# תרגול 5 יחידות לתלמידי קידום

## פרק 65

# שאלון 807 בגרויות שנת 2019


מועד חורף ..... 1
קיץ מועד א ..... 5
קיץ מועד ב ..... 10

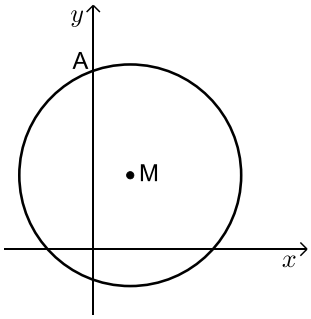
# בגרות חורף 2019:

## פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

**שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.**

**1)** מעגל שמרכזו M חותך את החלק החיובי של ציר ה- $y$ בנקודה A, כמתואר בציור שלפניך. ממרכז המעגל העבירו אנך לציר ה- $y$, החותך את הציר בנקודה E. נתון כי: $AE = 6$.




נתון גם כי מרחק הנקודה M מראשית הצירים הוא מחצית מן האורך של רדיוס המעגל.

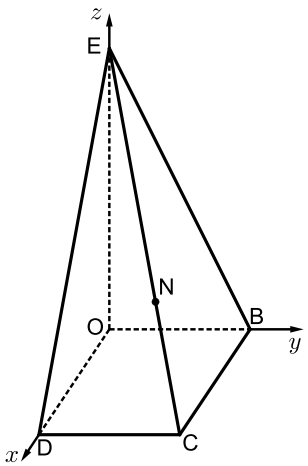
א. הוכח כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M המקיימות את נתוני השאלה נמצא על אליפסה, ומצא את משוואתה.

נסמן ב- $F_1$ וב- $F_2$ את מוקדי האליפסה שאת משוואתה מצאת בסעיף א. הנקודות $D_1$ ו- $D_2$ הן נקודות על האליפסה. שיעור ה- $y$ של $D_1$ חיובי ושיעור ה- $y$ של $D_2$ שלילי.

ב. (1) מצא את השטח הגדול ביותר האפשרי עבור המרובע $F_1D_1F_2D_2$.

(2) האם קיים מרובע $F_1D_1F_2D_2$ בעל היקף גדול יותר? נמק.

**2)** נתונה פירמידה OBCDE שבסיסה OBCD הוא ריבוע. המקצוע OE מאונך למישור הבסיס.
נתון: $OD = 4$, $OE = 12$.
מיקמו את הפירמידה במערכת צירים כך שהנקודה O היא ראשית הצירים והנקודות D, B, E נמצאות על הצירים $x, y, z$ בהתאמה (כמתואר בציור).




א. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישר EC.
הנקודה N נמצאת על המקצוע EC. מן הנקודה N מורידים אנך לבסיס הפירמידה החותך אותו בנקודה F.
מרחק הנקודה F מציר ה- $y$ הוא 3.

ב. מצא את שיעורי הנקודה N.

ג. מצא את גודל הזווית שבין המישור BCN ובין בסיס הפירמידה OBCD.

K היא נקודה על המקצוע EC כך ש-KOBCD היא פירמידה ישרה (OBCD בסיס הפירמידה).

ד. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישר שעליו מונח הגובה לבסיס מן הנקודה K.

**3)** ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא את כל הפתרונות של המשוואה: $z^3=\bar{z}\ ,\ z\neq 0\ ,\ z$ הוא מספר מרוכב.

ב. (1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור גאוס המקיימות: $z^2\cdot(\bar{z})^2=1$.

(2) הראה כי כל הפתרונות של המשוואה בסעיף א נמצאים על המקום הגאומטרי שמצאת בתת-סעיף ב(1).

ג. (1) את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצאת בסעיף א מסובבים בזווית $45°$ (נגד כיוון השעון). נתון שכל אחת מן הנקודות המתקבלות לאחר הסיבוב מתאימה למספר המקיים את המשוואה: $z^4=a$. מצא את $a$.

(2) את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצאת בסעיף א מסובבים בזווית $\alpha$ (נגד כיוון השעון). הוכח שסכום המספרים המתאימים לנקודות המתקבלות לאחר הסיבוב שווה ל-0.

## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

**שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.**

**4)** נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{ax}-e^x}{e^{ax}-3e^x+2}$, $a$ הוא פרמטר.

לפונקציה יש אסימפטוטה אנכית $x=\ln 2$.

