4.5 \text{ .ג } 9.25 \text{ .ד } 5.5 \text{ .ה } 10.125$$

$$\text{ .א (26) } f'(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + 4x \text{ .ב } f'\left(\frac{1}{4}\right) = 7 \text{ , } f'(5) = 21.34 \text{ , } f'(9) = 37 \text{ , } f'(1) = 7$$

$$\text{ .א (27) } f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} - 2x \text{ .ב } f'\left(\frac{25}{16}\right) = -\frac{77}{40} \text{ , } f'(3) = -6 + \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ , } f'\left(\frac{1}{9}\right) = \frac{77}{18} \text{ , } f'(9) = -\frac{35}{2}$$

(28) א.  $1\frac{1}{2}$  . ב.  $7\frac{1}{2}$  . ג. 10 . ד.  $12\frac{1}{2}$  . ה.  $7\frac{3}{4}$  . ו.  $17\frac{1}{3}$  .

(29) א. 0, אינה עולה או יורדת. ב.  $-\frac{1}{2}$ , יורדת. ג.  $-\frac{2}{3}$ , יורדת. ד. 1, עולה. ה. 2, עולה.

(30) א.  $-1 + \frac{1}{\sqrt{7}}$ , יורדת. ב. 0, אינה עולה או יורדת. ג. 1, עולה. ד.  $-\frac{1}{2}$ , יורדת. ה. 3, עולה.

(31) א. 0, אינה עולה או יורדת. ב. 7, עולה. ג.  $17\frac{1}{3}$ , עולה. ד.  $-3\frac{1}{2}$ , יורדת. ה.  $49\frac{3}{5}$ , עולה.

(32) א. (4,0), (0,0) . ב.  $-\frac{1}{2}$  . (33) א. (0,-2) . ב. אין פתרון. (34) א. (0,3) . ב. אין פתרון.

(35) א.  $f'(4) = \frac{1}{2}x + 2$  . ב.  $f'(1) = -3x - 3$  . ג.  $f'(\frac{1}{9}) = 2\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}$  .

ד.  $f'(25) = -7\frac{9}{10}x + 2\frac{1}{2}$  . ה.  $f'(1) = 2\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$  . ו.  $f'(16) = 6x - 32$  .

(36) א.  $2\frac{1}{6}$  . ב.  $f'(9) = 2\frac{1}{6}x + 1\frac{1}{2}$  . (37) א. 2 . ב.  $f'(\frac{1}{9}) = 2x + \frac{1}{3}$  . (38)  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  .

(39)  $y = -2\frac{1}{2}x + \frac{1}{10}$  . (40)  $y = 1.5x - 3.5$  .

(41) א.  $y = 1\frac{1}{4}x + 5$  . ב.  $y = -3x - 3$  . ג.  $y = 1\frac{1}{3}x + 3$  . ד.  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{10}$  . ה.  $y = -1\frac{1}{2}x - \frac{9}{16}$  . ו.  $y = \frac{5}{8}x - 4$  .

(42) א. (1,2) . ב.  $(\frac{1}{4}, 1)$  . ג.  $(\frac{1}{9}, \frac{2}{3})$  . ד.  $(\frac{1}{64}, \frac{1}{4})$  . ה. (16,8) . ו. אין פתרון.

(43) א. אין . ב.  $(\frac{1}{4}, 1.75)$  . ג. (4,10) . ד. (9,18) . ה. אין . ו. אין .

(44) א. (1,4) . ב. (4,-24) . ג. (1,10) . ד. אין . ה. (4,0) . ו. (2.25,1.5) .

(45)  $(\frac{1}{9}, \frac{5}{9})$  . (46)  $(\frac{1}{16}, -\frac{1}{16})$  . (47)  $(\frac{9}{64}, \frac{5}{32})$  . (48)  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$  . ב.  $(\frac{1}{16}, \frac{1}{8})$  . ג.  $(2\frac{1}{4}, -2\frac{1}{4})$  . ד.  $(\frac{1}{9}, 4\frac{1}{3})$  .

(49)  $y = 2x + \frac{1}{12}$  . (50)  $y = -2x + 1$  . (51)  $y = -4$  . (52)  $y = 4x + 0.75$  . (53)  $y = 2x + 1.5$  .

(54)  $y = \frac{1}{6}x + \frac{1}{12}$  . (55)  $y = 10x - 3\frac{3}{8}$  . (56)  $y = 9$  . ב.  $y = -12$  . ג.  $y = -\frac{1}{16}$  . ד.  $y = \frac{1}{16}$  .

(57) א.  $\min(\frac{1}{16}, -\frac{1}{8})$  . ב.  $\min(\frac{1}{36}, -\frac{1}{12})$  . ג.  $\min(\frac{1}{64}, -\frac{1}{16})$  . ד.  $\max(1,1)$  . ה.  $\max(\frac{4}{9}, \frac{4}{3})$  .

ו.  $\max(4,8)$  . ז.  $\max(\frac{9}{16}, -\frac{1}{8})$  . ח.  $\min(1,-3)$  . ט.  $\min(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}, -1.19)$  . י.  $\min(1, -\frac{1}{6})$  .

יא.  $\min(1,0)$  . יב.  $\min(4,0)$  . (58) א.  $x = \frac{1}{64}$  . ב. עולה:  $x > \frac{1}{64}$  . יורדת:  $0 < x < \frac{1}{64}$  .

(59) א.  $x = \frac{9}{16}$  ב. עולה:  $0 < x < \frac{9}{16}$  יורדת:  $x > \frac{9}{16}$ .

(60) א.  $x = 16$  ב. עולה:  $x > 16$  יורדת:  $0 < x < 16$ .

(61) א. יורדת. ב. אינה עולה ואינה יורדת. ג. עולה. ד. יורדת. ה. עולה.

(66)  $-\frac{1}{64}$  (67)  $-\frac{1}{16}$  (68)  $\frac{1}{12}$  (69) 0. (70)  $a = 1\frac{3}{4}$  (71)  $a = -6$  (72)  $a = 1$  (73)  $a = 4$ .

(74)  $a = \frac{1}{2}$  (75) א.  $a = -10$  ב.  $(25, 2)$  (76) א.  $a = 3$  ב.  $(36, -3)$  (77)  $a = 2$  (78)  $a = \frac{1}{2}$ .

(79) א.  $a = \frac{1}{8}$  ב.  $\left(\frac{1}{4}, 4\frac{1}{4}\right)$  ג.  $y = 9x + 2$  ד.  $(0, 2)$ ,  $\left(-\frac{2}{9}, 0\right)$ .

(80) א.  $a = 4$  ב.  $(4, 64)$  ג.  $y = 12x + 16$  ד.  $(0, 16)$ ,  $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$  (81)  $a = -\frac{1}{4}$  (82)  $a = -2$ .

(83) לכל הסעיפים תחום ההגדרה:  $x \geq 0$ , למעט סעיפים יז' ויח' שבהם:  $x > 0$ .

(86) א.  $\max(0, 0)$ ,  $\min\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}\right)$  קצה. ב.  $\max(0, 0)$ ,  $\min\left(\frac{1}{16}, -\frac{1}{8}\right)$  קצה.

ג.  $\min(0, 0)$  קצה. ד.  $\max(1, 1)$ ,  $\min(0, 0)$  קצה. ה.  $\max(4, 4)$ ,  $\min(0, 0)$  קצה.

ו.  $\max\left(\frac{25}{16}, 3\frac{1}{8}\right)$ ,  $\min(0, 0)$  קצה. ז.  $\max(0, -3)$ ,  $\min(1, -4)$  קצה.

ח.  $\max(0, 1)$ ,  $\min\left(\frac{1}{36}, \frac{11}{12}\right)$  קצה. ט.  $\max(0, -1)$ ,  $\min\left(\frac{4}{25}, -\frac{9}{5}\right)$  קצה.

י.  $\max\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ,  $\min(1, 0)$  קצה. יא.  $\max(0, -1)$ ,  $\min\left(\frac{4}{25}, -\frac{9}{5}\right)$  קצה.

יב.  $\max\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ,  $\min\left(\frac{1}{256}, \frac{31}{64}\right)$  קצה.

יג.  $\max(0, 0)$ ,  $\min(1, -3)$  קצה. יד.  $\max(0, 0)$ ,  $\min(9, -243)$  קצה.

טו.  $\max(0, 0)$ ,  $\min(0.396, -0.47)$  קצה.

(87) א. 1.  $x \geq 0$  2.  $(0, 0)$  3.  $\min(0, 0)$  קצה. 4. עולה לכל  $x \geq 0$ .

ב. 1.  $x \geq 0$  2.  $(0, 0)$  3.  $\max(0, 0)$  קצה. 4. יורדת לכל  $x \geq 0$ .

ג. 1.  $x \geq 0$  2.  $(0, 0)$  3.  $\min(0, 0)$  קצה. 4. עולה לכל  $x \geq 0$ .

ד. 1.  $x \geq 0$  2.  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  3.  $\max(0, 0)$ ,  $\min\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}\right)$  קצה.

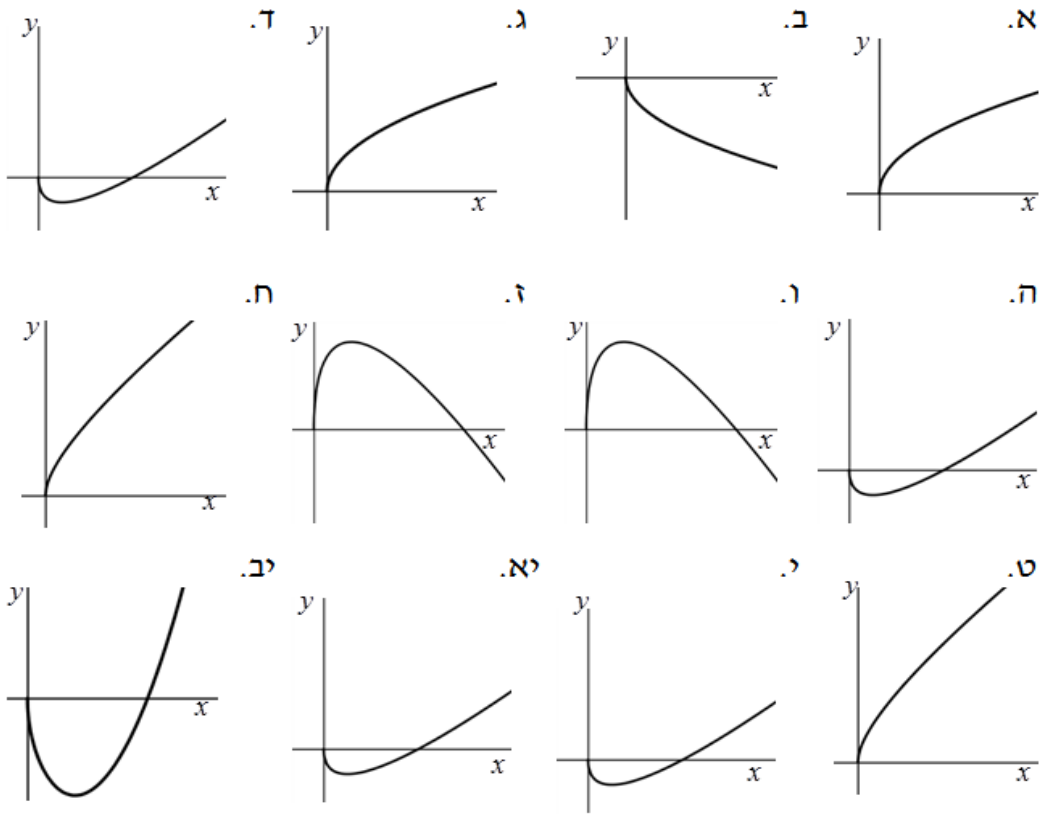
4. עולה:  $x > \frac{1}{4}$  יורדת:  $0 < x < \frac{1}{4}$ .

ה. 1.  $x \geq 0$  2.  $\left(\frac{1}{4}, 0\right)$ ,  $(0, 0)$  3.  $\max(0, 0)$ ,  $\min\left(\frac{1}{16}, -\frac{1}{8}\right)$  קצה.

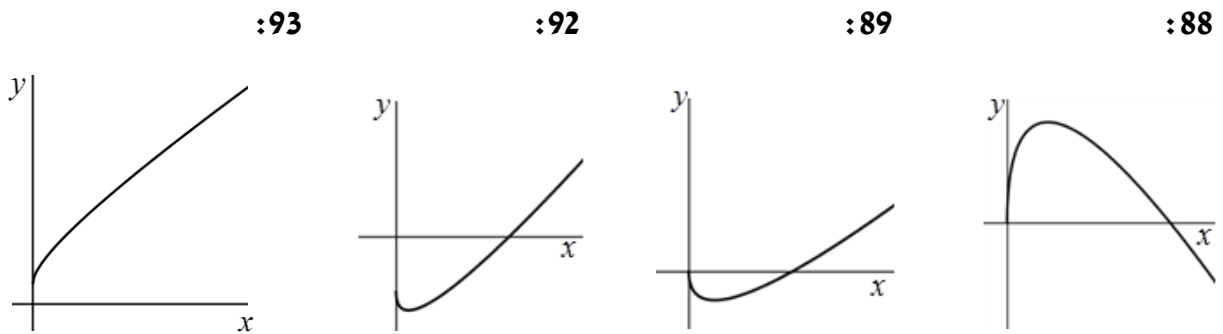
4. עולה:  $x > \frac{1}{16}$  יורדת:  $0 < x < \frac{1}{16}$ .
- ו. 1.  $x \geq 0$  2.  $(0,0)$ ,  $(4,0)$  3.  $\min(0,0)$ ,  $\max(1,1)$  קצה. 4. עולה:  $0 < x < 1$  יורדת:  $x > 1$ .
- ז. 1.  $x \geq 0$  2.  $(0,0)$ ,  $(2.25,0)$  3.  $\min(0,0)$ ,  $\max\left(\frac{9}{16}, \frac{9}{8}\right)$  קצה. 4. עולה:  $0 < x < \frac{9}{16}$  יורדת:  $x > \frac{9}{16}$ .
- ח. 1.  $x \geq 0$  2.  $(0,0)$  3.  $\min(0,0)$  קצה. 4. עולה לכל  $x \geq 0$ .
- ט. 1.  $x \geq 0$  2.  $(0,0)$  3.  $\min(0,0)$  קצה. 4. עולה לכל  $x \geq 0$ .
- י. 1.  $x \geq 0$  2.  $(0,0)$ ,  $(9,0)$  3.  $\min\left(2.25, -\frac{3}{4}\right)$ ,  $\max(0,0)$  קצה. 4. עולה:  $x > 2.25$  יורדת:  $0 < x < 2.25$ .
- יא. 1.  $x \geq 0$  2.  $(0,0)$ ,  $(9,0)$  3.  $\min\left(2.25, -\frac{9}{8}\right)$ ,  $\max(0,0)$  קצה. 4. עולה:  $x > 2.25$  יורדת:  $0 < x < 2.25$ .
- יב. 1.  $x \geq 0$  2.  $(0,0)$ ,  $(2.52,0)$  3.  $\min(1,-3)$ ,  $\max(0,0)$  קצה. 4. עולה:  $x > 1$  יורדת:  $0 < x < 1$ .
- 88 א.  $x \geq 0$  ב.  $\max(4,4)$  ה.  $x > 16$  89 א.  $x \geq 0$  ב.  $\min(1,-1)$  ה.  $x > 4$ .
- 90 א. 1. 2. ג. 1. ד. 0. ה. 2 נקודות:  $-0.25 < k \leq 0$  נקודת אחת:  $k > 0$ ,  $k = -0.25$  אף נקודה:  $k < -0.25$ .
- 91 א. 1. 2. ג. 2. ד. 1. ה. לא. ו.  $-3 < k \leq 0$  ז.  $k = -3$  או:  $k > 0$ . ח. 2 נקודות:  $-3 < k \leq 0$  נקודת אחת:  $k = -3$ ,  $k > 0$  אף נקודה:  $k < -3$ .
- 92 א.  $x \geq 0$  ב.  $(0,-1)$  ג.  $\min\left(\frac{1}{9}, -\frac{4}{3}\right)$  ד. עולה:  $x > \frac{1}{9}$  יורדת:  $0 < x < \frac{1}{9}$  ו.  $x > 1$ .
- ז. שתי נקודות:  $-\frac{4}{3} \leq k \leq -1$  נקודה אחת:  $k = -\frac{4}{3}$ ,  $k > -1$  אף נקודה:  $k < -\frac{4}{3}$ .
- 93 א.  $x \geq 0$  ב.  $(0,1)$  94 א. (1)  $x \geq 0$  ב. II ג.  $x \geq 0$ .
- 95 א. (1)  $x \geq 0$  (2)  $(9,0)$ , (3)  $(0,0)$ ,  $\max(2.25, 2.25)$  ב. III ג.  $0 \leq k < 2.25$ .
- 96 א.  $x \geq 0$  ב.  $\min(16, -768)$  ג. עולה:  $x > 16$  יורדת:  $0 < x < 16$ .
- 97 א. 2.5 ב.  $y = 2.5x - 6$  98 א. 22 ב.  $y = 22x - 56$  99  $y = -0.5x + 2.5$
- 100 א. (1)  $x = 9$  (2)  $y = 0.5x + 4.5$  ב. (1) 0.75 (2)  $y = 0.75x + 3$ .
- 101 א.  $x \geq 0$  ב.  $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$  ג. עולה:  $0 < x < \frac{1}{4}$  יורדת:  $x > \frac{1}{4}$  ד.  $(0,0)$ ,  $(1,0)$ .



סקיצות לשאלה 87 סעיף 5:



סקיצות לשאלות חקירה:



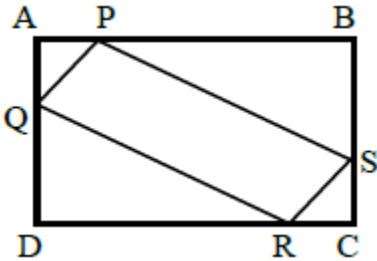
## פרק 6 – בעיות מילוליות של ערך קיצון:

### בעיות קיצון עם מספרים:

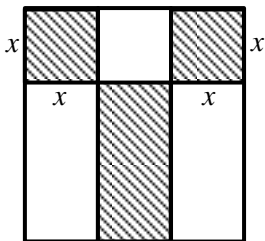
- (1) ההפרש בין שני מספרים (לאו דווקא חיוביים) הוא 16. מה צריכים להיות שני המספרים כדי שמכפלת האחד בשני תהיה מינימלית?
- (2) סכום שני מספרים חיוביים 24. מה צריכים להיות המספרים כדי שמכפלת האחד בחזקה השלישית של השני תהיה מקסימלית?
- (3) מצא שני מספרים חיוביים שסכומם 4 וסכום ריבועיהם הוא מינימלי.
- (4) סכום שלושה מספרים חיוביים 72. המספר השני גדול פי 2 מהראשון. מה צריכים להיות המספרים כדי שמכפלתם תהיה מקסימלית?

### בעיות קיצון בהנדסת המישור:

- (5) במשולש ישר זווית סכום אורכי הניצבים 12 ס"מ. מה צריך להיות אורך כל ניצב, כדי שטח המשולש יהיה מקסימלי?
- (6) מבין כל המשולשים ישרי-הזווית ששטחם 32 סמ"ר, מצא את אורכי הניצבים של המשולש שסכום ניצביו מינימלי.

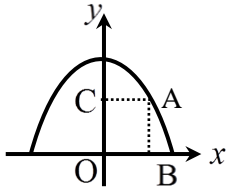


- (7) נתון מלבן ABCD שממדיו 5 ס"מ ו-10 ס"מ. על צלעות המלבן מקסים קטעים שווים:  $AP = AQ = CS = CR = x$ . מה צריך להיות  $x$  כדי ששטח המקבילית PQRS יהיה מקסימלי?

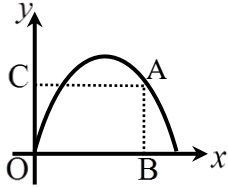


- (8) מידותיו של חלון מלבני הן 8 מטר על 6 מטר. השטחים הצבעוניים בציור מייצגים זכוכית צבעונית שמחירה 60 ₪ למ"ר. מה צריך להיות ערכו של  $x$  כדי שהמחיר של הזכוכית הצבעונית יהיה מינימלי?
- (9) מבין כל המשולשים שווי-השוקיים ששטחם 50 סמ"ר, מצא את אורך הבסיס של המשולש שבו סכום אורכי הבסיס והגובה לבסיס הוא מינימלי.

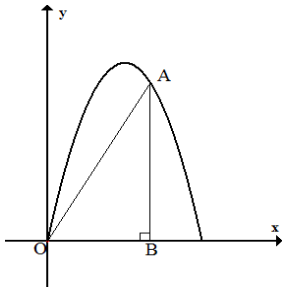
**בעיות קיצון בפונקציות וגרפים:**



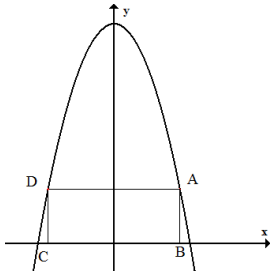
10) על הפרבולה  $y = -x^2 + 12$  בוחרים נקודה A ברביע הראשון. מנקודה A מורידים אנכים לצירים, כך שנוצר מלבן ABCO. מה צריכים להיות שיעורי נקודה A כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי?



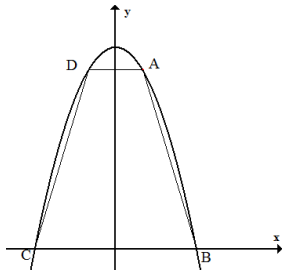
11) נתונה הפונקציה  $y = -x^2 + 4x$ . מנקודה A מורידים אנכים לצירים, כך שנוצר מלבן ABCO. מה צריכים להיות שיעורי נקודה A כדי שהיקף המלבן יהיה מקסימלי?



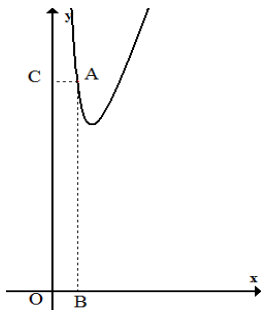
12) נתונה הפרבולה  $y = -2x^2 + 6x$ . בין הפרבולה לציר x חסמו משולש ישר-זווית. מה צריכים להיות שיעורי נקודה A כדי ששטח המשולש יהיה מקסימלי? מצא את שטח זה.



13) בפרבולה  $y = 12 - x^2$  חוסמים מלבן ABCD. מה צריכים להיות שיעורי נקודה A כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי?

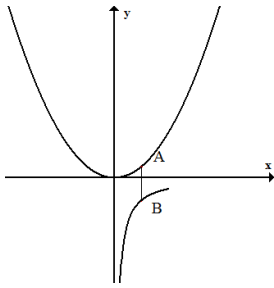


14) בין גרף הפרבולה  $y = 9 - x^2$  וציר ה-x חסמו טרפז ABCD. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי ששטח הטרפז יהיה מקסימלי? מצא את שטח הטרפז.



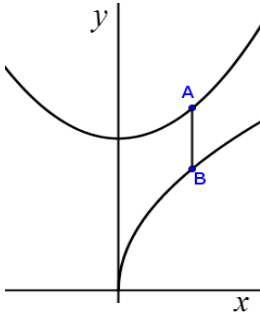
15) נתונה הפונקציה  $y = 4x + \frac{1}{x^2}$ .

מצא על גרף הפונקציה נקודה A. עבורה שטח המלבן ABOC יהיה מינימלי.



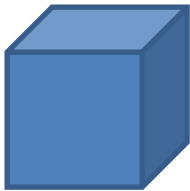
16) נתונות שתי פונקציות:  $y = \frac{1}{2}x^2$  ו-  $y = -\frac{1}{x}$ .

מצא את שיעורי הנקודות A ו-B עבורן אורך הקטע AB (המקביל לציר y) מינימלי.



17) נתונות שתי הפונקציות:  $y = 4\sqrt{x}$ ,  $y = x^2 + 5$ .

- התאם לכל גרף את הפונקציה המתאימה.
- מה צריכים להיות שיעורי הנקודות A ו-B כדי שאורך הקטע AB (המקביל לציר ה-y) יהיה מינימלי.
- חשב את אורך הקטע AB המינימלי.

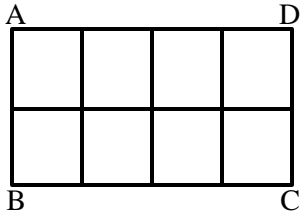


**בעיות קיצון בהנדסת המרחב:**

- 18) נתונה תיבה שבסיסה ריבוע ושטח פניה (בלי המכסה) הוא 75 סמ"ר. מצא את אורך צלע הבסיס של התיבה שנפחה מקסימלי.

## שאלות מתוך מאגר משרד החינוך:

- 19) הסכום של שני מספרים חיוביים הוא 24. מה צריכים להיות שני המספרים כדי שמכפלת אחד מהן בריבוע של האחר תהיה מקסימלית?
- 20) ההפרש בין שני מספרים (לאו דווקא חיוביים) הוא 16. מה צריכים להיות שני המספרים כדי שמכפלת האחד באחר תהיה מינימלית?
- 21) מהי התוצאה הקטנה ביותר שאפשר לקבל אם מחברים למספר את ריבועו?
- 22) מהי התוצאה הגדולה ביותר שאפשר לקבל אם מחסרים ממספר את ריבועו?
- 23) מהי התוצאה הקטנה ביותר שאפשר לקבל מחיבור של מספר חיובי עם ההופכי שלו?
- 24) הסכום של שני מספרים הוא 24. מה צריכים להיות שני המספרים כדי שמכפלת אחד מהם בחזקה השלישית של האחר תהיה מקסימלית?
- 25) נתונים שלושה מספרים חיוביים שסכומם 72. המספר השני גדול פי 2 מהראשון. מה צריכים להיות שלושת המספרים כדי שמכפלתם תהיה מקסימלית?
- 26) מבין כל המספרים  $x$  ו- $y$  המקיימים:  $x + 2y = 60$ , מצא את שני המספרים שמכפלתם מקסימלית.
- 27) מבין כל המספרים  $x$  ו- $y$  המקיימים:  $x + 2y = 100$ , מצא את שני המספרים שסכום ריבועיהם מינימלי.
- 28) מבין כל המספרים החיוביים  $x$  ו- $y$  המקיימים:  $x \cdot y = 50$ , מצא את שני המספרים שעבורם הסכום  $x + 2y$  הוא מינימלי.
- 29) במשולש ישר-זווית סכום אורכי הניצבים הוא 12 ס"מ. מה צריך להיות אורך כל ניצב כדי ששטח המשולש יהיה מקסימלי?
- 30) מבין כל המלבנים שהיקפם 40 ס"מ מצא את צלעות המלבן ששטחו מקסימלי. מהו השטח המקסימלי?

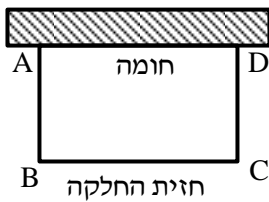


31) בית מלאכה מייצר רשתות ממוטות ברזל. למסגרת החיצונית של הרשת יש צורת מלבן ABCD, ששטחו 15 מ"ר. הרשת מורכבת מ-5 מוטות באורך AB ומשלושה מוטות באורך BC (ראה איור). מה צריכים להיות ממדי המלבן ABCD כדי שסכום אורכי מוטות הברזל שמהם עשויה הרשת יהיה מינימלי?

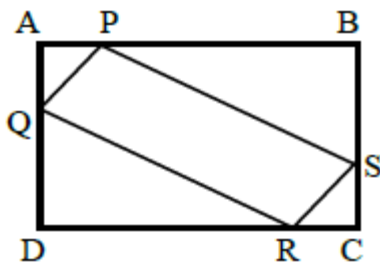
32) מבין כל המלבנים ששטחם 64 סמ"ר, מצא את צלעות המלבן שהיקפו מינימלי. מהו ההיקף המינימלי?

33) מבין כל המשולשים ישרי-הזווית ששטחם 32 סמ"ר, מצא את אורכי הניצבים של המשולש שסכום ניצביו מינימלי. מהו הסכום המינימלי?

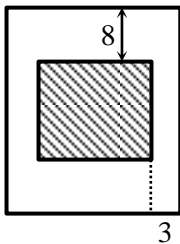
34) מבין כל המשולשים שווי-השוקיים ששטחם 50 סמ"ר, מצא את אורך הבסיס של המשולש שבו סכום האורכים של הבסיס ושל הגובה לבסיס הוא מינימלי. מהו הסכום המינימלי?



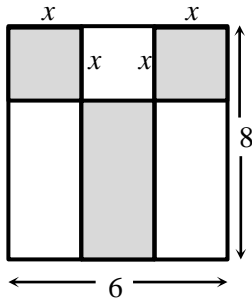
35) חלקת אדמה מלבנית ABCD ששטחה 4500 מ"ר, סמוכה בצידה האחד לחומה (ראה איור). מגדרים את חזית החלקה, BC, ואת צידיה, AB ו-CD. מחיר התקנת מטר גדר בחזית החלקה (הקטע BC) הוא 16 ₪ למטר, ומחיר התקנת מטר גדר בצדדים (הקטעים AB ו-CD) הוא 10 ₪ למטר. מה צריך להיות אורך חזית חלקה ומה צריכים להיות הצדדים כדי שמחיר התקנת הגדר יהיה מינימלי?



36) נתון מלבן ABCD שממדיו 5 ס"מ ו-10 ס"מ.  $(AD = BC = 5 \text{ ס"מ}, AB = CD = 10 \text{ ס"מ})$ . על צלעות המלבן מקצים קטעים:  $AP = AQ = CS = CR = x$ . מה צריך להיות ערכו של  $x$  כדי ששטח המקבילית PQRS יהיה מקסימלי?



37) בחוברת פרסום למוצרי התעשייה הישראלית, שטח כל עמוד הוא 600 סמ"ר. רוחב השוליים בראש העמוד ובתחתיתו הוא 8 ס"מ, ורוחב השוליים בצדדים הוא 3 ס"מ. מצא מה צריך להיות האורך והרוחב של כל עמוד כדי שהשטח המיועד לדפוס יהיה מקסימלי (מקווקו בציור).

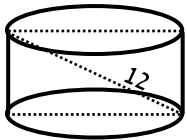


38) באולם יש חלון מלבני גדול, שמידותיו הם 8 מטרים ו-6 מטרים. רוצים להרכיב בחלון זכוכית משני סוגים: בשטחים האפורים שבציור זכוכית צבעונית שמחירה 60 ₪ למ"ר, ובשטחים הלבנים שבציור זכוכית שקופה שמחירה 20 ₪ למ"ר.

- א. מה צריך להיות גודלו של  $x$  (ראה ציור), כדי שהמחיר הכולל של הזכוכית בחלון יהיה מינימלי?  
 ב. מהו המחיר הכולל המינימלי שיש לשלם עבור הזכוכית בחלון?

39) נתון מיכל גלילי פתוח מלמעלה שקיבולו 64 מ"ק. המיכל עשוי כולו מפח.

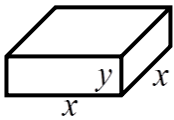
הראה כי שטח הפח הוא מינימלי, כאשר רדיוס הבסיס הוא  $\frac{4}{\sqrt[3]{\pi}}$  מטר.



\*הערה: שאלה זו אינה בחומר הלימוד:

40) אלכסון החתך הציורי של גליל ישר הוא 12 ס"מ (ראה איור). מצא מה צריכים להיות גובה הגליל ורדיוס בסיסו כדי שנפחו יהיה מקסימלי.

41) יש להכין מחוט תיל "שלד" (מסגרת) של תיבה, שבסיסה ריבוע ונפחה 1000 סמ"ק. מהו האורך המינימלי של החוט שנחוץ ליצירת התיבה?



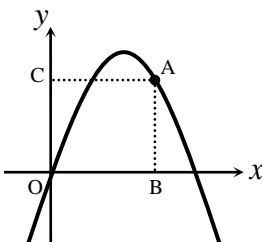
42) בונים תיבה שגובהה  $y$  ס"מ, ובסיסה ריבוע שאורך צלעו  $x$  ס"מ (ראה איור), כך שההיקף של כל אחת מהדפנות הצדדיות שווה ל-12 ס"מ. מה צריך להיות אורך צלע הבסיס כדי שנפח התיבה יהיה מקסימלי?

43) יש לבנות תיבה פתוחה מלמעלה, שבסיסה ריבוע ושטח פניה 75 סמ"ר (במקרה זה שטח הפנים מורכב מבסיס אחד ומארבע פאות צדדיות). מכל התיבות שאפשר לבנות, מצא את ממדי התיבה (צלע הבסיס וגובה) שנפחה מקסימלי.

44) יש לבנות תיבה שבסיסה ריבוע ונפחה 81 דצמ"ק. מחיר החומר לבניית בסיסי התיבה הוא 30 ₪ לדצמ"ר. מחיר החומר לבניית הפאות הצדדיות הוא 10 ₪ לדצמ"ר.

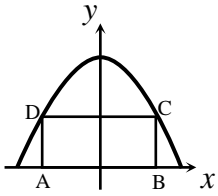
- א. מה צריכים להיות ממדי התיבה כדי שמחיר בנייתה יהיה הנמוך ביותר?  
 ב. מה צריכים להיות ממדי תיבה פתוחה (בלי בסיס עליון) כדי שמחיר בנייתה יהיה הנמוך ביותר?

45) מנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקציה:  $y = -x^2 + 5x$ , מורידים אנכים לצירים, כך

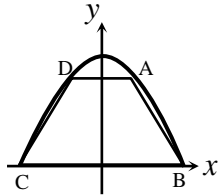


שנוצר מלבן ABOC (ראה ציור).

- א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שהיקף המלבן יהיה מקסימלי?  
 ב. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שהיקף המלבן יהיה מינימלי?

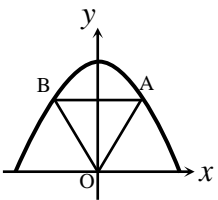


**(46) בפרבולה:  $y = 9 - x^2$  חוסמים מלבן ABCD כך שהצלע AB מונחת על ציר ה- $x$  (ראה ציור). מה צריך להיות אורך הצלע CD כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי?**



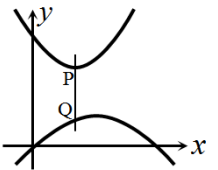
**(47) טרפז ABCD חסום בין גרף הפרבולה:  $y = 9 - x^2$  לבין ציר ה- $x$ .**

- א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A (A ברביע הראשון) כדי ששטח הטרפז ABCD יהיה מקסימלי?  
 ב. חשב את השטח המקסימלי של טרפז ABCD.



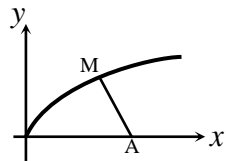
**(48) נתונה הפרבולה:  $y = -x^2 + 12$ . ישר המקביל לציר ה- $x$  חותך את הפרבולה בנקודות A ו-B (ראה ציור).**

- מחברים את הנקודות A ו-B עם ראשית הצירים, O.  
 א. מה צריך להיות אורך הקטע AB כדי ששטח המשולש AOB יהיה מקסימלי?  
 ב. מהו השטח המקסימלי של משולש AOB?



**(49) נתונים הגרפים של שתי הפרבולות:  $y = \frac{1}{4}x^2 + 3x$ ,  $y = -\frac{1}{4}x^2 + 3x$ .**

- קו המקביל לציר ה- $y$  חותך את שתי הפרבולות בנקודות P ו-Q.  
 מבין כל הקטעים המתקבלים באופן זה, מצא את האורך המינימלי של הקטע PQ.



