תרגול 4 יחידות לתלמידי קידום

פרק 62

שאלון 805 בחינות חזרה

מבחן 1 1
מבחן 2 4
מבחן 3 6
מבחן 4 8
מבחן 5 10
מבחן 6 12
מבחן 7 15
מבחן 8 18
מבחן 9 21
מבחן 10 24
מבחן 11 27
מבחן 13 30
מבחן 12 33
מבחן 14 35
מבחן 15 38
מבחן 16 41
מבחן 17 44
מבחן 18 47
מבחן 19 49
מבחן 20 52
מבחן 21 55
מבחן 22 58
מבחן 23 61
מבחן 25 64
מבחן 26 67
מבחן 27 70
מבחן 28 73
מבחן 29 76
מבחן 30 79

מבחן מספר 1:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונה סדרה המוגדרת באמצעות כלל הנסיגה הבא: $\begin{cases} a_{n+1} = 2a_n \\ a_1 = 3 \end{cases}$.

הוכח שהסדרה הנדסית ומצא מהו האיבר השמיני בה.

2) הבסיס $ABCD$ של פירמידה ישרה ומרובעת SABCD הוא מלבן (ראה ציור).

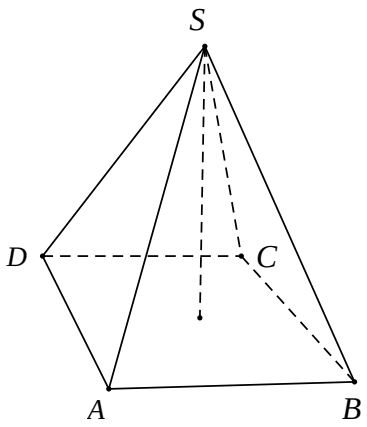
נתון: $AD =$ 15 ס"מ , $AB =$ 20 ס"מ.

זווית הראש של הפאה הצדדית SAB היא בת $38°$.

א. חשב את הגובה של הפאה SAB.

ב. חשב את גובה הפירמידה.

ג. חשב את זווית הראש של הפאה SAD.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) ענה על שני החלקים הבאים:

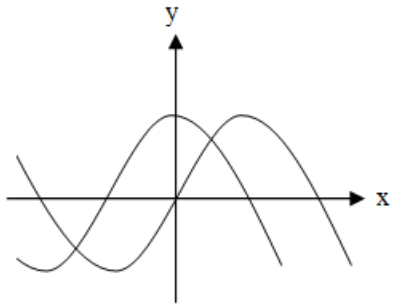
א. נתונה הפונקציה $f(x)=2x\ln^2 x$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

(1) תחום הגדרה (2) נקודות קיצון (3) תחומי עלייה וירידה

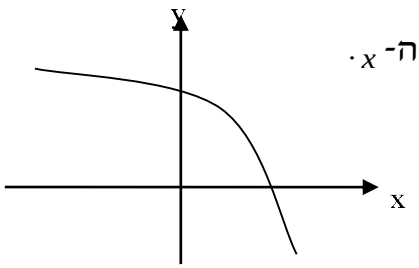
(4) נקודות חיתוך עם הצירים (5) שרטוט

ב. בנק א' נותן ריבית של 3% כל שנתיים בתוכנית חיסכון מסוימת.
בנק ב' נותן ריבית של 4.5% כל 3 שנים בתוכנית חיסכון אחרת.
אדם מתכוון להפקיד סכום כסף מסוים לתקופה של 18 שנה.
באיזה בנק כדאי לו להשקיע את כספו?

4) נתונות הפונקציות: $f(x)=\sin x$, $g(x)=\cos x$
חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות לציר ה-y ברביע הראשון.



5) נתונה הפונקציה: $f(x)=5-e^x$.
העבירו לפונקציה משיק ששיפועו $-e$.
חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציה, המשיק וציר ה-x.
ניתן להשאיר e ו-$\ln$ בתשובה.



תשובות סופיות:

1) $a_8 = 384$.

2) א. 29.04 ס"מ ב. 28.05 ס"מ ג. $28.27°$.

3) א. **(1)** $0 < x$. **(2)** $\max\left(\frac{1}{e^2}, \frac{8}{e^2}\right), \min(1,0)$

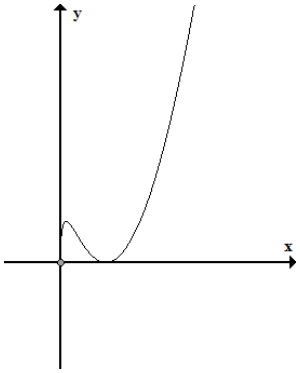
(3) עלייה: $1 < x$ או $0 < x < \frac{1}{e^2}$, ירידה: $\frac{1}{e^2} < x < 1$.

(4) $(1,0)$.

ב. בנק א'.

4) 0.41 יח"ש $= S$.

5) 0.192 יח"ש $= S$.



מבחן מספר 2:

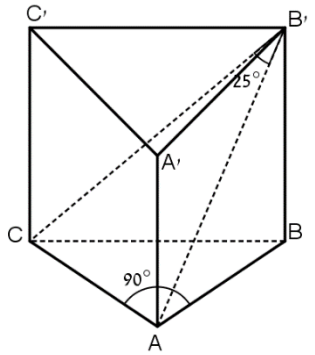
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) בסדרה הנדסית שבה $2n+1$ איברים, סכום n האיברים הראשונים קטן פי 9 מסכום n האיברים הבאים אחריהם.
האיבר האחרון בסדרה גדול ב-30 מהאיבר הראשון שבה.
מצא את האיבר הראשון בסדרה.

