

# פתרון בגריות במתמטיקה לשאלון 482

## פרק 6

### פתרון בודאו של בחינות 2018

1	מועד חורף
5	קיץ מועד א
8	קיץ מועד ב

## בגרות חורף 2018:

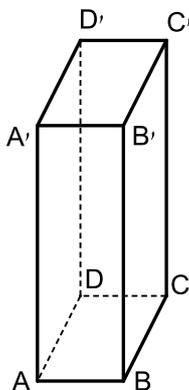
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) נתונה סדרה הנדסית אין-סופית שכל איבריה חיוביים.  
האיבר השלישי בסדרה גדול פי 8 מן האיבר השישי בסדרה.  
א. פי כמה גדול סכום כל איברי הסדרה מסכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים?  
ב. סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים הוא 2. חשב את הערך של האיבר השלישי בסדרה הנתונה.

- (2) נתונה תיבה  $ABCD A'B'C'D'$  שבסיסה,  $ABCD$ , הוא ריבוע (ראה ציור).  
נתון:  $AA' = 3a$ ,  $AB = a$ .



- א. ענה על הסעיפים הבאים:  
i. הבע באמצעות  $a$  את  $AC$  ואת  $AD'$ .  
ii. הסבר מדוע  $AD' = CD'$ .  
ב. מצא את גודל הזווית  $AD'C$ .  
ג. הבע באמצעות  $a$  את שטח המשולש  $AD'C$ .  
ד.  $D'E$  הוא גובה במשולש  $AD'C$ . מצא את גודל הזווית שבין  $D'E$  לבין בסיס התיבה  $ABCD$ .

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$  בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$

עם הצירים בתחום הנתון.

ii. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון,

וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי הישר  $x = \pi$

ועל ידי ציר ה- $x$  בתחום  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ .

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 4^{2x} - 4^x - 2$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

ii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

iii. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.

בציור שלפניך סרטוט של גרף הפונקציה  $g(x) = -2f(x)$ .

לפונקציה  $g(x)$  יש אסימפטוטה שמשוואתה  $y = 4$ .

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

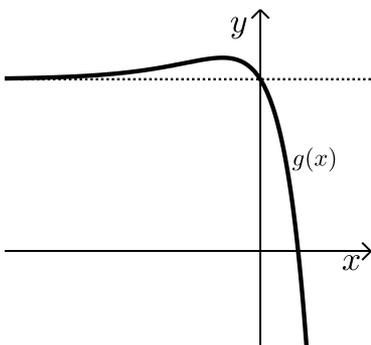
i. מה הם שיעורי נקודת הקיצון של

הפונקציה  $g(x)$ ?

ii. מהי משוואת האסימפטוטה האופקית

של הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .



(5) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{2\ln x + 3}{3}$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?
- ii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- iii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- iv. כתוב את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה  $f(x)$ .
- v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. כתוב את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ .
  - ii. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .
- $1 < b$  הוא פרמטר. השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי ציר ה- $x$ , על ידי הישר  $x=1$  ועל ידי הישר  $x=b$  שווה ל- $\ln 4$ .
- ג. מצא את הערך של  $b$ .

תשובות סופיות:

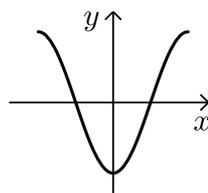
1) א. פי 3.      ב.  $a_3 = \frac{3}{8}$ .

2) א. (i).  $AD' = a\sqrt{10}$ ,  $AC = a\sqrt{2}$ .      ב.  $\angle AD'C = 25.84^\circ$ .

ג.  $S_{\Delta ADC} = 2.179a^2$ .      ד.  $76.74^\circ$ .

3) א. (i).  $(0, -3)$ ,  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, 0)$ .      א. (ii). מקסימום:  $(\pi, 3)$ ,  $(-\pi, 3)$ , מינימום  $(0, -3)$ .

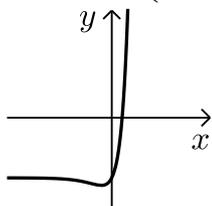
ב. להלן סרטוט:



4) א. (i). כל  $x$ .      א. (ii).  $(\frac{1}{2}, 0)$ ,  $(0, -2)$ .

א. (iii). מינימום:  $(-\frac{1}{2}, -2.25)$ .      ב. (i). מקסימום:  $(-\frac{1}{2}, 4.5)$ .

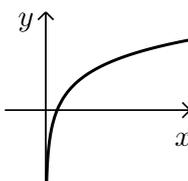
ב. (ii).  $y = -2$ .      ב. (iii). להלן סרטוט:



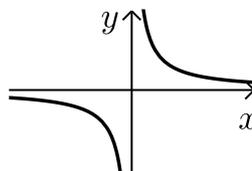
5) א. (i).  $x > 0$ .      א. (ii).  $(0.223, 0)$ .

א. (iii). עלייה:  $x > 0$ , ירידה: אין.      א. (iv).  $x = 0$ .

א. (v). להלן סקיצה:      ב. (i).  $y = 0$ ,  $x = 0$ .