**(50) נתון גרף הפונקציה:  $y = \sqrt{x}$ . על ציר ה- $x$  נתונה הנקודה: A(4.5, 0).**

- מצא על גרף הפונקציה נקודה M כך שריבוע המרחק AM יהיה מינימלי.



## תרגול נוסף:

### בעיות קיצון עם מספרים:

- 51) נתונים שני מספרים חיוביים. ידוע כי המספר הראשון גדול פי 4 מהמספר השני. מחברים את המספר השני עם ההופכי של המספר הראשון.
- מצא מה יהיו המספרים בעבורם סכום זה יהיה מינימלי.
  - מה הוא ערך הסכום?

- 52) מבין כל המספרים המקיימים:  $3x + y = 60$  מצא את המספרים  $x$  ו- $y$  שמכפלת ריבועיהם מקסימלית. מהי המכפלה הזו?

- 53)  $x$  ו- $y$  הם שני מספרים המקיימים:  $x + 6y = 60$ .
- הבע את  $y$  באמצעות  $x$ .
  - מה צריכים להיות המספרים  $x$  ו- $y$  כדי שמכפלת ריבועיהם תהיה מקסימלית?
  - מהי המכפלה הזו?

- 54) נתונים שני מספרים  $x$  ו- $y$  שמקיימים:  $2x^2y = 27$ .
- הבע את  $y$  באמצעות  $x$ .
  - מה צריכים להיות המספרים כדי שסכומם יהיה מינימלי?

- 55) מכפלת שלושה מספרים היא 27. ידוע כי המספר הראשון זהה לשני. נסמן ב- $x$  את המספר הראשון.
- הבע באמצעות  $x$  את המספר השלישי.
  - מצא את שלושת המספרים שסכומם מינימלי.

- 56) נתונים שלושה מספרים שסכומם הוא 45. ידוע שמספר אחד זהה לשני.
- מה צריכים להיות שלושת המספרים כדי שמכפלתם תהיה מקסימלית?
  - כיצד תשתנה התוצאה אם מספר אחד יהיה גדול פי 2 מהשני במקום זהה לו?
  - באיזה מקרה (א' או ב') המכפלה תהיה גדולה יותר? הראה דרך חישוב.

- 57) סכום שלושה מספרים הוא 11. ידוע כי מספר אחד גדול ב-4 מאחד משני המספרים האחרים. מצא את המספרים שמכפלתם מקסימלית.

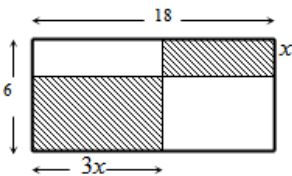
- 58) סכום שלושה מספרים הוא 26. מספר אחד גדול פי 3 מהשני. מצא את שלושת המספרים שסכום ריבועיהם הוא מינימלי.

- 59) נתונים שלושה מספרים שסכומם הוא 36. ידוע שמספר אחד זהה לשני.  
 א. מה צריכים להיות שלושת המספרים כדי שמכפלתם תהיה מקסימלית?  
 ב. כיצד תשתנה התוצאה אם מספר אחד יהיה גדול פי 2 מהשני במקום זהה לו?  
 ג. באיזה מקרה תהיה מכפלה גדולה יותר?

- 60) נתונים שלושה מספרים חיוביים, כך שהמספר השני גדול פי 3 מהמספר הראשון והמספר השלישי גדול פי 9 מהמספר הראשון. המספר הראשון יסומן ב- $x$ .  
 א. הבע באמצעות  $x$  את המספרים השני והשלישי.  
 ב. הבע באמצעות  $x$  את הסכום בין המספר הראשון למספרים ההופכיים של המספרים השני והשלישי.  
 ג. מצא את שלושת המספרים בעבורם הסכום שהבעת בסעיף הקודם הוא מינימלי.

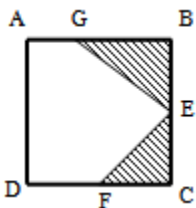
**בעיות קיצון בהנדסת המישור:**

- 61) במלבן שצלעותיו הן 6 ס"מ ו-18 ס"מ חסומים שני מלבנים מקווקווים. אורך אחד המלבנים המקווקווים גדול פי 3 מרוחב המלבן השני.



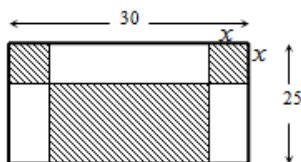
- א. מה צריך להיות האורך  $x$  כדי שסכום שטחי שני המלבנים יהיה מקסימלי.  
 ב. בעבור ה- $x$  שמצאת מהו סכום השטחים הללו?

- 62) בריבוע ABCD חסומים שני משולשים ישרי-זווית GBE ו-ECF כמתואר באיור. ידוע שאורך הקטע AG הוא 5 ס"מ ואורך צלע הריבוע ACBD הוא 13 ס"מ.



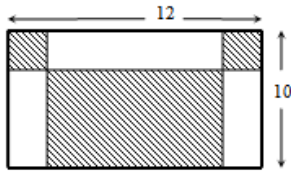
- המשולש ECF הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים ( $CE = CF$ ).  
 א. מצא מה צריך להיות אורך שוק המשולש ECF בעבורו סכום שטחי שני המשולשים הנ"ל יהיה מקסימלי.  
 ב. מה יהיה השטח הלבן במקרה זה?

- 63) במלבן שצלעותיו הן 30 ס"מ ו-25 ס"מ חסומים שני ריבועים זהים ומלבן (המסומנים) כמתואר באיור. מסמנים את צלע הריבוע ב- $x$ .



- א. מצא מה צריך להיות אורך צלע הריבוע כדי שסכום השטחים של שני הריבועים והמלבן יהיה מינימלי.  
 ב. בעבור אורך הצלע שמצאת מהו סכום השטחים המינימלי?

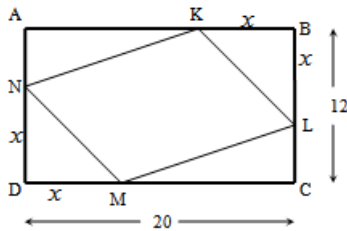
64) במלבן שמידותיו הן 12 ס"מ ו-10 ס"מ חסומים בצדדים למעלה שני ריבועים זהים ומלבן מתחתיהם במרכז (ראה איור).



- א. מצא מה צריך להיות אורך צלע הריבוע כדי שסכום השטחים של שני הריבועים והמלבן יהיו מינימליים.  
 ב. מה יהיה השטח שלהם במקרה זה?

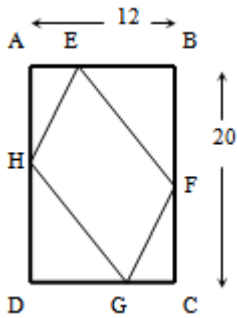
65) הנקודות K, L, M, N מקצות קטעים שווים במלבן ABCD

כך ש:  $BK = BL = DM = DN = x$ . צלעותיו של המלבן הן 20 ס"מ ו-12 ס"מ.



- א. הבע באמצעות  $x$  את סכום שטחי המשולשים:  $\Delta AKN + \Delta BKL + \Delta CLM + \Delta DNM$ .  
 ב. מצא מה צריך להיות  $x$  כדי ששטח המרובע LKNM יהיה מקסימלי.  
 ג. מה הוא השטח של המרובע LKNM במקרה זה?

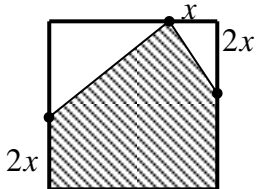
66) אורך המלבן ABCD הוא 20 ס"מ ורוחבו הוא 12 ס"מ כמתואר באיור.



מקצים על צלעות המלבן קטעים כך ש:  $AH = BE = CF = DG = x$ .

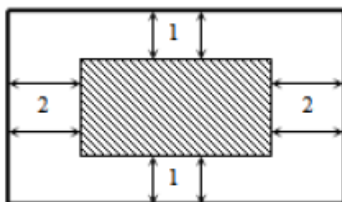
- א. מצא מה צריך להיות  $x$  בעבורו שטח המרובע EFGH יהיה מינימלי.  
 ב. בעבור ה- $x$  שמצאת מה השטח המינימלי?

67) נתון ריבוע בעל אורך צלע של 16 ס"מ. מקצים קטע שאורכו  $x$



על הצלע העליונה ושני קטעים שאורכם הוא  $2x$  על הצלעות הצדדיות כמתואר באיור כך שנוצר המחומש המקווקו. מצא מה צריך להיות ערכו של  $x$  בעבורו שטח המחומש יהיה מקסימלי.

68) בבית הדפוס "עמירן" רוצים לעצב גלויה על גבי קרטון ששטחו

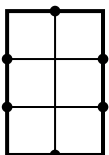


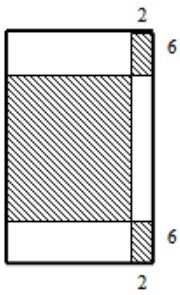
הכולל הוא 242 סמ"ר. הנהלת החברה החליטה שיש להשאיר רווחים של ס"מ אחד מקצות הדף העליון והתחתון ו-2 ס"מ מצדי הדף (ראה איור).

- א. מצא מה צריכים להיות מידות הקרטון כדי שהשטח של התמונה יהיה מקסימלי.  
 ב. מה יהיה השטח במקרה זה?

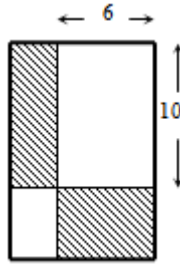
69) בחלון מלבני ששטחו הכולל הוא 192 מ"ר בנויים סורגי מתכת מ-7 מוטות:

3 מאונכים ו-4 אופקיים (ראה איור). מצא מה צריכים להיות אורכי המוטות המינימליים שיחסמו את חלון זה.





70 נתון מלבן ששטחו 1176 סמ"ר. מקצים בצדדי המלבן העליון והתחתון קטעים שאורכם 2 ס"מ ובצדדי הימניים של המלבן קטעים שאורכם 6 ס"מ כך שנוצרים שישה מלבנים. מסמנים שלושה מלבנים כמתואר באיור. חשב מה צריכים להיות מידות המלבן כדי שסכום שטחי המלבנים המסומנים יהיה מקסימלי.

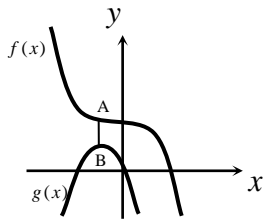


71 נתון מלבן ששטחו הוא 135 סמ"ר. מעבירים ישרים המקבילים לצלעות המלבן ומקצים עליהם קטעים באורכים של 6 ו-10 ס"מ (ראה איור). על ידי הקצאת קטעים אלו נוצרים מלבנים נוספים המסומנים באיור.  
 א. מצא מה צריכים להיות מידות המלבן הנתון בעבורם סכום שטחי המלבנים אלו יהיה מינימלי.  
 ב. מה יהיה השטח הלבן במקרה זה?

**בעיות קיצון בפונקציות וגרפים:**

72 באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:  $f(x) = 16 - 2x^3$ ,  $g(x) = -6x^2 - 18x$

מסמנים נקודה A על גרף הפונקציה  $f(x)$  ברביע השני ומותחים ממנה ישר המקביל לציר



ה- y שחותך את גרף הפונקציה  $g(x)$  בנקודה B.

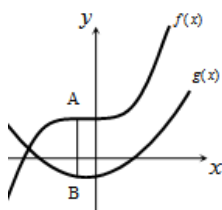
א. מצא את שיעורי הנקודה A עבורם אורך

הקטע AB יהיה מינימלי.

ב. מה יהיה אורך הקטע AB במקרה זה?

73 באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:  $f(x) = x^3 + 8$ ,  $g(x) = x^2 + x - 6$

מסמנים נקודה A על גרף הפונקציה  $f(x)$  ומורידים ממנה ישר המקביל לציר ה- y



שחותך את גרף הפונקציה  $g(x)$  בנקודה B.

א. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A

כדי שאורך הקטע AB יהיה מקסימלי.

ב. מה יהיה האורך המקסימלי?

74 נתונה הפונקציה:  $f(x) = 36 - x^2$ . על גרף הפונקציה ברביע הראשון מסמנים נקודה A.

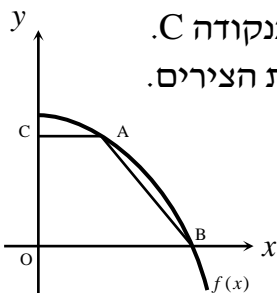
מהנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה- x שחותך את ציר ה- y בנקודה C.

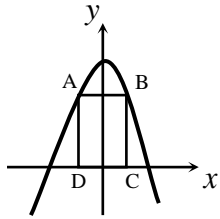
הנקודה B היא נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x ו- O ראשית הצירים.

א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי

ששטח הטרפז ABCO יהיה מקסימלי?

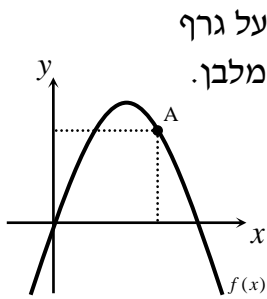
ב. מה יהיה שטח הטרפז במקרה זה?





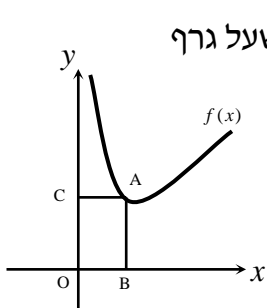
75) מעבירים ישר AB המקביל לציר ה- $x$  כך שהנקודות A ו-B נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x) = 48 - x^2$ . מהנקודות A ו-B מורידים אנכים לציר ה- $x$  כך שנוצר מלבן ABCD.

- א. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה B בעבור שטח המלבן ABCD יהיה מקסימלי.  
 ב. בעבור שיעורי הנקודה B שמצאת מה יהיה השטח?



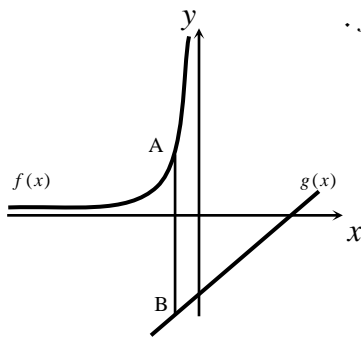
76) באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $f(x) = -x^2 + 7x$ . הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה ברביע הראשון. מהנקודה A מורידים אנכים לצירים כך שנוצר מלבן.

- א. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A בעבור היקף המלבן יהיה מקסימלי.  
 ב. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A בעבור היקף המלבן יהיה מינימלי?



77) באיור שלפניך נתונה הפונקציה  $f(x) = x + \frac{8}{x}$  ברביע הראשון. מנקודה A שעל גרף הפונקציה מורידים אנכים לצירים כך שמתקבל מלבן ABCO.

- א. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שהיקף המלבן ABCO יהיה מינימלי.  
 ב. מה הוא ההיקף המינימלי?

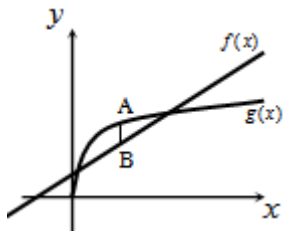


78) הגרפים שלפניך מתארים את הפונקציות:  $f(x) = -\frac{4}{x}$ ,  $g(x) = x - 3$ .

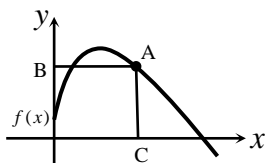
- מסמנים על גרף הפונקציה  $f(x)$  נקודה A ועל גרף הפונקציה  $g(x)$  נקודה B כך שהקטע AB מקביל לציר ה- $y$ .  
 א. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A בעבור אורך הקטע AB יהיה מינימלי.  
 ב. מה יהיה אורך הקטע AB במקרה זה?

79) באיור שלפניך נתונים הגרפים של הפונקציות:  $f(x) = x + 3$ ,  $g(x) = 4\sqrt{x} - 1$ .

מסמנים נקודה A על גרף הפונקציה  $g(x)$  ונקודה B על גרף הפונקציה  $f(x)$  כך שהקטע AB מקביל לציר ה- $y$ .



- א. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A בעבור אורך הקטע AB יהיה מקסימלי.  
 ב. מה יהיה אורך הקטע AB במקרה זה?



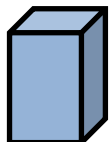
80) באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה:  $f(x) = 8\sqrt{x} - 2x$ .

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$  ברביע הראשון.

מהנקודה A מעבירים אנכים לצירים AB ו-AC כמתואר באיור.

מצא את שיעורי הנקודה A בעבורם סכום הקטעים  $AB + AC$  יהיה מקסימלי.

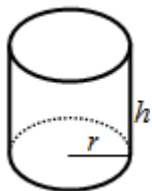
### בעיות קיצון בהנדסת המרחב:



81) גובה תיבה  $y$  ס"מ. בסיסה ריבוע שאורך צלעו  $x$  ס"מ.

היקף פאה צדדית 12 ס"מ. מה צריך להיות אורך צלע

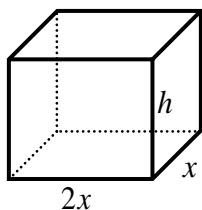
הבסיס כדי שנפח התיבה יהיה מקסימלי?



82) נתון גליל שרדיוס בסיסו הוא  $r$  וגובהו  $h$ .

ידוע כי סכום הרדיוס והגובה הוא 6 ס"מ.

מצא את מידות רדיוס הגליל וגובהו בעבורם נפח הגליל יהיה מקסימלי.



83) נפח קופסה בצורת תיבה הפתוחה מלמעלה הוא 36 סמ"ק.

בסיס הקופסה הוא מלבן שרוחבו גדול פי 2 מאורכו.

א. מצא את מידות בסיס הקופסה בעבורם שטח הפנים

שלה יהיה מינימלי.

ב. מה יהיה גובה הקופסה במקרה זה?

## תשובות סופיות:

- (1  $x = -8, y = 8$  (2  $x = 18, y = 6$  (3  $x = 2, y = 2$  (4 16, 32, 24 (5 6 ס"מ ו-6 ס"מ.
- (6 8 ס"מ ו-8 ס"מ. (7 3.75 ס"מ. (8 2.75 (9 10 ס"מ. (10  $A(2, 8)$  (11  $A(2.5, 3.75)$ .
- (12  $A(2, 4)$ , 4 יח"ר  $S =$  (13  $A(2, 8)$  (14  $A(1, 8)$ , 32 יח"ר  $S =$  (15  $A\left(\frac{1}{2}, 6\right)$
- (16  $B(1, -1)$ ,  $A\left(1, \frac{1}{2}\right)$  (17 ב.  $A(1, 6)$ ,  $B(1, 4)$  ג. 2. (18 5 ס"מ.
- (19 8 ו-16 (20 8 ו-8 (21  $-\frac{1}{4}$  (22  $\frac{1}{4}$  (23 2 (24 6 ו-18 (25 16, 32, 24.
- (26 15 ו-30 (27 20 ו-40 (28  $y = 5, x = 10$  (29 6 ס"מ.
- (30 אורך צלע: 10 ס"מ, שטח: 100 סמ"ר. (31 5 מטר, 3 מטר.
- (32 צלע: 8 ס"מ, היקף: 32 ס"מ. (33 אורך ניצב: 8 ס"מ, הסכום: 16 ס"מ.
- (34 הבסיס: 10 ס"מ, הסכום: 20 ס"מ. (35  $BC = 75$  מטר,  $CD = AB = 60$  מטר.
- (36  $x = 3.75$  ס"מ. (37 אורך: 40 ס"מ, רוחב: 15 ס"מ. (38 א. 2.75 מטר  $x =$  ב. 1670 ש.
- (40 גובה:  $\sqrt{48}$  ס"מ, רדיוס:  $\sqrt{24}$  ס"מ. (41 120 ס"מ. (42 4 ס"מ  $x =$
- (43 צלע הבסיס: 5 ס"מ, גובה: 2.5 ס"מ.
- (44 א. 3 דצ"מ, 9 דצ"מ. ב. 3.78 דצ"מ  $= 3 \cdot \sqrt[3]{2}$ , 5.67 דצ"מ.
- (45 א.  $A(3, 6)$  ב.  $A(0, 0)$  או  $A(5, 0)$  (46  $CD = 2\sqrt{3}$  (47 א.  $A(1, 8)$  ב. 32.
- (48 א.  $AB = 4$  ב.  $S_{\Delta AOB} = 16$  (49  $PQ = 4$  (50  $M(4, 2)$  (51 א. 2,  $\frac{1}{2}$  ב. 1.
- (52 א.  $x = 10, y = 30$  ב.  $M = 90000$  (53 א.  $y = 10 - \frac{x}{6}$  ב.  $y = 5, x = 30$  ג.  $M = 22500$ .
- (54 א.  $y = \frac{27}{2x^2}$  ב.  $x = 3, y = 1.5$  (55 א.  $\frac{27}{x^2}$  ב. 3, 3, 3.
- (56 א. 15, 15, 15 ב. 15, 20, 10 ג. מקרה אי. (57 המספרים: 2, 3, 6.
- (58 4, 10, 12 (59 א. 12, 12, 12 ב. 8, 12, 16 ג. מקרה אי.
- (60 א.  $3x, 9x$  ב.  $y = x + \frac{1}{3x} + \frac{1}{9x} = x + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{x}$  ג. 2,  $\frac{2}{3}$  (61 א.  $x = 3$  ב.  $S = 54$ .
- (62 א. 4 ס"מ. ב.  $S = 125$  (63 א.  $x = 10$  ב.  $S = 350$  (64 א. 4 ס"מ. ב.  $S = 56$ .
- (65 א.  $2x^2 - 32x + 240$  ב.  $x = 8$  ג.  $S = 128$  (66 א.  $x = 8$  ב.  $S_{Min} = 112$ .
- (67  $x = 6$  (68 א. 11 ס"מ ו-22 ס"מ. ב.  $S = 162$  (69 12 ו-16 מטרים. (70 14 ס"מ ו-84 ס"מ.

(71) א. 15 ס"מ על 9 ס"מ. ב.  $S = 75$ . א.  $A(-1, 18)$ . ב.  $AB = 6$ .

(73) א.  $A\left(-\frac{1}{3}, 7\frac{26}{27}\right)$ . ב.  $AB = 14\frac{5}{27}$ .

(74) א.  $A(2, 32)$ . ב.  $S = 128$ . א.  $B(4, 32)$ . ב.  $S = 256$ .

(76) א.  $A(4, 12)$ . ב.  $A(0, 0)$ . א.  $A(2, 6)$ . ב.  $p = 16$ . א.  $A(-2, 2)$ . ב.  $AB = 7$ .

(79) א.  $A(4, 8)$ . ב.  $AB = 1$ . א.  $(16, 0)$ . ב. 4 ס"מ. א.  $r = 4$ ,  $h = 2$ .

(83) א. 3 ס"מ ו-6 ס"מ. ב.  $h = 2$ .



## פרק 7 - חשבון אינטגרלי:

### אינטגרל לא מסוים:

(1) **בסרטון זה מוסבר מהו האינטגרל וחוקי האינטגרל.**

מצא את האינטגרלים הלא מסוימים הבאים:

א. $\int 1dx$	ב. $\int -2dx$	ג. $\int \frac{2}{3}dx$
ד. $\int -0.7dx$	ה. $\int x^2dx$	ו. $\int x^3dx$
ז. $\int xdx$	ח. $\int x^4dx$	ט. $\int 3x^2dx$
י. $\int -\frac{1}{2}x^3dx$	יא. $\int \frac{2}{3}x^5dx$	יב. $\int 5xdx$

(2) מצא את האינטגרלים הלא מסוימים הבאים:

א. $\int 2xdx$	ב. $\int 7dx$	ג. $\int -x^3dx$
ד. $\int (5x-1)dx$	ה. $\int (6x^2-9x)dx$	ו. $\int (3x^5-4x^3+3x^2)dx$
ז. $\int (x^3-x+1)dx$	ח. $\int \left(\frac{x^2-3x+4}{6}\right)dx$	ט. $\int \left(\frac{2x^3-3}{3}\right)dx$
י. $\int \frac{x^5}{2x^2}dx$	יא. $\int (3x-1)^2dx$	יב. $\int x(x-5)dx$
יג. $\int (x-3)(x+4)dx$	יד. $\int 3x \cdot 2x^2dx$	טו. $\int (x^2-3x)^2dx$

### מציאת פונקציה קדומה:

(3) **בסרטון זה מוסבר שימוש של האינטגרל למציאת פונקציה קדומה.**

- נתונה הנגזרת:  $f'(x) = 3x$ . מצא את  $f(x)$  אם ידוע כי:  $f(1) = \frac{1}{2}$ .
- נתון:  $f'(x) = 5x - 3$ . ידוע כי בנקודה שבה:  $x = 2$  ערך הפונקציה הוא  $-3$ . מצא את  $f(x)$  ואת  $f(0)$ .
- הפונקציה  $y$  מקיימת  $y' = 6 - 3x^2$ . הפונקציה עוברת בנקודה  $(-2, 4)$ . מצא את  $y$ .

4) נתונה נגזרת של פונקציה  $f'(x) = 6x^2 + 1$ . הפונקציה חותכת את ציר ה- $x$  בנקודה:  $x = -1$ .

חשב את:  $f(x)$ , את  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  ואת נקודת חיתוך של הפונקציה עם ציר ה- $y$ .

5) הנגזרת של פונקציה היא:  $f'(x) = \frac{2x^2 - 4}{5}$ .

הפונקציה חותכת את ציר ה- $y$  בנקודה בה  $y = 2$ . מצא את  $f(-1)$ .

6) נתון:  $f'(x) = \frac{x^2 - 6x + 8}{3}$ ,  $f(3) = -2$ , חשב את  $f(0)$ .

7) נתונה נגזרת של פונקציה:  $f'(x) = 2x - 4$ .

הישר  $y = 5x - 6$  חותך את הפונקציה  $f(x)$  בנקודה  $x = 1$ . מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

8) נתונות פונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  שנגזרותיהן:  $f'(x) = 4x - 3$ ,  $g'(x) = 2x + 5$ .

הפונקציות נחתכות בנקודה  $(1, 0)$ .

א. מצא את הפונקציות:  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

ב. מצא את נקודת החיתוך השנייה של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

9) נתונה נגזרת של פונקציה:  $f'(x) = x^3 - 2x^2$ . הפונקציה עוברת בנקודה  $(-1, 2)$ .

א. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- $y$ .

ב. מצא נקודות שבהן  $f(x) = \frac{1}{3}$ .

10) נתונה הנגזרת:  $f'(x) = 2x - 3$ . שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא -3.

א. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת ההשקה.

ב. מצא את הפונקציה  $f(x)$  אם ידוע כי ערכה באותה הנקודה הוא 7.

11) נתונה הנגזרת:  $y' = -6x - 5$ . המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A יוצר זווית של  $45^\circ$

עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .

א. מצא את שיעור ה- $x$  של הנקודה A.

ב. מצא את הפונקציה  $f(x)$  אם ידוע כי ערכה באותה הנקודה הוא -6.

ג. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך הנקודה A.

**(12)** נתונה נגזרת של פונקציה:  $f'(x) = 3x - 4$ . הישר:  $y = 2x + 5$  משיק לגרף הפונקציה. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

**(13)** נתונה הנגזרת הבאה:  $f'(x) = x^2 - 8x + 2$ ,  $f(-2) = 1$ .  
א. מצא את  $f(x)$ .  
ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 1$ .

**(14)** נתון:  $f'(x) = 9x^2 - 4$ . ערך הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 1$  הוא 3.  
א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x = 1$ .  
ב. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .  
ג. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.

**(15)** נתונה פונקציה  $f(x)$ , המקיימת:  $f'(x) = -x^2 + 3x$ ,  $f(-1) = -\frac{1}{6}$ .  
א. מצא את  $f(x)$ .  
ב. מצא את נקודות קיצון של הפונקציה ואת סוגן.

**(16)** נתונה נגזרת של פונקציה:  $f'(x) = 2x - 6$ . הערך המינימלי של הפונקציה הוא -4.  
א. מצא את ערך ה- $x$  של נקודת המינימום.  
ב. מצא את  $f(x)$ .

**(17)** נתונה נגזרת של פונקציה:  $y' = -4x + 4$ . ערכה המקסימלי של הפונקציה הוא 0.  
א. מצא את ערך ה- $x$  בנקודת המקסימום.  
ב. מצא את  $f(x)$ .

**(18)** נתון  $y' = 2x - 6$ . ערך הפונקציה בנקודת הקיצון הוא -4.  
מצא את הפונקציה  $y$  ואת נקודת החיתוך שלה עם הצירים.

**(19)** נתון:  $f'(x) = 16x^3 - 2$ . ערכה המינימלי של הפונקציה הוא 2.  
א. מצא את נקודת הקיצון.  
ב. מצא את  $f(x)$ .

20) נתונה נגזרת של פונקציה  $f'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 2x$ . ערכה המקסימלי של הפונקציה הוא  $\frac{1}{16}$ .

א. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודת הקיצון.

ב. מצא את  $f(x)$ .

ג. מצא את ערכה המינימלי של הפונקציה.

21) נתונה נגזרת של פונקציה:  $y' = 10x^4 + 2ax$  ( $a$  פרמטר). לפונקציה נקודת קיצון ב- $x=1$ .

א. מצא את ערך הפרמטר  $a$ .

ב. חשב את  $f(x)$  אם ערכה המינימלי של הפונקציה הוא -3.

22) נתון:  $f'(x) = 3x^2 + 2ax + 2$  ( $a$  פרמטר). שיפוע גרף הפונקציה בנקודה  $x=1$  הוא 10.

א. מצא את ערך הפרמטר  $a$ .

ב. מצא את  $f(x)$  אם ערך הפונקציה בנקודת המינימום הוא 0.5.

23) נתונה פונקציה  $y$  המקיימת:  $y' = 2Ax + 8$  ( $A$  פרמטר).

לפונקציה יש נקודת קיצון ב- $(4,16)$ .

א. מצא את ערך הפרמטר  $A$ .

ב. מצא את הפונקציה  $y$ .

24) נתונה הנגזרת:  $f'(x) = mx^2 - 1$  ( $m$  פרמטר).

המשיק לפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה:  $x = -2$  הוא:  $y = 3x + 4$ .

א. מצא את ערך הפרמטר  $m$ .

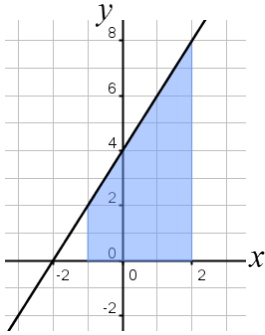
ב. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

### האינטגרל המסוים:

25) בסרטון זה מוסבר האינטגרל המסוים.

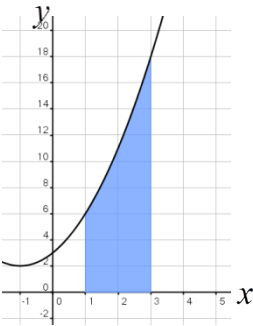
חשב את האינטגרל המסוים הבא:  $\int_{-2}^1 (x^2 - 6x + 1) dx$ .

## חישובי שטחים:

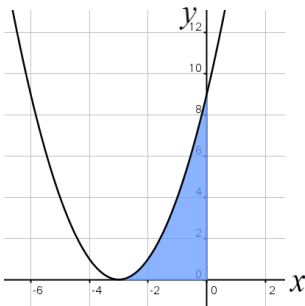


**26) בסרטון זה מוסבר כיצד להשתמש באינטגרל המסוים כדי לחשב שטחים.**

נתונה הפונקציה:  $y = 2x + 4$ .  
חשב את השטח המוגבל שמתחת הישר,  
ציר ה- $x$  והישרים  $x = -1$  ו- $x = 2$ .

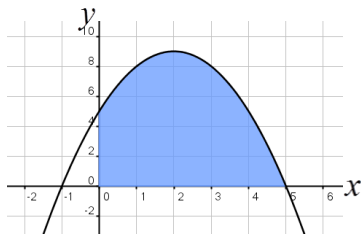


**27) חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה:  $f(x) = x^2 + 2x + 3$ , ציר ה- $x$  והישרים  $x = 1$  ו- $x = 3$ .**



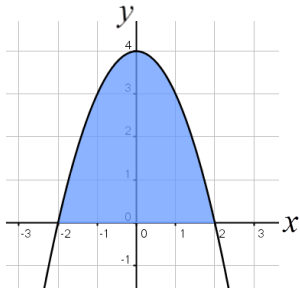
**28) נתונה הפונקציה  $y = (x + 3)^2$ .**

- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- $x$ .
- חשב את השטח המוגבל בין הפונקציה לצירים.



**29) נתונה הפונקציה:  $y = -x^2 + 4x + 5$ .**

- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- $x$ .
- מצא את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, ציר ה- $x$  וציר ה- $y$ .

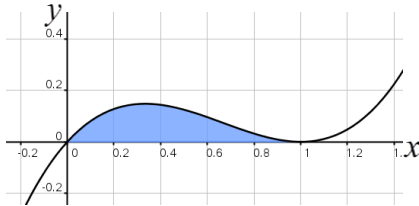


**(30)** נתונה הפונקציה  $y = -x^2 + 4$ .

- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- $x$ .  
 ב. חשב את השטח המוגבל בין הפונקציה לציר ה- $x$ .

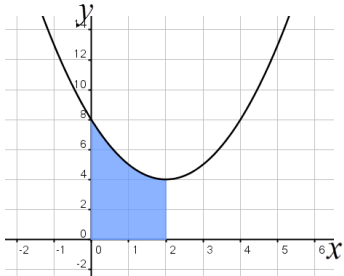
**(31)** מצא את השטח המוגבל תחת הפונקציה:  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$

וציר ה- $x$  כמתואר באיור:



**(32)** נתונה הפונקציה  $y = x^2 - 4x + 8$ .

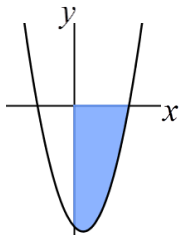
חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, הצירים וקדקוד הפרבולה.



**(33)** בסרטון זה מוסבר כיצד לחשב שטח שמתחת לציר ה- $x$ .

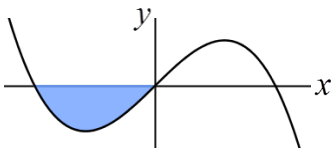
נתונה הפונקציה  $y = x^2 - x - 6$ .

חשב את השטח המוגבל שמתחת לפונקציה ולצירים שברביע הרביעי.



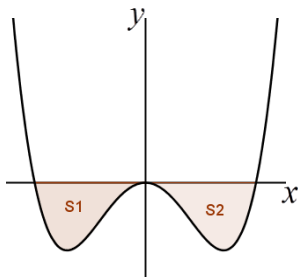
**(34)** נתונה הפונקציה  $f(x) = x(4 - x^2)$ .

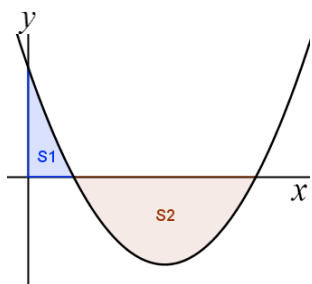
חשב את השטח המוגבל שמתחת הפונקציה וציר ה- $x$  שברביע השלישי.



**(35)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2$ .

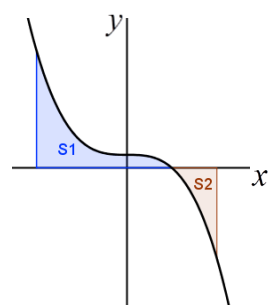
חשב את השטח המוגבל שבין הפונקציה לציר ה- $x$ .





36) חשב את האינטגרל המסוים של הפונקציה  $y = x^2 - 6x + 5$  בין 0 ל-5.