2) בסיסה של מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$ הוא משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים שבו: $\sphericalangle BAC = 90°$,
$AC = AB =$ 4 ס"מ.
נתון כי: $\sphericalangle CB'A = 25°$.
הסבר מדוע CA מאונך ל-AB', וחשב את נפח המנסרה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) ענה על שני החלקים הבאים:

א. נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x) = \cos x + 4\sin 2x$.
מצא את הפונקציה אם ידוע שהיא עוברת בנקודה: $\left(\frac{\pi}{2}, 1\frac{1}{2}\right)$.

ב. חומר רדיואקטיבי מתפרק בצורה מעריכית. אם בתוך 4 שעות הוא מאבד 20% ממשקלו, תוך כמה זמן יאבד 60% ממשקלו?

4) נתונה נגזרת שנייה של פונקציה: $f''(x) = 6x - \frac{1}{x^2}$.
מצא את הפונקציה אם ידוע שהיא עוברת בנקודה $(1,-2)$ וששיפועה בנקודה זו הוא 3.

5) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x)=e^{2x}+ae^{x}+b$.

גוזרים את הפונקציה פעמיים וידוע כי כאשר $x=\ln\frac{2}{3}$

הנגזרות מקיימות: $f'(x)+f''(x)=12$.

א. מצא את a.

משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה מסוימת היא: $y=22x+28-22\ln 2$.

ב. מצא את שיעור ה-x של נקודת ההשקה.

ג. מצא את b.

ד. האם הפונקציה חותכת את ציר ה-x? אם כן מצא את הנקודות.

תשובות סופיות:

1) $a_1=\frac{3}{2}$.

2) $V=60.706$ סמ"ק.

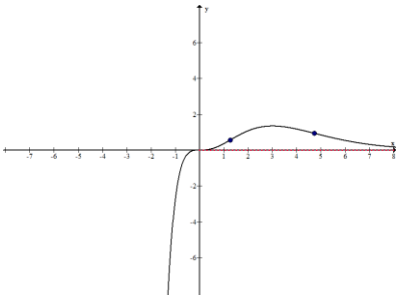
3) א. $f(x)=\sin x-2\cos 2x+2$

ב. 16.43 שעות.

4) $f(x)=x^3+\ln|x|-x-2$.

5) א. $a=7$ ב. $x=\ln 2$

ג. $b=10$ ד. לא.



מבחן מספר 3:

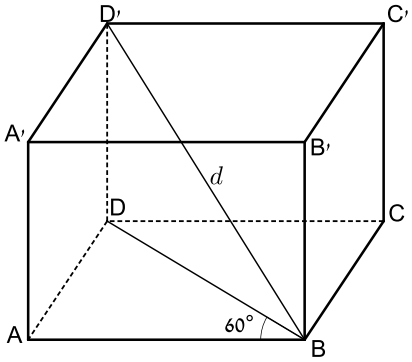
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) בסדרה חשבונית, שבה מספר אי-זוגי של איברים, גדול סכום כל איברי הסדרה פי $1\frac{14}{15}$ מסכום איברי הסדרה הנמצאים במקומות האי-זוגיים.
כמה איברים יש בסדרה?

2) נתונה תיבה $ABCDA'B'C'D'$ שבסיסה מלבן $ABCD$.
נתון: $\sphericalangle ABD = 60°$, האלכסון $D'B = d$,
הזווית בין האלכסון $D'B$ לבסיס התיבה
היא $30°$. בטא באמצעות d את נפח התיבה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה $f(x) = e^{2x} - 8e^{x} + 6x + 10$.
חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה.

ב. נקודות קיצון.

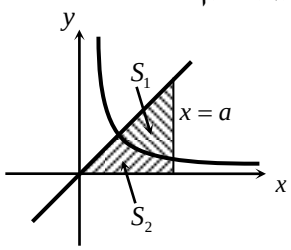
ג. תחומי עלייה וירידה.

ד. נקודת חיתוך עם ציר ה-y.

ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

4) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציה: $f(x)=\frac{2}{3x-1}$ והישר: $y=x$.

א. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציות הנמצאת ברביע הראשון.



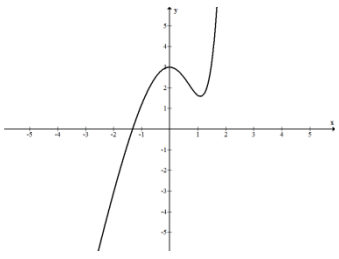
מעבירים אנך לציר ה-x - $x=a$ הנמצאת מימין לנקודת החיתוך שמצאת בסעיף הקודם.
האנך החותך את הגרפים ויוצר את השטחים S_1 ו-S_2 המתוארים האיור.

ב. מצא את הערך של a עבורו השטח S_2 יהיה שווה ל-$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\ln 7$.

ג. עבור ערך ה-a שמצאת בסעיף הקודם חשב את יחס השטחים: $\frac{S_1}{S_2}$.

5) בשעה 08:00 נתונים שני חומרים רדיואקטיביים.
מחומר א' נתונים 150 גרם וזמן מחצית החיים שלו הוא 10 שעות.
מחומר ב' נתונים 117.4 גרם וזמן מחצית החיים שלו הוא 18 שעות.
באיזו שעה משקל החומרים יהיה זהה?

תשובות סופיות:



1) 29 איברים.

2) $V=0.162d^3$.

