

# פתרון בגריות במתמטיקה לשאלון 482

## פרק 5

### פתרון בודאו של בחינות 2019

1	.....	מועד חורף
4	.....	קיץ מועד א
7	.....	קיץ מועד ב

## בגרות חורף 2019:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונה סדרה הנדסית  $a_n$  שבה  $a_2 = 6$ ,  $a_5 = 162$ .

א. מצא את מנת הסדרה ואת  $a_1$ .

סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה הוא 1640.

ב. מצא את מספר האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה.

נתון כי מספר האיברים בסדרה הוא אי-זוגי.

ג. מצא את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה.

הסדרה  $b_n$  היא סדרה הנדסית אין-סופית, ובה:  $b_1 = \frac{5}{a_1}$ ,  $b_2 = \frac{5}{a_2}$ .

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את מנת הסדרה  $b_n$ .

ii. מצא את סכום הסדרה  $b_n$ .

2) נתונה קובייה  $ABCDA'B'C'D'$ . אורך צלע הקובייה הוא  $a$ .

האלכסונים  $AC'$  ו- $BD'$  חוצים זה את זה בנקודה  $O$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הבע באמצעות  $a$  את אורך אלכסון הבסיס,  $AC$ .

ii. מצא את גודל הזווית בין האלכסון  $AC'$

ובין המישור  $ABCD$ .

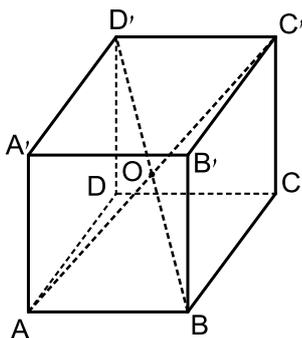
ב. הבע באמצעות  $a$  את אורך אלכסון הקובייה,  $AC'$ .

ג. מצא את גודל הזווית החדה שבין האלכסונים  $AC'$  ו- $BD'$ .

ד. הבע את שטח המשולש  $AOB$  באמצעות  $a$ .

נתון כי שטח המשולש  $AOB$  הוא  $4\sqrt{2}$ .

ה. חשב את  $a$ .



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה (  $\frac{2}{3}$  נקודות) 66**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

**(3) נתונה הפונקציה  $f(x) = \sin^2 x + 6$  בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .**

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. סרטט במערכת צירים נפרדת סקיצה של גרף הנגזרת  $f'(x)$

בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

ii. חשב את השטח שבין גרף הנגזרת  $f'(x)$  ובין ציר ה- $x$

בתחום  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

**(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = (x+2)e^{x+3}$ .**

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצא את התחום שבו הפונקציה  $f(x)$  חיובית.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + a$ ,  $a$  הוא פרמטר.

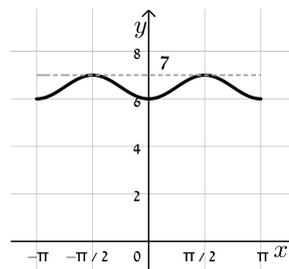
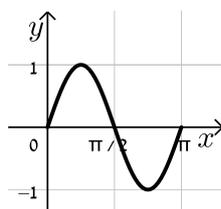
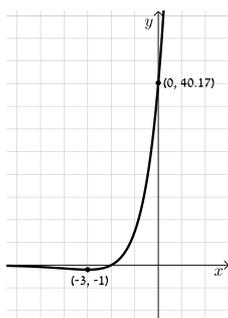
נתון כי גרף הפונקציה  $g(x)$  משיק לישר  $y = \frac{1}{2}$ .

ה. מצא את  $a$ . נמק.

- 5 נתונה הפונקציה  $f(x) = 2\ln(x) + 2\ln(x^2) - 3$  (5)
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ג. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. הוסף בקו מקווקו למערכת הצירים שסרטטת בסעיף ד סקיצה של גרף הפונקציה  $-f(x)$ .