האם התוצאה מייצגת את סכום השטחים:  $S_1 + S_2$ ? אם כן, הסבר. אם לא, נמק וחשב את סכום זה.

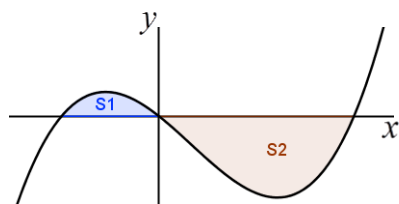


37) א. חשב את ערך האינטגרל הבא:  $\int_{-2}^2 (-x^3 + 1) dx$

ב. נתונה הפונקציה:  $f(x) = -x^3 + 1$ .

מעבירים ישרים:  $x = 2$  ו-  $x = -2$  כך שנוצרים השטחים  $S_1$  ו-  $S_2$  כמתואר באיור.

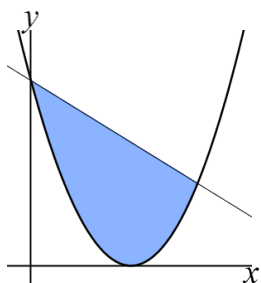
חשב את סכום השטחים:  $S_1 + S_2$  והסבר מדוע תוצאת החישוב שונה מסעיף א'.



38) נתונה הפונקציה:  $y = x^3 - x^2 - 2x$ .

יוצרים את השטחים  $S_1$  ו-  $S_2$  בין גרף הפונקציה וציר ה-  $x$  כמתואר באיור.

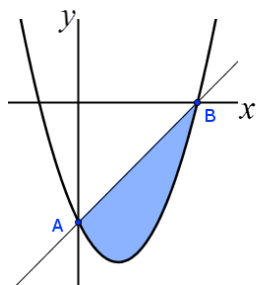
א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-  $x$ .  
 ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה וציר ה-  $x$ .



39) בסרטון זה מוסבר כיצד לחשב שטח הכלוא בין שני גרפים.

נתונות הפונקציות:  $y = (x-3)^2$ ;  $y = -x + 9$ .

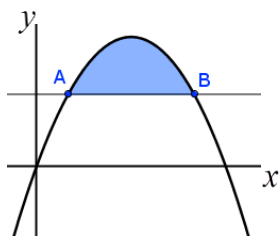
חשב את השטח המוגבל בין שתי הפונקציות.



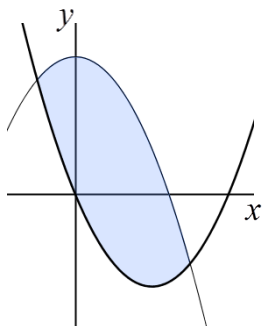
40) נתונה הפונקציה:  $y = 3x^2 - 6x - 9$ .

א. מצא נקודות חיתוך של הפונקציה עם הצירים (נסמן ב-A ו-B).

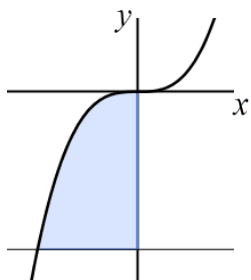
ב. חשב את השטח המוגבל בין הפונקציה לישר AB.



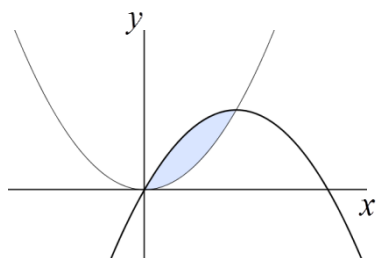
41) נתונה הפרבולה:  $y = -x^2 + 6x$  והישר  $y = 5$ .  
חשב את השטח המוגבל בין גרף הפרבולה לישר.



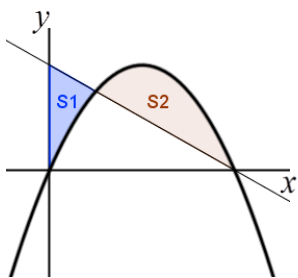
42) חשב את השטח המוגבל בין גרפים של הפונקציות:  
 $y = x^2 - 4x$ ;  $y = -x^2 + 6$



43) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3$ .  
חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה,  
הישר  $y = -8$  וציר ה- $y$  כמתואר באיור.

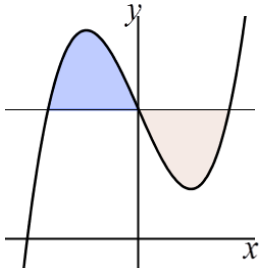


44) מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה:  $y = x^2$   
לבין גרף הפונקציה:  $y = 2x - x^2$

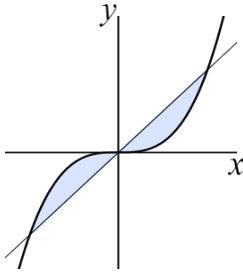


45) נתונות הפונקציות הבאות:  
 $g(x) = -x + 4$ ;  $f(x) = -x^2 + 4x$   
מסמנים את השטח הכלוא בין שני הגרפים וציר ה- $y$  ב- $S_1$ ,  
ואת המשך השטח הכלוא בין הגרפים ב- $S_2$  כמתואר באיור.  
א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציות.  
ב. חשב את היחס שבין השטחים:  $\frac{S_1}{S_2}$ .

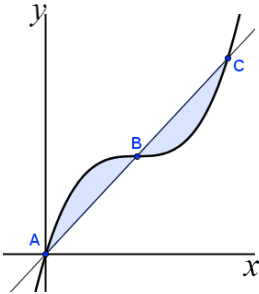




- (46) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3 - 4x + 5$  והישר  $y = 5$ .**  
 א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה והישר.  
 ב. חשב את השטח המוגבל ביניהן.

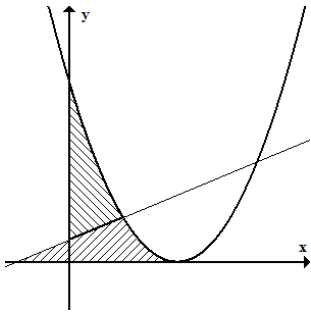


- (47) נתונות הפונקציות:  $y = x^3$ ;  $y = x$ .**  
 חשב את השטח המוגבל ביניהן.



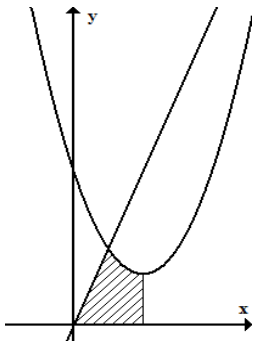
- (48) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ .**  
 הישר AC חותך את גרף הפונקציה  
 בנקודות הבאות:  $A(0,0)$ ,  $B(1,1)$ ,  $C(2,2)$ .  
 חשב את השטח המוגבל בין הפונקציה לישר AC.

- (49) בסרטון זה מוסבר כיצד יש לחשב שטח המוגבל בין שתי פונקציות לציר ה- $x$ .**

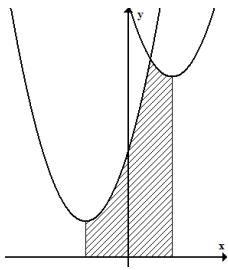


נתונות שתי הפונקציות:  $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ ,  $y = (x-2)^2$ .

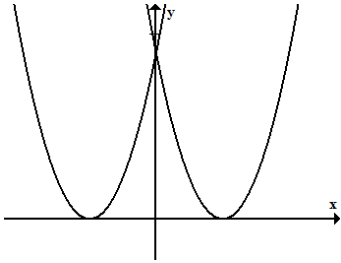
- א. מצא את השטח המוגבל בין שתי הפונקציות לציר ה- $x$ .  
 ב. מצא את השטח המוגבל בין שתי הפונקציות לציר ה- $y$ .



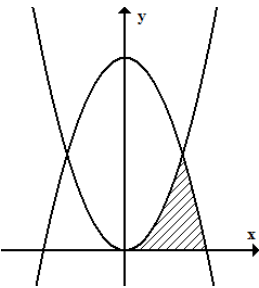
- (50) הפונקציות המתוארות בשרטוט הן:  $y = 3x$ ;  $y = x^2 - 4x + 6$ .**  
 א. מצא את קדקוד הפרבולה.  
 ב. מצא נקודת חיתוך של הפרבולה עם הישר.  
 ג. חשב את השטח המסומן שבשרטוט.



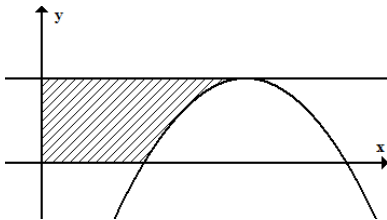
- (51) נתונות הפונקציות:**  $y = x^2 - 4x + 14$ ,  $y = x^2 + 4x + 6$ .
- מצא את שיעורי ה- $x$  של קדקודי הפרבולות.
  - חשב את נקודת החיתוך בין שתי הפונקציות.
  - חשב את השטח המסומן בשרטוט.



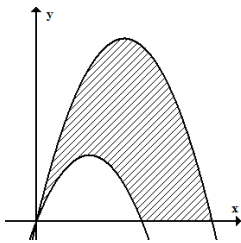
- (52) נתונות הפונקציות:**  $f(x) = (x-3)^2$ ,  $g(x) = (x+3)^2$ .
- חשב את השטח המוגבל בין שתי הפונקציות וציר ה- $x$ .



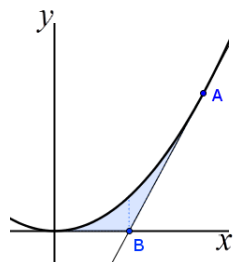
- (53) נתונות הפונקציות:**  $y = x^2$ ,  $y = 8 - x^2$ .
- חשב את השטח המוגבל על ידי שתי הפונקציות וציר ה- $x$  ברביע הראשון.



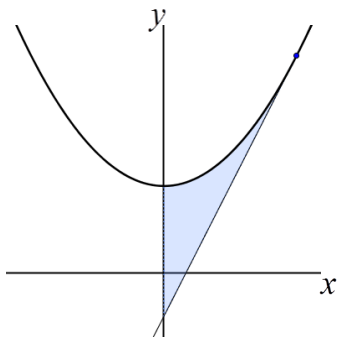
- (54) נתונה הפרבולה:**  $y = -x^2 + 4x - 3$ .
- מעבירים ישר המקביל לציר ה- $x$  מקדקוד הפרבולה.
- מצא את שיעורי קדקוד הפרבולה.
  - מצא את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, הישר והצירים.



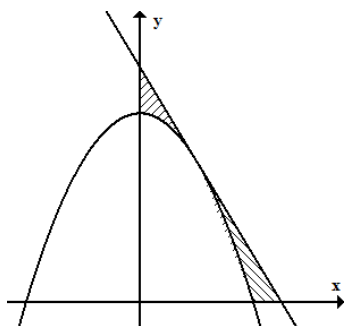
- (55) נתונות הפרבולות הבאות:**
- $f(x) = -x^2 + 5x$ ,  $g(x) = -x^2 + 3x$
- חשב את השטח המוגבל בין הגרפים של הפרבולות וציר ה- $x$ .



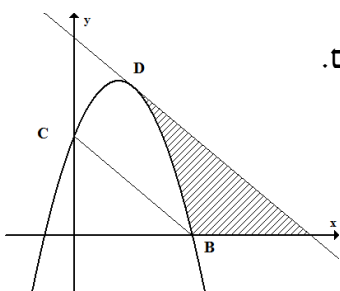
- (56) נתונה הפונקציה:**  $y = 2x^2$ .
- מעבירים משיק לגרף הפונקציה מהנקודה  $A(1,2)$ .
- המשיק חותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $B$ .
- חשב את השטח המוגבל בין הפונקציה, המשיק וציר ה- $x$ .



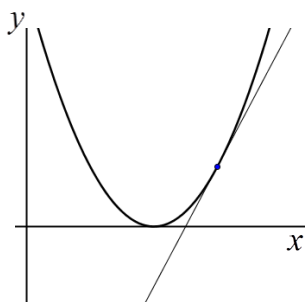
**(57) נתונה הפונקציה:  $y = 3x^2 + 2$ .**  
 מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה  $(1, 5)$ .  
 חשב את השטח המוגבל בין הפונקציה, המשיק וציר  $y$ .



**(58) נתונה הפונקציה  $y = -x^2 + 4$ .**  
 בנקודה  $(1, 3)$  העבירו משיק.  
 א. מצא את משוואת המשיק.  
 ב. מצא את השטח המוגבל בין הפונקציה, המשיק וציר ה- $y$ .  
 ג. חשב את השטח המוגבל בין הפונקציה, המשיק וציר ה- $x$ .

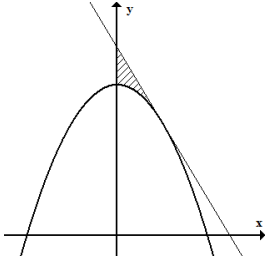


**(59) משוואת הפרבולה היא:  $f(x) = -2x^2 + 3x + 2$ .**  
 הנקודות  $B(2, 0)$ ,  $C(0, 2)$  הן נקודות חיתוך של הפרבולה עם הצירים.  
 המשיק לפרבולה בנקודה D מקביל לישר BC.  
 א. מצא את משוואת המשיק.  
 ב. מצא את השטח המוגבל בין הפרבולה, המשיק וציר ה- $x$ .  
 ג. מצא את השטח המוגבל בין הפרבולה, המשיק וציר ה- $y$ .

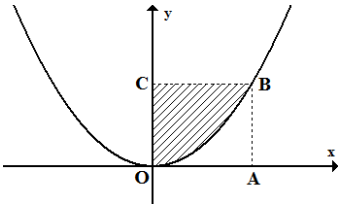


**(60) נתונה הפונקציה:  $y = (x - 4)^2$ .**  
 מעבירים משיק לגרף הפונקציה דרך הנקודה שבה:  $x = 6$ .  
 א. מצא את משוואת המשיק.  
 ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר ה- $x$ .

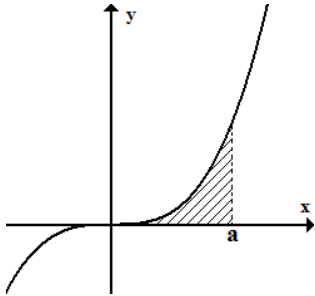
**חישובי שטחים עם פרמטר:**



- 61** נתונה הפרבולה:  $y = ax^2 + 8$ .  
שיפוע המשיק לגרף הפרבולה בנקודה שבה  $x = 2$  הוא  $-2$ .  
א. חשב את  $a$ .  
ב. חשב את השטח המוגבל על ידי המשיק, הפרבולה וציר  $y$ .



- 62** הפונקציה המתוארת בשרטוט היא:  $y = ax^2$ , ( $a$  פרמטר).  
המרובע ABCD הוא ריבוע.  
הקדקוד B נמצא על גרף הפונקציה.  
ידוע כי אורך צלע הריבוע היא 2 יחידות.  
מצא את ערך הפרמטר  $a$  ואת השטח המסומן בשרטוט.



- 63** נתונה הפונקציה  $y = x^3$ .  
מעבירים אנך לציר ה- $x$ :  $x = a$  (פרמטר חיובי) כך שנוצר שטח הכלוא בין האנך, גרף הפונקציה וציר ה- $x$ .  
א. הבע באמצעות  $a$  את השטח המקווקו בציור.  
ב. חשב את  $a$  אם ידוע כי שטח זה שווה ל- $a^2$ .

## תרגול נוסף:

### אינטגרל לא מסוים:

64 מצא את האינטגרלים הלא מסוימים הבאים:

א. $\int x^2 dx$	ב. $\int x^3 dx$	ג. $\int x^4 dx$
ד. $\int x^8 dx$	ה. $\int x^{12} dx$	ו. $\int x^{30} dx$
ז. $\int 4x^2 dx$	ח. $\int 3x^2 dx$	ט. $\int 5x^4 dx$
י. $\int 6x^5 dx$	יא. $\int ax^2 dx$	יב. $\int ax^4 dx$
יג. $\int -8x^2 dx$	יד. $\int -4x^3 dx$	טו. $\int \frac{2}{3}x^2 dx$
טז. $\int \frac{1}{4}x^3 dx$	יז. $\int \frac{a}{7}x^6 dx$	יח. $\int \frac{ax^3}{3} dx$
יט. $\int \frac{x^2}{12} dx$	כ. $\int \frac{-7x^3}{4} dx$	כא. $\int 5x dx$
כב. $\int -4x dx$	כג. $\int -3 dx$	כד. $\int -0.7 dx$
כה. $\int \frac{5}{6} dx$	כו. $\int \frac{-2}{7} dx$	כז. $\int \frac{2}{3} dx$

65 מצא את האינטגרלים הלא מסוימים הבאים:

א. $\int (x^2 + x^3) dx$	ב. $\int (2x^3 - 4x) dx$	ג. $\int (3x^2 + 2x + 1) dx$
ד. $\int (5x^9 - 6x^5 + 6x^2) dx$	ה. $\int \left(\frac{1}{2}x^2 - 5x + 3\right) dx$	ו. $\int \left(\frac{5x^7 - 4x^2}{2}\right) dx$
ז. $\int \left(\frac{1}{2}x^4 - \frac{2}{3}\right) dx$	ח. $\int \left(\frac{1}{3} - 3x^2 + x^9\right) dx$	ט. $\int \left(5x^2 + 4x + \frac{1}{5}\right) dx$

66 מצא את ערכי האינטגרלים הלא מסוימים הבאים :

א. $\int (2x^2 + x)^2 dx$	ב. $\int (x^2 - a) dx$
ג. $\int (x^2 + ax + 2) dx$	ד. $\int \frac{1}{2} x^2 (ax - 3) dx$
ה. $\int \left( \frac{1}{a} x^2 - ax^3 + 2 \right) dx$	ו. $\int x^2 (x^2 - 1) dx$
ז. $\int 6x(x^2 + 3x + 2) dx$	ח. $\int \frac{1}{2} x^2 \left( 2 - \frac{1}{2} x^3 + 3x \right) dx$
ט. $\int (x-1)^2 dx$	י. $\int x(3x+4)^2 dx$
יא. $\int (2x+1)(x-4)^2 dx$	יב. $\int \left( \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{3} \right) (x+3) dx$

**מציאת פונקציה קדומה:**

67 נתון:  $f'(x) = 4x - x^3 + 1$ . הפונקציה  $f(x)$  עוברת דרך הנקודה  $(0, 2)$ . מצא את  $f(x)$ .

68 נתון:  $f'(x) = x - x^2$ . ידוע כי  $f(0) = 3$ . מצא את  $f(x)$ .

69 נתון:  $f'(x) = 2x^2 - 4x$ . ידוע כי  $f(1) = 3$ . מצא את  $f(x)$  ואת  $f(2)$ .

70 נתון:  $f'(x) = 3x^2 + 4x$ . ידוע כי  $f(-1) = 5$ . מצא את  $f(x)$  ואת  $f(1)$ .

71 נתונה הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$ :  $f'(x) = 2x - 5$ .

ערך הפונקציה בנקודת הקיצון שלה הוא 3.75.

א. מצא את נקודת הקיצון.

ב. מצא את  $f(x)$ .

72 נתונה הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$ :  $f'(x) = x + 4$ .

ערך הפונקציה בנקודת הקיצון שלה הוא -2.

א. מצא את נקודת הקיצון.

ב. מצא את  $f(x)$ .

73) נתונה הנגזרת  $f'(x)$  של הפונקציה  $f(x) : f'(x) = x^3 - 8$ .

ערך הפונקציה בנקודת הקיצון שלה הוא 2.

א. מצא את נקודת הקיצון.

ב. מצא את  $f(x)$ .

74) נתונה הנגזרת  $f'(x)$  של הפונקציה  $f(x) : f'(x) = x^3 + 27$ .

ערך הפונקציה בנקודת הקיצון שלה הוא 1.

א. מצא את נקודת הקיצון.

ב. מצא את  $f(x)$ .

75) נתון כי:  $f'(x) = ax + 6$ , ( $a$  פרמטר). נקודת המינימום של הפונקציה היא:  $(2, 2)$ .

א. מצא את ערכו של  $a$ .

ב. מצא את  $f(x)$ .

76) נתון כי:  $f'(x) = 4x + a$ , ( $a$  פרמטר). נקודת המינימום של הפונקציה היא:  $(1, 0)$ .

א. מצא את ערכו של  $a$ .

ב. מצא את  $f(x)$ .

### האינטגרל המסוים:

77) חשב את האינטגרלים המסוימים הבאים:

ג.  $\int_2^4 4x^3 dx$

ב.  $\int_{-1}^1 2x^2 dx$

א.  $\int_1^5 x^2 dx$

ו.  $\int_{-3}^0 -2x^3 dx$

ה.  $\int_{-2}^2 2x^5 dx$

ד.  $\int_{-4}^{-1} x^3 dx$

ט.  $\int_0^1 (x^3 - x) dx$

ח.  $\int_{-5}^5 (x^3 - 1) dx$

ז.  $\int_{-4}^4 (x^2 + 1) dx$

יב.  $\int_{-2}^1 (x^2 - 6x + 1) dx$

יא.  $\int_{-2}^0 (x^2 - 2x - 3) dx$

י.  $\int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx$

$$\int_{-1}^{\frac{1}{3}} (9x^2 - 1) dx \quad \text{טו.}$$

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (x^3 - x + 1) dx \quad \text{יד.}$$

$$\int_{\frac{1}{2}}^3 (x^2 + x + 2) dx \quad \text{יג.}$$

$$\int_{-5}^{0.2} (5x - 1)^2 dx \quad \text{יח.}$$

$$\int_0^2 (2x - 4)^2 dx \quad \text{יז.}$$

$$\int_{-2}^2 (x + 2)^2 dx \quad \text{יזו.}$$

$$\int_{-1}^{0.5} x(x^2 + x - 2) dx \quad \text{כא.}$$

$$\int_{-3}^0 x(x^2 - 9) dx \quad \text{כ.}$$

$$\int_{-2}^2 x(x^2 - 4) dx \quad \text{יט.}$$

$$\int_3^6 \left( \frac{1}{3}x^2 + 3x - \frac{1}{6} \right) dx \quad \text{כד.}$$

$$\int_{-2}^0 \left( 2x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{1}{4} \right) dx \quad \text{כג.}$$

$$\int_1^{2.5} \left( \frac{1}{2}x^2 - 4x + 3 \right) dx \quad \text{כב.}$$

$$\int_{-4}^0 x(x + 4)^2 dx \quad \text{כז.}$$

$$\int_{-0.5}^3 (2x + 1)(2x - 6) dx \quad \text{כו.}$$

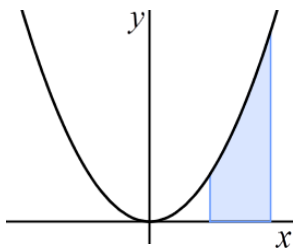
$$\int_{-4}^4 (x + 3)(x - 4) dx \quad \text{כה.}$$

$$\int_{\frac{4}{3}}^2 x(4 - 3x)^2 dx \quad \text{ל.}$$

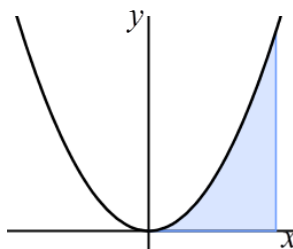
$$\int_{-\frac{2}{3}}^0 x^2(3x + 2)^2 dx \quad \text{כט.}$$

$$\int_0^4 x(x + 4)^2 dx \quad \text{כח.}$$

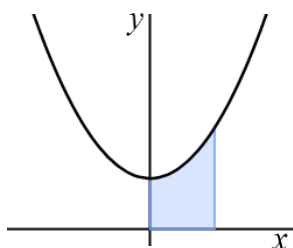
### חישובי שטחים:



(78) מצא את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה:  $y = x^2$ , הישרים:  $x = 1$ ,  $x = 2$  וציר ה- $x$  (ראה איור).

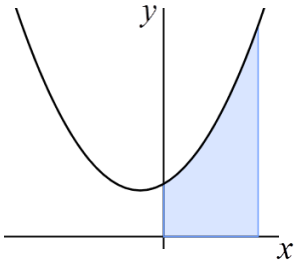


(79) מצא את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה:  $y = x^2$ , הישרים:  $x = 0$ ,  $x = 2$  וציר ה- $x$  (ראה איור).

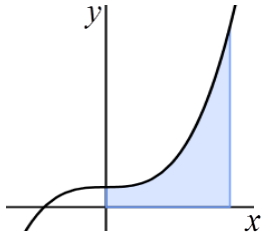


(80) מצא את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה:  $y = x^2 + 1$ , הישרים:  $x = 0$ ,  $x = 1$  וציר ה- $x$  (ראה איור).

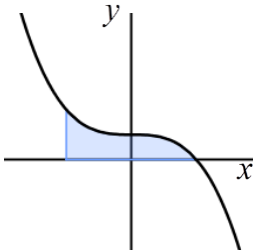




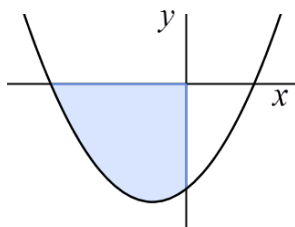
**(81)** מצא את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה:  $y = x^2 + x + 2$ , הישרים:  $x = 0$ ,  $x = 2$  וציר ה- $x$  (ראה איור).



**(82)** מצא את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה:  $y = x^3 + 1$ , הישרים:  $x = 0$ ,  $x = 2$  וציר ה- $x$  (ראה איור).



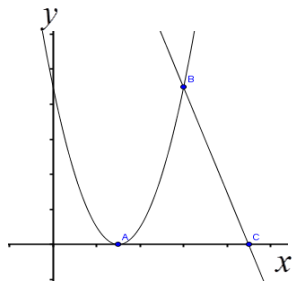
**(83)** מצא את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה:  $y = -x^3 + 1$ , הישרים:  $x = -1$ ,  $x = 1$  וציר ה- $x$  (ראה איור).



**(84)** מצא את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה:  $y = x^2 + 2x - 8$ , הישרים:  $x = -4$ , ציר ה- $x$  וציר ה- $y$  (ראה איור).

**(85)** חשב את השטח המוגבל בין גרף הפרבולה:  $f(x) = x^2 + 5$  והישר:  $g(x) = 4x + 5$ .

**(86)** חשב את השטח המוגבל בין גרף הפרבולה:  $f(x) = -x^2 + 2x + 15$  והישר:  $g(x) = 6x + 10$ .

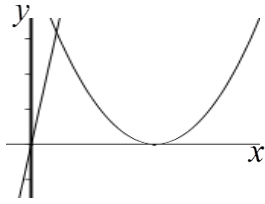


**(87)** נתונים הפרבולה:  $y = x^2 - 6x + 9$  והישר:  $y = -3x + 27$ .

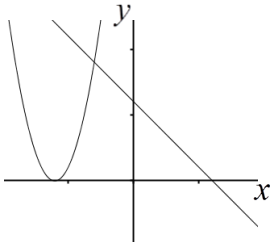
א. מצא את שיעור ה- $x$  של הנקודות A, B, C.

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי

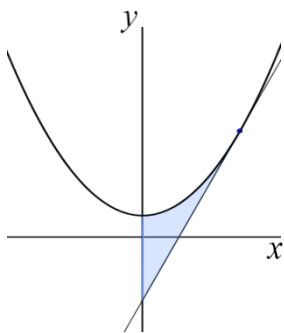
הפונקציות וציר ה- $x$ .



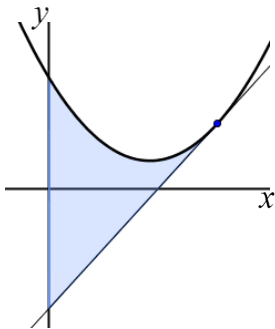
88) חשב את השטח המוגבל על ידי הישר:  $y=16x$ ,  
על ידי הפרבולה  $y=(x-5)^2$  וציר ה- $x$ .



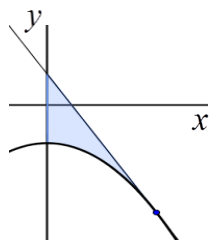
89) חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות:  
 $y=(x+6)^2$  ו- $y=-x+6$  וציר ה- $x$ .



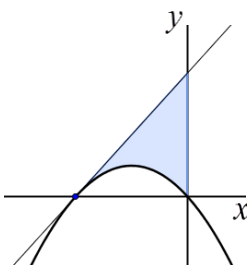
90) לגרף הפונקציה:  $y=x^2+4$  העבירו משיק בנקודה  $(4, 20)$ .  
א. מצא את משוואת המשיק.  
ב. חשב את השטח המוגבל בין הפרבולה, המשיק וציר ה- $y$ .



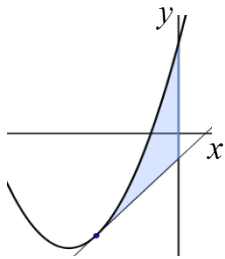
91) נתונה הפרבולה  $y=x^2-6x+12$ .  
א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה  $(5, 7)$ .  
ב. חשב את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, המשיק, שאת משוואתו מצאת בסעיף א', וציר ה- $y$ .



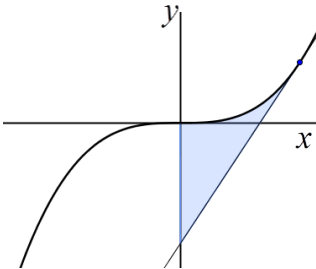
92) נתונה הפונקציה:  $y=-x^2-5$ .  
א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה:  $x=3$ .  
ב. חשב את השטח המוגבל בין הפרבולה, המשיק וציר ה- $y$ .



93) הפרבולה  $y=-2x^2-4x$  חותכת את חלקו השלילי של ציר ה- $x$  בנקודה A.  
א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A.  
ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק וציר ה- $y$ .



94) לפרבולה  $y = 2x^2 + 16x + 14$  העבירו משיק בנקודה שבה  $x = -3$ .  
חשב את השטח המוגבל בין הפרבולה, המשיק וציר ה- $y$ .



95) לגרף הפונקציה  $y = x^3$  העבירו משיק בנקודה  $(2, 8)$ .  
חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק וציר ה- $y$ .

### חישובי שטחים עם פרמטר:

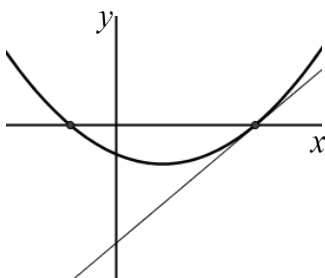
96) נתון כי עבור  $a > 0$  מתקיים:  $\int_0^a x^2 dx = 9$ . מצא את ערכו של  $a$ .

97) נתון כי עבור  $a > 0$  מתקיים:  $\int_0^a (x+1) dx = 4$ . מצא את ערכו של  $a$ .

98) נתון כי עבור  $a > 0$  מתקיים:  $\int_0^a -x^3 dx = -a^3$ . מצא את ערכו של  $a$ .

99) נתון כי עבור  $a > 0$  מתקיים:  $\int_0^a \left(ax - \frac{1}{2}x^2\right) dx = 9$ . מצא את ערכו של  $a$ .

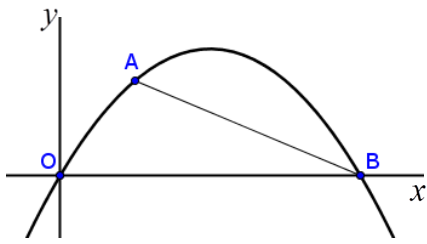
100) נתון כי עבור  $a > 0$  מתקיים:  $\int_0^1 (x^2 - ax + 8) dx = \frac{22}{3}$ . מצא את ערכו של  $a$ .



101) נתונה הפונקציה:  $f(x) = ax^2 - 2x - 3$ , ( $a$  פרמטר).

ידוע כי הפונקציה עוברת בנקודה:  $(1, -4)$ .

- מצא את ערך הפרמטר  $a$ .
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- $x$ .
- כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך נקודת החיתוך החיובית שלו עם ציר ה- $x$ .
- היעזר באיור שלפניך וחשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק וציר ה- $y$ .



**102** נתונה הפונקציה:  $f(x) = -x^2 + ax$ ,  $a$  פרמטר).

ידוע כי הפונקציה עוברת בנקודה:  $A(2, 12)$ .

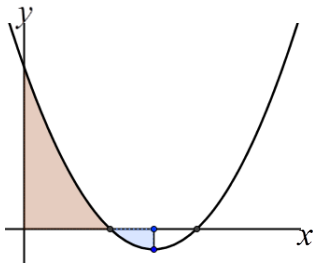
א. מצא את ערך הפרמטר  $a$ .

ב. הפונקציה חותכת את ציר ה- $x$  בנקודה  $O(0, 0)$

ובנקודה  $B$ . מצא את שיעורי הנקודה  $B$ .

ג. חשב את שטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה,

המיתר  $AB$  וציר ה- $x$ .



**103** נתון הגרף של הפונקציה:  $f(x) = x^2 - 6x + a$ ,  $a$  פרמטר).

א. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת המינימום של הפונקציה.

ב. נתון כי בנקודת המינימום של הפונקציה:  $y = -1$ .

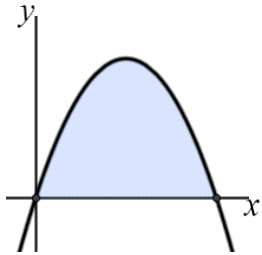
מצא את ערך הפרמטר  $a$ .

ג. דרך נקודת המינימום של הפונקציה העבירו

אנך לציר ה- $x$  (ראה איור). הצב בפונקציה את

הערך של  $a$  שמצאת ומצא את השטח המוגבל

ע"י גרף הפונקציה, הצירים והאנך.



**104** נתונה הפרבולה:  $f(x) = ax - x^2$ ,  $a$  פרמטר).

השטח המוגבל ע"י הפרבולה וציר ה- $x$  הוא  $S = \frac{4}{3}$ .

מצא את ערכו של  $a$ .

## שאלות מתוך מאגר משרד החינוך:

**105** הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$  היא:  $f'(x) = 4x - x^2$ .

הפונקציה  $f(x)$  עוברת דרך הנקודה  $(3,3)$ . מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

**106** נתון כי:  $f'(x) = 16x^3 - 2$  וערכה של הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המינימום הוא 2.

א. עבור איזה ערך של  $x$  מקבלת הפונקציה  $f(x)$  מינימום?

ב. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

**107** נתונה פונקציה  $f(x)$  המקיימת:  $f'(x) = \frac{2x^2 - 5}{2}$  ו- $f(3) = 2$ . חשב את  $f(0)$ .

**108** הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$  מקיימת:  $f'(x) = 6x^2 - 8x$ .

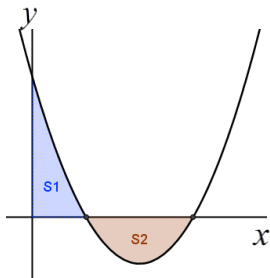
ערך הפונקציה  $f(x)$  בנקודה:  $x=1$  הוא 5. חשב את הפונקציה  $f(x)$  בנקודה  $x=2$ .

**109** הפונקציה  $f(x)$  חותכת את ציר ה- $y$  בנקודה:  $y=-1$ .

נגזרת הפונקציה היא:  $f'(x) = 3x^2 - 1$ . מצא את  $f(2)$ .

**110** מצא את השטח המוגבל ע"י הגרפים של הפונקציות:  $y = -x^2 + 4x$ ;  $y = x$ .

**111** מצא את השטח המוגבל ע"י הגרפים של הפונקציות:  $y = (x-3)^2$ ;  $y = x+3$ .



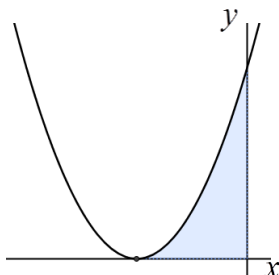
**112** בציור שלפניך מסורטט גרף הפונקציה:  $y = x^2 - 4x + 3$ .