3) א. כל x ב. $\max(0,3)\ ,\ \min(\ln 3,1.59)$
ג. תחומי עלייה: $x<0\ ,\ x>\ln 3$. תחומי ירידה: $0<x<\ln 3$.
ד. $(0,3)$. ה. סרטוט בצד.

4) א. $(1,1)$ ב. $a=5$. ג. $\frac{S_1}{S_2}=5.955$.

5) 16:00.

מבחן מספר 4:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) סדרה מוגדרת ע"י הכלל: $a_1=3\ ,\ a_{n+1}=3a_n+10n-5$.

מגדירים סדרה חדשה המקיימת לכל n טבעי: $b_n=a_n+5n$.

א. הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה הנדסית.

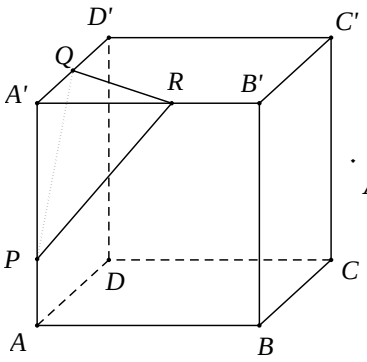
ב. חשב את האיבר b_5.

ג. חשב את הסכום: $b_2+b_4+b_6+.....+b_{12}$.

2) נתונה קובייה $ABCDA'B'C'D'$ שאורך המקצוע שלה הוא a.

הנקודות P, Q, ו- R נמצאות על המקצועות AA' , $A'D'$ ו- $A'B'$ בהתאמה (ראה ציור) כך ש- $A'P=A'R=A'Q=\frac{2}{3}\cdot a$.

בטא באמצעות a את נפח הגוף שיתקבל לאחר שיחתכו מהקובייה את הפירמידה $A'PQR$.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=8^x+p\cdot 2^x+q$

לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה $(\log_2 3,-19)$. מצא את ערכי הפרמטרים p ו- q.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x}{\ln(x)-1}$.

חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה.

ב. נקודות קיצון.

ג. תחומי עלייה וירידה.

ד. נקודות חיתוך עם הצירים.

ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. לאלו ערכי k הישר $y=k$ חותך את הפונקציה בשתי נקודות?

5) אוכלוסיית הדובים בקוטב הצפוני מכפילה את עצמה כל 18 שנה.
אם היום יש בקוטב הצפוני 6,000 דובים, בעוד כמה שנים יהיו 8,000 דובים?

תשובות סופיות:

1) א. $b_{n+1}=3b_n$ ב. $b_5=648$ ג. $S=1594320$.

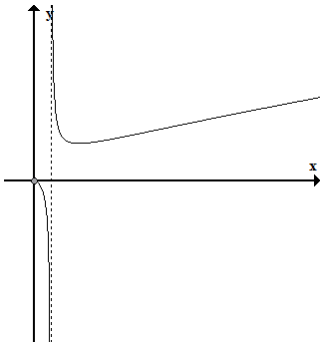
2) $V=\frac{77}{81}a^3$.

3) $p=-27\ ,\ q=35$

4) א. $0<x\neq e$. ב. $\min(e^2,e^2)$.

ג. עלייה: $x>e^2$, ירידה: $0<x<e^2$ וגם $x\neq e$.

ד. אין. ו. $k>e^2$.



5) 7.47 שנים.

מבחן מספר 5:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

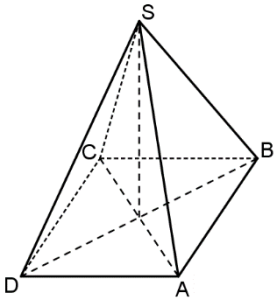
ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונה סדרה המוגדרת באמצעות כלל הנסיגה הבא: $\begin{cases} a_{n+1} = a_n + 3 \\ a_1 = 5 \end{cases}$

הוכח שהסדרה חשבונית ומצא מהו האיבר התשעה-עשר שלה.

2) נתונה פירמידה ישרה SABCD.
בסיס הפירמידה הוא ריבוע, שאורך צלעו 8 ס"מ.
הזווית בין מקצוע הפירמידה לבסיס היא $52°$.
מצא את הגובה לצלע הבסיס בפאה הצדדית של הפירמידה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) ענה על שני החלקים של השאלה:

א. אדם מפקיד k שקלים בתוכנית חיסכון לפי ריבית שנתית של $p\%$.
לאחר 5 שנים הוא מושך מהחיסכון k שקלים ולאחר 5 שנים נוספות מתברר כי הצטבר בפיקדון שלו סך הכול $2.5k$ ₪. מצא את p.

ב. נתונה הפונקציה הבאה: $y = \ln x + \frac{1}{x}$.

(1) i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
ii. יש לגרף הפונקציה אסימפטוטה מקבילה לציר y? אם כן מצא אותה.

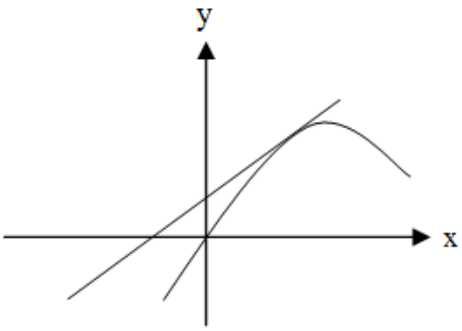
(2) מצא את נקודת הקיצון של גרף הפונקציה וקבע את סוגה.

(3) כתוב את תחומי העלייה והירידה של גרף הפונקציה.