א. מצא את $a$.

הצב את הערך של $a$ שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ה.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ והראה כי עבור כל $x\neq 0$ בתחום מתקיים: $f(x)=\frac{e^x}{e^x-2}$.

ג. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

מגדירים פונקציה $h(x)=\left|\frac{e^x}{e^x-2}-\frac{1}{2}\right|$.

ד. (1) רשום את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $h(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.

(3) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $h(x)$, על ידי ציר ה-$x$ ועל ידי הישר $x=\ln 8$ והישר $x=\ln 16$.

נתון: הפונקציה $h(x)$ סימטרית ביחס לישר $x=\ln 2$.

הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה $h(x)$, והן סימטריות ביחס לישר $x=\ln 2$.

שיעור ה-$x$ של הנקודה A הוא $\ln 8$.

ה. מצא את שיעורי הנקודה B.

**5)** $f(x)$ היא פונקציה גזירה לכל $x$ בתחום ההגדרה שלה.

א. הראה שלפונקציה $f(x)$ ולפונקציה $e^{f(x)}$ יש נקודות קיצון באותם שיעורי $x$, ונקודות הקיצון האלה הן מאותו סוג (מינימום או מקסימום).

נתון כי: $f(x)=x\ln\left(x^n\right)$, $n$ הוא פרמטר טבעי.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

התייחס לערכים שונים של $n$.

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-$x$.

התייחס לערכים שונים של $n$.

נתון: גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-$x$ בשתי נקודות.

ד. (1) הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא אי-זוגית.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם צריך - הבע באמצעות $n$).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ עבור $n=2$.

ה. היעזר בתשובתך על סעיף א, מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $e^{x\ln\left(x^n\right)}$ ($n$ טבעי), וקבע את סוגן אם צריך - הבע באמצעות $n$).

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{9}=1$ ב. (1) $S_{F_1D_1F_2D_2}=6\sqrt{3}$ (2) לא. היקף המרובע קבוע והוא $8\sqrt{3}$.

**2)** א. $EC:\ \underline{x}=(0,0,12)+t(1,1,-3)$ ב. $N(3,3,3)$

ג. $71.565°$ ד. $\underline{x}=(2,2,0)+s(0,0,1)$.

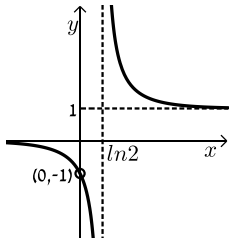
**3)** א. $1\ ,\ i\ ,\ -1\ ,\ -i$ ב. (1) $x^2+y^2=1$ (2) הוכחה.

ג. (1) $a=-1$ (2) הוכחה.

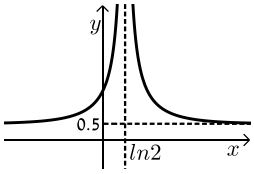
**4)** א. $a=2$ ב. $x\neq 0\ ,\ x\neq \ln 2$ ג. (1) $y=0\ ,\ y=1\ ,\ x=\ln 2$

(2) עולה: איו, יורדת: $x<0\ ,\ 0<x<\ln 2\ ,\ x>\ln 2$

(3) להלן סקיצה:




ד. (1) $x=\ln 2\ ,\ y=\frac{1}{2}$ (2) להלן סקיצה:



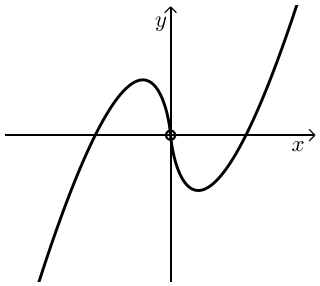

(3) 0.500724. ה. $B\left(-\ln 2,\frac{5}{6}\right)$.

**5)** א. הוכחה. ב. עבור $n$ אי-זוגי: $x>0$, עבור $n$ זוגי: $x\neq 0$.

ג. עבור $n$ אי-זוגי: $(1,0)$, עבור $n$ זוגי: $(-1,0)\ ,\ (1,0)$.

ד. (1) הוכחה. (2) $\min\left(\frac{1}{e},-\frac{n}{e}\right)\ ,\ \max\left(-\frac{1}{e},\frac{n}{e}\right)$

(3) להלן סקיצה:




ה. $\min\left(\frac{1}{e},e^{-\frac{n}{e}}\right)\ ,\ \max\left(-\frac{1}{e},e^{\frac{n}{e}}\right)$.