א. חשב את האינטגרל המסוים של הפונקציה הנתונה

בין הגבולות 0 ל-3.

ב. האם תשובתך לסעיף א' מודדת את סכום השטחים

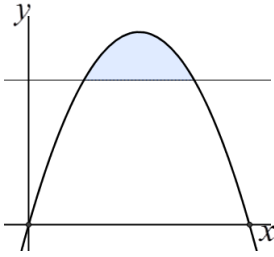
המקווקוים  $S_1, S_2$  שבציור? נמק.



**113** נתונה הפונקציה:  $y = (x+2)^2$  (ראה איור).

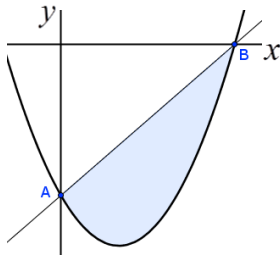
חשב את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה

וע"י הצירים (השטח המקווקו בציור).

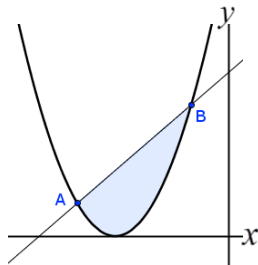


**114** חשב את השטח המוגבל ע"י הפרבולה:  $y = -x^2 + 4x$  והישר:  $y = 3$  (השטח המקווקו בציור).

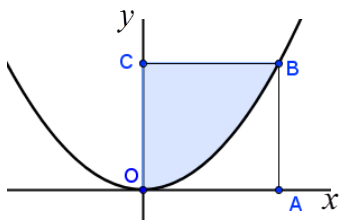
**115** חשב את השטח המוגבל ע"י ציר ה- $y$ , ע"י הישר  $y = 2$  וע"י גרף הפונקציה:  $y = \frac{1}{8}x^2$ .



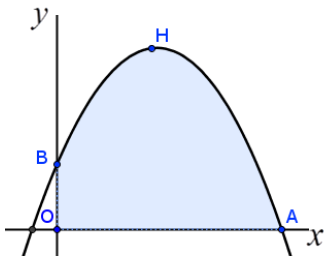
**116** הפרבולה:  $y = x^2 - 2x - 3$  חותכת את ציר ה- $y$  בנקודה A ואת ציר ה- $x$  בנקודה B. חשב את השטח המוגבל ע"י הפרבולה וע"י הישר AB.



**117** הפרבולה והישר בציור שלפניך הם גרפים של הפונקציות:  $y = (x+3)^2$ ;  $y = x+5$ . מצא את השטח המוגבל ע"י שני הגרפים.



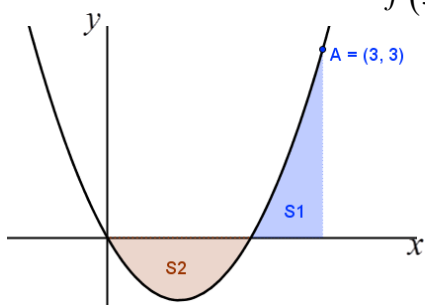
**118** במערכת צירים בנו ריבוע OABC (ראשית הצירים). שתיים מצלעות הריבוע, OA ו-OC נמצאות על צירי השיעורים (ראה איור). אורך צלע הריבוע הוא יחידה אחת. מצא את השטח המוגבל ע"י הפרבולה:  $y = x^2$  וע"י הצלעות OC ו-BC.



**119** בציור שלפניך AHB הוא חלק מגרף הפונקציה:  $y = 1 + \frac{8}{3}x - x^2$  שנמצא ברביע הראשון. מצא את השטח המוגבל ע"י הגרף AHB, ע"י ציר ה- $x$  וע"י ציר ה- $y$ .

**120** ישר המקביל לציר ה- $y$  חותך את הפונקציה:  $f(x) = x^2 - 2x$

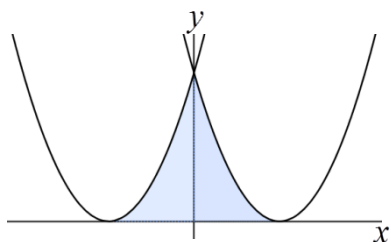
בנקודה  $A(3,3)$ . הוכח כי:  $S_1 = S_2$  (ראה איור).



**121** מצא את השטח המוגבל ע"י ציר ה- $x$ , ע"י גרף

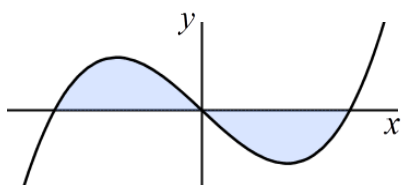
הפונקציה:  $y = (x-2)^2$  וע"י גרף

הפונקציה:  $y = (x+2)^2$ .



**122** חשב את השטח המוגבל ע"י גרף

הפונקציה:  $y = x(x^2 - 4)$  וע"י ציר ה- $x$ .



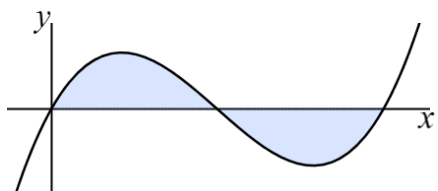
**123** נתונה הפונקציה:  $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x$

ידוע כי גרף הפונקציה חותך את ציר ה- $x$  בנקודות:  $x=0, x=1, x=2$ .

א. הוכח כי:  $\int_0^2 f(x) dx = 0$

ב. חשב את השטח המוגבל ע"י גרף

הפונקציה  $f(x)$  וע"י ציר ה- $x$ .

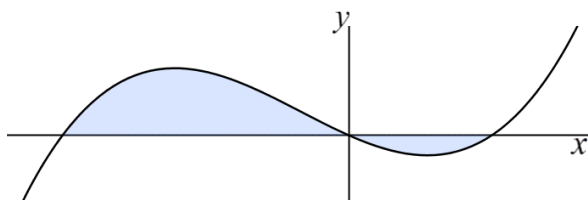


**124** בציור שלפניך מתואר גרף

הפונקציה:  $y = x^3 + x^2 - 2x$ .

מצא את השטח המוגבל ע"י

גרף הפונקציה וע"י ציר ה- $x$ .

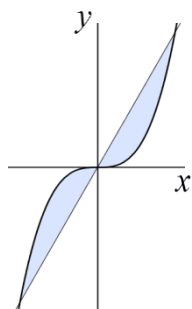


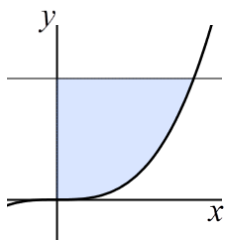
**125** בציור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:  $y = 9x$ ;  $y = x^3$ .

א. מצא את ערכי ה- $x$  בנקודות החיתוך של

הגרפים של הפונקציות.

ב. חשב את השטח הכלוא בין שני הגרפים.





**126** חשב את השטח המוגבל ע"י ציר ה- $y$ ,  
 ע"י גרף הפונקציה:  $y = x^3$  וע"י הישר  $y = 8$ .

**127** נתונה פרבולה שמשוואתה:  $y = 8 - 2x^2$ . בנקודה:  $A(1,6)$  העבירו משיק לפרבולה.

- א. מצא את משוואת המשיק.
- ב. חשב את השטח המוגבל ע"י גרף הפרבולה, ע"י ציר ה- $y$  וע"י המשיק.

**128** א. חשב את השטח הנמצא ברביע הראשון, ומוגבל ע"י גרף הפונקציה:  $y = x^2$ , ע"י גרף

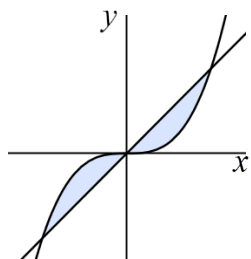
הפונקציה:  $y = 8 - x^2$  וע"י ציר ה- $y$ .

ב. חשב את השטח הנמצא ברביע הראשון, ומוגבל ע"י גרף הפונקציה:  $y = x^2$ , ע"י גרף

הפונקציה:  $y = 8 - x^2$  וע"י ציר ה- $x$ .

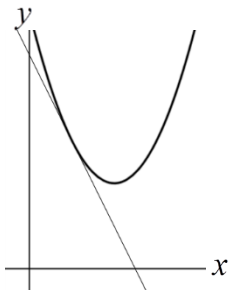
**129** נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ .

- א. מצא את נקודות המקסימום והמינימום של הפונקציה.
- ב. חשב את השטח המוגבל ע"י הגרף של  $f(x)$ , ע"י המשיק ל- $f(x)$  בנקודת המקסימום וע"י ציר ה- $y$ .



**130** בציור מתוארים הגרפים של הפונקציות:  $f(x) = x$ ;  $g(x) = x^3$ .

חשב את השטח המוגבל ע"י שני הגרפים.

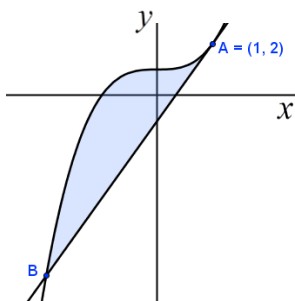


**131** ישר משיק לגרף הפונקציה:  $y = x^2 + ax + 6$  בנקודה:  $x = 1$ .

שיפוע המשיק הוא -2.

- א. חשב את הפרמטר  $a$ .
- ב. חשב את משוואת המשיק.
- ג. חשב את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה, ע"י המשיק וע"י ציר ה- $y$ .





**132** ישר משיק לגרף הפונקציה:  $y = x^3 + 1$  בנקודה:  $A(1,2)$ .

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. המשיק, שאת משוואתו מצאת בסעיף א',

חותך את גרף הפונקציה בנקודה נוספת B.

הראה ששיעור ה- $x$  של הנקודה B הוא -2.

ג. חשב את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה וע"י המשיק לפונקציה.

**133** הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$  היא:  $f'(x) = \frac{3}{2} \left( \frac{1}{2}x + 4 \right)^2$ .

בנקודה  $x = -2$  ערך הפונקציה  $f(x)$  הוא 10. חשב את הפונקציה  $f(x)$ .

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } x+c \quad \text{ב. } -2x+c \quad \text{ג. } \frac{2}{3}x+c \quad \text{ד. } -0.7x+c \quad \text{ה. } \frac{x^3}{3}+c \quad \text{ו. } \frac{x^4}{4}+c \quad \text{ז. } \frac{x^2}{2}+c$$

$$\text{ח. } \frac{x^5}{5}+c \quad \text{ט. } x^3+c \quad \text{י. } -\frac{x^4}{8}+c \quad \text{יא. } \frac{x^6}{9}+c \quad \text{יב. } \frac{5x^2}{2}+c$$

$$(2) \quad \text{א. } x^2+c \quad \text{ב. } 7x+c \quad \text{ג. } -\frac{x^4}{4}+c \quad \text{ד. } \frac{5x^2}{2}-x+c \quad \text{ה. } 2x^3-\frac{9}{2}x^2+c \quad \text{ו. } \frac{x^6}{2}-x^4+x^3+c$$

$$\text{ז. } \frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}+x+c \quad \text{ח. } \frac{x^3}{18}-\frac{x^2}{4}+\frac{2}{3}x+c \quad \text{ט. } \frac{x^4}{6}-x+c \quad \text{י. } \frac{x^4}{8}+c \quad \text{יא. } 3x^3-3x^2+x+c$$

$$\text{יב. } \frac{x^3}{3}-\frac{5}{2}x^2+c \quad \text{יג. } \frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-12x+c \quad \text{יד. } 1.5x^4+c \quad \text{טו. } \frac{x^5}{5}-\frac{3}{2}x^4+3x^3+c$$

$$(3) \quad \text{א. } f(x)=\frac{3x^2}{2}-1 \quad \text{ב. } f(x)=2.5x^2-3x-7, f(0)=-7 \quad \text{ג. } y=6x-x^3+8$$

$$(4) \quad f(x)=2x^3+x+3, (0,3), \frac{3}{4} \quad (5) \quad \frac{8}{3} \quad (6) \quad f(0)=-4 \quad (7) \quad f(x)=x^2-4x+2$$

$$(8) \quad \text{א. } f(x)=2x^2-3x+1; g(x)=x^2+5x-6 \quad \text{ב. } (7,78)$$

$$(9) \quad \text{א. } \left(0, \frac{1}{3}\right) \quad \text{ב. } \left(2\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right) \quad (10) \quad \text{א. } 0 \quad \text{ב. } f(x)=x^2-3x+7$$

$$(11) \quad \text{א. } -1 \quad \text{ב. } f(x)=-3x^2-5x-8 \quad \text{ג. } y=x-5 \quad (12) \quad f(x)=\frac{3x^2}{2}-4x+11$$

$$(13) \quad \text{א. } \frac{2}{3} \quad \text{ב. } f(x)=\frac{x^3}{3}-4x^2+2x+23 \quad \text{ג. } y=-5x+27$$

$$(14) \quad \text{א. } y=5x-2 \quad \text{ב. } f(x)=3x^3-4x+4 \quad \text{ג. } \left(\frac{2}{5}, 0\right), (0, -2)$$

$$(15) \quad \text{א. } \max(3, 2.5), \min(0, -2) \quad \text{ב. } f(x)=-\frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}-2$$

$$(16) \quad \text{א. } (3, -4) \quad \text{ב. } f(x)=x^2-6x+5 \quad (17) \quad \text{א. } (1, 0) \quad \text{ב. } f(x)=-2x^2+4x-2$$

$$(18) \quad y=x^2-6x+5; (0,5), (5,0), (1,0) \quad (19) \quad \text{א. } \left(\frac{1}{2}, 2\right) \quad \text{ב. } f(x)=4x^4-2x+\frac{3}{4}$$

$$(20) \quad \text{א. } \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{16}\right) \quad \text{ב. } f(x)=x^4-2x^3+x^2 \quad \text{ג. } a=-5 \quad (21) \quad f(x)=2x^5-5x^2$$

$$(22) \quad \text{א. } a=2.5 \quad \text{ב. } f(x)=x^3+2.5x^2+2x+\frac{55}{54} \quad (23) \quad \text{א. } -1 \quad \text{ב. } f(x)=-x^2+8x$$

$$(24) \quad \text{א. } 1 \quad \text{ב. } f(x)=\frac{x^3}{3}-x-1 \quad (25) \quad 15 \quad (26) \quad 15 \quad \text{יחיד. } (27) \quad 22\frac{2}{3} \quad \text{יחיד. } (28) \quad \text{א. } (-3, 0) \quad \text{ב. } 9 \quad \text{יחיד.}$$

$$(29) \quad \text{א. } (-1, 0), (5, 0) \quad \text{ב. } 33\frac{1}{3} \quad \text{יחיד. } (30) \quad \text{א. } (-2, 0), (2, 0) \quad \text{ב. } 10\frac{2}{3} \quad (31) \quad \frac{1}{12} \quad \text{יחיד.}$$

- (32)  $10\frac{2}{3}$  יח"ר. (33) 13.5 יח"ר. (34) 4 יח"ר. (35)  $4\frac{4}{15}$  יח"ר. (36)  $-\frac{1}{3}$ .
- (37) א. 4 ב. 9.5 יח"ר. (38) א. (2,0), (0,0), (-1,0) ב.  $3\frac{1}{12}$  יח"ר. (39)  $20\frac{5}{6}$  יח"ר.
- (40) א. A(0,-9), B(3,0) ב. 13.5 יח"ר. (41)  $10\frac{2}{3}$  יח"ר. (42)  $21\frac{1}{3}$  יח"ר.
- (43) 12 יח"ר. (44)  $\frac{1}{3}$  יח"ר. (45) א. (4,0), (1,3) ב.  $2\frac{5}{11}$  יח"ר.
- (46) א. (2,5), (0,5), (-2,5) ב. 8 יח"ר. (47)  $\frac{1}{2}$  יח"ר. (48)  $\frac{1}{2}$  יח"ר. (49) א.  $\frac{4}{3}$  יח"ר ב.  $1\frac{7}{12}$  יח"ר.
- (50) א. (2,2) ב. (1,3) ג.  $3\frac{5}{6}$  יח"ר. (51) א.  $x=2, x=-2$  ב. (1,11) ג.  $65\frac{1}{3}$  יח"ר.
- (52) 18 יח"ר. (53)  $4\frac{5}{12}$  יח"ר. (54) א. (2,1) ב.  $\frac{4}{3}$  יח"ר. (55)  $16\frac{1}{3}$  יח"ר. (56)  $\frac{1}{6}$  יח"ר.
- (57) 1 יח"ר. (58) א.  $y=-2x+5$  ב.  $\frac{1}{3}$  יח"ר. ג.  $\frac{7}{12}$  יח"ר. (59) א.  $y=-x+4$  ב.  $2\frac{2}{3}$  יח"ר. ג.  $\frac{2}{3}$  יח"ר.
- (60) א.  $y=4x-20$  ב.  $\frac{2}{3}$  יח"ר. (61) א.  $a=-\frac{1}{2}$  ב.  $\frac{4}{3}$  יח"ר. (62)  $a=\frac{1}{2}$ ,  $2\frac{2}{3}$  יח"ר.
- (63) א.  $\frac{a^4}{4}$  ב.  $a=2$ .
- (64) א.  $\frac{x^3}{3}+c$  ב.  $\frac{x^4}{4}+c$  ג.  $\frac{x^5}{5}+c$  ד.  $\frac{x^9}{9}+c$  ה.  $\frac{x^{13}}{13}+c$  ו.  $\frac{x^{31}}{31}+c$  ז.  $\frac{4x^3}{3}+c$
- ח.  $x^3+c$  ט.  $x^5+c$  י.  $x^6+c$  יא.  $\frac{ax^3}{3}+c$  יב.  $\frac{ax^5}{5}+c$  יג.  $-\frac{8x^3}{3}+c$  יד.  $-x^4+c$
- טו.  $\frac{2}{9}x^3+c$  טז.  $\frac{x^4}{16}+c$  יז.  $\frac{ax^7}{49}+c$  יח.  $\frac{ax^4}{12}+c$  יט.  $\frac{x^3}{36}+c$  כ.  $\frac{-7x^4}{16}+c$
- כא.  $\frac{5x^2}{2}+c$  כב.  $-2x^2+c$  כג.  $-3x+c$  כד.  $-0.7x+c$
- כה.  $\frac{5}{6}x+c$  כו.  $-\frac{2x}{7}+c$  כז.  $\frac{2x}{3}+c$
- (65) א.  $\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{4}+c$  ב.  $\frac{x^4}{2}-2x^2+c$  ג.  $x^3+x^2+x+c$  ד.  $\frac{x^{10}}{2}-x^6+2x^3+c$
- ה.  $\frac{1}{6}x^3-\frac{5}{2}x^2+3x+c$  ו.  $\frac{5}{16}x^8-\frac{2}{3}x^3+c$  ז.  $\frac{1}{10}x^5-\frac{2}{3}x+c$
- ח.  $\frac{x}{3}-x^3+\frac{x^{10}}{10}+c$  ט.  $\frac{5x^3}{3}+2x^2+\frac{x}{5}+c$
- (66) א.  $\frac{4}{5}x^5+x^4+\frac{x^3}{3}+c$  ב.  $\frac{x^3}{3}-ax+c$  ג.  $\frac{x^3}{3}+\frac{ax^2}{2}+2x+c$
- ד.  $\frac{a}{8}x^4-\frac{1}{2}x^3+c$  ה.  $\frac{1}{3a}x^3-\frac{a}{4}x^4+2x+c$  ו.  $\frac{x^5}{5}-\frac{x^3}{3}+c$  ז.  $\frac{3}{2}x^4+6x^3+6x^2+c$

- ח.  $\frac{x^3}{3} - \frac{x^6}{24} + \frac{x^3}{2} + c$  .ט.  $\frac{x^3}{3} - x^2 + x + c$  .י.  $\frac{9x^4}{4} + 8x^3 + 8x^2 + c$  .יא.  $\frac{x^4}{2} - 5x^3 + 12x^2 + 16x + c$
- יב.  $\frac{x^4}{8} + \frac{x^3}{2} - \frac{x^2}{6} - x + c$  .יג.  $\frac{x^4}{4} + \frac{41}{18}x^3 + 7x^2 + 7.5x + c$
- (67)  $f(x) = -\frac{x^4}{4} + 2x^2 + x + 2$  (68)  $f(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 3$  (69)  $f(x) = \frac{2x^3}{3} - 2x^2 + \frac{13}{3}$  ,  $f(2) = \frac{5}{3}$
- (70)  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4$  , 7 .א (71)  $f(x) = x^2 - 5x + 10$  .ב (2.5, 3.75)
- (72) .א (-4, -2) .ב  $f(x) = \frac{x^2}{2} + 4x + 6$  (73) .א (2, 2) .ב  $f(x) = \frac{x^4}{4} - 8x + 14$
- (74) .א (-3, 1) .ב  $f(x) = \frac{x^4}{4} + 27x + 61\frac{3}{4}$  (75) .א  $a = -3$  .ב  $f(x) = -1.5x^2 + 6x - 4$
- (76) .א  $a = -4$  .ב  $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$
- (77) .א  $41\frac{1}{3}$  .ב  $1\frac{1}{3}$  .ג 240 .ד  $63\frac{3}{4}$  .ה 0 .ו 40.5 .ז  $50\frac{2}{3}$  .ח -10 .ט  $-\frac{1}{4}$  .י  $-\frac{4}{3}$
- יא.  $\frac{2}{3}$  .יב 15 .יג  $18\frac{1}{3}$  .יד 1 .טו  $1\frac{7}{9}$  .טז  $21\frac{1}{3}$  .יז  $10\frac{2}{3}$  .יח  $1171\frac{11}{15}$  .יט 0
- כ.  $20\frac{1}{4}$  .כא  $\frac{57}{64}$  .כב  $-3\frac{9}{16}$  .כג  $14\frac{5}{6}$  .כד 61 .כה  $-53\frac{1}{3}$  .כו  $-28\frac{7}{12}$  .כז  $-21\frac{1}{3}$
- כח.  $362\frac{2}{3}$  .כט  $\frac{16}{405}$  .ל  $1\frac{17}{27}$
- (78)  $2\frac{1}{3}$  יח"ר. (79)  $2\frac{2}{3}$  יח"ר. (80)  $1\frac{1}{3}$  יח"ר. (81)  $8\frac{2}{3}$  יח"ר. (82) 6 יח"ר. (83) 2 יח"ר.
- (84)  $26\frac{2}{3}$  יח"ר. (85)  $10\frac{2}{3}$  יח"ר. (86) 36 יח"ר. (87) .א  $x_A = 3; x_B = 6; x_C = 9$  .ב 22.5 יח"ר.
- (88)  $29\frac{1}{3}$  יח"ר. (89) 49.5 יח"ר. (90) .א  $y = 8x - 12$  .ב  $21\frac{1}{3}$  יח"ר. (91) .א  $y = 4x - 13$  .ב  $41\frac{2}{3}$  יח"ר.
- (92) .א  $y = -6x + 4$  .ב 9 יח"ר. (93) .א  $y = 4x + 8$  .ב  $5\frac{1}{3}$  יח"ר. (94) 18 יח"ר.
- (95) 12 יח"ר. (96)  $a = 3$  (97)  $a = 2$  (98)  $a = 4$  (99)  $a = 3$  (100)  $a = 2$
- (101) .א  $a = 1$  .ב (-1, 0) , (3, 0) .ג  $y = 4x - 12$  .ד 9 יח"ר. (102) .א  $a = 8$  .ב B(8, 0) .ג  $49\frac{1}{3}$  יח"ר.
- (103) .א 3 .ב  $a = 8$  .ג  $7\frac{1}{3}$  יח"ר. (104)  $a = 2$  (105)  $f(x) = 2x^2 - \frac{x^3}{3} - 6$
- (106) .א  $x = \frac{1}{2}$  .ב  $f(x) = 4x^4 - 2x + 2\frac{3}{4}$  (107)  $f(0) = 1$  (108)  $f(2) = 7$  (109)  $f(2) = 5$
- (110)  $4\frac{1}{2}$  יח"ר. (111)  $20\frac{5}{6}$  יח"ר. (112) .א אפס. .ב לא. (113)  $2\frac{2}{3}$  יח"ר.
- (114)  $1\frac{1}{3}$  יח"ר. (115)  $5\frac{1}{3}$  יח"ר. (116)  $4\frac{1}{2}$  יח"ר. (117)  $4\frac{1}{2}$  יח"ר. (118)  $\frac{2}{3}$  יח"ר.

- (119) 6 יח"ר. (120)  $\frac{1}{3}$  יח"ר (121)  $5\frac{1}{3}$  יח"ר. (122) 8 יח"ר. (123) ב. 2 יח"ר.
- (124)  $3\frac{1}{12}$  יח"ר. (125) א. 3, 0, -3. ב.  $40\frac{1}{2}$  יח"ר. (126) 12 יח"ר.
- (127) א.  $y = -4x + 10$ . ב.  $1\frac{2}{3}$  יח"ר. (128) א.  $10\frac{2}{3}$  יח"ר. ב. 4.418 יח"ר.
- (129) א. מקסימום:  $x = -1$ , מינימום:  $x = 1$ . ב.  $\frac{3}{4}$  (130)  $\frac{1}{2}$  יח"ר.
- (131) א.  $a = -4$ . ב.  $y = -2x + 5$ . ג.  $\frac{1}{3}$  יח"ר. (132) א.  $y = 3x - 1$ . ב.  $B(-2, -7)$ . ג.  $6\frac{3}{4}$  יח"ר.
- (133)  $f(x) = \left(\frac{1}{2}x + 4\right)^3 - 17$

## פרק 8 – שאלות מבגרויות:

### בעיות מילוליות:

(1) מועד קיץ שנת 2004.

סוחר קנה שני מוצרים, ושילם תמורתם סך הכל 2000 שקלים. את המוצר הראשון מכר הסוחר בהפסד של 10%, ואת המוצר השני מכר ברווח של 20%. הסוחר מכר את שני המוצרים ב-2160 שקלים סך הכל. בכמה שקלים קנה הסוחר כל אחד משני המוצרים?

(2) מועד חורף שנת 2005.

בחנות בגדים מכרו חולצה במחיר הקטן ב-40 שקל ממחיר חצאית. מאחר שנשארו בחנות הרבה חולצות ומעט חצאיות, שינתה החנות את המחירים. מחיר חולצה הוזל ב-25%, ומחיר חצאית התייקר ב-20%. לאחר שינוי המחירים שילמה רותי עבור חולצה וחצאית בסך הכל 282 שקלים. מצא מה היו לפני השינוי מחיר חולצה ומחיר חצאית.

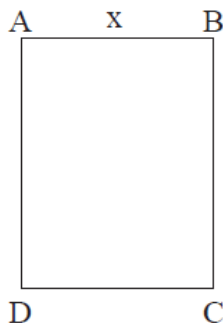
(3) מועד קיץ א' שנת 2005.

רוכב אופניים יצא מהעיר A, עבר דרך העיר B והגיע לעיר C. המרחק מ-A ל-B הוא 240 ק"מ, והמרחק מ-B ל-C הוא 160 ק"מ. הרוכב רכב מ-A ל-B במהירות הגדולה ב-20% מהמהירות שלו בדרך מ-B ל-C, והוא עבר את הדרך מ-A ל-B בשעה אחת יותר מהזמן שעבר את הדרך מ-B ל-C. מצא את מהירות הרוכב בדרך מ-B ל-C. (מהירויות הרוכב היו קבועות).

(4) מועד קיץ ב' שנת 2005.

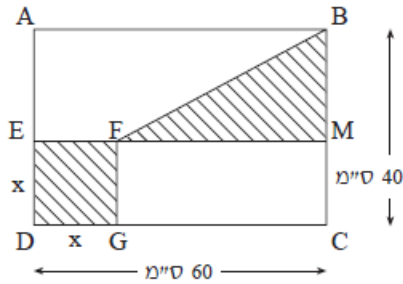
משני מקומות A ו-B, שהמרחק ביניהם 800 ק"מ, יצאו שתי מכוניות זו לקראת זו. מכונית אחת יצאה מ-A בשעה 6<sup>00</sup>, והמכונית האחרת יצאה מ-B בשעה 7<sup>00</sup>. שתי המכוניות נפגשו באמצע הדרך בין A ל-B. מהירות המכונית שיצאה מ-A קטנה ב-20 קמ"ש ממהירות המכונית שיצאה מ-B. מצא את המהירות של המכונית שיצאה מ-A.

(5) מועד חורף שנת 2006.



במלבן ABCD (ראה ציור) סכום האורכים של שתי צלעות סמוכות הוא 16 ס"מ  $AB + BC = 16$ . הגדילו את אורך הצלע BC ב-5 ס"מ והקטינו את אורך

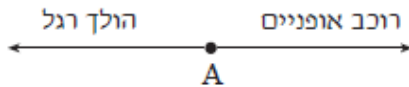
הצלע AB ב- 20%, וכך קיבלו מלבן חדש, ששטחו 72 סמ"ר.  
 חשב את אורך הצלע AB. (מצא את שתי התשובות).



6) מועד קיץ א' שנת 2006.

בתוך מלבן ABCD בנו ריבוע EFGD ומשולש ישר זווית BMF, כמתואר בציור.  
 נתון:  $BC = 40$  ס"מ,  $DC = 60$  ס"מ.  
 הסכום של שטח הריבוע ושטח המשולש (השטח המקווקו בציור) הוא 784 סמ"ר.  
 חשב את אורך הצלע בריבוע EFGD.  
 (מצא את שתי התשובות).

7) מועד קיץ ב' שנת 2006.

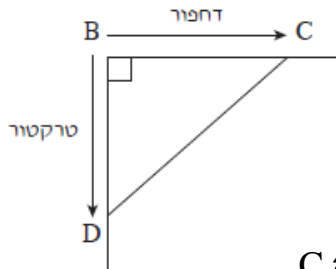


הולך רגל ורוכב אופניים יצאו בשעה 6:00 מיישוב A, בכיוונים מנוגדים (ראה ציור).  
 רוכב האופניים רכב במהירות הגדולה פי 2.4 מהמהירות של הולך הרגל.

בשעה 8:00 היה הולך הרגל במרחק של 10 ק"מ מ-A.

- מצא את המהירות של הולך הרגל, ואת המהירות של רוכב האופניים.
- מצא באיזו שעה היה המרחק בין הולך הרגל לרוכב האופניים 51 ק"מ.

8) מועד חורף שנת 2007.



נקודה B היא צומת של שני כבישים המאונכים זה לזה.

מנקודה B יצאו בשעה 8:00 דחפור וטרקטור, וכל אחד מהם נסע בכביש אחר.

הדחפור נסע במהירות קבועה של 4.5 קמ"ש, ועצר בנקודה C.

הטרקטור נסע במהירות קבועה של 3 קמ"ש, ועצר בנקודה D (ראה ציור).

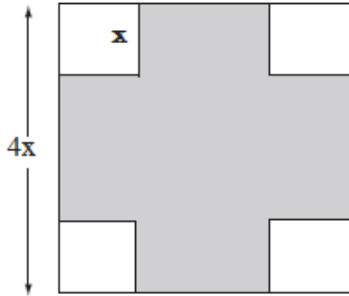
הנקודות C ו-D נמצאות במרחקים שווים מ-B.

זמן הנסיעה של הטרקטור עד עצירתו היה גדול ב-2 שעות מזמן הנסיעה של הדחפור עד עצירתו.

א. באיזו שעה עצר הדחפור ב-C?

ב. חשב את המרחק DC שבין הטרקטור לדחפור.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



9) מועד קיץ א' שנת 2007.

לגינת נוי צורת ריבוע שאורך צלעו  $4x$ .  
 בכל אחת מארבע פינות יש חלקת פרחים.  
 כל חלקה היא בצורת ריבוע קטן, שאורך צלעו  
 הוא רבע מצלע הגינה (ראה ציור).  
 בשטח הנותר של הגינה (השטח האפור בציור)  
 יש דשא.

- א. הבע באמצעות  $x$  את השטח של הדשא.  
 ב. על פי תכנון חדש של גינת הנוי, האורך של צלע הגינה יוגדל ב- 25%,  
 ואורך הצלע של כל אחת מחלקות הפרחים לא ישונה.  
 הבע באמצעות  $x$  את השטח של הדשא על פי התכנון החדש.  
 ג. בתכנון החדש, השטח של הדשא גדול ב- 36 מ"ר משטח הדשא שהבעת  
 בסעיף א. חשב את  $x$ .

10) מועד קיץ ב' שנת 2007.

- מכונית נסעה מעיר A לעיר C. בין A ל-C נמצאת עיר B.  
 הדרך מ-A ל-B ארוכה ב- 6 ק"מ מהדרך מ-B ל-C.  
 המכונית עברה את הדרך מ-A ל-B ב-  $1\frac{1}{2}$  שעות, ואת הדרך מ-B ל-C ב- 2 שעות.  
 מהירות המכונית בדרך מ-A ל-B הייתה גדולה ב- 24 קמ"ש מהמהירות שלה בדרך  
 מ-B ל-C. המהירויות של המכונית בשני קטעי הדרך היו קבועות.  
 א. חשב את מהירות המכונית בדרך מ-A ל-B ואת מהירות המכונית בדרך  
 מ-B ל-C.  
 ב. חשב את המרחק בין A ל-C.

11) מועד חורף שנת 2008.

- סוחר קנה עפרונות ב- 80 שקלים. מחיר הקנייה של כל אחד מהעפרונות היה זהה.  
 4 מהעפרונות שקנה הסוחר, נשברו ולא נמכרו.  
 הסוחר מכר כל אחד מהעפרונות שלא נשברו במחיר הגדול ב- 75% ממחיר הקנייה  
 של העיפרון.  
 בסך הכל הרוויח הסוחר 46 שקלים.  
 א. מצא כמה עפרונות קנה הסוחר.  
 ב. מצא את מחיר הקנייה של כל עיפרון.

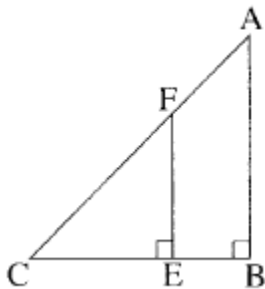


12) מועד קיץ א' שנת 2008.

נתון מלבן שאורך הצלע הקצרה שלו הוא 25 ס"מ.  
הגדילו את אורך הצלע הקצרה ב-30%, והקטינו את אורך הצלע הארוכה ב-30%.  
התקבל מלבן חדש ששטחו  $682\frac{1}{2}$  סמ"ר.

- א. חשב את האורך של הצלע הארוכה של המלבן הנתון.  
ב. חשב בכמה אחוזים שטח המלבן החדש קטן משטח המלבן הנתון.

13) מועד קיץ ב' שנת 2008.



במשולש ישר זווית ושווה שוקיים ABC, הנקודה F נמצאת על היתר AC והנקודה E נמצאת על הניצב BC, כך ש-  $FE \perp CE$  (ראה ציור).  
שטח המשולש FEC הוא 80% משטח המרובע ABEF.  
נתון:  $BA = BC = 6$  ס"מ. נסמן:  $EF = EC = x$ .  
א. מצא את  $x$ .  
ב. מצא את היקף המשולש CFE.

14) מועד חורף שנת 2009.

בשעה  $6^{00}$  בבוקר יצא רוכב אופניים ראשון מעיר A לעיר B, והוא רכב במהירות של 10 קמ"ש. בשעה  $8^{00}$  בבוקר יצא רוכב אופניים שני מעיר B לעיר A, והוא רכב במהירות הגדולה פי 1.25 מהמהירות של הרוכב הראשון.  
המרחק בין עיר A לעיר B הוא 98.75 ק"מ. (מהירויות הרוכבים היו קבועות).  
כעבור כמה שעות מרגע היציאה של רוכב האופניים הראשון, ייפגשו שני הרוכבים?