***הערה: אין קשר בין סעיפים א' ו-ב'.**

4) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה הבאה: $f(x)=\frac{\sqrt{2\ln x-1}}{x}$.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=x+2\sin x$.



בתחום שבין ראשית הצירים לנקודת המקסימום הראשונה מימינה העבירו לפונקציה משיק ששיפועו 1.

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציה, המשיק וציר ה- x ברביעים הראשון והשני.

תשובות סופיות:

1) $a_{19}=59$.

2) 8.271 ס"מ.

3) א. $p=16.6\%$ ב. 1. i. $x>0$ ii. $x=0$

2. $\min(1,1)$

3. עולה: $x>1$ יורדת: $0<x<1$.

4) $\max\left(e\frac{1}{e}\right)$, $\min\left(\sqrt{e},0\right)$ קצה.

5) א. $y=x+2$ ב. π.

מבחן מספר 6:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

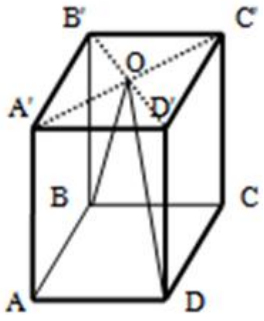
1) בסדרה חשבונית ידוע כי סכום האיברים העומדים במקומות ה- 5, ה- 7 וה-16 הוא אפס.
כמו כן ידוע כי סכום שלושת האיברים הראשונים הוא 132.

א. מצא את האיבר הראשון בסדרה ואת הפרש הסדרה.

ב. מצא את האיבר השלילי הראשון בסדרה.

ג. מצא כמה איברים יש לחבר (החל מהאיבר הראשון) כדי לקבל סכום 210.

2) בתיבה ריבועית $ABCDA'B'C'D'$ מעבירים את האלכסונים $B'D'$ ו- $A'C'$.
האלכסונים נפגשים בנקודה O כך שנוצר המשולש BOD.
נתון כי: $\sphericalangle BOD = 23°$ וכי אורך מקצוע הבסיס של התיבה הוא 6 ס"מ.



א. חשב את היקף המשולש BOD.

ב. חשב את הזווית שנוצרת בין צלע OD
של המשולש BOD ומישור הפאה $AA'D'D$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) כמות עצים ביער גדלה בצורה מעריכית לפי אחוז ריבוי של 15% לשנה.
בשנת 1990 נספרו כמות עצים מסוימת ביער.
בשנת 2000 כרתו 30,000 עצים ולאחר 5 שנים נוספות,
בשנת 2005, נספרו ביער 753365 עצים.
מצא כמה עצים היו ביער בשנת 1990.

4) ענה על הסעיפים:

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{\ln x}$.

ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

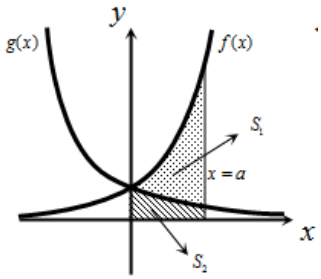
ג. הוכח כי גרף הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתו.

ד. מגדירים פונקציה נוספת: $g(x)=\ln x$

ה. מצא את נקודות החיתוך של שני הגרפים.

ו. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$. ידוע כי לנקודות A ו-B אותו שיעור x, $(x_A=x_B)$.
מצא את השיעורי ה-x של שנתי הנקודות אם ידוע כי המשיקים לגרפים של הפונקציות בנקודות אלו מקבילים.

5) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:
$f(x)=e^{2x}$ ו-$g(x)=e^{-2x}$.
מעבירים אנך לציר ה-x את הישר $x=a$ $(a>0)$
כמתואר באיור. אנך זה יוצר את השטחים S_1 ו-S_2.
ידוע כי השטח S_1 גדול פי 3 מהשטח S_2. מצא את a.



תשובות סופיות:

1) א. $a_1=50\ ,\ d=-6$ ב. $a_{10}=-4$ ג. $n=6$

2) א. 51 ס"מ. ב. 8.1°

3) 100,000 עצים.

4) א. $x\geq 1$ ב. מתקבל: $f'(x)=\frac{1}{2x\sqrt{\ln x}}>0$ ג. $(1,0)\ ,\ (e,1)$ ד. $x=\sqrt[4]{e}$

5) $a=\ln 2$.

מבחן מספר 7:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

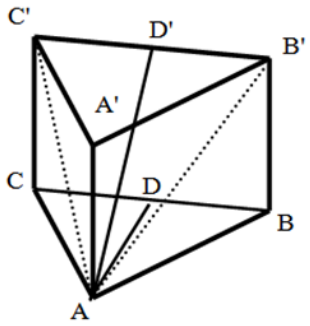
1) ענה על הסעיפים הבאים:

א. הראה כי בסדרה הנדסית שבה $2n$ איברים היחס בין סכום האיברים העומדים במקומות האי זוגיים לבין סכום כל איברי הסדרה תלוי במנת בסדרה.
בסדרה הנדסית שבה מספר זוגי של איברים ידוע כי סכום כי האיברים העומדים במקומות האי זוגיים קטן פי 4 מסכום כל איברי הסדרה. האיבר הראשון בסדרה זו קטן ב-2 ממנת הסדרה.

ב. כתוב נוסחה לאיבר כללי של סדרה זו.

ג. מצא שני איברים סמוכים בסדרה שסכומם הוא 324.

2) במנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה משולש שווה צלעות מעבירים את האלכסונים AB' ו-AC' כך שנוצר המשולש $AB'C'$.
הזווית שבית האנך לצלע BC במשולש ABC והאנך לצלע $B'C'$ במשולש $AB'C'$ היא $40°$.
אורך גובה המנסרה הוא 14 ס"מ.



א. חשב את שטח המשולש $A'B'C'$.

ב. חשב את נפח המנסרה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{3x}}{12x^2+1}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=a\sin^2 x-5\sin x+ax$ בתחום: $0\le x\le \pi$.

ידוע כי הישר: $y=ax-2$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה $x=\frac{\pi}{6}$.

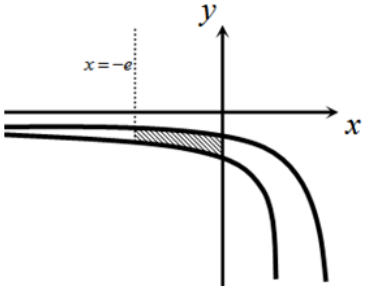
א. מצא את a וכתוב את הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא נקודה על גרף הפונקציה בתחום הנתון שבה שיפוע המשיק הוא: $m=2$.

ג. האם קיימות נקודות נוספות בתחום הנתון ששיפוע המשיק דרכן הוא 2? נמק את תשובתך.

ד. כתוב את משוואת המשיק העובר דרך הנקודה שמצאת.

5) באיור שלפניך נתונות הפונקציות: $f(x)=\frac{a}{x-1}$ ו- $g(x)=\frac{a-1}{x-2}$ בתחום: $x<0$.



ידוע כי הגרפים של הפונקציות נחתכים בנקודה שבה $x=3$. (שימו לב – נקודת החיתוך אינה מופיעה באיור הסמוך).

א. מצא את a וכתוב את שתי הפונקציות.

ב. חשב את השטח המוגבל ע"י הגרפים של שתי הפונקציו, ציר ה- y והישר $x=-e$.

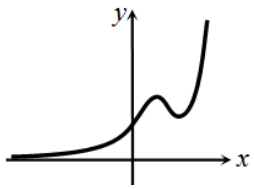
תשובות סופיות:

1) א. $\frac{S_{n(o)}}{S_{2n}}=\frac{1}{q+1}$ ב. $a_n=3^{n-1}$ ג. $a_5\ ,\ a_6$

2) א. 160.68 סמ"ר. ב. 2250 סמ"ק.

3) כל x. ב. $\max\left(\frac{1}{6},\frac{3\sqrt{e}}{4}\right),\min\left(\frac{1}{2},\frac{e^{1.5}}{4}\right)$ ג. עולה: $x<\frac{1}{6}\ ,\ x>\frac{1}{2}$ יורדת: $\frac{1}{6}<x<\frac{1}{2}$

ד. $(0,1)$ ה. להלן סקיצה:



4) א. $f(x)=2\sin^2 x-5\sin x+2\ ,\ a=2$

ב. $\left(\frac{\pi}{2},\pi-3\right)$

ג. לא. אין פתרונות נוספים למשוואה בתחום הנתון. ד. $y=2x-3$

5) א. $a=2\ ,\ f(x)=\frac{2}{x-1}\ ,\ g(x)=\frac{1}{x-2}$ ב. S = 1.76 יח"ש

מבחן מספר 8:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

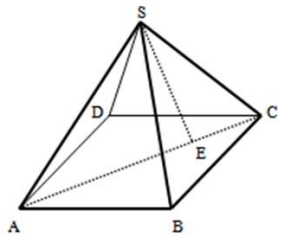
1) ההפרש של סדרה חשבונית שווה למנה של סדרה הנדסית עולה.
האיבר הראשון בסדרה ההנדסית הוא 6 וידוע כי סכום 2 האיברים הראשונים בסדרה החשבונית שווה לסכום שני האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית. האיבר השלישי בסדרה ההנדסית גדול פי 2 מהאיבר השלישי בסדרה החשבונית.

א. מצא את שלושת האיברים של הסדרה החשבונית.

ב. מצא כמה יש לחבר בסדרה החשבונית החל מהאיבר הראשון כדי לקבל את הסכום : 60.

ג. מצא את מיקומו הסידורי של איבר בסדרה ההנדסית הגדול פי 12 מהאיבר האחרון שחובר בסכום הסדרה החשבונית שחישבת בסעיף הקודם.

2) נתונה פירמידה ישירה SABCD שבסיסה ריבוע בעל אורך צלע a.
אורך מקצועות הפירמידה הוא $3a$. מעבירים את האלכסון AC ועליו מסמנים את הנקודות E המחלקת אותו ביחס של 1 : 3 $\left(\frac{CE}{AE}=\frac{1}{3}\right)$.



מהקודקוד S מעבירים את הקטע SE.

א. הבע באמצעות a את גובה הפירמידה.

ב. חשב את הזווית הנוצרת בין הקטע SE וגובה הפירמידה.

ג. מצא את a אם ידוע כי שטח המעטפת של הפירמידה הוא : $\sqrt{560}$ סמ"ר.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה שתי הפונקציות הבאות: $f(x)=\frac{x}{\ln x}$ ו- $g(x)=\frac{\ln x}{x}$.

א. קבע אילו מהמשפטים הבאים נכונים ואלו שגויים. נמק זאת ע"י חישוב מתאים ותקן במשפטים השגויים את הטעות.

(1) לשתי הפונקציות אותו תחום הגדרה.

(2) לשתי הפונקציות יש נקודת קיצון מאותו סוג ובעלות שיעור x זהה.