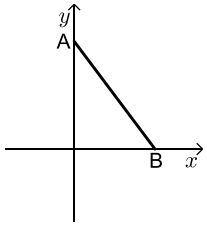
# בגרות קיץ 2019 מועד א':

## פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

**שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.**

**1)** אורך הקטע AB הוא 4.




נתון: הנקודה A נמצאת על ציר ה- $y$ והנקודה B נמצאת על ציר ה- $x$ (ראה ציור).

הנקודה M היא אמצע הקטע AB.

א. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי של כל הנקודות M שנבנו כך, וזהה את המקום הגאומטרי הזה.

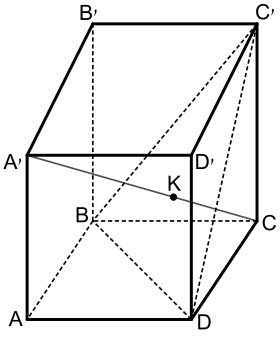
נתון: הנקודה L נמצאת על הקטע AB כך ש- $\frac{AL}{LB}=t$. $t>0$ הוא פרמטר.

ב. הבע באמצעות $t$ את המשוואה של המקום הגאומטרי של כל הנקודות L שנבנו כך, וזהה את המקום הגאומטרי הזה.

ג. בעבור איזה ערך של $t$ המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף ב מתלכד עם המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א? נמק.

ד. האם קיים $t>0$ שבעבורו המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף ב חותך את ציר ה- $x$ בנקודה $(5,0)$? נמק.

**2)** 'ABCDA'B'C'D היא קובייה שאורך צלעה הוא 6 (ראה ציור).




הנקודה B נמצאת על ראשית הצירים.

א. חשב את גודל הזווית שבין הקטע A'C ובין הקטע BC'.

ב. הוכח שהישר A'C מאונך למישור BC'D.

הנקודה K היא נקודת החיתוך של הישר A'C עם המישור BC'D.

ג. מצא את היחס $\frac{A'K}{A'C}$.

הנקודה O היא נקודת החיתוך של אלכסון הבסיס AC עם אלכסון הבסיס BD.

ד. הוכח שהנקודה K נמצאת על הקטע C'O.

**3)** א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הוכח כי לכל מספר מרוכב $z$ מתקיים $z\cdot\overline{z}=|z|^2$ .

ii. הוכח כי אם המספר המרוכב $z$ נמצא על מעגל היחידה, אז גם המספר $\frac{1}{z}$ נמצא על מעגל היחידה.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הראה כי בעבור כל מספר מרוכב $z$ הנמצא על מעגל היחידה, הסכום $z+\frac{1}{z}$ הוא מספר ממשי.

ii. $z_1$ ו- $z_2$ הם מספרים מרוכבים הנמצאים על מעגל היחידה.
נתון כי הרכיבים המדומים של $z_1$ ו- $z_2$ הם חיוביים.
הוכח כי אם: $z_1+\frac{1}{z_1}+z_2+\frac{1}{z_2}>2$ אז $z_1$ ו- $z_2$ נמצאים ברביע הראשון.

$w=1\cdot\text{cis}(\alpha)$ הוא מספר מרוכב. נתון: $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ .

נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא $\frac{1}{w}$ והאיבר השני הוא $w$ .
נתון כי סכום 5 איברים הראשונים בסדרה ההנדסית שווה ל-0.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הבע באמצעות $\alpha$ את מנת הסדרה, והסבר מדוע כל איברי הסדרה נמצאים על מעגל היחידה.

ii. מצא את $\alpha$ (מצא את שתי האפשרויות).

## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ( $33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

**שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.**

**4)** נתונה הפונקציה: $f(x)=\ln\left(\frac{e^x}{e^x+1}\right)$ המוגדרת לכל $x$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ii. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

iii. מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המקבילה לציר ה-$x$.

iv. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הוכח כי $f(x)=x-\ln\left(e^x+1\right)$.

ii. הסבר מדוע גרף הפונקציה $f(x)$ נמצא כולו מתחת לישר $y=x$.

ד. נתונה הפונקציה: $g(x)=\frac{1}{\sqrt{e^x+1}}$ המוגדרת לכל $x$.

i. מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה)?

ii. $a>1$ הוא פרמטר.