15) מועד קיץ א' שנת 2009.

סוחר קנה שני סוגי קפה: סוג זול וסוג יקר.  
בחודש הראשון קנה  $x$  ק"ג קפה מהסוג הזול, ושילם עבורם 1200 שקל, ומהסוג היקר של הקפה קנה  $2x$  ק"ג, ושילם עבורם 3600 שקל.  
א. מהו המחיר של ק"ג קפה מהסוג הזול ומהו המחיר של ק"ג קפה מהסוג היקר? (כל מחיר מובע באמצעות  $x$ ).  
ב. בחודש השני קנה הסוחר 10 ק"ג קפה מהסוג הזול ו-20 ק"ג מהסוג היקר, ושילם בסך הכל 4000 שקל.  
כמה ק"ג קפה מהסוג הזול קנה הסוחר בחודש הראשון?

**16) מועד קיץ ב' שנת 2009.**

שמעון קנה שקיות במבנה ושילם בסך הכל 60 שקלים.  
ראובן קנה 6 שקיות במבנה יותר משקנה שמעון. הוא קיבל הנחה של 5% על כל שקית במבנה ושילם בסך הכל 74.1 שקלים.  
א. כמה שקיות במבנה קנה שמעון?  
ב. מהו המחיר של שקית במבנה (לפני ההנחה)?

**17) מועד חורף שנת 2010.**

חנות קנתה 20 חולצות כותנה ו-60 חולצות פשתן.  
המחיר של חולצת פשתן היה נמוך ב-15% מהמחיר של חולצת כותנה.  
עבור כל חולצות הפשתן שילמה החנות 2550 שקל.  
א. מה היה המחיר של חולצת כותנה?  
ב. כמה שקלים שילמה החנות עבור כל חולצות הכותנה?

**18) מועד קיץ א' שנת 2010.**

רוכב אופניים רכב מעיר א' לעיר ב' בכביש סלול במהירות קבועה של 20 קמ"ש.  
בדרכו חזרה הוא רכב במהירות קבועה בכביש עוקף, הארוך פי 1.25 מהכביש הסלול. מהירות הרוכב בכביש העוקף הייתה קטנה ב-5 קמ"ש ממהירותו בכביש הסלול. זמן הרכיבה של הרוכב בכביש העוקף היה ארוך ב-2 שעות מזמן הרכיבה שלו בכביש הסלול. מצא את האורך של הכביש הסלול שבין עיר א' לעיר ב'.

**19) מועד קיץ ב' שנת 2010.**

משני מקומות, שהמרחק ביניהם הוא 25 ק"מ, יצאו זה לקראת זה שני הולכי רגל: הולך רגל א' והולך רגל ב'.  
הולך רגל א' יצא בשעה 7<sup>00</sup> בבוקר והולך רגל ב' יצא בשעה 7<sup>30</sup> בבוקר.  
המהירות של הולך רגל א' הייתה גדולה ב-1 קמ"ש מהמהירות של הולך רגל ב'.  
(המהירויות של הולכי הרגל קבועות). הולכי הרגל נפגשו בשעה 9<sup>30</sup> בבוקר.  
מצא את המהירות של כל אחד מהולכי הרגל.

**20) מועד חורף שנת 2011.**

קוסמטיקאית קנתה 60 קופסאות קרם במחיר  $x$  שקלים לקופסה אחת.  
הקוסמטיקאית מכרה 30 מהקופסאות באותו מחיר,  $x$  שקלים לקופסה.  
25 קופסאות היא מכרה ברווח של 18%.  
5 קופסאות היא מכרה ברווח של 6%.  
הקוסמטיקאית מכרה את כל הקופסאות בסכום כולל של 6480 שקל.  
מצא את המחיר  $x$  ששילמה הקוסמטיקאית תמורת קופסת קרם אחת.

**21) מועד קיץ א' שנת 2011.**

בחנות מכולת מוכרים חפיסות שוקולד משני סוגים: שוקולד פשוט ושוקולד מיוחד. מחיר חפיסת שוקולד פשוט הוא  $x$  שקלים. יוסי ודני הלכו למכולת לקנות שוקולד. יוסי קנה שתי חפיסות של שוקולד מיוחד, ושילם בעבור כל אחת מהן 50% יותר ממחיר חפיסת שוקולד פשוט.

א. הבע באמצעות  $x$  הסכום הכולל ששילם יוסי.

דני קנה במבצע שתי חפיסות שוקולד פשוט, ושילם בעבור כל אחת מהן 20% פחות מהמחיר הרגיל של חפיסת שוקולד פשוט.

ב. הבע באמצעות  $x$  את הסכום הכולל ששילם דני.

ידוע כי יוסי ודני שילמו יחד שלושה שקלים יותר ממחיר ארבע חפיסות שוקולד פשוט (שאינו במבצע).

ג. מצא את המחיר הרגיל של חפיסת שוקולד פשוט.

**22) מועד קיץ ב' שנת 2011.**

מחיר ארוחה במסעדה הוא 80 שקלים לכל סועד.

בעל המסעדה התחייב לחברת טיולים כי אם יגיעו יותר מ-30 סועדים, הוא יוזיל את מחיר הארוחה ב-5% עבור כל אחד מהסועדים.

החברה מצידה התחייבה כי אם יגידו 30 סועדים או פחות, היא תשלם לבעל המסעדה תוספת של אחוז מסוים עבור הארוחה של כל סועד.

א. למסעדה הגיעו יותר מ-30 סועדים.

1. מצא מה היה מחיר הארוחה לכל סועד.

2. החברה שילמה סה"כ 3268 שקלים עבור הארוחות של כלל הסועדים. כמה סועדים הגיעו למסעדה?

ב. אילו היו מגיעים למסעדה 15 סועדים, הייתה החברה משלמת לבעל המסעדה 1344 שקלים עבור כולם יחד. כמה אחוזים התחייבה החברה להוסיף למחיר הארוחה עבור כל סועד.

**23) מועד קיץ ב' שנת 2011.**

שתי רכבות יצאו זו לקראת זו באותו זמן ובמהירות קבועה. רכבת I יצאה מתחנה A, ורכבת II – מתחנה B. המרחק בין התחנות A ו-B הוא 900 ק"מ.

המהירות של רכבת I היא  $v$  קמ"ש, והמהירות של רכבת II גדולה פי 2 מהמהירות של רכבת I.

א. מצא את  $v$  אם נתון שהמרחק בין הרכבות כעבור 3 שעות הוא 90 קמ"ש.

ב. לאחר שרכבת I הגיעה לתחנה B, היא החלה את דרכה חזרה לתחנה A

במהירות קבועה. הזמן שנדרש לרכבת I לחזור לתחנה A היה ארוך ב-20% מהזמן שנדרש לה כדי להגיע לתחנה B.

מהי המהירות של רכבת I בדרכה חזרה לתחנה A? פרט את חישוביך.

**(24) מועד חורף שנת 2012.**

- סוחר קנה שולחנות במחיר  $x$  שקלים לשולחן.  
בסך הכל שילם הסוחר עבור השולחנות 2400 שקלים.  
לאחר מכן מכר הסוחר את כל השולחנות שקנה.  
5 שולחנות הוא מכר בהפסד של 10% לשולחן, ואת שאר השולחנות הוא מכר ברווח של 20% לשולחן. הסכום הכולל שקיבל הסוחר ממכירת השולחנות היה 2700 שקלים.
- א. מצא את המחיר ששילם הסוחר עבור כל שולחן.  
ב. מצא את מספר השולחנות שקנה הסוחר.

**(25) מועד קיץ א' שנת 2012.**

- סוחר הזמין 20 בקבוקי שמן, ושילם  $x$  שקלים לבקבוק.  
בהזמנה הבאה הגדיל הסוחר את כמות בקבוקי השמן ב-10 בקבוקים, ולכן זכה להנחה של 20% לכל בקבוק. התשלום הכולל בהזמנה זו היה גבוה ב-100 שקלים מהתשלום הכולל עבור ההזמנה הראשונה.
- א. הבע באמצעות  $x$  את:  
1. התשלום עבור 20 בקבוקי השמן בהזמנה הראשונה.  
2. המחיר של בקבוק שמן אחד לאחר ההנחה.  
ב. מצא את המחיר של בקבוק שמן בהזמנה הראשונה.

**(26) מועד קיץ ב' שנת 2012.**

- סוחר הזמין כמות מסוימת של חולצות במחיר  $x$  שקלים לחולצה, ושילם בסך הכל 1200 שקלים. בהזמנה הבאה הגדיל הסוחר את כמות החולצות שרכש ב-20 חולצות, ולכן זכה להנחה של 10% לכל חולצה. התשלום הכולל בהזמנה השנייה היה גבוה ב-420 שקלים מהתשלום הכולל עבור ההזמנה הראשונה.
- א. הבע באמצעות  $x$  את כמות החולצות שנקנו בהזמנה הראשונה.  
ב. מה היה המחיר של חולצה לפני ההנחה?

**(27) מועד חורף שנת 2013.**

- בעל פיצרייה קנה 5 ק"ג גבינה צהובה ו-10 ק"ג קמח.  
ידוע כי מחיר 1 ק"ג גבינה צהובה גבוה ב-50 שקלים ממחיר 1 ק"ג קמח.  
בעל הפיצרייה קיבל הנחה של 20% על כל 1 ק"ג גבינה צהובה, והנחה של 25% על כל 1 ק"ג קמח. לאחר ההנחה שילם בעל הפיצרייה בעבור הקנייה 315 שקלים.
- א. מה היה המחיר של 1 ק"ג גבינה צהובה ומה היה מחיר של 1 ק"ג קמח לפני ההנחה?  
ב. ידוע כי כל פיצה נמכרת במחיר זהה, ולהכנתה יש צורך ב-250 גרם גבינה צהובה ו-500 גרם קמח. בעל הפיצרייה מעוניין לנצל את כל הרכיבים שקנה. מצא כמה פיצות עליו לייצר. פרט את חישוביך.

**28) מועד קיץ א' שנת 2013.**

סוחר קנה  $x$  טבעות זהות, ושילם עבורן בסך הכל 3600 שקל.  
5 טבעות אבדו. את יתר הטבעות מכר הסוחר במחיר שווה לכל טבעת,  
שהיה גבוה ב- 50% ממחיר הקנייה של כל אחת מהטבעות.  
הרווח של הסוחר בעסקה זו היה 1200.  
חשב כמה טבעות קנה הסוחר.

**29) מועד קיץ ב' שנת 2013.**

פועל מקבל בחודש שכר בסיסי קבוע, ועוד תוספות קבועות.  
בסך הכל שכרו בחודש הוא 6600 שקל.  
בחודש מסוים העלה בעל המפעל את השכר החודשי הבסיסי של הפועל ב- 15%  
והוריד את התוספות הקבועות ב- 10%.  
לאחר השינויים היה בסך הכל שכרו של הפועל בחודש 7440 שקלים.  
מצא מה היה השכר הבסיסי של הפועל לפני השינויים.

## תשובות סופיות:

- (1) 800 ₪, 1200 ₪. (2) חצאית: 160 שקלים, חולצה: 120 שקלים. (3) 40 קמ"ש.
- (4) 80 קמ"ש. (5) 15 ס"מ או 6 ס"מ. (6) 16 ס"מ או  $17\frac{1}{3}$  ס"מ.
- (7) א. הולך רגל: 5 קמ"ש, רוכב האופניים: 12 קמ"ש ב.  $9^{00}$ .
- (8) א. בשעה  $12^{00}$  ב. 25.46 ק"מ. (9) א.  $12x^2$  ב.  $21x^2$  ג. 2 מטרים =  $x$ .
- (10) א. מ-A ל-B: 84 קמ"ש, מ-B ל-C: 60 קמ"ש ב. 246 ק"מ.
- (11) א. 40 עפרונות ב. 2 שקלים. (12) א. 30 ס"מ ב. 9%.
- (13) א. 4 ס"מ =  $x$  ב.  $13\frac{2}{3}$  ס"מ. (14) 11:30. לאחר 5.5 שעות.
- (15) א. זול:  $\frac{1200}{x}$ . יקר:  $\frac{1800}{x}$ . ב. 12 ק"ג. (16) א. 20 שקיות. ב. 3 ₪.
- (17) א. 50 ₪. ב. 1000 ₪. (18) 60 ק"מ. (19) הולך רגל א': 6 קמ"ש, הולך רגל ב': 5 קמ"ש.
- (20) 100 שקלים. (21) א.  $3x$  ב.  $1.6x$  ג. 5 שקלים.
- (22) א. 1. 76 שקלים 2. 43 סועדים ב. 12%. (23) א. 90 קמ"ש ב. 75 קמ"ש.
- (24) א. 120 שקלים ב. 20 שולחנות. (25) א. 1.  $20x$  2.  $0.8x$  ב. 25 שקלים.
- (26) א.  $\frac{1200}{x}$  ב. 30 שקלים.
- (27) א. גבינה צהובה: 60 שקלים, קמח: 10 שקלים ב. 20 פיצות.
- (28) 45 טבעות. (29) 6000 שקלים.

## גיאומטריה אנליטית:

### הישר:

- (1) מועד קיץ שנת 1990.  
במקבילית ABCD הצלע AB מונחת על הישר  $x + y = 9$ , והצלע AD מונחת על הישר  $y = \frac{1}{2}x + 6$ . אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה (1,5). מצאו את השיעורים של כל אחת מארבעת קדקודי המקבילית.
- (2) מועד חורף שנת 1992.  
ABC הוא משולש חד זווית. שיעורי הנקודה B הם (8,7). הגובה לצלע AB חותך אותה בנקודה D(2,4).  
א. מצאו את משוואת הגובה CD.  
ב. נתון גם שמשוואת הגובה לצלע BC היא  $x + 3y = 9$ . מצאו את שיעורי הנקודות A ו-C.
- (3) מועד חורף שנת 1993.  
נתונה מקבילית ABCD. משוואת הצלע AB היא  $7y = x + 26$ . משוואת הצלע AD היא  $y = x + 2$ . נקודת המפגש של האלכסונים במקבילית היא (-3,2).  
א. מצאו את אורך האלכסון AC.  
ב. מצאו את המשוואות של הצלעות BC ו-CD.
- (4) מועד קיץ שנת 1993.  
A(2,1) ו-B(6,3) הם שני קדקודים סמוכים במלבן ABCD. משוואת הישר שעליו מונח אחד מאלכסוני המלבן היא  $3x + 4y = 30$ . מצאו את משוואת הישר, שעליו מונחת הצלע CD.
- (5) מועד חורף שנת 1994.  
הנקודות A(-3,4) ו-C(1,2) הן קדקודים במשולש שווה שוקיים ABC ( $AB = AC$ ). משוואת הישר שעליו מונחת הצלע BC היא  $y = 3x - 1$ .  
א. מצאו את משוואת האנך האמצעי לשוק AC.  
ב. מצאו את השיעורים של מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.

6) מועד קיץ שנת 1995.

הם שני קדקודים סמוכים במעוין ABCD.  $A(3,1)$  ו-  $B(7,4)$ .

משוואת האלכסון AC היא  $y = 2x - 5$ .

א. מצאו את משוואת האלכסון BD.

ב. מצאו את שיעורי הקדקוד C.

7) מועד קיץ שנת 1998.

במשולש ישר זווית ABC נתון:  $\angle C = 90^\circ$ ,  $C(3,0)$ ,  $B(6,3)$ . הקדקוד A נמצא על

ציר ה- $y$ . מצאו את שיעורי הקדקוד A.

8) מועד קיץ שנת 2002.

נתון משולש ABC שקדקודיו הם:  $A(10,8)$ ,  $B(0,3)$ ,  $C(-2.5,8)$ .

א. סרטטו במחברתכם את המשולש ABC במערכת צירים.

ב. מצאו את השיפוע של כל אחת מצלעות המשולש ABC, וקבעו איזה משולש הוא.

ג. D היא נקודה על המשך הצלע CB, כך ש-CAD הוא משולש שווה-שוקיים

שבו  $AC = AD$ . חשבו את שיעורי הנקודה D.

9) מועד קיץ שנת 2002.

אחד הקדקודים במקבילית ABCD הוא:  $B(4,5)$ .

הצלע AD מונחת על הישר  $y = \frac{1}{2}x + 6$ , והאלכסון BD מקביל לציר ה- $x$ .

א. מצאו את שיעורי הקדקוד D.

ב. נתון גם כי שיפוע DC הוא -1.

מצאו את משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AB.

10) מועד קיץ שנת 2003.

במשולש ABC משוואת הצלע היא  $y = 2x$ ,

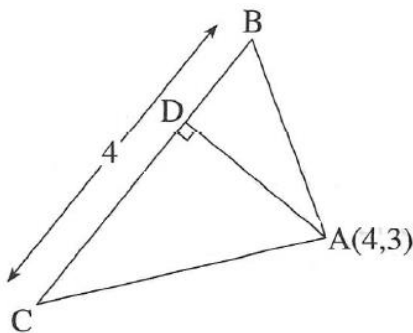
והשיעורים של הקדקוד A הם  $(4,3)$ .

AD הוא גובה לצלע BC (ראו ציור).

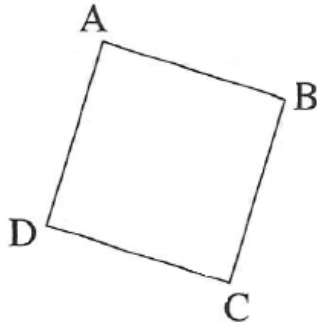
א. מצאו את משוואת הגובה AD.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה D.

ג. נתון כי אורך הצלע BC הוא 4 יחידות. חשבו את שטח המשולש ABC.







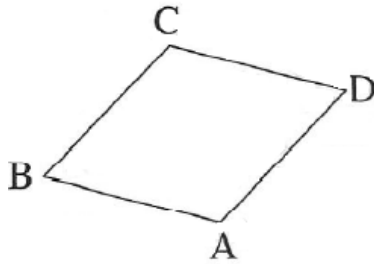
11) מועד קיץ שנת 2003.

בריבוע ABCD (ראו ציור) נתון:  $A(4,2)$ .

משוואת הצלע DC היא:  $y = -\frac{1}{3}x$ .

א. מצאו את משוואת הצלע AD.

ב. מצאו את היקף הריבוע.



12) מועד קיץ ב' שנת 2003.

במעוין ABCD (ראו ציור) האלכסונים

נפגשים בנקודה  $(0, -1)$ .

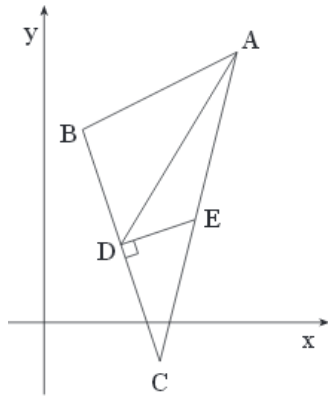
משוואת האלכסון BD היא  $y = \frac{1}{3}x - 1$ .

א. מצאו את משוואת האלכסון AC.

ב. משוואת הצלע AD היא:  $y = x - 5$ .

ג. מצאו את שיעורי הקדקוד A.

ד. מצאו את שיעורי הקדקוד C.



13) מועד קיץ שנת 2004.

במשולש ABC נקודה D היא אמצע הצלע BC.

DE הוא אנך לצלע BC (ראה ציור).

משוואת התיכון AD היא  $y = \frac{5}{3}x - \frac{4}{3}$ .

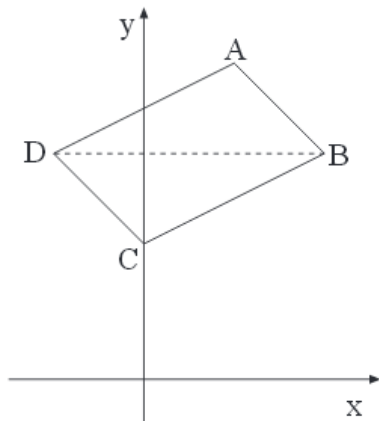
משוואת האנך DE היא  $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ .

א. מצא את שיעורי הנקודה D.

ב. מצא את משוואת הצלע BC.

ג. נתון כי משוואת הצלע AB היא  $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$ .

ד. מצא את שיעורי הקדקודים B ו-C.



14) מועד קיץ א' שנת 2006.

במקבילית ABCD נתון:

הצלע AD מונחת על הישר  $y = \frac{1}{2}x + 6$ ,

הצלע DC מונחת על הישר  $y = -x + 3$ ,

הקדקוד C נמצא על ציר ה-y (ראה ציור).

א. מצא את שיעורי הקדקוד C.

ב. מצא את משוואת הישר שהצלע BC מונחת עליו.

ג. נתון גם כי האלכסון DB מקביל לציר ה-x.

מצא את השיעורים של נקודת מפגש האלכסונים במקבילית.

15) מועד קיץ ב' שנת 2006.

נתון משולש ששניים מקדקודיו הם:  $A(6, -6)$  ו-  $B(0, 12)$ .

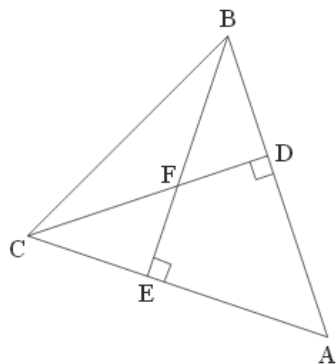
CD הוא גובה לצלע AB, ו- BE הוא גובה לצלע AC.

BE ו- CD נפגשים בנקודה  $F(-3, 3)$  (ראה ציור).

א. מצא את משוואת הגובה CD.

ב. מצא את השיפוע של הגובה BE.

ג. מצא את השיעורים של הקדקוד C.



16) מועד קיץ א' שנת 2008.

במעוין ABCD שני קדקודים הם  $A(6, 1)$  ו-  $B(-3, -6)$ .

אחד מאלכסוני המעוין מונח על הישר  $y = \frac{1}{2}x - 4\frac{1}{2}$  (ראה ציור).

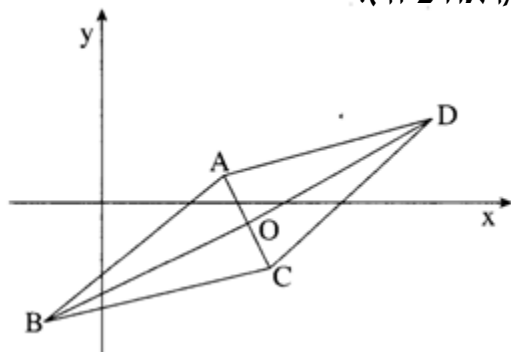
א. מצא את משוואת האלכסון

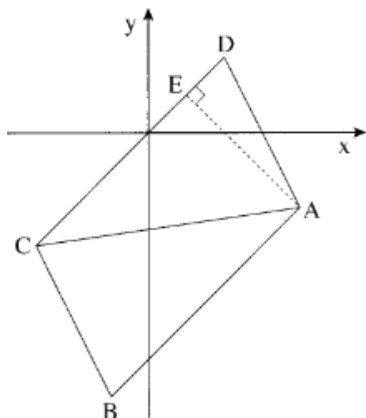
השני של המעוין.

ב. 1. אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה O.

מצא את שיעורי הנקודה O.

2. חשב את שטח המעוין.





17) מועד קיץ ב' שנת 2008.

אחד מקדקודי המקבילית ABCD הוא  $B(-1, -7)$ .

הצלע CD מונחת על הישר  $y = x$ .

האלכסון AC מונח על הישר  $y = \frac{1}{7}x - \frac{18}{7}$ .

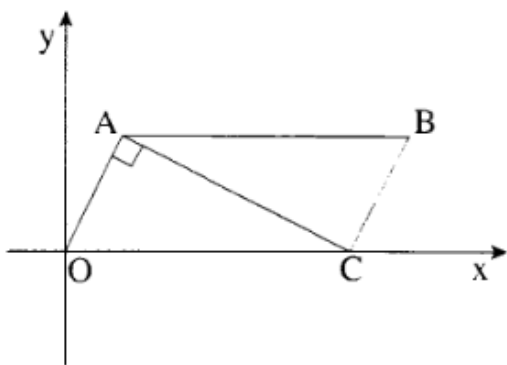
א. מצא את שיעורי הקדקוד C.

ב. 1. מצא את משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AB.

2. מצא את שיעורי הקדקוד A.

ג. מקדקוד A הורידו אנך לצלע CD, החותך אותה בנקודה E (ראה ציור).

מצא את שיעורי הנקודה E.



18) מועד חורף שנת 2009.

נתונה מקבילית OABC.

הקדקוד O בראשית הצירים והקדקוד C על ציר

ה-x (ראה ציור). נתון:  $\angle OAC = 90^\circ$ .

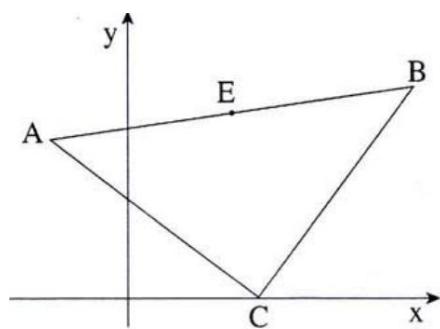
שיעורי קדקוד A הם  $(2, 4)$ .

א. מצא את משוואת הצלע OA.

ב. מצא את משוואת האלכסון AC.

ג. 1. מצא את השיעורים של הקדקוד C.

2. מצא את השיעורים של הקדקוד B.



19) מועד קיץ א' שנת 2009.

במשולש ABC שיעורי הקדקוד A הם  $(-3, 6)$ .

הנקודה  $E(4, 7)$  היא אמצע הצלע AB (ראה ציור).

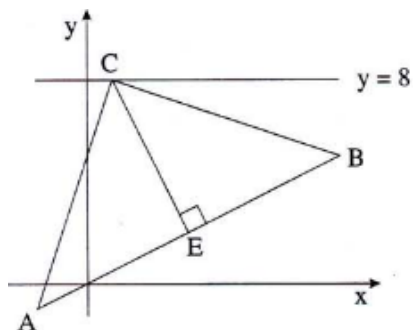
א. מצא את שיעורי הקדקוד B.

שיעורי הקדקוד C הם  $(x, 0)$ ,  $x < 11$ .

אורך הצלע BC הוא 10.

ב. מצא את שיעור ה-x של הקדקוד C.

ג. הוכח כי הצלע AC מאונכת לצלע BC.



20) מועד קיץ ב' שנת 2009.

נתונות הנקודות  $A(-2, -1)$  ו-  $B(10, 5)$ .

הנקודה E היא אמצע הקטע AB (ראה ציור).

א. מצא את השיעורים של הנקודה E.

ב. מצא את משוואת האנגל ל-AB.

ג. העובר דרך הנקודה E.

ד. הישר  $y = 8$  חותך את האנגל בנקודה C (ראה ציור).

ה. מצא את שיעורי הנקודה C.

ו. הראה כי  $\angle ACB = 90^\circ$ .

21) מועד חורף שנת 2010.

הנקודות  $B(3, 10)$  ו-  $C(6, 4)$  הן שני קדקודים סמוכים

במלבן ABCD. האלכסון AC מקביל לציר ה-x (ראה ציור).

א. מצא את השיפוע של BC.

ב. מצא את משוואת הישר שעליו

מונחת הצלע AB.

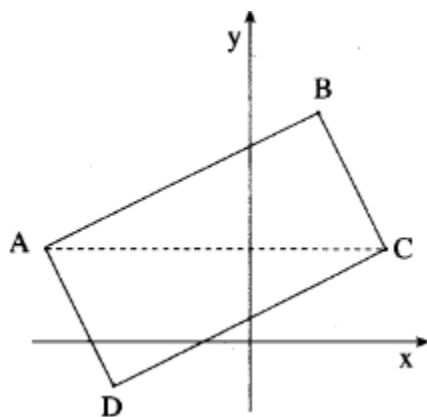
ג. מצא את השיעורים של הקדקוד A.

ד. מצא את משוואת הישר שעליו מונחת הצלע DC.

ה. הצלע DC חותכת את ציר ה-y בנקודה E,

והאלכסון AC חותך את ציר ה-y בנקודה F.

ו. מצא את אורך הקטע EF.



22) מועד קיץ א' שנת 2010.

נתון ישר שמשוואתו  $y = 3x - 3$ .

הישר חותך את ציר ה-x בנקודה A,

ואת ציר ה-y בנקודה B (ראה ציור).

א. מצא את השיעורים של הנקודה A

ואת השיעורים של הנקודה B.

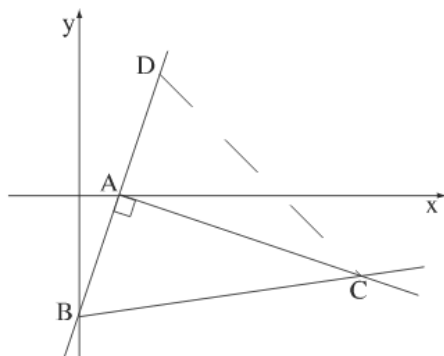
ב. דרך הנקודה A העבירו אנך לישר הנתון,

ודרך הנקודה B העבירו ישר החותך

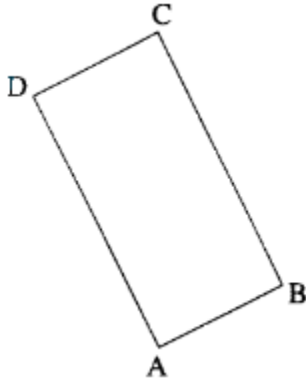
את האנגל בנקודה C (ראה ציור).

ג. מצא את משוואת האנגל AC.

ד. נתון כי השיפוע של BC הוא  $\frac{1}{7}$ . מצא את השיעורים של הנקודה C.



ד. נקודה D נמצאת על ישר  $y = 3x - 3$  כך שהמשולש BCD הוא שווה שוקיים,  $BC = DC$  (ראה ציור). מצא את השטח של משולש זה.



(23) מועד קיץ ב' שנת 2010.

שני קדקודים סמוכים במלבן ABCD הם:  $A(0,1), B(4,3)$  (ראה ציור).

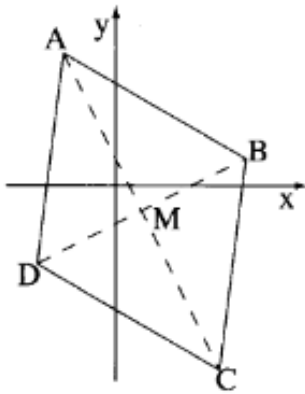
משוואת האלכסון BD היא  $y = -\frac{3}{4}x + 6$ .

א. 1. מצא את השיפוע של הצלע AB.

2. מצא את משוואת הצלע AD.

ב. מצא את שיעורי הקדקוד D.

ג. חשב את שטח המלבן.



(24) מועד חורף שנת 2011.

במעוין ABCD נתונים הקדקודים:

$A(-2,5), B(5,1)$  (ראה ציור).

אחד מהאלכסוני המעוין מונח על הישר  $y = -2x + 1$ .

א. איזה מבין האלכסונים AC או BD, מונח על הישר הנתון?

ב. מצא את משוואת האלכסון השני של המעוין.

ג. אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה M (ראה ציור).

מצא את שיעורי הנקודה M.

ד. מצא את שיעורי הנקודה D.

ה. חשב את שטח המשולש AMB.

(25) מועד חורף שנת 2012.

לפניך מעוין ABCD. אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה M.

נתון:  $C(-4,1), A(8,5)$ .

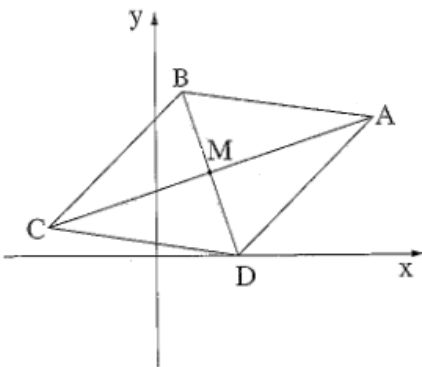
א. מצא את שיעורי הנקודה M.

ב. מצא את משוואת האלכסון BD.

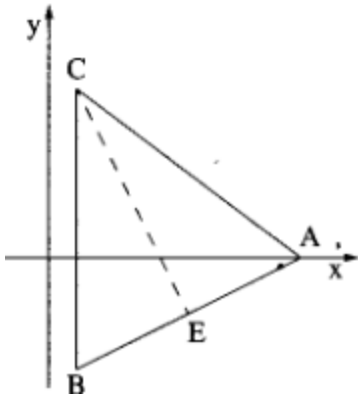
ג. נתון שהנקודה D נמצאת ציר ה-x.

מצא את שיעורי הנקודות D ו-B.

ד. מצא את שטח המעוין.



26) מועד קיץ א' שנת 2012.



קדקודי משולש הם:  $C(1,6), B(1,-4), A(9,0)$

הנקודה E היא אמצע הצלע AB.

א. מצא את משוואת התיכון לצלע AB.

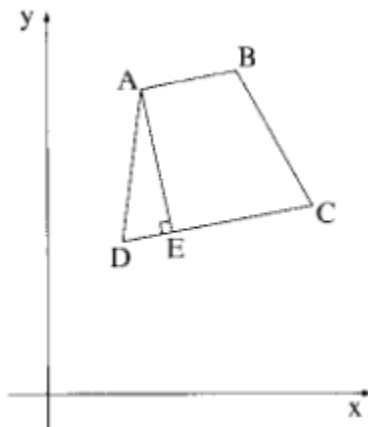
ב. מצא את משוואת הגובה לצלע AB.

ג. הראה שהמשולש ABC הוא שווה שוקיים ( $BC = AC$ ).

(אפשר להסתמך על התוצאות בסעיפים הקודמים).

ד. מצא את שטח המשולש ABC.

27) מועד קיץ ב' שנת 2012.



בציור שלפניך מרובע ABCD שקדקודיו הם:

$(4,8), (10,17), (14,10), (5,16)$

א. התאם כל קדקוד לאות המתאימה לו בציור.

ב. 1. מצא את השיפועים של ארבע צלעות המרובע.

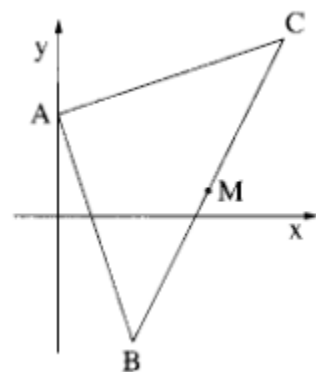
2. הסבר מדוע המרובע ABCD הוא טרפז.

ג. נתון כי AE הוא גובה הטרפז. מצא את:

1. המשוואה של AE.

2. שיעורי הנקודה E.

28) מועד חורף שנת 2013.



בציור שלפניך נתון:  $B(3,-5), C(9,7)$  ונקודה A נמצאת על

ציר ה-y. משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AB

היא  $y = mx + 4$  ( $m$  הוא פרמטר).

א. 1. מצא את שיעורי הנקודה A.

2. מצא את  $m$ .

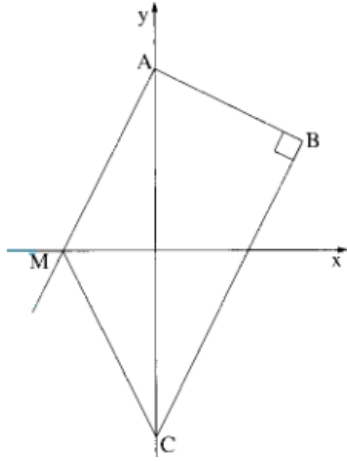
ב. הוכח כי משולש BAC הוא ישר זווית.

ג. נקודה M היא אמצע הצלע BC.