(3) לשתי הפונקציות תחומי עלייה וירידה זהים.

(4) לשתי הפונקציות יש אסימפטוטות אנכיות.

ב. בוחרים באקראי שתי נקודות, אחת על כל גרף, כך ששיעור ה-x שלהן זהה. הוכח כי מכפלת שיעורי ה-y של כל זוג נקודות כאלו שווה ל-1.

4) נתונה פונקציה: $f(x)=4\sin 2x-2$ בתחום $0\le x\le \pi$

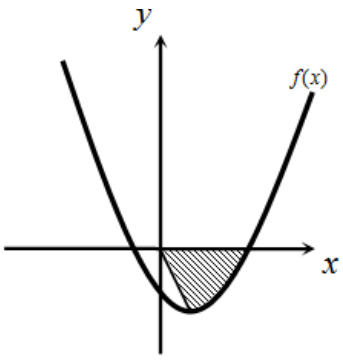
א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים בתחום הנתון.

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום הנתון וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. מעבירים את הישר $y=k$. היעזר בסקיצה ומצא לאילו ערכי k הישר יחתוך את גרף הפונקציה בשתי נקודות בדיוק.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=e^{2x-1}-2ex-2$.



הנקודה A היא נקודת המינימום של הפונקציה.

א. מצא את שיעורי הנקודה A.

מחברים את הנקודה A עם ראשית הצירים.

ב. כתוב את המשוואת הישר המחבר את הנקודה A עם הראשית.

ג. חשב את שטח הכלוא בין גרף הפונקציה, הישר וציר ה-x אם ידוע כי גרף הפונקציה חותך את ציר ה-x בנקודה שבה $x=1.7$.

תשובות סופיות:

1) א. 12 , 10 , 8. ב. 5 ג. 6

2) א. $a\sqrt{8.5}$ ב. $6.9°$ ג. $a=2$

3) א. i. לא נכון. תחום ההגדרה של $f(x)$ הוא: $x>0\ ,\ x\neq 1$ ותחום ההגדרה של $g(x)$ הוא: $x>0$.

ii. לא נכון. לשתי הפונקציות נקודת קיצון שבה $x=e$ אך עבור $f(x)$ מדובר במינימום ועבור $g(x)$ מדובר במקסימום.

iii. לא נכון. עבור $f(x)$: עולה: $x>e$ יורדת: $0<x<e\ ,\ x\neq 1$.

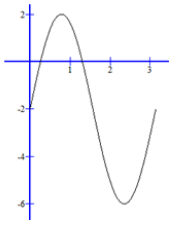
ועבור $g(x)$: עולה: $0<x<e$ יורדת: $x>e$.

iv. נכון. ב. לגבי כל נקודה נאמר כי שיעור ה-y שלה הוא: $y=\frac{x}{\ln x}$ ו-$y=\frac{\ln x}{x}$.

נכפול: $y=\frac{x}{\ln x}\cdot\frac{\ln x}{x}=1$.

4) א. $(0,-2)\ ,\ \left(\frac{\pi}{12},0\right)\ ,\ \left(\frac{5\pi}{12},0\right)$

ב. $\min(0,-2)\ ,\ \max\left(\frac{\pi}{4},2\right)\ ,\ \min\left(\frac{3\pi}{4},-6\right)\ ,\ \max(\pi,-2)$

ג. 

ד. $-6<k<2$ וגם $k\neq -2$ ה. $\frac{\pi}{2}$

5) א. $A(1,-e-2)$ ב. $y=-(e+2)x$ ג. יח"ש $S\sim 4.744$

מבחן מספר 9:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) לפניך שלושה איברים סמוכים בסדרה חשבונית: $x-5\ ,\ x-16\ ,\ 2x+23$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את x.

(2) מצא את הפרש הסדרה.

ב. ידוע כי: $a_{12}=0$. מצא את a_1.

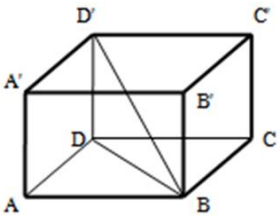
ג. האיבר האחרון בסדרה הוא: $a_n=308$.

מצא את סכום כל האיברים החיוביים העומדים במקומות האי זוגיים.

2) נתונה תיבה $ABCDA'B'C'D'$ שבסיסה מלבן.

מעבירים את האלכסונים BD ו-BD' כך שמתקיים: $\sphericalangle ABD=\alpha=\sphericalangle DBD'$.

אורך האלכסון BD יסומן ב- a.



א. הבא באמצעות a ו- α את:

(1) אורך התיבה – AB.

(2) רוחב התיבה – AD.

(3) גובה התיבה – AA'.

ב. מצא את α אם ידוע כי נפח התיבה הוא $0.64a^3$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) ערכה של דירה יורד מדי שנה באחוז קבוע של 6%.
ידוע כי ערך הדירה לאחר 10 שנים מיום מכירתה נמוך ב- 35,000 ש"ח ממחירה המקורי.

א. מצא את המחיר ההתחלתי של הדירה.

ב. מצא לאחר כמה שנים ערך הדירה ירד מתחת ל- 30,000 ש"ח.

4) נתונה הפונקציה: $y=\cos x+\frac{1}{m}\sin mx$, $1<m<3$ (m פרמטר).

הנגזרת של הפונקציה מתאפסת כאשר: $x=-\frac{\pi}{2}$.