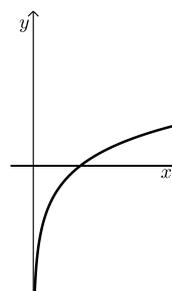
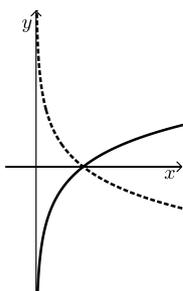
**תשובות סופיות:**

- 1 א.  $a_1 = 2, q = 3$  ב. 4 ג. 546 ד.  $\frac{1}{3}$  (i) ד. 3.75 (ii) (1)
- 2 א.  $a\sqrt{2}$  (i) א.  $35.264^\circ$  (ii) ב.  $a\sqrt{3}$  ג.  $70.529^\circ$  ד.  $0.354a^2$  ה.  $a = 4$  (2)
- 3 א.  $(0, 6)$  ב.  $\min(-\pi, 6), \max\left(-\frac{\pi}{2}, 7\right), \min(0, 6), \max\left(\frac{\pi}{2}, 7\right), \min(\pi, 6)$  ג. להלן סקיצה: ד. להלן סקיצה: (i) ד. 1 יח"ר. (ii) ד. (3)



- 4 א. כל  $x$  ב.  $x > -2$  ג.  $\min(-3, -1)$  ד. סקיצה בצד: ה.  $a = 1.5$  (4)

- 5 א.  $x > 0$  ב.  $(\sqrt{e}, 0)$  ג. עליה: כל  $x > 0$ , ירידה: אף  $x$  ד. להלן סקיצה: ה. להלן סקיצה: (5)



## בגרות קיץ 2019 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1)  $a_n$  היא סדרה חשבונית שהאיבר הראשון שלה הוא  $a_1$  וההפרש שלה הוא 4.

$b_n$  היא סדרה המוגדרת כך:  $b_n = a_n + 8n$ .

א. הוכח כי  $b_n$  היא סדרה חשבונית ומצא את ההפרש שלה.

$c_n$  היא סדרה המוגדרת כך:  $c_n = a_n + b_n$ .

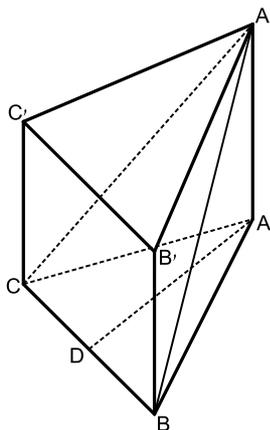
ב. הוכח כי  $c_n$  היא סדרה חשבונית.

נתון:  $a_1 = \frac{1}{2}$ .

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את  $c_1$ .

ii. מצא את סכום 20 האיברים הראשונים בסדרה  $c_n$ .



(2) ABCA'B'C' היא מנסרה משולשת וישרה שבסיסה

הוא משולש שווה שוקיים ( $AC = AB$ ).

הנקודה D היא אמצע הקטע CB (ראה ציור).

נתון:  $\angle CAB = 40^\circ$ ,  $AD = 12$ .

א. חשב את אורך הצלע CB.

ב. הסבר מדוע המשולש CA'B' הוא משולש שווה שוקיים.

נתון כי שטח המשולש CA'B' הוא 80.

ג. חשב את גודל הזווית שבין הקטע DA' ובין

בסיס המנסרה, ABC.

ד. חשב את נפח המנסרה ABCA'B'C'.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה (  $\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

**3** הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

נתון:  $f(0) = 0.75$ ,  $f'(x) = -3\sin 2x$ .

פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ , מוגדרת גם היא בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

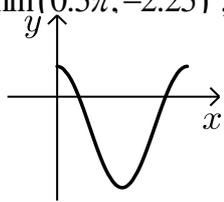
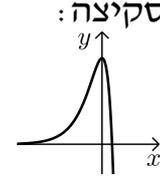
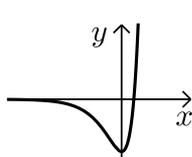
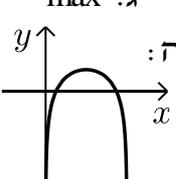
- א. מצא ביטוי אלגברי לפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון, וקבע את סוגן.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$  בתחום שבין נקודות החיתוך שמצאת בסעיף ב.

**4** נתונה הפונקציה:  $f(x) = -3e^x(2e^x - 4)$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. נתונה הפונקציה:  $g(x) = -\frac{1}{2}f(x)$ .
  - i. כתוב מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגה.
  - ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

- 5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \ln(-x^2 + ax)$ , שתחום ההגדרה שלה הוא  $0 < x < a$ .
- א. הראה כי שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  הוא  $\frac{a}{2}$ .
- ב. מצא את  $a$ .
- ג. קבע את הסוג של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .
- ד. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ . בתשובתך השאר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- ii. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ .
- iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

### תשובות סופיות:

- 1 א. הוכחה ( $d=12$ ). ב. הוכחה ( $d=16$ ). ג. 9. (i). ג. 3,220. (ii). ד. 725.354 יח"ק
- 2 א. 8.73. ב. הסבר.
- 3 א.  $f(x) = 1.5 \cos 2x - 0.75$ . ב.  $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right), \left(\frac{5\pi}{6}, 0\right)$ . ג.  $\max(0, 0.75), \min(0.5\pi, -2.25), \max(\pi, 0.75)$ . ד. להלן סקיצה:  ה. 2.87 יח"ר.
- 4 א. כל  $x$ . ב.  $(0, 6), (\ln 2, 0)$ . ג.  $\max(0, 6)$ . ד. להלן סקיצה:  ה. (i).  $\min(0, -3)$ . ה. (ii). להלן סקיצה: 
- 5 א. הוכחה. ב. 3. ג.  $\max$ . ד. (ii)  $x=0, x=3$ . ד. (iii). להלן סקיצה:  ד. (i).  $(0.38, 0), (2.62, 0)$ .

## בגרות קיץ 2019 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונות שתי סדרות חשבוניות,  $a_n$  ו- $b_n$ .

נתון:  $a_1 = b_1$ .

הפרש הסדרה  $a_n$  הוא  $d$ , והפרש הסדרה  $b_n$  הוא  $d+1$ .

נתון:  $a_4$  גדול ב-2 מ- $b_3$ .

א. מצא את  $d$ .

ב. הראה כי:  $b_n = a_n + n - 1$ .

בכל אחת מן הסדרות  $a_n$  ו- $b_n$  יש  $n$  איברים.

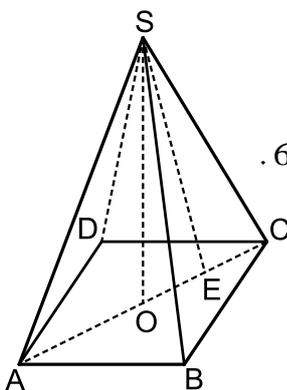
ג. הבע באמצעות  $n$  את ההפרש בין סכום כל האיברים בסדרה  $b_n$  ובין

סכום כל האיברים בסדרה  $a_n$ .

נתון: ההפרש בין סכום כל האיברים בסדרה  $b_n$  ובין סכום כל האיברים

בסדרה  $a_n$  הוא 780. סכום כל האיברים בסדרה  $a_n$  הוא 3040.

ד. מצא את  $a_1$ .



2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה הוא ריבוע.

נתון כי שטח בסיס הפירמידה הוא  $4a^2$ , הוא פרמטר חיובי.

א. הבע באמצעות  $a$  את אורך אלכסון הבסיס.

נתון כי הזווית שבין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה היא  $67^\circ$ .

ב. הבע באמצעות  $a$  את גובה הפירמידה, SO.