היעזר בנגזרת הפונקציה $f(x)$ והראה כי נפח גוף הסיבוב של השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי הצירים ועל ידי הישר $x=\ln a$ שווה ל-$\pi\ln\left(\frac{2a}{a+1}\right)$.

פרט את חישוביך.

**5)** נתונה משפחת הפונקציות: $f(x)=\frac{e^{-mx}}{1+x^2}$ . $m$ הוא פרמטר.

ענה על הסעיפים א-ב בעבור $m\geq 0$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציות $f(x)$ ?

ii. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציות $f(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

iii. נתון כי כל הפונקציות $f(x)$ מן המשפחה חותכות זו את זו בנקודה אחת. מצא את שיעוריה.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. בעבור $m\geq 0$ , מצא את הערכים של $m$ שבעבורם הנגזרת $f'(x)$ :

1. אינה מתאפסת בשום נקודה.
2. מתאפסת בנקודה אחת בדיוק.
3. מתאפסת בשתי נקודות בדיוק.

ii. בסוף השאלה נתונים שלושה גרפים (I-III) של פונקציות מן המשפחה $f(x)$ בעבור $m\geq 0$ . ידוע כי $m\neq 1$ וכי כל אחד מן הגרפים מתאים לערך או לטווח ערכים אחר של $m$ .
התאם לכל גרף מבין השלושה את הערך או את טווח הערכים של $m$ המתאים לו. נמק.

ענה על סעיף ג. תוכל להיעזר בגרף המתאים מבין הגרפים I-III.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(-x)$ בעבור $0<m<1$ .

## תשובות סופיות:

**1)** א. $x^2+y^2=4$ , מעגל קנוני ורדיוסו 2.

ב. $\frac{(t+1)^2x^2}{t^2}+(t+1)^2y^2=16$ או $\frac{x^2}{\left(\frac{4t}{t+1}\right)^2}+\frac{y^2}{\left(\frac{4}{t+1}\right)^2}=1$ , אליפסה.

ג. $t=1$ ד. לא.

**2)** א. $\sphericalangle(A'C,BC')=90°$ ב. הוכחה. ג. $\frac{A'K}{A'C}=\frac{2}{3}$ ד. הוכחה.

**3)** א. (i). הוכחה. (ii). הוכחה. ב. עבור $z=\text{rcis}\,\theta$

ב. (i). $z+\frac{1}{z}=2\cos\theta$ (ii). הוכחה. ג. (i). $q=\text{cis}\,2\alpha$

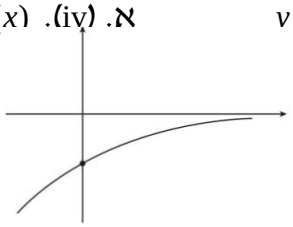
ג. (ii). $\alpha=\frac{\pi}{5}$ או $\alpha=\frac{2\pi}{5}$

**4)** א. (i). אין חיתוך עם ציר $x$. חיתוך עם ציר $y$ : $(0,-\ln 2)$

א. (ii). $f(x)$ שלילית לכל $x$, חיובית לאף $x$.

א. (iii). $v=0$ א. (iv). $f(x)$ עולה לכל $x$ , יורדת לאף $x$.

ב. סקיצה :



ג. (i). הוכחה.

ג. (ii). הוכחה. ד. (i). $g(x)$ חיובית לכל $x$, שלילית לאף $x$.

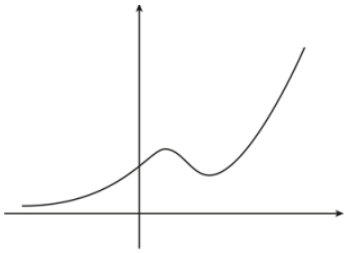
ד. (ii). הוכחה.

**5)** א. (i). כל $x$. א. (ii). $f(x)$ חיובית לכל $x$, שלילית עבור אף $x$.

א. (iii). $(0,1)$ ב. (i). **(1)**. $m>1$ **(2)**. $m=0$ $m=1$ **(3)**. $0<m<1$.

ב. (ii). גרף I : $0<m<1$. גרף II : $m>1$. גרף III : $m=0$.