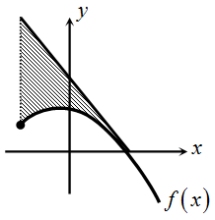
א. מצא את m.

ב. האם הנקודה שבה: $x=-\frac{\pi}{2}$ היא נקודת קיצון? אם כן קבע את סוגה.
אם לא נמק מדוע.

ג. מצא כמה נקודות קיצון מקומיות יש לגרף הפונקציה בתחום: $0<x<2\pi$.

ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x בתחום הנתון.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=\sqrt[4]{5x+6}-ax$, (a פרמטר).
ידוע כי גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x=2$.



א. מצא את הפרמטר a וכתוב את הפונקציה.

ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ג. מצא את נקודת קיצון הקצה של הפונקציה.

ד. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ העובר דרך החיתוך שלה עם ציר ה- x.

ה. באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$ והמשיק שמצאת בסעיף הקודם.
מורידים אנך מהמשיק אל נקודת קיצון הקצה של הפונקציה שמצאת בסעיף ג'.
חשב את השטח הנוצר בין גרף הפונקציה $f(x)$ והמשיק.

תשובות סופיות:

1) א. i. $x=-50$ ii. $d=11$ ב. $a_1=-121$ ג. $S=2156$

2) א. i. $a\cos\alpha$ ii. $a\sin\alpha$ iii. $a\tan\alpha$ ב. $53.13°$

3) א. 75,858.5 ש"ח ב. לאחר 15 שנים.

4) א. $m=2$ ב. פיתול. הנגזרת חיובית לפניה ואחריה. ג. 2 נקודות.

ד. $(0.5\pi,0),(1.5\pi,0)$

5) א. $f(x)=\sqrt[4]{5x+6}-x$, $a=1$ ב. $x\geq -1.2$ ג. $(-1.2,1.2)$

ד. $y=-\frac{27}{32}x+\frac{54}{32}$ ה. 0.48 יח"ש = S.

מבחן מספר 10:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

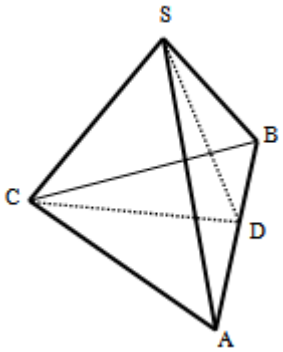
1) באחת ממדינות המזרח היה מלך שאהב משחקי חשיבה. לכבוד יום הולדתו הכין לו השר הבכיר שבממלכתו משחק מיוחד המכיל 25 משבצות ו-2 חיילי משחק. המלך, מרוב התלהבות ושמחה לא ידע כיצד לגמול לשר החכם ושאל אותו מה ירצה בתמורה.
השר סרב לקבל דבר על מתנתו עד שלבסוף החליט המלך לתת לשר מחצית מכל אוצרות הממלכה המונים כ-40 מיליון אבנים יקרות. לאחר ששמע על כך השר, הוא החליט לאתגר את המלך והעלה את ההצעה הבאה: תן לי אבן יקרה אחת והכפל אותה בכל משבצת שבמשבצות המשחק באופן הבא: כנגד המשבצת הראשונה - אבן אחת, כנגד השנייה - שתי אבנים, כנגד השלישית - ארבע אבנים וכן הלאה... המלך הסכים להצעה.

א. כמה אבנים המלך ייתן לשר כנגד המשבצת האחרונה במשחק?

ב. העזר בכמות האבנים שברשותו של השר וקבע האם הצעתו שוות-ערך יותר מהחלטת המלך לתת לו מחצית מאוצרות הממלכה.

ג. סמוך לפני שנתן המלך את האבנים לשר, הציעה בתו של המלך הצעה נוספת והיא: תן עבור כל משבצת זוגית 2^n אבנים,
כאשר n הוא מספר המשבצת. האם כדאי למלך לקבל את הצעת בתו או להישאר עם ההצעה המקורית של השר?

2) נתונה פירמידה ישרה SABC שבסיסה הוא משולש שווה צלעות. מעבירים את הגובה SD בפאה הצדדית ASB וכן את הגובה CD בבסיס ABC.
זווית הבסיס של פאה צדדית היא $50°$ ושטח המעטפת הוא: 89.38 סמ"ר.



א. מצא את אורך מקצוע הבסיס של המנסרה.

ב. מצא את גובה המנסרה.

ג. חשב את הזווית שבין הקטע SD ומישור בסיס הפירמידה ABC.

ד. חשב את הזווית שבין המקצוע SC ובסיס הפירמידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=\tan 2x-8\sin 2x$ בתחום: $-0.25\pi < x < 0.25\pi$.

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים בתחום הנתון.

ב. כתוב את האסימפטוטות האנכיות של גרף הפונקציה.

ג. מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\sqrt[3]{x}+\sqrt[6]{x}-6$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ג. הוכח כי הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. מגדירים פונקציה נוספת: $g(x)=-f(x)$.

קבע לגבי כל טענה האם היא נכונה או שגויה. נמק.

(1) לשתי הפונקציות אותו תחום הגדרה.

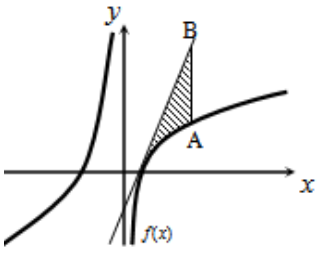
(2) שתי הפונקציות חותכות את הצירים באותן הנקודות.

(3) שתי הפונקציות עולות בכל תחום הגדרתן.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=7+ax+\frac{b}{x}$.