נתונה נקודה D ברביע הראשון (שאינה מופיעה בציור).

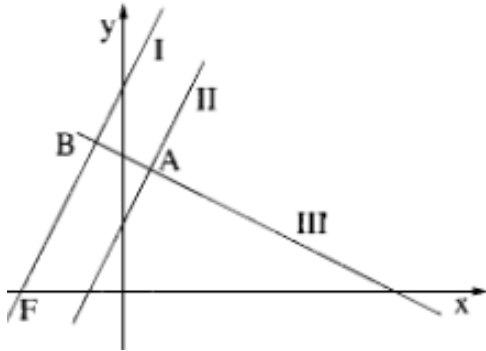
כך שהמרובע AMCD הוא מקבילית ( $AM \parallel CD, AC \parallel MD$ )

מצא את שיעורי הנקודה D. פרט את חישוביך.



**29) מועד קיץ א' שנת 2013.**

- נתונים שני ישרים I:  $y = 2x + 10$ ; II:  $y = 2x - 10$ .
- א. ישר I חותך את ציר ה- $y$  בנקודה A.  
 ישר II חותך את ציר ה- $y$  בנקודה C.  
 דרך הנקודה A העבירו אנך לישר II,  
 החותך את הישר II בנקודה B (ראה ציור).  
 א. מצא את השיעורים של הנקודה B.  
 ב. ישר I חותך את ציר ה- $x$  בנקודה M.  
 מצא את שטח הטרפז ABCM.



**30) מועד קיץ ב' שנת 2013.**

- המשוואות של הישרים I ו-II שבציור הן:  
 $y = 2x + 30$ ,  $y = 2x + 10$   
 איזו משוואה היא של הישר I,  
 ואיזו משוואה היא של הישר II? נמק.  
 א. ישר III מאונך לישר II וחותך אותו  
 בנקודה A שבה  $x = 4$ .  
 מצא את משוואת הישר III.  
 ב. 1. הראה כי הישר III מאונך לישר I.  
 2. הישר III חותך את הישר I בנקודה B.  
 הישר I חותך את ציר ה- $x$  בנקודה F (ראה ציור).  
 מצא את השטח של המשולש FBA.

## המעגל:

1) מועד קיץ שנת 1988.

- א. מצאו משוואת המעגל המשיק לציר ה- $x$  בנקודה  $A(4,0)$ , ועובר דרך הנקודה  $B(7,1)$ .
- ב. המעגל שאת משוואתו מצאתם בסעיף א', חותך את ציר ה- $y$  בנקודות C ו-D. מצאו את אורך הקטע DC.

2) מועד חורף שנת 1990.

- האנך מהנקודה  $B(6,11)$  לישר  $3x+4y=12$ , חותך את הישר בנקודה C.
- א. מצאו את משוואת הישר BC.
- ב. הנקודה  $A(8,-3)$  נמצאת על הישר הנתון.
- מצאו את משוואת המעגל החוסם את המשולש ישר הזווית ABC.

3) מועד קיץ שנת 1996.

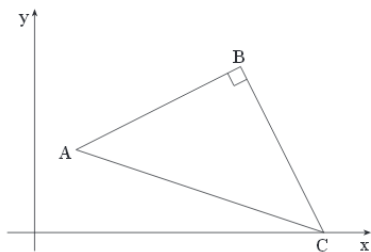
- ABC הוא משולש ישר זווית,  $\sphericalangle ABC = 90^\circ$ .
- נתון:  $A(2,4)$ ,  $B(10,8)$ , קדקוד C נמצא על ציר ה- $x$ .
- א. מצאו את שיעורי הקדקוד C.
- ב. מעגל, שקטרו הוא הקטע AC, חותך את ציר ה- $x$  בנקודה נוספת, D. מה הם שיעורי הנקודה D?

4) מועד קיץ שנת 1998.

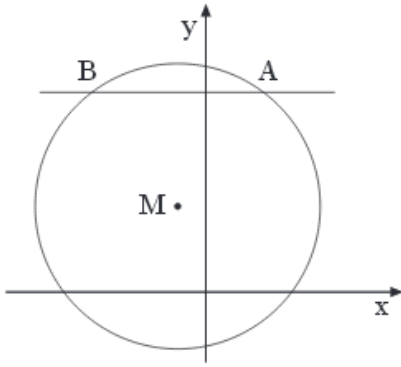
- נתון משולש ישר זווית ABC ( $\sphericalangle B = 90^\circ$ ) שניים מקדקודי המשולש הם:  $A(1,-3)$  ו- $B(1,9)$ .
- א. מצאו את שיעורי הקדקוד C, אם נתון שקדקוד זה נמצא על הישר  $y = x + 4$ .
- ב. מצאו את משוואת המעגל החוסם את המשולש.

5) מועד חורף שנת 2005.

- במשולש ישר זווית ABC ( $\sphericalangle B = 90^\circ$ ). קדקוד C נמצא על ציר ה- $x$  (ראה ציור). נתון:  $A(1,2)$ ,  $B(5,4)$ .
- א. מצא את המשוואה של BC.
- ב. מצא את משוואת המעגל שהקוטר שלו הוא הקטע AC.

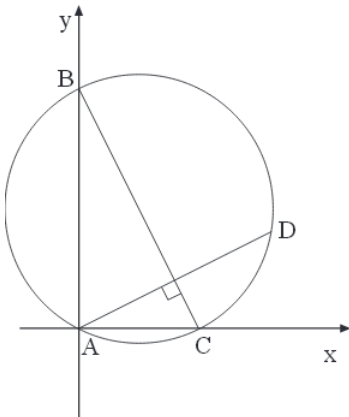






6) מועד קיץ א' שנת 2005.

- נתון המעגל  $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$  שמרכזו M.  
 הישר  $y = 7$  חותך את המעגל בנקודות A ו-B,  
 כמתואר בציור. מצא את:
- השיעורים של הנקודות A ו-B.
  - השיפוע של MA.
  - משוואת הישר המשיק למעגל בנקודה A.

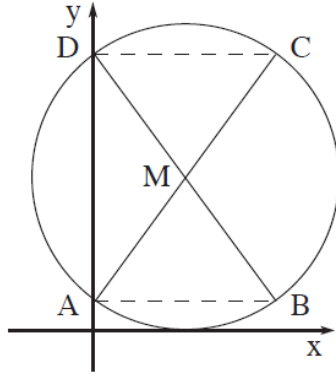


7) מועד קיץ ב' שנת 2005.

- המעגל  $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$  חותך את הצירים  
 בנקודות A, B, C, כמתואר בציור.  
 ישר העובר דרך A ומאונך ל-BC, חותך  
 את המעגל בנקודה נוספת D.  
 א. מצא את השיעורים של הנקודות A, B, C.  
 ב. מצא את המשוואה של AD.  
 ג. דרך הנקודה D העבירו ישר המקביל ל-BC.  
 מצא את משוואת הישר המקביל.

8) מועד חורף שנת 2006.

- נתון המעגל  $(x+k)^2 + (y-3)^2 = 25$ ,  $k$  הוא פרמטר.  
 המעגל עובר דרך ראשית הצירים.
- מצא את ערך הפרמטר  $k$  (מצא את שתי התשובות).
  - רשום את השיעורים של מרכזי שני המעגלים המתאימים לשני הערכים של  $k$  שמצאת בסעיף א, וחשב את המרחק שבין שני המרכזים.
  - דרך שני המרכזים, שאת שיעוריהם שרשמת, מעבירים מעגל חדש שקוטרו הוא הקטע שאת אורכו מצאת בסעיף ב.  
 מצא את משוואת המעגל החדש. (תוכל להיעזר בסרטוט המעגל החדש).
  - המעגל החדש חותך את ציר ה- $y$  בנקודות A ו-B.  
 חשב את אורך הקטע AB.



9) מועד חורף שנת 2007.

מעגל שמרכזו M חותך את ציר ה- $y$

בנקודות A ו-D.

DB ו-AC הם קטרים במעגל (ראה ציור).

משוואת AC היא  $y = \frac{4}{3}x + 1$ ,

ומשוואת DB היא  $y = -\frac{4}{3}x + 9$ .

- א. מצא את השיעורים של הנקודות A, D ו-M.
- ב. מצא את משוואת המעגל.
- ג. הראה כי המיתרים DC ו-AB מקבילים לציר ה- $x$ .
- ד. מצא את שטח המשולש DMC.

10) מועד קיץ א' שנת 2007.

הישר  $5x + 12y = 120$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה A ואת ציר ה- $y$  בנקודה B.

א. מצא את השיעורים של הנקודה A ואת השיעורים של הנקודה B.

ב. מצא את משוואת המעגל שהקטע הוא קוטר שלו.

ג. העבירו ישר המשיק בנקודה B למעגל שאת משוואתו מצא בסעיף ב.

המשיק חותך את ציר ה- $x$  בנקודה D.

1. מצא את שיעורי הנקודה D. בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה.

2. חשב את שטח המשולש ABD. בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה.

11) מועד קיץ ב' שנת 2007.

נתון המעגל  $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$  שמרכזו M.

המעגל חותך את הצירים בנקודות A, B, O.

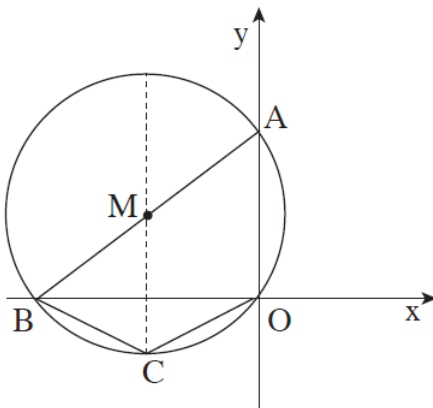
א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. 1. מצא את שטח המשולש ABO.

2. קוטר המעגל המאונך לציר ה- $x$

חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור).

מצא את שטח המרובע ABCO.



12) מועד קיץ ב' מיוחד שנת 2007.

בריבוע ABCD נתון:  $B(8,10)$ .

משוואת האלכסון AC היא  $y = -\frac{1}{2}x + 9$ . משוואת האלכסון BD היא  $y = 2x - 6$ .

א. מצא את שיעורי נקודת חיתוך האלכסונים ואת שיעורי הקדקוד D.

ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע ABCD.

13) מועד חורף שנת 2008.

קדקוד C של המלבן ABCD מונח על ציר ה- $y$ ,

וקדקוד B של המלבן מונח על ציר ה- $x$  (ראה ציור).

שיעור ה- $x$  של קדקוד A הוא 10, ומשוואת הצלע AB

היא  $y = 2x - 8$ .

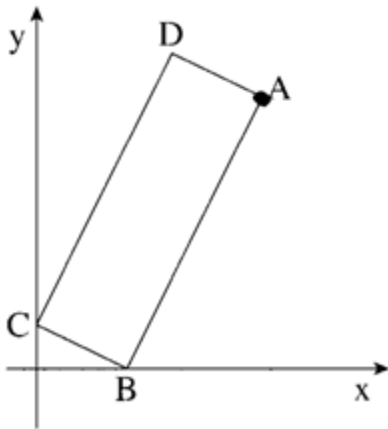
א. מצא את השיפוע של הצלע BC.

ב. מצא את שיעורי הקדקוד B

ואת שיעורי הקדקוד C.

ג. AC הוא קוטר במעגל.

מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- $x$ .



14) מועד חורף שנת 2009.

נתון מעגל שהמשוואה שלו היא  $(x-10)^2 + y^2 = 25$

הנקודה M היא מרכז המעגל (ראה ציור).

הישר  $y = -4$  חותך את המעגל בשתי נקודות

A ו-B (מימין ל-A).

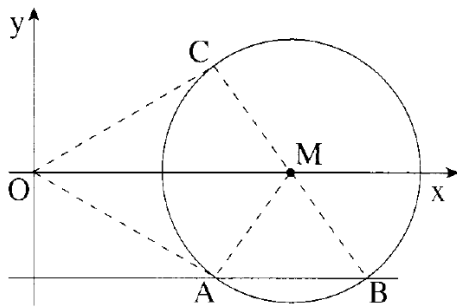
א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. דרך הנקודה B העבירו קוטר במעגל.

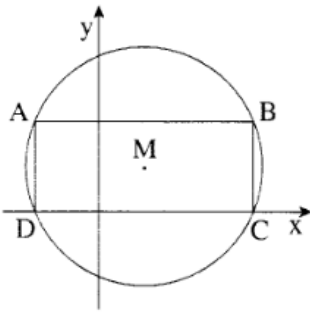
הקוטר חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור).

1. מצא את שיעורי הנקודה C.

2. מצא את שטח המרובע OCMA (O-ראשית הצירים).



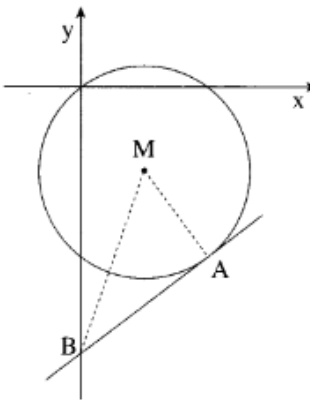
15) מועד חורף שנת 2009.



נתון מעגל שמשוואתו  $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 169$  ומרכזו M. המעגל חותך את ציר ה-x בנקודות C ו-D (ראה ציור).

- מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.
- במעגל חסום מלבן ABCD (ראה ציור). מצא את שיעורי הקדקודים B ו-A.
- חשב את היקף המשולש AMD.

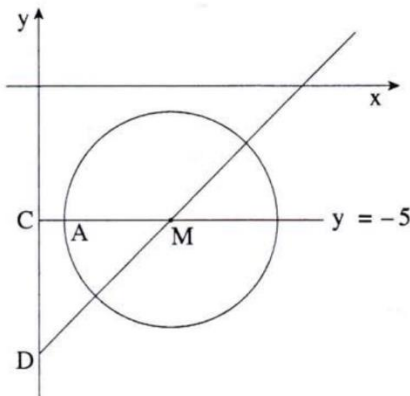
16) מועד קיץ א' שנת 2009.



נקודה M היא מרכז המעגל:  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 169$ . בנקודה A(6, -8) מעבירים משיק למעגל. המשיק חותך את ציר ה-y בנקודה B (ראה ציור).

- מצא את משוואת הישר AM.
- מצא את משוואת המשיק.
- מצא את שטח המשולש ABM.

17) מועד קיץ א' שנת 2009.



הנקודה M נמצאת על ישר שמשוואתו  $y = x - 10$  וגם על ישר שמשוואתו  $y = -5$  (ראה ציור). א. מצא את השיעורים של הנקודה M.

הנקודה M היא מרכז של מעגל.

הנקודה A(1, -5) נמצאת על מעגל זה.

ב. 1. מצא את רדיוס המעגל.

2. רשום את משוואת המעגל.

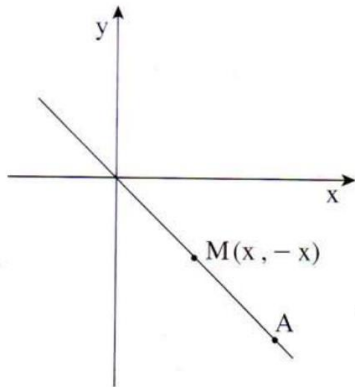
ג. הישר  $y = -5$  חותך את ציר ה-y בנקודה C,

והישר  $y = x - 10$  חותך את ציר ה-y בנקודה D (ראה ציור).

מצא את שטח המשולש DMC.

18) מועד קיץ ב' שנת 2009.

הנקודות A ו-M מונחות על הישר  $y = -x$ , ברביע הרביעי (ראה ציור).



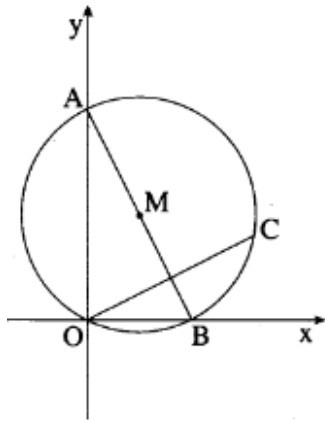
שיעור ה- $x$  של הנקודה A הוא 10.

- א. מצא את שיעור ה- $y$  של הנקודה A.
- ב. מצא את מרחק הנקודה A מראשית הצירים.
- ג. מצא את שיעורי הנקודה M.
- ד. מעגל שמרכזו M משיק לציר ה- $x$  ולציר ה- $y$ . רשום את משוואת המעגל.
- ה. קבע על ידי חישוב אם הנקודה A נמצאת על המעגל שאת משוואתו רשמת בסעיף ג.

19) מועד חורף שנת 2010.

נתון מעגל שמשוואתו  $(x-a)^2 + (y-6)^2 = 45$ .

נתון כי המרכז M של המעגל נמצא ברביע הראשון, והמעגל עובר דרך ראשית הצירים  $O(0,0)$ .



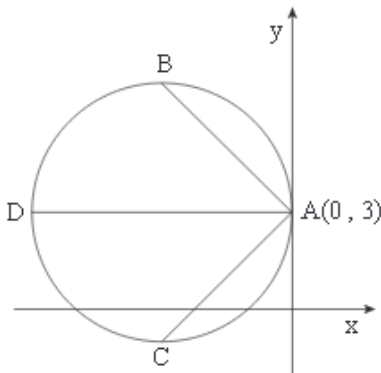
- א. מצא את  $a$ .
- ב. המעגל חותך את ציר ה- $x$  בנקודה נוספת B, ואת ציר ה- $y$  בנקודה נוספת A. AB הוא קוטר. דרך O מעבירים אנך ל-AB. האנך חותך את המעגל בנקודה B.
1. מצא את שיעורי הנקודה B.
2. מצא את משוואת הישר OC.
3. מצא את שטח המשולש OCB.

20) מועד קיץ א' שנת 2010.

מעגל שמשוואתו  $(x-a)^2 + (y-3)^2 = (a+8)^2$

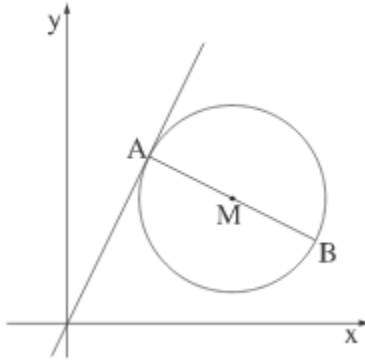
משיק לציר ה- $y$  בנקודה  $A(0,3)$  (ראה ציור).

$a$  הוא פרמטר



- א. מצא את הערך של  $a$ .
- ב. הצב את הערך של  $a$  ורשום את משוואת המעגל. העבירו שלושה מיתרים במעגל: AB, AC, AD (ראה ציור).

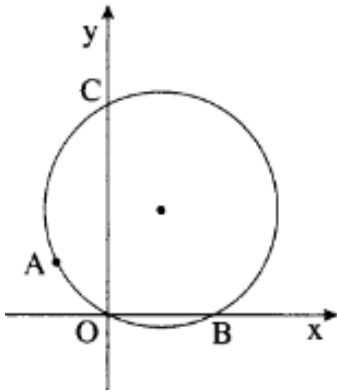
- השיפוע של AB הוא -1. השיפוע של AC הוא 1, והשיפוע AD הוא אפס.  
מצא את השיעורים של הנקודות B, C ו-D.  
ג. האם BC הוא קוטר במעגל? נמק.



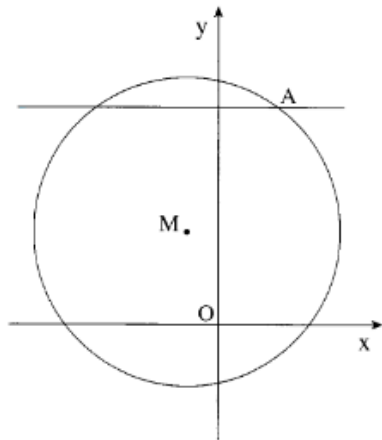
**(21) מועד קיץ א' שנת 2010.**

- הנקודה  $M(4,3)$  היא אמצע הקטע AB (ראה ציור).  
שיעור ה- $x$  של הנקודה B הוא 6.  
א. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודה A.  
ב. מצא את שיעור ה- $y$  של A.  
ג. מצא את שיעור ה- $y$  של B.  
ד. דרך הנקודות A ו-B שמצאת את שיעוריהן, עובר מעגל. הקטע AB הוא קוטר במעגל זה (ראה ציור). מצא את משוואת המעגל.  
ה. הראה כי הישר שמשוואתו  $y = 2x$  חותך את המעגל רק בנקודה אחת (כלומר הישר משיק למעגל).  
ו. הישר  $x = 6$  חותך את המעגל בנקודה B ובנקודה נוספת C. מצא את משוואת הישר AC.

**(22) מועד קיץ ב' שנת 2010.**



- מעגל שמרכזו  $(2,4)$  עובר דרך ראשית הצירים,  $O(0,0)$ .  
א. מצא את משוואת המעגל.  
ב. המעגל חותך את ציר ה- $x$  בנקודה נוספת B, ואת ציר ה- $y$  בנקודה נוספת C (ראה ציור). הנקודה A ששיעור ה- $y$  שלה הוא 2, נמצאת על המעגל ברביע השני.  
ג. מצא את שיעור ה- $x$  של הנקודה A.  
ד. האם המיתר AO מקביל למיתר BC? נמק.  
ה. חשב את שטח המשולש AOB.



23) מועד חורף שנת 2011.

הנקודה M היא מרכז המעגל  $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$

הנקודה A היא נקודת החיתוך של הישר  $y = 7$

עם המעגל (ראה ציור).

ידוע שהנקודה A נמצאת ברביע הראשון.

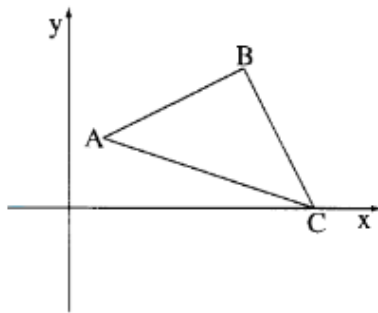
א. מצא את השיעורים של הנקודה A.

ב. מצא את שיפוע הישר MA.

ג. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה A.

ד. המשיק שאת משוואתו מצאת בסעיף ג, חותך את ציר ה-y בנקודה B.

מצא את שטח המשולש ABO (O – ראשית הצירים).



24) מועד קיץ א' שנת 2011.

במשולש ישר זווית ABC ( $\angle ABC = 90^\circ$ )

נתון:  $A(2, 4)$ ,  $B(10, 8)$ .

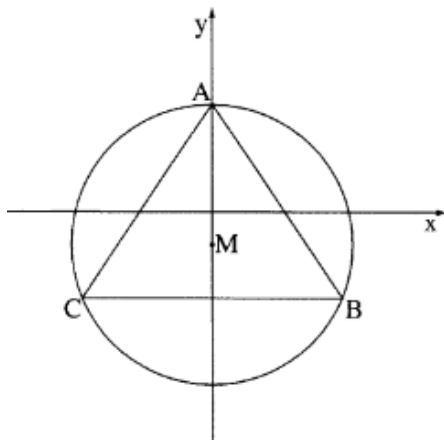
הקדקוד C נמצא על ציר ה-x (ראה ציור).

א. מצא את משוואת הצלע BC.

ב. מצא את שיעורי הנקודה C.

ג. מצא את משוואת המעגל שהקוטר שלו הוא AC.

ד. האם הנקודה B נמצאת על המעגל שמצאת בסעיף ג? נמק.



25) מועד קיץ א' שנת 2011.

המעגל  $x^2 + (y+3)^2 = 169$  חותך את החלק

החיובי של ציר ה-y בנקודה A.

B ו-C הן נקודות על המעגל, כך ש-BC

מקביל לציר ה-x (ראה ציור). נתון כי  $C(-12, -8)$ .

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

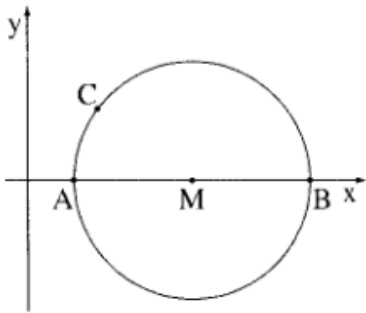
ב. חשב את אורך הקטע BC.

ג. חשב את שטח המשולש ABC.

ד. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה A.

26) מועד קיץ ב' שנת 2011.

בסרטוט שלפניך נתון מעגל שמשוואתו  $(x-7)^2 + y^2 = R^2$



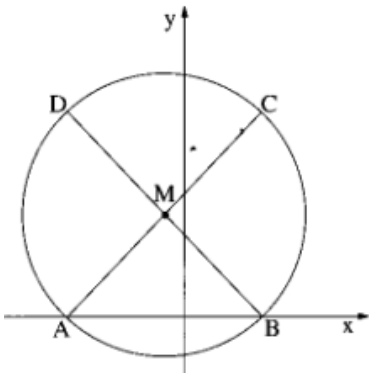
(M – מרכז המעגל). הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-x. הנקודה C נמצאת על המעגל ברביע הראשון. נתון כי אורך הקטע AB הוא 10.

- א. מצא את רדיוס המעגל R, ורשום את משוואת המעגל.
- ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
- ג. נתון כי הישר  $y = \frac{4}{3}x - 1$  משיק למעגל בנקודה C.

- 1. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות C ו-M.
- 2. מצא את שיעורי הנקודה C.
- ד. דרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה-y, וחותך את ציר ה-x בנקודה D. מצא את שטח המשולש CDB.

27) מועד חורף שנת 2012.

נתון מעגל שמשוואתו  $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 50$



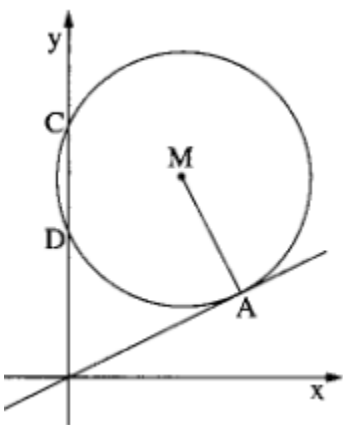
ומרכזו בנקודה M. A ו-B הן נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-x (ראה ציור).

- א. 1. מצא את שיעורי הנקודות M, B, A.
- 2. על אחד מהקטעים AC ו-BD הוא קוטר במעגל. מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.

- ב. 1. מצא את משוואת התיכון לצלע AC במשולש ADC.
- 2. סמן ב-E את נקודת החיתוך של המשך התיכון DM עם ציר ה-y. מצא את שטח המשולש AEB.

28) מועד קיץ א' שנת 2012.

בציור שלפניך מעגל שמרכזו בנקודה M.

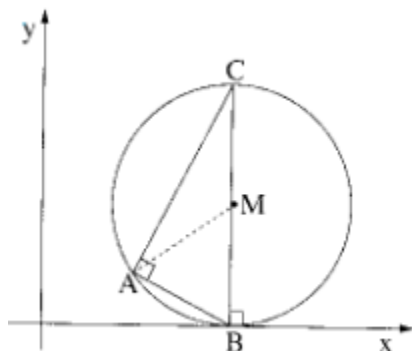


- C ו-D הן נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-y.
- נתון כי בנקודה A(6,3) המעגל משיק לישר  $y = \frac{1}{2}x$ .
- א. מצא את משוואת הישר שעליו מונח הרדיוס AM.
- ב. נתון כי מרכז המעגל M נמצא על הישר  $y = 7$ . מצא את משוואת המעגל.



- ג. 1. מצא את אורך הקטע DC.  
2. מצא את שטח המשולש CDM.

(29) מועד קיץ ב' שנת 2012.



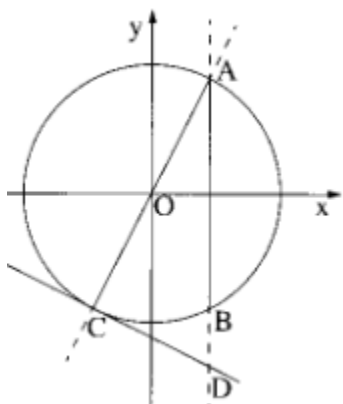
בציור שלפניך מעגל שמרכזו M (ברביע הראשון). המעגל משיק לציר ה-x בנקודה B. AB ו-AC הם שני מיתרים במעגל המאונכים זה לזה. BC הוא קוטר במעגל.

א. נתון כי משוואת הישר, שעליו מונח המיתר AB

$$\text{היא } y = -\frac{1}{2}x + 4 \text{ ונתון גם כי } BC = 10.$$

1. מצא את שיעורי הנקודה B.  
2. מצא את שיעורי הנקודה C.  
3. מצא את משוואת המעגל.
- ב. 1. מצא את משוואת הישר שעליו מונח המיתר AC.  
2. מצא את שיעורי הנקודה A.  
3. חשב את שטח המשולש AMC.

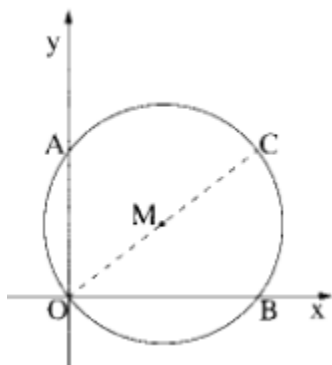
(30) מועד חורף שנת 2013.



בציור שלפניך נתון המעגל  $x^2 + y^2 = 125$  (O – ראשית הצירים). A ו-B הן נקודות החיתוך של המעגל עם הישר  $x = 5$ . AC הוא קוטר במעגל.

- א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.  
ב. מצא את משוואת הישר שעליו מונח קוטר המעגל, AC.  
ג. מעבירים משיק למעגל בנקודה C. מצא את משוואת המשיק.  
ד. ההמשך של הקטע AB חותך את המשיק בנקודה D. מצא את שיעורי הנקודה D.

(31) מועד קיץ א' שנת 2013.



$$\text{נתון מעגל שמשוואתו } (x-4)^2 + (y-3)^2 = 25.$$

המעגל חותך את הצירים בנקודות A, B ו-O כמתואר בציור.

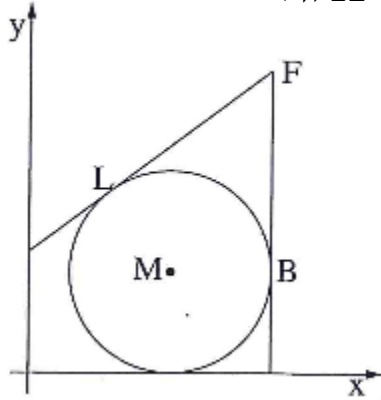
- א. מצא את משוואת הישר AB.  
ב. הראה כי מרכז המעגל M נמצא על הישר AB.

- ג. OC הוא קוטר במעגל (ראה ציור).  
 מצא את שיעורי הנקודה C.  
 ד. מצא את משוואת התיכון לצלע AC במשולש AMC.

**32) מועד קיץ ב' שנת 2013**

נתון מעגל שמשוואתו  $(x-7)^2 + (y-5)^2 = 25$  ומרכזו M.

העבירו ישר המשיק למעגל בנקודה L שבה  $x=4$ , כמתואר בציור.



- א. 1. מצא את השיפוע של ML.  
 (שיעור ה- $y$  של L גדול מ-1)  
 2. מצא את המשוואה של המשיק בנקודה L.  
 הישר  $x=12$  משיק למעגל בנקודה B.  
 שני המשיקים נפגשים בנקודה F כמתואר בציור.  
 ב. 1. מצא את השיעורים של הנקודה F.  
 2. מצא את שטח המשולש FMB.

## תשובות סופיות:

ישר:

(1)  $A(2,7), B(4,5), C(0,3), D(-2,5)$  א.  $y = -2x + 8$  ב.  $A(0,3), C(5,-2)$

(3) א. 10.77 יחידות ב. משוואת BC:  $y = x + 8$ , משוואת CD:  $x - 7y + 8 = 0$

(4)  $y = \frac{1}{2}x + 10$  א.  $y = 2x + 5$  ב.  $M\left(-\frac{6}{7}, 3\frac{2}{7}\right)$  א.  $y = -\frac{1}{2}x + 7\frac{1}{2}$  ב.  $C(7,9)$

(7)  $A(0,3)$  א. משולש ישר זווית.  $m_{AB} = \frac{1}{2}, m_{BC} = -2, m_{AC} = 0$  ב.

(9)  $(2.5, -2)$  א.  $D(-2,5)$  ב.  $y = -x + 9$

(10) א.  $y = -\frac{1}{2}x + 5$  ב.  $D(2,4)$  ג.  $2\sqrt{5}$  יח"ש.

(11) א.  $y = 3x - 10$  ב.  $4\sqrt{10}$  יחידות. א.  $y = -3x - 1$  ב.  $A(1,-4)$  ג.  $C(-1,2)$

(13) א.  $D(2,2)$  ב.  $y = -3x + 8$  ג.  $B(1,5), C(3,-1)$  א.  $C(0,3)$  ב.  $y = \frac{1}{2}x + 3$  ג.  $(1,5)$

(15) א.  $y = \frac{1}{3}x + 4$  ב. 3 ג.  $C(-12,0)$  א.  $y = -2x + 13$  ב.  $O(7,-1)$  2. 50 יח"ר.

(17) א.  $C(-3,-3)$  ב. 1.  $y = x - 6$  2.  $A(4,-2)$  ג.  $E(1,1)$

(18) א.  $y = 2x$  ב.  $y = -0.5x + 5$  ג. 1.  $C(10,0)$  2.  $B(12,4)$

(19) א.  $B(11,8)$  ב. 5. א.  $E(4,2)$  1.  $y = -2x + 10$  2.  $C(1,8)$

(21) א. 1. -2. 2.  $y = 0.5x + 8.5$  3.  $A(-9,4)$  ב.  $y = 0.5x + 1$  ג. 3.

(22) א.  $A(1,0), B(0,-3)$  ב.  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$  ג.  $C(7,-2)$  ד. 20 יח"ר.

(23) א. 1.  $\frac{1}{2}$  2.  $y = -2x + 1$  ב.  $D(-4,9)$  ג. 40 יח"ר.

(24) א. AC ב.  $y = \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2}$  ג.  $M(1,-1)$  ד.  $D(-3,-3)$  ה. 15 יח"ר.

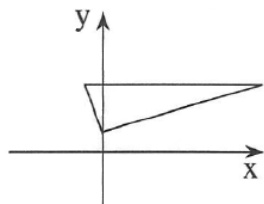
(25) א.  $M(2,3)$  ב.  $y = -3x + 9$  ג.  $B(1,6), D(3,0)$  ד. 40 יח"ר.

(26) א.  $y = -2x + 8$  ב.  $y = -2x + 8$  ג. 40 יח"ר.

(27) א.  $D(4,8), C(14,10), B(10,17), A(5,16)$

ב. 1.  $m_{AB} = \frac{1}{5}, m_{BC} = -1\frac{3}{4}, m_{CD} = \frac{1}{5}, m_{AD} = 8$  2. כי  $AB \parallel CD$  ו-  $AD \nparallel BC$

ג. 1.  $y = -5x + 41$  2.  $E\left(6\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}\right)$



28 א. 1.  $A(0,4)$  . 2.  $m = -3$  . ג.  $D(15,4)$

29 א.  $B(8,6)$  . ב. 130 יח"ר.

30 א.  $I: y = 2x + 30$  ,  $II: y = 2x + 10$  . ב.  $y = -\frac{1}{2}x + 20$  . ג. 110 יח"ר.

### מעגל:

1 א.  $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$  . ב. 6 יחידות.

2 א.  $4x - 3y + 9 = 0$  . ב.  $(x-7)^2 + (y-4)^2 = 50$  .

3 א.  $C(14,0)$  . ב.  $D(2,0)$  . 4 א.  $C(5,9)$  . ב.  $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 40$  .

5 א.  $y = -2x + 14$  . ב.  $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 10$  .