ג. סקיצה :



# בגרות קיץ 2019 מועד ב':

## פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

**שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.**

**1)** נתון מעגל שמשוואתו היא $x^2+y^2=a^2$ , $a$ הוא פרמטר חיובי. הזיזו את המעגל ימינה (הזזה אופקית) כך שישיק לציר ה- $y$ .

א. הבע באמצעות $a$ את משוואת המעגל שהתקבל.

ב. בונים מעגל המשיק מבחוץ למעגל שהתקבל בסעיף א ומשיק גם לציר ה- $y$ . שיעור ה- $x$ של מרכז המעגל שבונים הוא חיובי.
מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאים מרכזי המעגלים הנבנים כך (אם יש צורך, השתמש ב- $a$ ).

הישר $y=x+3$ משיק בנקודה M למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.

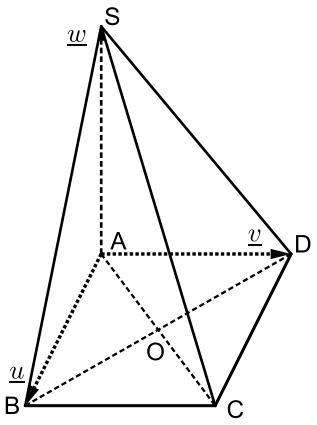
ג. מצא את $a$ .

ד. רשום את שיעורי נקודת ההשקה של שני המעגלים האלה:

i. המעגל שהתקבל בסעיף א.

ii. המעגל שנבנה כמתואר בסעיף ב ומרכזו הוא בנקודה M.

**2)** נתונה פירמידה SABCD, שבסיסה, ABCD, הוא ריבוע (ראה ציור).
הנקודה O היא נקודת חיתוך אלכסוני הבסיס. הנקודה P היא נקודה על הקטע SD, והיא מקיימת: $\overrightarrow{SP}=t\cdot\overrightarrow{SD}$ , $t>0$ . נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$ , $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$ , $\overrightarrow{AS}=\underline{w}$ .




א. הבע את הווקטור $\overrightarrow{OP}$ באמצעות $\underline{u}$ , $\underline{v}$ , $\underline{w}$ ו- $t$ .

ב. מצא בעבור איזה ערך של $t$ , OP מקביל למישור הפאה SAB.

נתון: אורך צלע הריבוע ABCD הוא 4, AS מאונך לבסיס הפירמידה, $AS=4\sqrt{2}$ . הנקודה A היא ראשית הצירים. הנקודות B, D ו-S נמצאות על החלק החיובי של הצירים $x$ , $y$ ו- $z$ בהתאמה.

ג. מצא בעבור אילו ערכים של $t$ , הישר OP יוצר זווית של $45°$ עם מישור הפאה SAD.

הנקודה T נמצאת על הקטע SC כך ש-TABCD היא פירמידה ישרה.

ד. מצא את נפח הפירמידה TABCD.

**3)** נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא 1 והאיבר השני שלה הוא $iz$ ($z$ מספר מרוכב). נתון כי הסדרה איננה קבועה.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. רשום את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה (אם יש צורך, הבע באמצעות $z$).

ii. הוכח כי סכום חמשת האיברים הראשונים בסדרה שווה ל- $\frac{z^5+i}{z+i}$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את כל הפתרונות של המשוואה $z^5=-i$ ($z$ הוא מספר מרוכב).

ii. מצא את כל הפתרונות של המשוואה $1+iz-z^2-iz^3+z^4=0$ ($z$ הוא הנקודה A נמצאת ברביע השלישי במישור גאוס, והיא מתאימה לאחד מפתרונות המשוואה שפתרת בתת-סעיף ב (ii)).

ABO הוא משולש שווה צלעות במישור גאוס (O – ראשית הצירים).

ג. מצא את המספר המרוכב המתאים לנקודה B (מצא את שתי האפשרויות).

## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה,

## פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ( $33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

**שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.**

**4)** נתונה הפונקציה: $f(x)=\ln(x^2+ax+1)$.

$a$ הוא פרמטר, $-2<a<2$.

א. הראה שהפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל $x$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-$x$ (אם יש צורך, הבע באמצעות $a$).

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה (אם יש צורך, הבע באמצעות $a$).