נתון כי נפח הפירמידה הוא 15.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את  $a$ .

ii. הנקודה E היא אמצע הקטע OC.

חשב את שטח המשולש ASE.

בתשובתך השאר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. חיברו את אמצעי צלעות הבסיס לקודקוד הפירמידה S,

כך שנוצרה פירמידה ישרה חדשה. חשב את נפח הפירמידה החדשה.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3 נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2 - \cos^2 x$  בתחום:  $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ .

א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

ב. האם יש לגרף הפונקציה  $f(x)$  נקודת חיתוך עם ציר ה- $x$ ? נמק.

ג. האם הפונקציה היא זוגית או אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית? נמק.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. נתונה הפונקציה:  $g(x) = f(x) + c$ ,  $c$  הוא פרמטר.

מצא בעבור אילו ערכים של  $c$ , גרף הפונקציה  $g(x)$  משיק לציר ה- $x$  (מצא את שני הערכים האפשריים).

4 נתונות הפונקציות:  $f(x) = e^{2x-1} - 1$ ,  $g(x) = e^{2-x} - 1$ .  $f(x)$  ו- $g(x)$  מוגדרות לכל  $x$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ii. הוכח כי הפונקציה  $f(x)$  עולה לכל  $x$ .

iii. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם הצירים.

ii. הוכח כי הפונקציה  $g(x)$  יורדת לכל  $x$ .

iii. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $g(x)$ .

ג. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$

ושל גרף הפונקציה  $g(x)$ .

ד. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

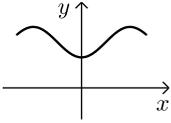
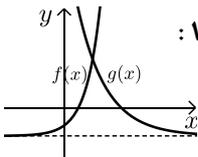
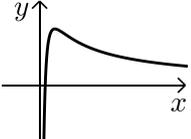
ה. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$

ועל ידי ציר ה- $x$ . תוכל להשאיר  $e$  בתשובתך או לדייק עד 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{1 + \ln x}{ax}$ ,  $a > 0$  הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה.
- ד. רשום את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- נתון כי שיעור ה- $y$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  הוא  $\frac{1}{4}$ .
- ה. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מצא את  $a$ .
- ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f(x)$ .
- ו. רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  וקבע את סוגה. נמק את תשובתך.

### תשובות סופיות:

- 1 א.  $d = 4$  ב. הוכחה. ג.  $\frac{n(n-1)}{2}$  ד.  $a_1 = -2$
- 2 א.  $2\sqrt{2a}$  ב.  $3.33a$  ג. (i).  $a = 1.5$  ג. (ii).  $7.95$  ד.  $7.5$
- 3 א.  $\min\left(\frac{-2\pi}{3}, 1.75\right)$ ,  $\max\left(\frac{-\pi}{2}, 2\right)$ ,  $\min(0, 1)$ ,  $\max\left(\frac{\pi}{2}, 2\right)$ ,  $\min\left(\frac{2\pi}{3}, 1.75\right)$
- ב. לא. ג. זוגית. ד. להלן סקיצה:  ה.  $c = -1$ ,  $c = -2$
- 4 א. (i).  $(0.5, 0)$ ,  $(0, -0.63)$  א. (ii) הוכחה. א. (iii)  $y = -1$  שמאל
- ב. (i)  $(0, 6.39)$ ,  $(2, 0)$  ב. (ii) הוכחה. ב. (iii)  $y = -1$  ימין
- ג. להלן סרטוט:  ד.  $(1, 1.72)$  ה.  $1.07$  יח"ר.
- 5 א.  $x > 0$  ב.  $\left(\frac{1}{e}, 0\right)$  ג.  $x = 1$ , מקסימום.
- ד. עלייה:  $0 < x < 1$ ; ירידה:  $x > 1$
- ה. (ii). להלן סקיצה:  ה. (i).  $a = 4$  ו.  $\min(1, -0.25)$