6 א.  $A(2,7)$  ,  $B(-4,7)$  . ב.  $m = \frac{4}{3}$  . ג.  $y = -\frac{3}{4}x + 8\frac{1}{2}$  .

7 א.  $A(0,0)$  ,  $B(0,8)$  ,  $C(0,4)$  . ב.  $y = \frac{1}{2}x$  . ג.  $y = -2x + 16$  .

8 א.  $k = \pm 4$  . ב.  $(-4,3)$  ,  $(4,3)$  המרחק הוא 8 . ג.  $x^2 + (y-3)^2 = 16$  . ד.  $AB = 8$  .

9 א.  $A(0,1)$  ,  $D(0,9)$  ,  $M(3,5)$  . ב.  $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$  . ד. 12 יח"ר.

10 א.  $A(24,0)$  ,  $B(0,10)$  . ב.  $(x-12)^2 + (y-5)^2 = 169$  . ג. 1 . ד.  $D(-4,17,0)$  . 85 . 140 יח"ר.

11 א.  $A(6,0)$  ,  $B(-8,0)$  . ב. 1 . 24 יח"ר . 2 . 32 יח"ר.

12 א.  $M(6,6)$  ,  $D(4,2)$  . ב.  $(x-6)^2 + (y-6)^2 = 20$  .

13 א.  $-\frac{1}{2}$  . ב.  $B(4,0)$  ,  $C(0,2)$  . ג.  $(4,0)$  ,  $(6,0)$  .

14 א.  $A(7,-4)$  ,  $B(13,-4)$  . ב. 1 .  $C(7,4)$  . 2 . 40 יח"ר.

15 א.  $D(-7,0)$  ,  $C(17,0)$  . ב.  $A(-7,10)$  ,  $B(17,10)$  . ג. 50 .

16 א.  $y = -1\frac{1}{3}x$  . ב.  $y = \frac{3}{4}x - 12\frac{1}{2}$  . ג.  $18\frac{3}{4}$  יח"ר.

17 א.  $M(5,-5)$  . ב. 1 . 4 . 2 .  $(x-5)^2 + (y+5)^2 = 16$  . ג. 12.5 יח"ר.

18 א. 1 .  $y = -10$  . 2 .  $\sqrt{200}$  . ב.  $M(5,-5)$  . ג.  $(x-5)^2 + (y+5)^2 = 25$  . ד. לא.

19 א. 3 . ב. 1 .  $B(6,0)$  . 2 .  $y = \frac{1}{2}x$  . 3 . 14.4 יח"ר.

20 א. 1 .  $a = -4$  . 2 .  $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 16$  . ב.  $B(-4,7)$  ,  $C(-4,-1)$  ,  $D(-8,3)$  . ג. כן.

21. א. 1.  $x_A = 2$  . 2.  $y_A = 4$  . 3.  $y_B = 2$  . ב.  $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 5$  . ד.  $y = 4$  .

22. א.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$  . ב. 1.  $x_A = -2$  . 2. לא ג. 4 יח"ר.

23. א.  $A(2,7)$  . ב.  $1\frac{1}{3}$  . ג.  $y = -\frac{3}{4}x + 8\frac{1}{2}$  . ד.  $8\frac{1}{2}$  יח"ר.

24. א.  $y = -2x + 28$  . ב.  $C(14,0)$  . ג.  $(x-8)^2 + (y-2)^2 = 40$  . ד. כן.

25. א.  $A(0,10)$  ,  $B(12,-8)$  . ב. 24 יח"י . ג. 216 יח"ר . ד.  $y = 10$  .

26. א.  $(x-7)^2 + y^2 = 25$  ,  $R = 5$  . ב.  $A(2,0)$  ,  $B(12,0)$  . ג.  $y = -\frac{3}{4}x + 5\frac{1}{4}$  . ד.  $C(3,3)$  .  $13\frac{1}{2}$  יח"ר.

27. א. 1.  $A(-6,0)$  ,  $B(4,0)$  ,  $M(-1,5)$  . 2.  $D(-6,10)$  ,  $C(4,10)$  . ב. 1.  $y = -x + 4$  . 2. 20 יח"ר.

28. א.  $y = -2x + 15$  . ב.  $(x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$  . ג. 12 יח"ר.

29. א. 1.  $B(8,0)$  . 2.  $C(8,10)$  . 3.  $(x-8)^2 + (y-5)^2 = 25$  . ב. 1.  $y = 2x - 6$  . 2.  $A(4,2)$  . 3. 10 יח"ר.

30. א.  $A(5,10)$  ,  $B(5,10)$  . ב.  $y = 2x$  . ג.  $y = -\frac{1}{2}x - 12\frac{1}{2}$  . ד.  $D(5,-15)$  .

31. א.  $y = -\frac{3}{4}x + 6$  . ג.  $C(8,6)$  . ד.  $x = 4$  .

32. א. 1.  $-1\frac{1}{3}$  . 2.  $y = \frac{3}{4}x + 6$  . ב. 1.  $F(12,15)$  . 2. 25 יח"ר.

## חשבון דיפרנציאלי:

### פונקציות פולינום:

(1) מועד קיץ א' שנת 2006.

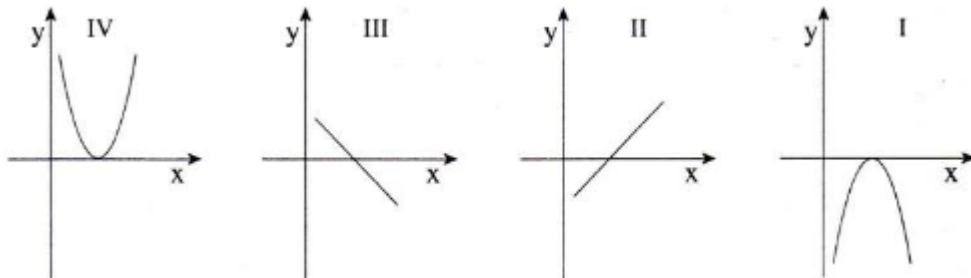
$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = 2x(x+3)^2.$$

- מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- בכל אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה עובר ישר המשיק לפונקציה. מצא את משוואות המשיקים.

(2) מועד קיץ א' שנת 2009.

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = -\frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{2}.$$

- מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- אחד מארבעת הגרפים I, II, III, IV שלפניך מתאים לנגזרת  $f'(x)$  של הפונקציה הנתונה. קבע איזה גרף מתאים לנגזרת  $f'(x)$ . נמק.



(3) מועד קיץ ב' שנת 2010.

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x.$$

- מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המקסימום שלה חותך את ציר ה- $y$  בנקודה B. מצא את השיעורים של הנקודה B.

**פונקציות רציונליות:**

**(4) מועד חורף שנת 2005.**

נתונה הפונקציה  $y = \frac{x}{A} + \frac{3}{x}$  , (A הוא פרמטר).

לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה שבה  $x = 3$  .  
א. חשב את A.

הצב את A שחישבת וענה על הסעיפים ב-ד.

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה,

וקבע את סוגי הנקודות (מינימום, מקסימום).

ג. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

**(5) מועד קיץ א' שנת 2007.**

נתונה הפונקציה  $f(x) = 5 - x - \frac{4}{x}$  .

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- $x$  .

ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ד. רשום את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה המאונכת לציר ה- $x$  .

**(6) מועד קיץ ב' מיוחד שנת 2007.**

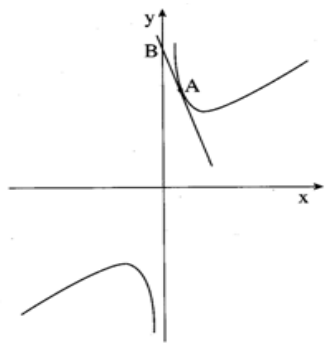
נתונה הפונקציה  $y = \frac{x-2}{4} + \frac{4}{x}$  .

א. מה תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

ג. באילו תחומים הפונקציה יורדת?

ד. האם יש לפונקציה נקודות חיתוך עם הצירים? אם כן, מהן? אם לא, נמק מדוע אין.



7) מועד חורף שנת 2008.

נתונה הפונקציה  $f(x) = 2x + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{x}$ . פרמטר  $a$  (ראה ציור).

לפונקציה יש מינימום בנקודה שבה  $x = 3$ .

א. חשב את ערך הפרמטר  $a$ .

הצב את הערך של  $a$  שמצאת בסעיף א, וענה על סעיף ב.

ב. ישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A

חותך את ציר ה- $y$  בנקודה B, כמתואר בציור.

שיפוע המשיק הוא  $-2.5$ . מצא את מרחק הנקודה B מראשית הצירים.

8) מועד חורף שנת 2009.

נתונה הפונקציה  $y = 2x + \frac{1}{x}$  בתחום  $x > 0$ .

הישר  $y = 3$  חותך את גרף הפונקציה בנקודה A

ובנקודה B (ראה ציור).

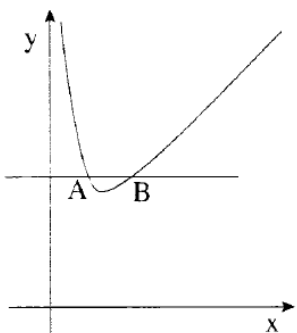
א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. מעבירים לגרף הפונקציה משיק בנקודה A

ומשיק בנקודה B.

i. מצא את המשוואות של שני המשיקים.

ii. שני המשיקים נפגשים בנקודה P. מצא את שיעורי הנקודה P.



9) מועד קיץ ב' שנת 2009.

נתונה הפונקציה  $f(x) = 4x - \frac{16}{x}$

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .

ב. בנקודות שמצאת בסעיף א, העבירו משיקים לגרף הפונקציה.

i. הראה כי המשיקים מקבילים זה לזה.

ii. מצא את המשוואות של שני המשיקים.

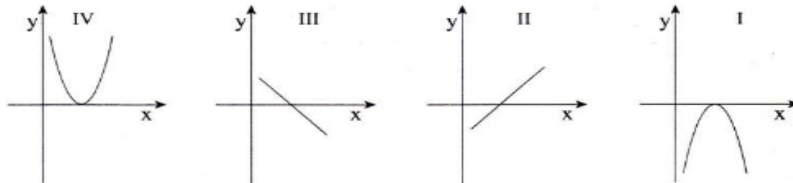
ג. הראה כי הפונקציה עולה עבור  $x > 0$ .



10) מועד חורף שנת 2010.

נתונה הפונקציה  $y = \frac{2}{x} - x^2$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
- ג. לפניך שלושה גרפים I, II, III.



- איזה מבין הגרפים I, II, III הוא הגרף של הפונקציה הנתונה? נמק.
- ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה הנתונה.

11) מועד קיץ א' שנת 2010.

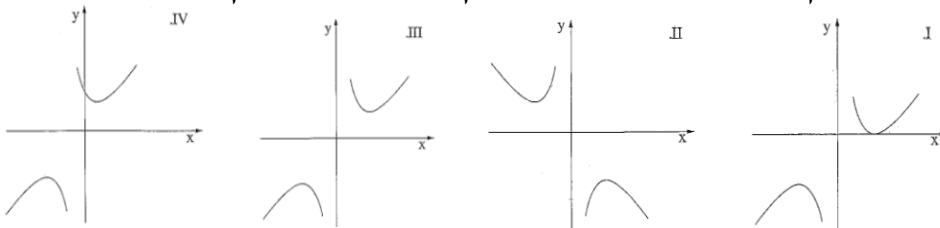
נתונה הפונקציה  $f(x) = -\frac{x}{4} - \frac{4}{x}$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את האסימפטוטה המקבילה לציר ה- $x$ .
- ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- ד. האם גרף הפונקציה חותך את ציר ה- $x$ ? אם כן – מצא את נקודות החיתוך. אם לא – נמק.

12) מועד חורף שנת 2012.

נתונה הפונקציה  $y = \frac{16}{x} + x - 2$ .

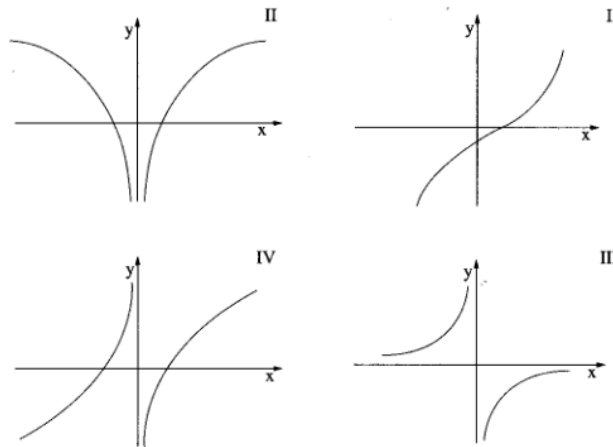
- א. רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ה. לפניך ארבעה גרפים I, II, III, IV. איזה מבין הגרפים מתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.



13) מועד קיץ א' שנת 2012.

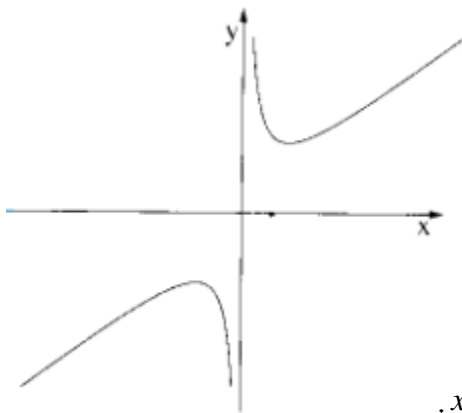
נתונה הפונקציה  $f(x) = x - \frac{1}{x}$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .
- ג. 1. הראה שלפונקציה אין נקודות קיצון.  
2. הסבר מדוע הפונקציה עולה בתחום  $x > 0$  וגם בתחום  $x < 0$ .
- ד. לפניך ארבעה גרפים I, II, III, IV. איזה מבין הגרפים מתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.



14) מועד קיץ א' שנת 2013.

נתונה הפונקציה  $y = 2x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x}$  (ראה ציור).

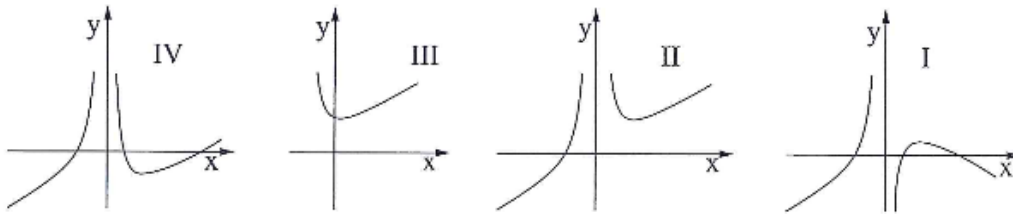


- א. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן על פי הציור.
- ב. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = \frac{1}{2}$ , והעבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = -1$ . מצא את השיעורים של נקודת המפגש בין שני המשיקים.

15) מועד קיץ ב' שנת 2012.

נתונה הפונקציה  $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה.
- ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
- ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ה. איזה מבין הגרפים I, II, III, IV שלפניך מתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.



**פונקציות שורש:**

16) מועד חורף שנת 2006.

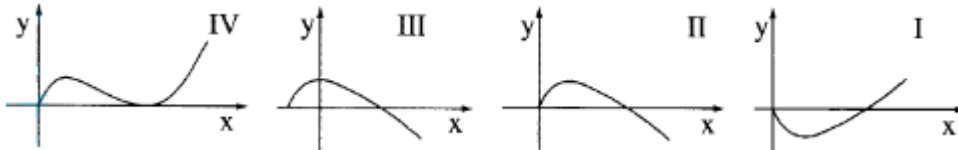
נתונה הפונקציה  $f(x) = 2\sqrt{x} - x$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את הנקודה שבה נגזרת הפונקציה מתאפסת, וקבע את סוגה (מינימום או מקסימום).
- ג. הראה כי הפונקציה עוברת דרך הנקודות  $(0,0)$  ו-  $(4,0)$ .
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ה. רשום את התחום שבו הפונקציה שלילית.

17) מועד קיץ א' שנת 2011.

$$f(x) = 2\sqrt{x} - x$$

- א. 1. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
2. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
3. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
- ב. לפיך ארבעה גרפים I, II, III, IV. איזה מבין הגרפים מתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.



- ג. נתון הישר  $y = k$  (הוא פרמטר). מצא עבור אילו ערכים של  $k$  הישר חותך את הפונקציה הנתונה בשתי נקודות שונות.

18) מועד קיץ ב' שנת 2012.

$$f(x) = x - 2\sqrt{x} - 3$$

- נתון כי גרף הפונקציה חותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $(9,0)$ .
- א. 1. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
2. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ .
- ב. מצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה וקבע את סוגה.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ד. קבע עבור אילו ערכי  $x$  הפונקציה חיובית.

19) מועד חורף שנת 2013.

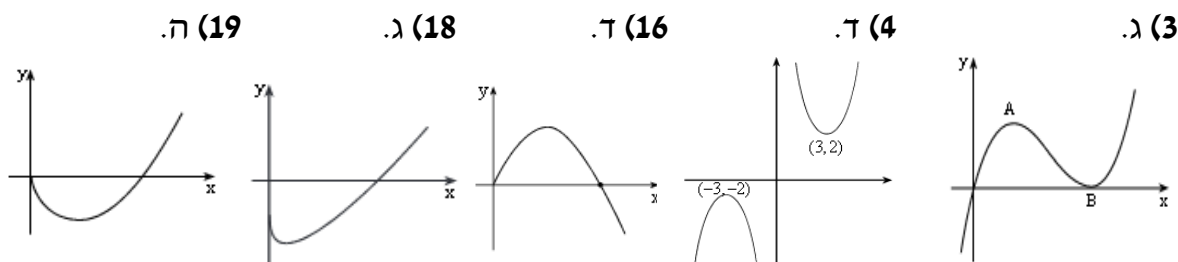
$$y = x^2 - 4\sqrt{x}$$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה וקבע את סוגה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- $y$ .
- ה. נתון כי הפונקציה חותכת את ציר ה- $x$  בנקודה  $(2.52,0)$ . היעזר בנתון זה ובתשובותיך לסעיפים א-ד וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

## תשובות סופיות:

- (1) א.  $\max(-3,0), \min(-1,-8)$  ב.  $(-3,0), (0,0)$  ג.  $y = -8, y = 0$
- (2) א.  $\max(1,0)$  ב. III
- (3) א.  $(3,0), (0,0)$  ב.  $\max(1,4), \min(0,3)$  ד.  $B(0,4)$
- (4) א.  $A = 3$  ב.  $\max(-3,-2), \min(3,2)$  ג.  $x \neq 0$
- (5) א.  $x \neq 0$  ב.  $(4,0), (1,0)$  ג.  $\min(-2,9), \max(2,1)$  ד.  $x = 0$
- (6) א.  $x \neq 0$  ב.  $\max(-4,-2.5), \min(4,1.5)$  ג.  $x \neq 0, -4 < x < 4$  ד. אין
- (7) א.  $a = 36$  ב. 18 יחידות
- (8) א.  $A(0.5,3), B(1,3)$  ב. i.  $y = -2x + 4, y = x + 2$  ii.  $P\left(\frac{2}{3}, 2\frac{2}{3}\right)$
- (9) א.  $(-2,0), (2,0)$  ב. ii.  $y = 8x + 16, y = 8x - 16$
- (10) א.  $x \neq 0$  ב.  $\max(-1,-3)$  ג. גרף III ד. עלייה:  $x < -1$ , ירידה:  $x > -1, x \neq 0$
- (11) א.  $x \neq 0$  ב.  $x = 0$  ג.  $\min(-4,2), \max(4,-2)$  ד. לא אין פתרון למשוואה  $f(x) = 0$
- (12) א.  $x \neq 0$  ב. אין ג.  $\min(4,6), \max(-4,-10)$  ד. עולה:  $x < -4, x > 4$   
 יורדת:  $-4 < x < 4, x \neq 0$  ה. גרף III
- (13) א.  $x \neq 0$  ב.  $(-1,0), (1,0)$  ג. (2) הנגזרת חיובית בכל תחום הגדרתה. ד. גרף IV
- (14) א.  $\max\left(-\frac{1}{2}, -2\right), \min\left(\frac{1}{2}, 2\right)$  ב.  $(2,2)$
- (15) א.  $x \neq 0$  ב.  $x = 0$  ג.  $\min(2,3)$  ד. עלייה:  $x < 0$  או  $x > 2$ , ירידה:  $0 < x < 2$  ה. גרף II
- (16) א.  $x \geq 0$  ב.  $\max(1,1)$  ה.  $x > 4$
- (17) א. 1.  $x \geq 0$  2.  $(0,0), (4,0)$  3.  $\max(1,1)$  ב. גרף II ג.  $0 \leq k < 1$
- (18) א. 1.  $x \geq 0$  2.  $(0,-3)$  ב.  $\min(1,-4)$  ד.  $x > 9$
- (19) א.  $x \geq 0$  ב.  $\min(1,-3)$  ג. עלייה:  $x > 1$ , ירידה:  $0 < x < 1$  ד.  $(0,0)$

### סקיצות לשאלות:



## בעיות מילוליות של ערך קיצון:

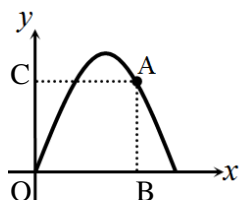
(1) מועד חורף שנת 1997.

מהי התוצאה הקטנה ביותר שאפשר לקבל אם מחברים למספר את ריבועו?

(2) מועד קיץ א' שנת 1997.

מבין כל המספרים החיוביים  $x$  ו- $y$  המקיימים:  $x \cdot y = 50$ , מצאו את שני המספרים שסכום ריבועיהם הוא מינימלי.

(3) מועד קיץ א' שנת 1998.

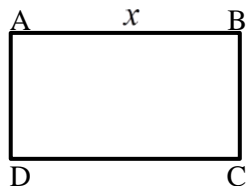


מנקודה A הנמצאת על גרף הפונקציה:  $y = -x^2 + 3x$  מורידים אנכים לצירים ונוצר מלבן ABOC (ראה איור). מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שהיקף המלבן יהיה מקסימלי?

(4) מועד חורף שנת 1999.

מהי התוצאה הגדולה ביותר שאפשר לקבל אם מחסרים ממספר את ריבועו?

(5) מועד חורף שנת 2001.

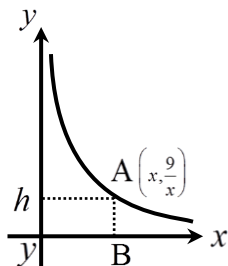


א. נתון מלבן ABCD (ראה איור). היקף המלבן הוא 80 ס"מ.

1. נסמן ב- $x$  את אחת מצלעות המלבן (ראה איור). בטאו באמצעות  $x$  את שטח המלבן.
2. שטח המלבן הנתון הוא 300 סמ"ר. מצאו את אורכי הצלעות של המלבן.

ב. היקף המלבן הוא  $2p$ . מה צריכים להיות אורכי הצלעות של המלבן כדי ששטחו יהיה מקסימלי? (בטאו באמצעות  $p$ ).

(6) מועד קיץ ב' שנת 2002.



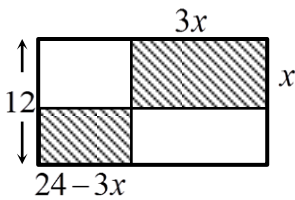
נקודה  $A\left(x, \frac{9}{x}\right)$  נמצאת על גרף הפונקציה:  $y = \frac{9}{x}$ , ( $x > 0$ ).

מנקודה זו מורידים אנכים לצירים ונוצר מלבן ABOC כמתואר באיור.

- א. בטאו באמצעות  $x$  את אורכי הצלעות של המלבן.
- ב. מה צריך להיות שיעור ה- $x$  של הנקודה A כדי שהיקף המלבן יהיה מינימלי?

7) מועד קיץ ב' שנת 2002.

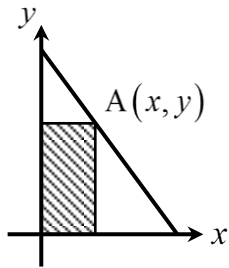
בתוך מלבן שאורכו 24 ס"מ ורוחבו 12 ס"מ חסומים שני מלבנים מקווקים. אורך אחד המלבנים המקווקים הוא  $3x$  ורוחבו  $x$  (ראה איור).



- בטאו בעזרת  $x$  את סכום השטחים של שני המלבנים המקווקים.
- מצאו מה צריך להיות הערך של  $x$  כדי שסכום השטחים של שני המלבנים המקווקים יהיה מינימלי.

8) מועד קיץ א' שנת 2003.

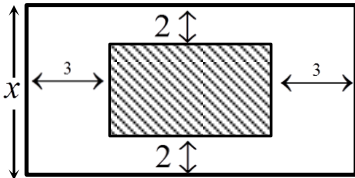
נתון הישר:  $y = -2x + 8$ . מנקודה A שעל הישר הורידו אנכים לצירים ונוצר מלבן כמתואר באיור.



- סמנו ב- $x$  את השיעור הראשון של הנקודה A (ראו איור) ובטאו באמצעותו את האורך ואת הרוחב של המלבן.
- מצאו את  $x$  שעבורו שטח המלבן הוא מקסימלי.

9) מועד קיץ א' שנת 2004.

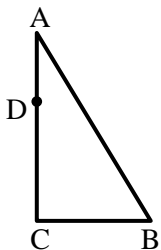
בתוך מלבן חיצוני שהיקפו 72 ס"מ נמצא מלבן פנימי שצלעותיו מקבילות לצלעות המלבן החיצוני. רוחב השוליים הצרים הוא 2 ס"מ מכל צד, ורוחב השוליים הרחבים הוא 3 ס"מ מכל צד (ראה איור).



- נסמן ב- $x$  את רוחב המלבן החיצוני, כמסומן באיור. הבע באמצעות  $x$  את אורך המלבן החיצוני ואת שטח המלבן הפנימי.
- מצא את  $x$  שעבורו שטח המלבן הפנימי (השטח המקווקו) הוא מקסימלי.

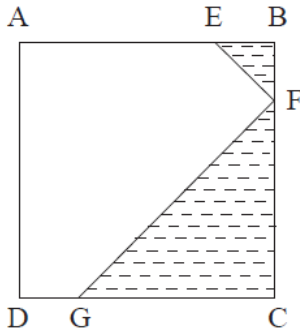
10) מועד קיץ ב' שנת 2004.

במשולש ישר זווית ABC ( $\sphericalangle C = 90^\circ$ ) אורכי הניצבים הם:  $BC = a$ ,  $AC = 6$ .



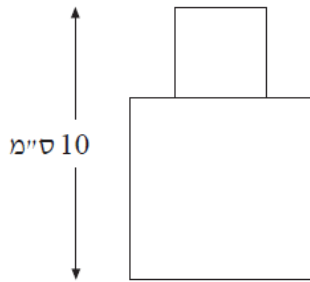
- הנקודה D נמצאת על הניצב AC (ראה איור).
- נסמן ב- $x$  את מרחק הנקודה D מהקדקוד C.
  - בטאו באמצעות  $x$  ו- $a$  את סכום ריבועי המרחקים של הנקודה D משלושת הקדקודים A, B ו-C.
  - מצאו עבור איזה ערך של  $x$ , הסכום שביטאתם בסעיף א' מינימלי.

11) מועד חורף שנת 2005.



בריבוע ABCD הנקודות E, F, G, נמצאות על הצלעות AB, BC, DC בהתאמה, כך ש-  $BE = BF$ ,  $CF = CG$  (ראה ציור). נתון כי האורך של צלע הריבוע הוא 6 ס"מ.  
 א. סמן ב-  $x$  את BF ואת BE והבע באמצעות  $x$  את הסכום של שטחי המשולשים EBF ו-FCG (השטח המקווקו בציור).

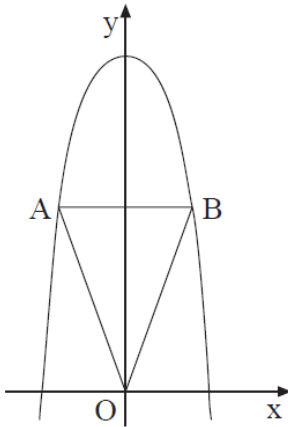
- ב. 1. מצא את  $x$  שעבורו סכום שטחי המשולשים הוא מינימלי.  
 2. חשב את הסכום המינימלי של שטחי המשולשים.



12) מועד קיץ ב' שנת 2005.

הצורה המוצגת בציור מורכבת משני ריבועים המונחים זה על גבי זה. גובה הצורה הוא 10 ס"מ (ראה ציור). מה צריך להיות אורך הצלע של הריבוע התחתון כדי ששטח הצורה יהיה מינימלי?

13) מועד חורף שנת 2006.



נתונה פרבולה שמשוואתה  $y = -x^2 + 27$ . מעבירים ישר המקביל לציר ה- $x$  וחותך את הפרבולה בנקודות A ו-B (ראה ציור).  
 א. סמן ב-  $x$  את שיעור ה- $x$  של הנקודה B (הנמצאת ברביע הראשון), ובטא באמצעות  $x$  את אורך הקטע AB ואת שטח המשולש AOB.  
 (O – ראשית הצירים).  
 ב. מה צריך להיות שיעור ה- $x$  של הנקודה B, כדי ששטח המשולש AOB יהיה מקסימלי?

14) מועד חורף שנת 2007.



חלקת אדמה מלבנית ABCD, ששטחה 4500 מ"ר, צמודה בצדה האחד לחומה (ראה ציור). מגדרים את חזית החלקה, BC, ואת צדיה, AB ו-CD. מחיר ההתקנה של גדר בחזית החלקה (הקטע BC)



הוא 16 שקלים למטר, ומחיר ההתקנה של גדר בצדדים (הקטעים AB ו-CD) הוא 10 שקלים למטר. מה צריך להיות האורך של חזית החלקה, כדי שמחיר התקנת הגדר יהיה מינימלי?

**(15) מועד קיץ ב' שנת 2007.**

נתונה הפונקציה  $y = \sqrt{x}$ .

על ציר ה- $x$  נתונה הנקודה  $A(8,0)$ .

$M$  היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה (ראה ציור).

א. מה צריך להיות שיעור ה- $x$  של הנקודה  $M$ ,

כדי שריבוע המרחק  $MA$  יהיה מינימלי?

ב. חשב את המרחק המינימלי  $MA$ .

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

**(16) מועד חורף שנת 2008.**

בונים תיבה. גובה התיבה הוא  $h$  ס"מ,

ובסיסה הוא ריבוע, שאורך צלעו  $x$  ס"מ

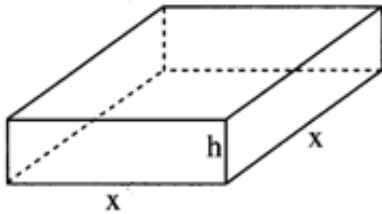
(ראה ציור).

ההיקף של פאה צדדית שווה ל-18.

א. הבע באמצעות  $x$  את גובה התיבה  $h$ .

ב. מה צריך להיות האורך של צלע הבסיס,

כדי שנפח התיבה יהיה מקסימלי?



**(17) מועד קיץ א' שנת 2008.**

נתונות שתי פרבולות:

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 3x, \quad y = \frac{1}{2}x^2 + 7$$

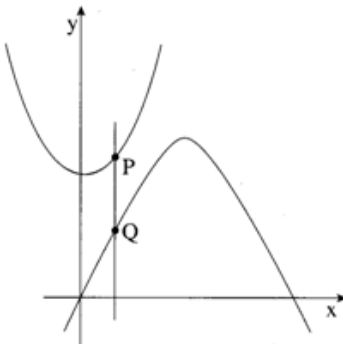
קו המקביל לציר ה- $y$  חותך את שתי

הפרבולות בנקודות  $P$  ו- $Q$  (ראה ציור).

מה צריך להיות שיעור ה- $x$  של

הנקודות  $P$  ו- $Q$ , כדי שאורך

הקטע  $PQ$  יהיה מינימלי?

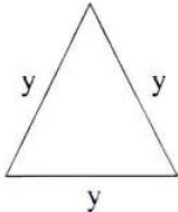
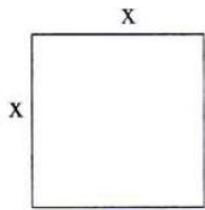


**(18) מועד קיץ ב' שנת 2008.**

מבין כל שני מספרים  $x$  ו- $y$  המקיימים  $2x + y = 50$ ,

מצא את שני המספרים שסכום ריבועיהם מינימלי.

19) מועד קיץ א' שנת 2009.



בציורים שלפניך מוצגים ריבוע שצלעו  $x$  ומשולש שווה צלעות שצלעו  $y$ .

מכפלת צלע הריבוע בצלע המשולש היא 12.

א. 1. בטא את  $y$  באמצעות  $x$ .

2. בטא באמצעות  $x$  את הסכום של היקף הריבוע והיקף המשולש.

ב. מצא עבור איזה ערך של  $x$  הסכום של היקף הריבוע והיקף המשולש (שהבעת בתת סעיף א 2.) הוא מינימלי.

20) מועד קיץ ב' שנת 2009.

הסכום של שני מספרים הוא 10.

א. מצא מה צריכים להיות שני המספרים, כדי שסכום הריבועים שלהם יהיה מינימלי.

ב. מצא את סכום הריבועים המינימלי של שני המספרים.

21) מועד חורף שנת 2010.

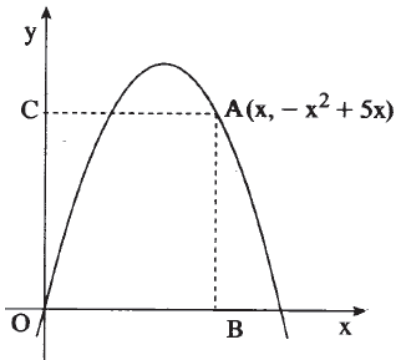
נקודה A שברביע הראשון נמצאת על

גרף הפונקציה  $y = -x^2 + 5x$ .

מנקודה A מורידים אנכים לצירים,

ונוצר מלבן ABOC. ראשית הצירים.

מה צריך להיות שיעור ה- $x$  של הנקודה A כדי שהיקף המלבן יהיה מקסימלי?



22) מועד קיץ א' שנת 2010.

בציור נתונים הגרפים I ו-II של הפונקציות:

$$f(x) = \frac{x-2}{4}, \quad g(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2$$

א. איזה מבין הגרפים I ו-II הוא של

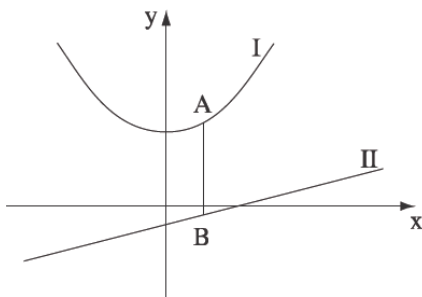
הפונקציה  $f(x)$ , ואיזה הוא של

הפונקציה  $g(x)$ ? נמק.

ב. A היא נקודה על גרף I ו-B היא נקודה על

גרף II כך שהקטע AB מקביל לציר ה- $y$ .

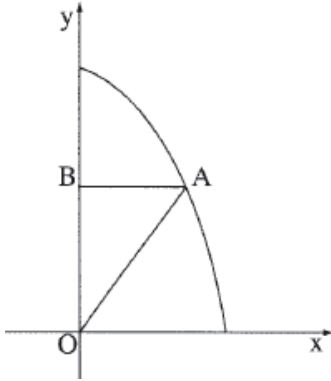
מצא את שיעור ה- $x$  של הנקודות A ו-B, שעבורו אורך הקטע AB הוא מינימלי.



23) מועד קיץ ב' שנת 2010.