ד. בסוף השאלה מוצגים שלושה גרפים (I-III) המתארים את גרף הפונקציה $f(x)$ כתלות בפרמטר $a$. כל אחד מן הגרפים מתאים לאחד מן התחומים (1)-(3) של $a$:

(1) $0<a<2$

(2) $-2<a<0$

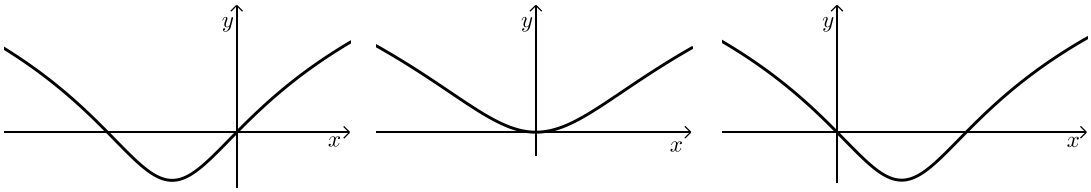
(3) $a=0$

כתוב איזה מתחומי הערכים (1)-(3) מתאים לכל אחד מן הגרפים.

ענה על סעיף ה בעבור $a$ המקיים $-2<a<0$.

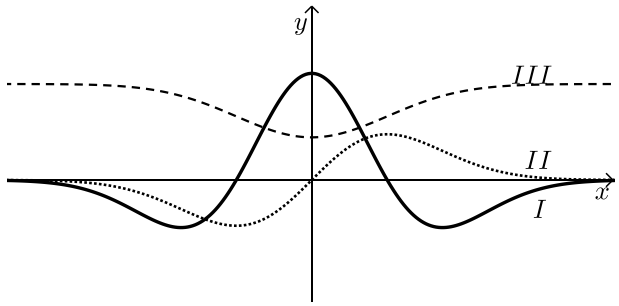
נסמן ב-$S$ את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה-$x$.

ה. הבע באמצעות $a$ ו-$S$ את האינטגרל: $\int_0^{-a}\ln(4x^2+4ax+4)dx$.




I II III

**5)** לפניך סרטוט המתאר את הגרפים של הפונקציות $f''$ , $f'$ , $f$ המוגדרות לכל $x$.
הגרף III נמצא כולו מעל לגרף II.




א. התאם כל אחד מן הגרפים I , II , III לפונקציות $f''$ , $f'$ , $f$. נמק את קביעתך.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f'(x)$, כך שהקטע AB מקביל לציר ה- $y$.

נתון כי: $f'(x)=x\cdot e^{-x^2}$.

ב. מצא בעבור איזה ערך של $x$ אורך הקטע AB יהיה מינימלי, ובעבור איזה ערך של $x$ אורך הקטע AB יהיה מקסימלי.

נתון כי האורך המקסימלי של הקטע AB שווה ל- $1+\frac{1}{2e}$.

ג. מצא את הפונקציה $f(x)$.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $(x-a)^2+y^2=a^2$ ב. $x\neq 0\ ,\ y^2=4ax$ ג. $a=3$

ד. $(3,3)$

**2)** א. $\overrightarrow{OP}=-\frac{1}{2}\underline{u}+\left(t-\frac{1}{2}\right)\underline{v}+(1-t)\underline{w}$ ב. $t=\frac{1}{2}$

ג. $t=1\ ,\ t=\frac{2}{3}$ ד. $V=\frac{32\sqrt{2}}{3}$

**3)** א. (i). $z^4\ ,\ -iz^3\ ,\ -z^2\ ,\ iz\ ,\ 1$ א. (ii). הוכחה.

ב. (i) $\text{cis}342^\circ\ ,\ \text{cis}270^\circ\ ,\ \text{cis}198^\circ\ ,\ \text{cis}126^\circ\ ,\ \text{cis}54^\circ$

ב. (ii) $\text{cis}342^\circ\ ,\ \text{cis}198^\circ\ ,\ \text{cis}126^\circ\ ,\ \text{cis}54^\circ$ ג. $\text{cis}258^\circ\ ,\ \text{cis}138^\circ$

**4)** א. הוכחה. ב. $(0,0)\ ,\ (-a,0)$

ג. $\min\left(-\frac{a}{2},\ln\left(1-\frac{a^2}{4}\right)\right)$ ד. **(1)** I. ד. **(2)** III. ד. **(3)** II.

ה. $-S-a\ln 4$.

**5)** א. III: $f$ . II: $f'$ . I: $f''$.

ב. $x=-1$ אורך מקסימלי. $x=\frac{1}{2}$ אורך מינימלי.