ב. (ii). סרטוט:      ג.  $b = 8$ .



## בגרות קיץ 2018 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) הסדרה  $a_n$  מוגדרת באופן הזה:  $a_{n+1} = a_n + 3$ ,  $a_1 = 0$ .

הסדרה  $b_n$  מוגדרת על ידי הכלל:  $b_n = a_n + a_{n+1}$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הוכח:  $b_n = 2a_n + 3$ .

ii. הוכח שהסדרה  $b_n$  היא סדרה חשבונית, ומצא את ההפרש שלה ואת  $b_1$ .

נתון:  $b_1 + b_m = 120$ .

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את  $m$ .

ii. חשב את הסכום:  $b_{m+1} + b_{m+2} + \dots + b_{2m}$ .

(סכום האיברים בסדרה  $b_n$  החל מהאיבר  $b_{m+1}$  ועד האיבר  $b_{2m}$ , כולל).

(2) ABCDE היא פירמידה ישרה שבסיסה הוא ריבוע, כמתואר באיור.

נתון: EM הוא גובה של הפירמידה, והוא שווה באורכו לאלכסון הבסיס.

נסמן:  $AB = a$ .

א. חשב את גודל הזווית בין מקצוע צדדי בפירמידה

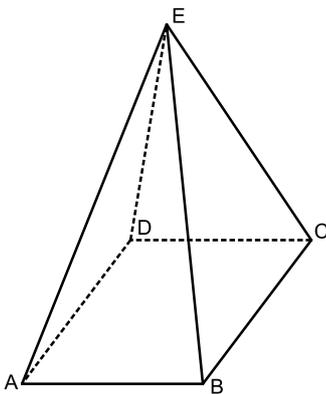
ובין בסיס הפירמידה.

EK הוא גובה בפאה צדדית של הפירמידה.

ב. חשב את גודל הזווית בין EK ובין בסיס הפירמידה.

ג. נתון: שטח המעטפת של הפירמידה הוא 36.75 סמ"ר.

חשב את  $a$ .



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (3)** הפונקציה  $f'(x) = 2\sin 2x$  היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$ .  
ענה על הסעיפים א-ה בעבור התחום:  $0 \leq x \leq \pi$ .
- א. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון, וקבע את סוגן.  
גרף הפונקציה  $f(x)$  עובר בנקודה  $(0, -2)$ .
- ב. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי הישר  $x = \pi$ , על ידי ציר ה- $y$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

- (4)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = ae^x - 9e^{-x}$ .  $a$  הוא פרמטר.
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = \ln 3$  הוא 6.
- ב. מצא את  $a$ . פרט את חישוביך.  
הצב  $a = 1$  וענה על הסעיפים ג-ד.
- ג. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- ii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הצירים.

5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{2x}{\ln(x)-2}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. האם גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את הצירים? אם כן, מצא את נקודות החיתוך. אם לא, נמק.
- ii. לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אנכית אחת. מצא את משוואתה.
- iii. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.
- iv. מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- v. חשב את  $f(0.1)$  וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g'(x) = f(x)$ .
- ג. מהו תחום העלייה של הפונקציה  $g(x)$ ?

**תשובות סופיות:**

1 א. (i) הוכחה. א. (ii)  $b_1 = 3, d = 6 \leftarrow b_{n+1} - b_n = 6$

ב. (i)  $m = 20$  ב. (ii) 3,600

2 א.  $63.435^\circ$  ב.  $70.529^\circ$  ג. 3.5 ס"מ.

3 א.  $x = 0$  מינימום קצה,  $x = \frac{\pi}{2}$  מקסימום,  $x = \pi$  מינימום קצה.

ב.  $f(x) = -\cos 2x - 1$  ג.  $(\frac{\pi}{2}, 0)$  ד. ה.  $\pi$  יח"ר.

4 א. כל  $x$ . ב.  $a = 1$  ג. (ii) עליה: כל  $x$ , ירידה: אין. ד. 4 יח"ר.

ג. (i)  $(\ln 3, 0), (0, -8)$  ג. (iii) להלן סקיצה:

5 א.  $x > 0, x \neq e^2$  ב. (i) לא. ב. (ii)  $x = e^2$  ב. (iii)  $(e^3, 40.17)$  מינימום.

ב. (iv) עליה:  $x > e^3$ , ירידה:  $0 < x < e^2$  או  $e^2 < x < e^3$

ב. (v)  $f(0.1) = -0.046$ , הסרטוט:

## בגרות קיץ 2018 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונות שתי סדרות הנדסיות אין סופיות,  $a_n$  ו- $b_n$ .

המנה שלה הסדרה  $a_n$  היא  $q$ , והמנה של הסדרה  $b_n$  היא  $3q$ .

נתון:  $a_1 = b_1$ .

נסמן את סכום איברי הסדרה  $a_n$  ב- $S$  ואת סכום איברי הסדרה  $b_n$  ב- $T$ .

( $S$  ו- $T$  הם מספרים ממשיים).

נתון:  $\frac{S}{T} = \frac{6}{7}$ .