הסכום של שני מספרים גדולים מאפס הוא 24. מה צריכים להיות שני המספרים כדי שמכפלת אחד מהם בריבוע של האחר תהיה מקסימלית?

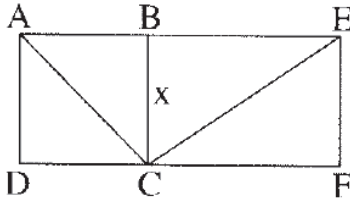
24) מועד קיץ א' שנת 2011.



נתון גרף הפונקציה  $y = -x^2 + 27$  ברביע הראשון. ישר המקביל לציר ה- $x$  חותך את גרף הפונקציה בנקודה A שנמצאת ברביע הראשון, ואת ציר ה- $y$  בנקודה B.

- מחברים את הנקודה A עם ראשית הצירים O (ראה ציור).
- א. מה צריך להיות אורך הקטע AB כדי ששטח המשולש AOB יהיה מקסימלי?
  - ב. מהו השטח המקסימלי של המשולש AOB?

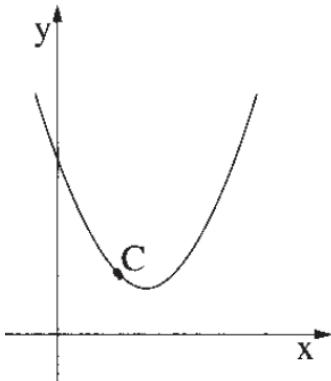
25) מועד קיץ ב' שנת 2011.



הקטע BC (המסומן ב- $x$ ) הוא צלע משותפת של הריבוע ABCD ושל המלבן BEFC (ראה ציור). נתון כי אורך הקטע AE הוא 10 ס"מ.

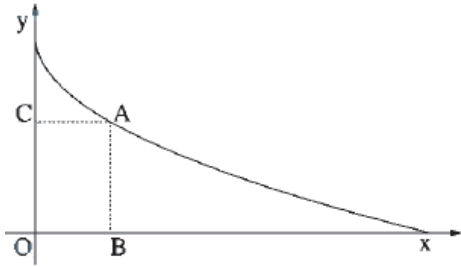
- א. 1. הבע באמצעות  $x$  את אורך הקטע BE.
- 2. הבע באמצעות  $x$  את  $CE^2$  (ריבוע אלכסון המלבן).
- ב. מצא את אורך הקטע BC שעבורו הסכום  $AC^2 + CE^2$  הוא מינימלי.
- ג. מצא את הערך המינימלי של הסכום  $AC^2 + CE^2$ .

26) מועד חורף שנת 2012.



בציור שלפניך נתונה הפונקציה  $y = x^2 - 3x + 3$ .

- א. C היא נקודה על גרף הפונקציה. מצא את שיעור ה- $x$  של הנקודה C שעבורו סכום השיעורים של C הוא מינימלי.
- ב. מצא את הסכום המינימלי של שיעורי הנקודה C.



(27) מועד קיץ א' שנת 2012.

בציור שלפניך נתון גרף הפונקציה  
 $f(x) = -\sqrt{x} + 2$  ברביע הראשון.

מנקודה A שעל גרף הפונקציה  
 מעבירים אנכים לצירים כך שנוצר  
 המלבן ABOC.

- א. הבע את היקף המלבן באמצעות שיעור ה- $x$  של הנקודה A.  
 ב. 1. מה צריך להיות הערך של  $x$  כדי שהיקף המלבן ABOC יהיה מינימלי?  
 2. מצא את ההיקף המינימלי של המלבן?

(28) מועד קיץ ב' שנת 2012.

הסכום של שלושה מספרים חיוביים הוא 18.  
 המספר השני גדול פי 2 מהמספר הראשון.

- א. סמן ב- $x$  את המספר הראשון, והבע באמצעותו את המספר השלישי.  
 ב. מצא את הערך של  $x$  שעבורו מכפלת שלושת המספרים תהיה מקסימלית.

(29) מועד חורף שנת 2013.

- א. מבין כל זוגות המספרים החיוביים  $x$  ו- $z$  המקיימים  $x \cdot z = 48$ , מצא את  
 זוג המספרים שעבורם הסכום  $x + 3z$  הוא מינימלי.  
 ב. מהו הסכום המינימלי?

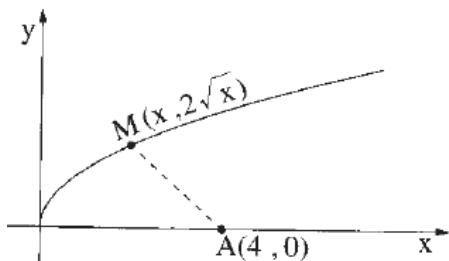
(30) מועד קיץ א' שנת 2013.

מבין כל המספרים החיוביים  $x$  ו- $y$  המקיימים  $x^2 \cdot y = 4$ , מצא את שני המספרים  
 שעבורם הסכום  $x + y$  הוא מינימלי.

(31) מועד קיץ ב' שנת 2013.

נתונה הפונקציה  $f(x) = 2\sqrt{x}$  (ראה ציור).

- א. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודה M  
 על גרף הפונקציה, שמרחקה בריבוע  $(d^2)$   
 מהנקודה A(4,0) הוא מינימלי.  
 ב. מצא את המרחק המינימלי  $(d)$   
 שבין הנקודה M לנקודה A.



## תשובות סופיות:

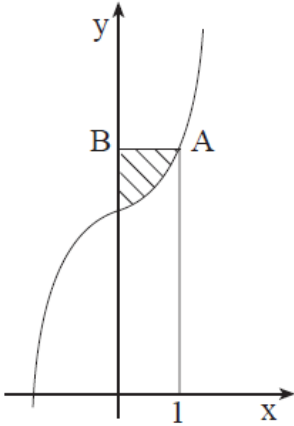
- (1)  $-\frac{1}{4}$  (2)  $\frac{1}{4}$  (3)  $A(2,2)$  (4)  $y=5, x=10$  (5) א. 1.  $S=40x-x^2$  2. 10 ס"מ, 30 ס"מ.
- ב.  $\frac{P}{2}, \frac{P}{2}$  (6) א. רוחב =  $x$ , אורך =  $\frac{9}{x}$  ב.  $x=3$  (7) א.  $S=6x^2-60x+288$  ב.  $x=5$ .
- (8) א. רוחב =  $x$ , אורך =  $8-2x$  ב.  $x=2$  (9) א.  $36-x, -x^2+34x-120$  ב.  $x=17$ .
- (10) א.  $3x^2-12x+36+a^2$  ב.  $x=2$  (11) א.  $y=\frac{x^2}{2}+\frac{(6-x)^2}{2}$  ב. 1.  $x=3$  2. 9.
- (12) 5 ס"מ. (13) א.  $AB=2x, S_{AOB}=-x^3+27x$  ב.  $x=3$  (14) 75 מטר.
- (15) א.  $x=7.5$  ב. 2.78 יחידות. (16) א.  $h=9-x$  ב. 6 ס"מ.
- (17)  $x=2$  (18)  $x=20, y=10$  (19) א. 1.  $y=\frac{12}{x}$  2.  $P=4x+\frac{36}{x}$  ב.  $x=3$ .
- (20) א. 5,5. ב. 50. (21)  $x=3$  (22) א. גרף I מתאים ל- $g(x)$ , גרף II מתאים ל- $f(x)$  ב.  $x=\frac{1}{2}$ .
- (23) 8,16. (24) א. 3 יחידות ב. 27 יח"ר.
- (25) א. 1.  $10-x$  2.  $2x^2-20x+100$  ב.  $x=2.5$  ג. 75.
- (26) א.  $x=1$  ב. 2. (27) א.  $P=-2\sqrt{x}+2x+4$  ב. 1.  $x=\frac{1}{4}$  2. 3.5.
- (28) א.  $18-3x$  ב.  $x=4$  (29) א.  $x=12, z=4$  ב. 24.
- (30)  $x=2, y=1$  (31) א.  $M(2,2\sqrt{2})$  ב.  $\sqrt{12}$  יחידות.

## חשבון אינטגרלי:

(1) מועד קיץ שנת 2004.

נתונה הפונקציה  $y = x^3 + 3$ .

הישר  $x = 1$  חותך את גרף הפונקציה בנקודה A.  
מנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- $x$   
וחותך את ציר ה- $y$  בנקודה B (ראה ציור).



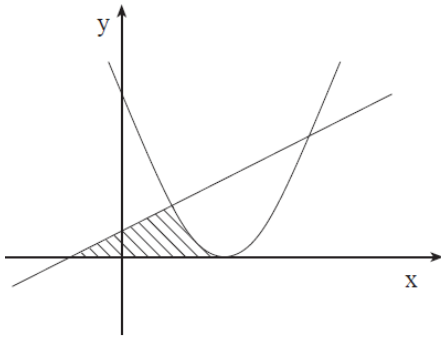
- א. מצא את שיעורי הנקודה A.
- ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי הישר AB ועל ידי ציר ה- $y$  (השטח המקווקו בציור).

(2) מועד חורף שנת 2005.

נתונה הפונקציה  $f(x) = (x-2)^2$

ונתון הישר  $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$  (ראה ציור).

מצא את השטח המוגבל על ידי הפונקציה,  
על ידי הישר ועל ידי ציר ה- $x$  (השטח המקווקו בציור).



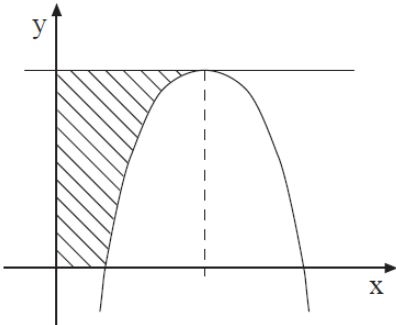
(3) מועד קיץ א' שנת 2005.

נתונה הפונקציה  $y = -x^2 + 6x - 5$  (ראה ציור).

א. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה.

ב. מהי משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המקסימום שלה?

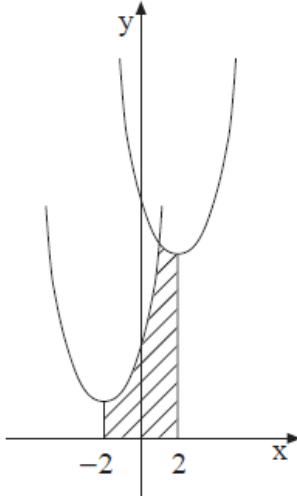
ג. מצא את השטח המוגבל על ידי המשיק בנקודת המקסימום, על ידי הצירים ועל ידי גרף הפונקציה (השטח המקווקו בציור).



4) מועד קיץ ב' שנת 2005.

נתונות שתי הפונקציות:  $f(x) = x^2 + 4x + 6$

$$g(x) = x^2 - 4x + 14$$



א. מצא את נקודת החיתוך בין שתי הפונקציות.

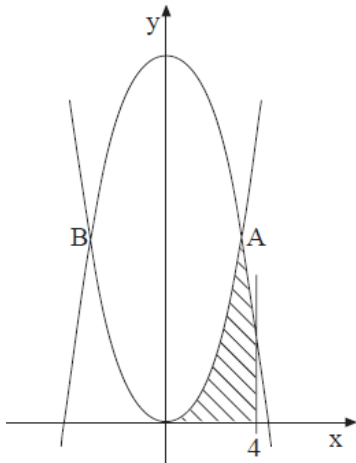
ב. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות, על ידי ציר ה- $x$  ועל

ידי הישרים  $x = 2$  ו- $x = -2$  (השטח המקווקו בציור).

5) מועד חורף שנת 2006.

נתונות הפונקציות  $f(x) = x^2$

$$g(x) = -x^2 + 18$$



הגרפים של הפונקציות נחתכים בנקודות A ו-B (ראה ציור).

א. מצא את שיעורי ה- $x$  של הנקודות A ו-B.

ב. חשב את השטח ברביע הראשון המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות,

על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = 4$  (השטח המקווקו בציור).

6) מועד קיץ א' שנת 2006.

הנגזרת של הפונקציה  $y$  היא  $y' = -2x + 4$ .

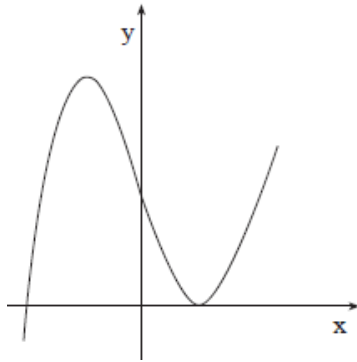
א. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת המקסימום של הפונקציה.

ב. נתון כי ערך הפונקציה  $y$  בנקודת המקסימום שלה הוא 4. מצא את הפונקציה.

ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- $x$ .

ד. מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה ובין ציר ה- $x$ .

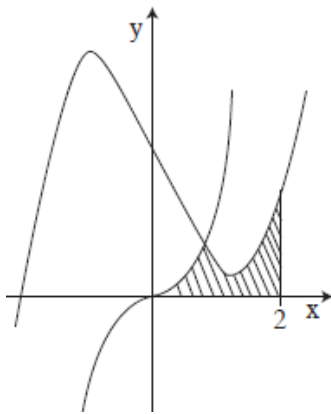
7) מועד קיץ ב' שנת 2006.



נתונה הפונקציה  $f(x) = x^3 - 3x + 2$  (ראה ציור).

- א. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום (המקומי) של הפונקציה, ואת השיעורים של נקודת המינימום (המקומי) של הפונקציה.
- ב. חשב את השטח ברביע השני, המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה, על ידי המשיק לפונקציה בנקודת המקסימום שלה, ועל ידי ציר ה-  $y$ .

8) מועד חורף שנת 2007.



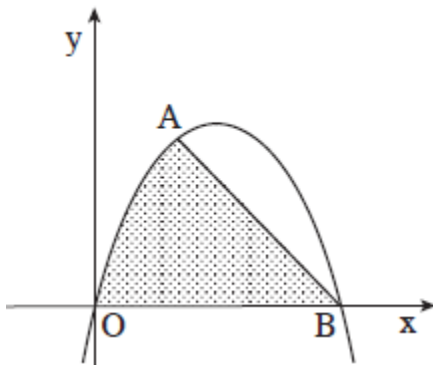
נתונים הגרפים של שתי הפונקציות:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x + 3$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x^3$$

- א. מצא את נקודת החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.
- ב. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות, על ידי ציר ה-  $x$  ועל ידי הישר  $x = 2$  (השטח המקווקו בציור).

9) מועד קיץ א' שנת 2007.

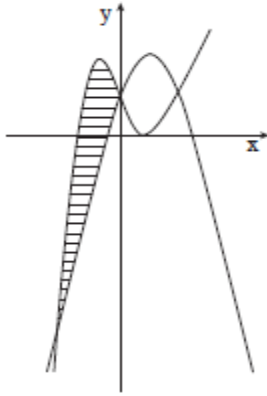


נתונה הפונקציה  $f(x) = -x^2 + ax$ .

הפונקציה עוברת דרך הנקודה  $A(2,8)$  (ראה ציור).

- א. מצא את ערך הפרמטר  $a$ .
- ב. הפונקציה חותכת את ציר ה-  $x$  בנקודה  $O(0,0)$  ונקודה  $B$ . מצא את שיעורי הנקודה  $B$ .
- ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המיתר  $AB$  ועל ידי ציר ה-  $x$  (השטח המנוקד בציור).



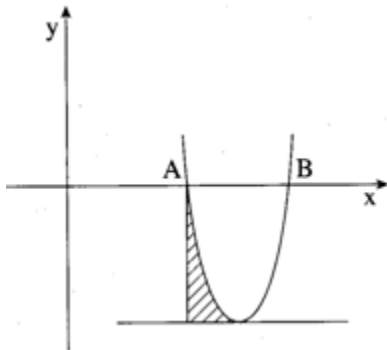


10) מועד קיץ ב' שנת 2007.  
נתונות שתי פונקציות:

$$y = -x^2 + 3x + 2$$

$$y = x^3 - 3x + 2$$

- א. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.  
ב. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות, השטח המקווקו בציור.



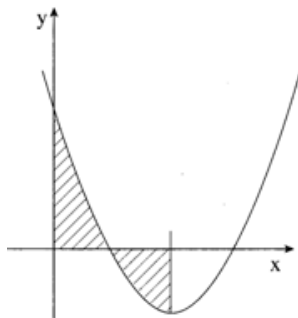
11) מועד חורף שנת 2008.

$$y = x^2 - 10x + 21$$

- חותכת את ציר ה- $x$  בנקודות A ו-B. בנקודה A העבירו אנך לציר ה- $x$ , ובנקודת המינימום של הפרבולה העבירו משיק לפרבולה (ראה ציור).

- א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.  
ב. מצא את משוואת המשיק.

- ג. מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי המשיק ועל ידי האנך (השטח המקווקו בציור).



12) מועד קיץ א' שנת 2008.

$$y = x^2 - 4x + a$$

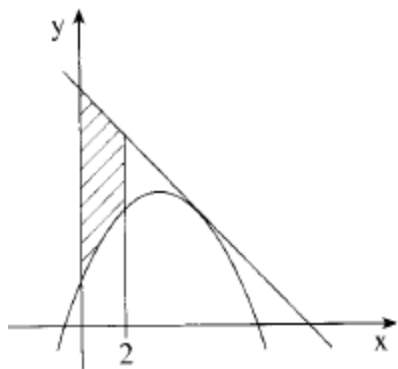
(ראה ציור).  $a$  הוא פרמטר.

- א. 1. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת המינימום של הפונקציה.

2. נתון כי בנקודת המינימום של הפונקציה:  $y = -1$ .

מצא את ערך הפרמטר  $a$ .

- ב. דרך נקודת המינימום של הפונקציה העבירו אנך לציר ה- $x$  (ראה ציור). הצב בפונקציה את הערך של  $a$  שמצאת, ומצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה על ידי הצירים ועל ידי האנך (השטח המקווקו בציור).



13) מועד קיץ ב' שנת 2008.

נתונה הפונקציה  $f(x) = -x^2 + ax + a + 1$ ,

$a$  הוא פרמטר.

מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה

בנקודה שבה  $x = 5$  (ראה ציור).

שיפוע המשיק הוא  $-4$ .

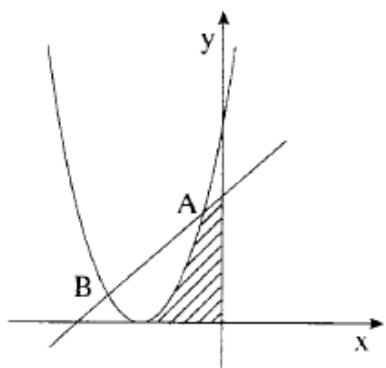
א. חשב את ערך הפרמטר  $a$ .

הצב את הערך של  $a$  שחישבת בסעיף א, ומצא:

ב. את משוואת המשיק.

ג. את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי המשיק, על ידי ציר

ה- $y$  ועל ידי הישר  $x = 2$  (השטח המקווקו בציור).



14) מועד חורף שנת 2009.

בציור מוצגת הפרבולה  $y = (x+3)^2$

ומוצג הישר  $y = x+5$ .

הפרבולה והישר נפגשים בנקודות A ו-B

(A מימין ל-B).

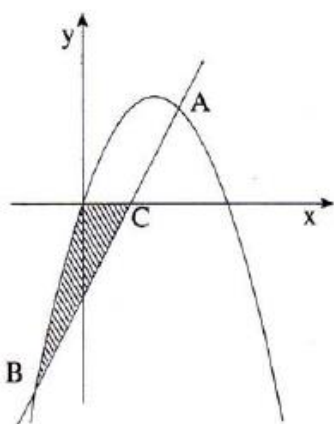
א. מצא את שיעור ה- $x$  של הנקודה A.

ב. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת המינימום

של הפרבולה.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה,

על ידי הישר, על ידי ציר ה- $y$  ועל ידי ציר ה- $x$  (השטח המקווקו בציור).



15) מועד קיץ א' שנת 2009.

בציור שלפניך מוצגת הפרבולה  $y = -x^2 + 6x$

ומוצג הישר  $y = 4x - 8$ .

הישר והפרבולה נחתכים בנקודות A ו-B,

A מימין ל-B.

א. 1. מצא את שיעור ה- $x$  של הנקודה B.

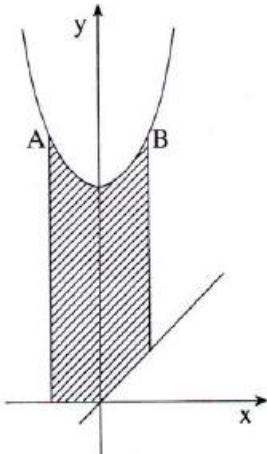
2. הישר חותך את ציר ה- $x$  בנקודה C.

מצא את שיעור ה- $x$  של הנקודה C.

ב. מצא את השטח המקווקו בציור (השטח המוגבל

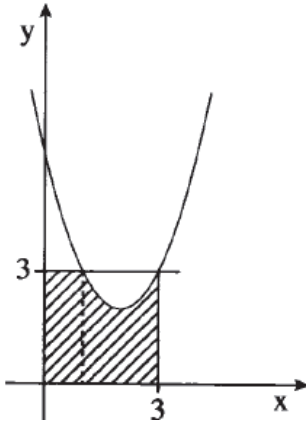
על ידי הפרבולה, על ידי הישר ועל ידי ציר ה- $x$ ).

16) מועד קיץ ב' שנת 2009.



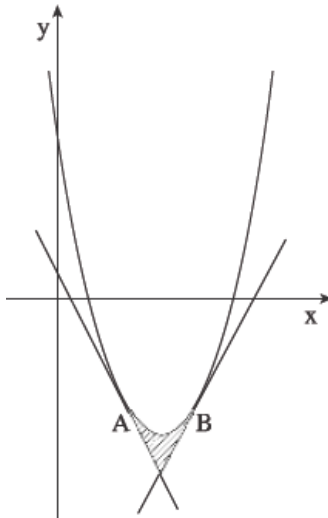
- נתונה פרבולה שמשוואתה  $f(x) = x^2 + 5$  (ראה ציור).  
 הישר  $y = 6$  חותך את הפרבולה בנקודות A ו-B.  
 א. מצא את שיעורי ה- $x$  של הנקודות A ו-B.  
 ב. העבירו ישר שמשוואתו  $y = x$ ,  
 ודרך הנקודות A ו-B העבירו  
 ישרים המקבילים לציר ה- $y$  (ראה ציור).  
 מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה,  
 על ידי הישר  $y = x$ , על ידי המקבילים לציר  
 ה- $y$  ועל ידי ציר ה- $x$  (השטח המקווקו בציור).

17) מועד חורף שנת 2010.

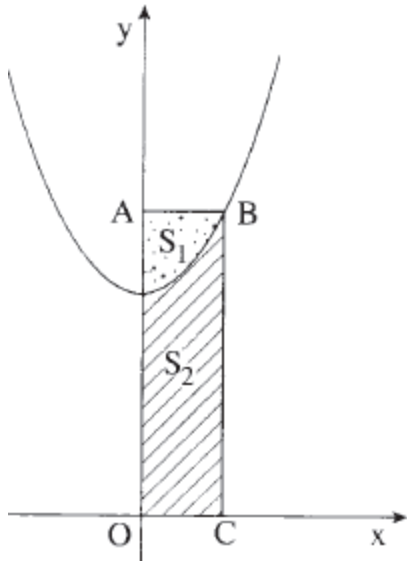


- נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 - 4x + 6$ .  
 מעבירים ישר  $y = 3$  (ראה ציור).  
 א. מצא את נקודות החיתוך של הישר  $y = 3$   
 עם גרף הפונקציה הנתונה.  
 ב. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$   
 על ידי הישר  $x = 3$ , על ידי הישר  $y = 3$   
 ועל ידי הצירים (השטח המקווקו בציור).

18) מועד קיץ א' שנת 2010.



- נתונה פרבולה שמשוואתה  $f(x) = x^2 - 6x + 5$   
 (ראה ציור).  
 משוואת הישר המשיק לפרבולה בנקודה A  
 היא  $y = -2x + 1$ .  
 משוואת הישר המשיק לפרבולה בנקודה B  
 היא  $y = 2x - 11$ .  
 א. מצא את שיעור ה- $x$  של הנקודה A,  
 ואת שיעור ה- $x$  של הנקודה B.  
 ב. מצא את השטח המוגבל על ידי המשיקים  
 ועל ידי הפרבולה (השטח המקווקו בציור).



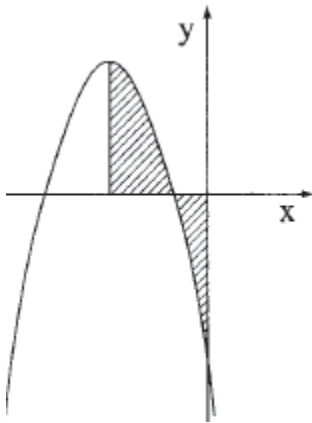
19) מועד קיץ ב' שנת 2010.

נתונה הפרבולה  $f(x) = x^2 + 4$ .

מהנקודה B, הנמצאת על הפרבולה ברביע הראשון, העבירו אנך BC לציר ה-x ואנך BA לציר ה-y (ראה ציור). שיעורי הנקודה A הם (0,5).

- א. מצא את משוואת הישר AB.
- ב. מצא את שיעורי הנקודה B.
- ג. הפרבולה מחלקת את שטח המלבן ABCO (O – ראשית הצירים) לשני שטחים:  $S_1$  (השטח המנוקד בציור), ו-  $S_2$  (השטח המקווקו בציור).

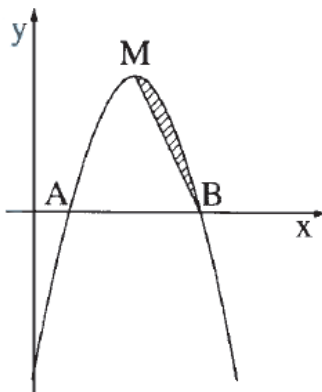
חשב את היחס  $\frac{S_1}{S_2}$ .



20) מועד חורף שנת 2011.

נתונה הפונקציה  $y = -x^2 - 6x - 5$  (ראה ציור).

- א. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה.
- ב. דרך נקודת המקסימום של הפונקציה העבירו אנך לציר ה-x (ראה ציור). חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי האנך ועל ידי הצירים (השטח המקווקו בציור).



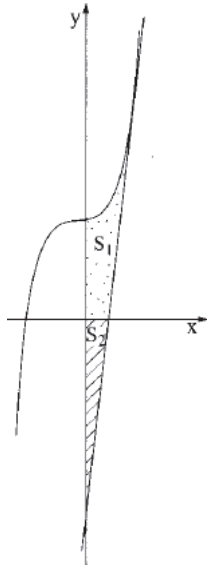
21) מועד קיץ א' שנת 2011.

גרף הפרבולה  $y = -x^2 + 6x - 5$

חותך את ציר ה-x בנקודות A ו-B (ראה ציור). הנקודה M היא נקודת המקסימום של הפרבולה.

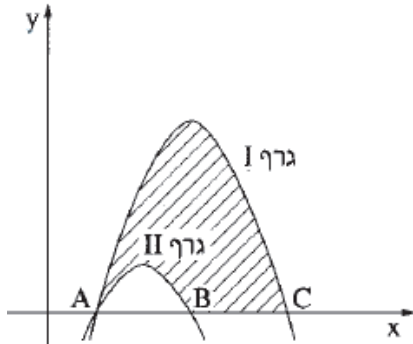
- א. מצא את שיעורי הנקודות M ו-B.
- ב. מצא את משוואת הישר MB.
- ג. חשב את השטח המוגבל על ידי הפרבולה ועל ידי הישר MB (השטח המקווקו בציור).

22) מועד חורף שנת 2012.



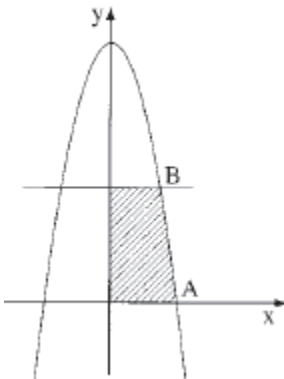
- בציור שלפניך מוצג גרף הפונקציה  $f(x) = x^3 + 4$ .  
 בנקודה שבה  $x = 2$  העבירו משיק לגרף הפונקציה.
- מצא את משוואת המשיק.
  - מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- $x$ .
  - נסמן ב- $S_1$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק (שאת משוואתו מצאת בסעיף א), ציר ה- $x$  וציר ה- $y$  (השטח המנוקד בציור).
  - נסמן ב- $S_2$  את השטח המוגבל על ידי המשיק, ציר ה- $x$  וציר ה- $y$  (השטח המקווקו בציור).
- הראה כי  $S_1 = S_2$ .

23) מועד קיץ א' שנת 2012.



- בציור שלפניך נתונים הגרפים של הפונקציות:  
 $f(x) = -x^2 + 4x - 3$   
 $g(x) = -x^2 + 6x - 5$
- שני הגרפים חותכים את ציר ה- $x$  בנקודה A.  
 גרף I חותך את ציר ה- $x$  גם בנקודה C.  
 גרף II חותך את ציר ה- $x$  גם בנקודה B.
- מצא את שיעורי הנקודות A, B ו-C.
  - קבע איזו מבין הפונקציות מתאר גרף I, ואיזה מהן מתאר גרף II. נמק.
  - מצא את השטח המוגבל על ידי גרף I, על ידי גרף II ועל ידי ציר ה- $x$  (השטח המקווקו בציור).

24) מועד קיץ ב' שנת 2012.

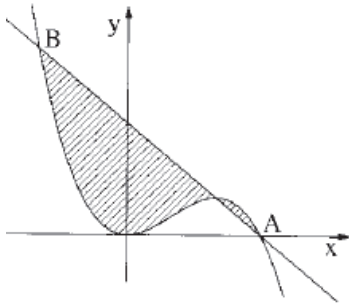


- בגרף שלפניך מוצג גרף הפונקציה  $f(x) = -x^2 + 16$ .
- A היא אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ . B היא אחת מנקודות החיתוך של הישר  $y = 7$  עם גרף הפונקציה (כמתואר בציור).
- מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
  - מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי הישר  $y = 7$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי ציר ה- $y$  (השטח המקווקו בציור).

25) מועד חורף שנת 2013.

נתונה הפונקציה  $f(x) = -4x^3 + 6x^2$ .

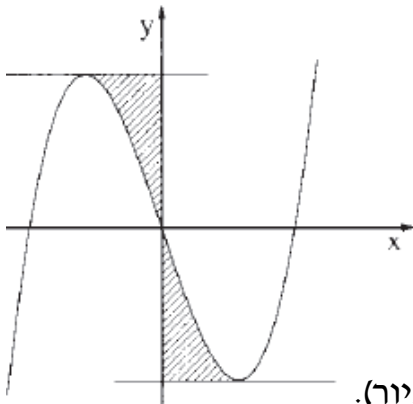
- א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- ב. גרף הפונקציה חותך את ציר ה- $x$  בנקודה A (אינה ראשית הצירים). מצא את שיעורי הנקודה A.



- ג. משוואת הישר העובר דרך נקודת המקסימום של הפונקציה ודרך הנקודה A היא  $y = -4x + 6$ . הישר חותך את גרף הפונקציה בנקודה B(-1,10). חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה ועל ידי הישר AB (השטח המקווקו).

26) מועד קיץ א' שנת 2013.

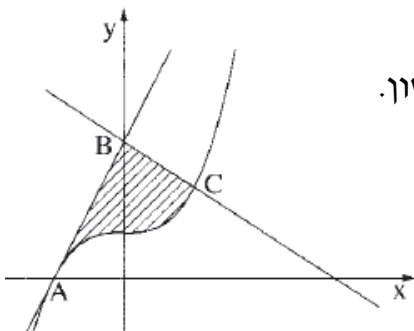
נתונה הפונקציה  $f(x) = x^3 - 3x$  (ראה ציור).



- א. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן על פי הציור. העבירו משיק אחד לגרף הפונקציה דרך נקודת המקסימום שלה, והעבירו משיק אחר לגרף הפונקציה דרך נקודת המינימום שלה.
- ב. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק בנקודת המקסימום, על ידי המשיק בנקודת המינימום ועל ציר ה- $y$  (השטח המקווקו בציור).

27) מועד קיץ ב' שנת 2013.

נתונה הפונקציה  $f(x) = x^3 + 1$ .



- א. נקודה C נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$  ברביע הראשון. שיפוע הישר, המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה C, הוא 3. מצא את השיעורים של הנקודה C.
- גרף הפונקציה חותך את ציר ה- $x$  בנקודה A. הישר  $y = 3x + 3$  עובר דרך הנקודה A, וחותך את ציר ה- $y$  בנקודה B, כמתואר בציור.

- ב. מצא את השיעורים של הנקודה B, ומצא את משוואת הישר BC.
- ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי הישר BA (BA) משיק ל- $f(x)$  ועל ידי הישר BC (השטח המקווקו בציור).

## תשובות סופיות:

(1) א.  $A(1,4)$  ב.  $0.75$  (2)  $S=1\frac{1}{3}$  (3) א.  $(3,4)$  ב.  $y=4$  ג.  $S=6\frac{2}{3}$

(4) א.  $(1,11)$  ב.  $S=25\frac{1}{3}$  (5) א.  $x_B=-3, x_A=3$  ב.  $S=14\frac{2}{3}$

(6) א.  $x=2$  ב.  $y=-x^2+4x$  ג.  $(4,0), (0,0)$  ד.  $S=10\frac{2}{3}$

(7) א.  $\min(1,0), \max(-1,4)$  ב.  $S=\frac{3}{4}$  (8) א.  $(1, \frac{1}{2})$  ב.  $S=\frac{1}{2}$

(9) א.  $a=6$  ב.  $B(6,0)$  ג.  $S=25\frac{1}{3}$  (10) א.  $x_1=-3, x_2=0, x_3=2$  ב.  $S=15\frac{3}{4}$

(11) א.  $B(7,0), A(3,0)$  ב.  $y=-4$  ג.  $S=2\frac{2}{3}$  (12) א.  $x=2$  ב.  $a=3$  ג.  $S=2$

(13) א.  $a=6$  ב.  $y=-4x+32$  ג.  $S=32\frac{2}{3}$  (14) א.  $-1$  ב.  $-3$  ג.  $\frac{1}{6}$

(15) א.  $-2$  ב.  $-2$  ג.  $\frac{1}{3}$  (16) א.  $x_A=-1, x_B=1$  ב.  $\frac{10}{6}$

(17) א.  $(1,3), (3,3)$  ב.  $7\frac{2}{3}$  (18) א.  $x_B=4, x_A=2$  ב.  $S=\frac{2}{3}$

(19) א.  $y=5$  ב.  $B(1,5)$  ג.  $\frac{S_1}{S_2}=\frac{2}{13}$  (20) א.  $(-3,4)$  ב.  $S=7\frac{2}{3}$

(21) א.  $M(3,4), B(5,0)$  ב.  $y=-2x+10$  ג.  $S=1\frac{1}{3}$

(22) א.  $y=12x-12$  ב.  $(1,0)$

(23) א.  $C(5,0), B(3,0), A(1,0)$  ב.  $g(x)$  מתאר את גרף I,  $f(x)$  מתאר את גרף II ג.  $S=9\frac{1}{3}$

(24) א.  $B(3,7), A(4,0)$  ב.  $S=24\frac{2}{3}$

(25) א.  $\max(1,2), \min(0,0)$  ב.  $A(1\frac{1}{2}, 0)$  ג.  $S=8.1875$

(26) א.  $\max(-1,2), \min(1,-2)$  ב.  $S=1\frac{1}{2}$

(27) א.  $C(1,2)$  ב.  $B(0,3)$  ג.  $y=-x+3$  ד.  $S=2$