א. חשב את  $q$ .

נתון:  $a_4 = 5$ .

ב. חשב את  $b_4$ .

(2) ABCDA'B'C'D' היא קובייה שאורך המקצוע שלה הוא  $a$  (ראה ציור).

א. הסבר מדוע המשולש A'BD הוא משולש שווה צלעות.

A'M הוא גובה במשולש A'BD.

ב. חשב את גודל הזווית בין A'M ובין הפאה ABCD.

נתון: שטח המשולש A'BD הוא  $8\sqrt{3}$ .

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

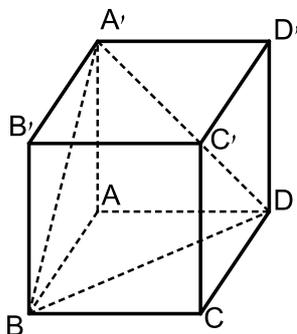
i. חשב את  $a$ .

ii. AA'BD היא פירמידה.

חשב את שטח הפנים שלה.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי

הנקודה העשרונית.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה (  $\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3 נתונה הפונקציה  $f(x) = 2 \cdot \sin x + \cos(2x)$ , המוגדרת בתחום  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

ענה על הסעיפים א-ב בעבור התחום הנתון.

א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

הישר  $y = k$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון בנקודת המקסימום שלה.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את  $k$ .

ii. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $y$ ,

ועל ידי הישר  $y = k$  ועל ידי הישר  $x = \frac{\pi}{2}$ .

4 נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{a - e^x}{e^{2x}}$ .  $a > 0$  הוא פרמטר.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

ii. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים

(אם יש כאלה). אם יש צורך, הבע באמצעות  $a$ .

נתון: גרף הפונקציה  $f(x)$  עובר בראשית הצירים.

ב. מצא את  $a$ .

הצב את הערך של  $a$  שמצאת וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. ענה העל הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה.

ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g'(x) = f(x)$ .

ד. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגה.

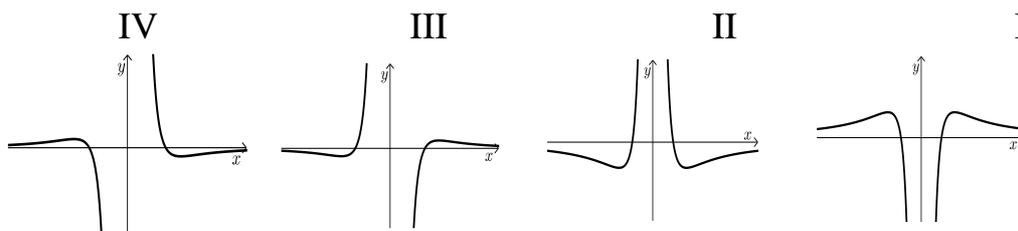
5 נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x^2}$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ii. מצא את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה  $f(x)$ .
- iii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- iv. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
- v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- vi. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. לפניך ארבעה גרפים (I-IV).

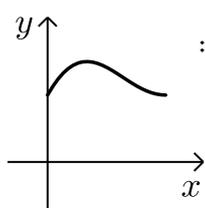
איזה מהם הוא הגרף של פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ ? נמק.



תשובות סופיות:

1 א.  $q = \frac{1}{15}$  ב.  $b_4 = 135$

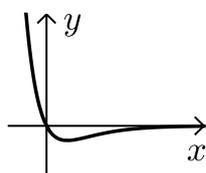
2 א. צלעות המשולש הן אלכסונים של שלושה ריבועים זהים, ולכן הוא שווה צלעות.  
 ב.  $54.735^\circ$  ג. (i) 4 ס"מ  $a =$  ג. (ii) 37.856 סמ"ר.



3 א.  $\min(0,1)$ ,  $\min\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$ ,  $\max\left(\frac{\pi}{6}, \frac{3}{2}\right)$  ב. להלן סקיצה:

ג. (i)  $k = \frac{3}{2}$  ג. (ii) 0.356 יח"ש  $= \frac{3\pi}{4} - 2$

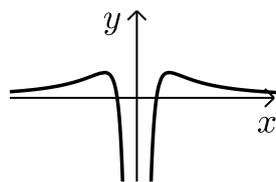
4 א. (i) כל  $x$  א. (ii)  $(\ln a, 0)$ ,  $(0, a-1)$  ב.  $a = 1$



ג. (ii) להלן סקיצה: ג. (i)  $\min\left(\ln 2, -\frac{1}{4}\right)$

ד. מקסימום,  $x = 0$

5 א. (i)  $x \neq 0$  א. (ii)  $x = 0$  א. (iii)  $(-1, 0)$ ,  $(1, 0)$



א. (v) להלן סקיצה: א. (iv)  $\max\left(\sqrt{e}, \frac{1}{e}\right)$ ,  $\max\left(-\sqrt{e}, \frac{1}{e}\right)$

א. (vi) חיוביות:  $x < -1$ ,  $1 < x$ , שליליות:  $-1 < x < 0$ ,  $0 < x < 1$  ב. גרף IV.