ידוע כי משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה-x היא: $y=18x-9$.

א. מצא את a ו-b וכתוב את הפונקציה.



מעבירים ישר המקביל לציר ה-y שחותך את גרף הפונקציה בנקודה A ואת משוואת המשיק בנקודה B כמתואר באיור.
אורך הקטע AB הוא 18.

ב. מצא את משוואת הישר הנ"ל אם ידוע כי הנקודה A נמצאת מימין לנקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x.

ג. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק והישר.

תשובות סופיות:

1) א. $a_{25}=16,777,216$

ב. לפי הצעת השר יהיו לו 33,554,431 אבנים ולפי הצעת המלך יהיו לו 20,000,000 אבנים.

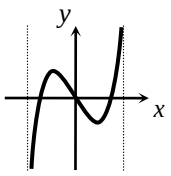
ג. הסדרה שתתקבל לפי הצעת הבת היא: $4,16,64,...,2^{24}$ וסכומה הוא: 22,369,620.

כדאי למלך לקבל את הצעת בתו.

2) א. 10 ס"מ. ב. 5.21 ס"מ. ג. $61°$ ד. $42°$

3) א. $(0,0)$, $(\pm 0.23\pi,0)$ ב. $x=\pm 0.25\pi$

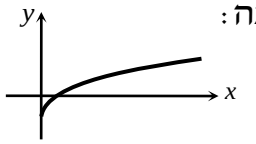
ג. $\max\left(-\frac{\pi}{6},\sqrt{27}\right)$, $\min\left(\frac{\pi}{6},-\sqrt{27}\right)$ ד.



4) א. $x\geq 0$. ב. $(0,-6)$; $(64,0)$

ג. הנגזרת: $f'(x)=\frac{1+2\sqrt[6]{x}}{6x^{5/6}}>0$ בת.ה.

ד. להלן סקיצה: ה. i. נכון.



ה. ii. לא נכון. החיתוך עם ציר ה-y שונה. ה. iii. לא נכון.

5) א. $f(x)=7+2x-\frac{4}{x}$, $a=2$, $b=-4$ ב. $x=2$

ג. 11.54 יחידות שטח $S=6+\ln 256\approx$.

מבחן מספר 11:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) בסדרה הנדסית אינסופית יורדת a_n ידוע כי סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים גדול פי $1\frac{2}{3}$ מסכום האיברים העומדים במקומות הזוגיים.

א. מצא את מנת הסדרה.

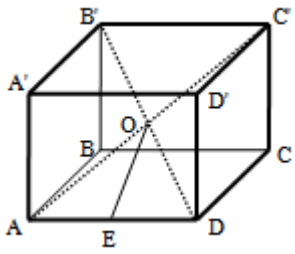
מחברים כל שני איברים בסדרה הנתונה ויוצרים סדרה חדשה b_n .

ב. הוכח כי הסדרה b_n גם היא הנדסית יורדת ומצא את מנתה.

ג. הראה כי סכום הסדרה b_n שווה לסכום הסדרה a_n .

ד. סכום שתי הסדרות יחד הוא 1000. מצא את האיבר הראשון בסדרה a_n .

2) בתיבה 'ABCDA'B'C'D שבסיסה ריבוע מעבירים את האלכסונים 'AC ו-'B'D.
האלכסונים נחתכים בנקודה O שבתוך התיבה.
מהנקודה O מעבירים את הקטע OE כך ש-E היא אמצע המקצוע AD. ידוע כי אורך מקצוע הבסיס של התיבה הוא 8 ס״מ ואורך אלכסון התיבה הוא 12 ס״מ.



א. מצא את אורך גובה התיבה.

ב. מצא את אורך הקטע OE.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) שני בנקים מציעים שתי תכניות חיסכון כלהלן:
בנק א' מציע תכנית חיסכון ל-8 שנים שבסופה סכום הקרן יגדל ב-80%.
בנק ב' מציע תכנית חיסכון ל-6 שנים שבסופה סכום הקרן יגדל ב-60%.

א. באיזה בנק אחוז הריבית השנתית גבוה יותר?

ב. דני משקיע סכום כסף k לפי תכנית חיסכון של בנק א' ובתום התוכנית הוא מעביר את הסכום שעומד לרשותו לתכנית החיסכון של בנק ב'.
רפי משקיע סכום כסף זהה k לפי תכנית חיסכון של בנק ב' ובתום התכנית הוא מעביר את הסכום שעומד לרשותו לתכנית החיסכון של בנק א'.
למי יהיה סכום גדול יותר בתום שתי התכניות?
נמק את תשובתך והראה חישוב מתאים.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^3+k\sqrt[3]{x}+8$, k פרמטר.
ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה-x בנקודה שבה $x=-2.741$.

א. מצא את ערך הפרמטר k, עגל למספר שלם.

ב. הראה כי אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה נמצאת גם היא על ציר ה-x.

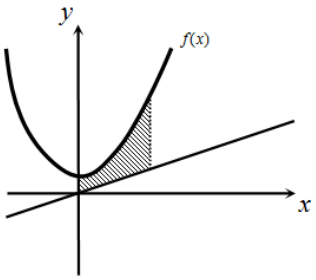
ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. העזר בסקיצה וקבע כמה פתרונות יהיו למשוואה הבאה: $x^3+9\sqrt[3]{x}=8$.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^x+e^{ax}}{4}$.

ידוע כי הפונקציה עוברת דרך הנקודה: $\left(1\,,\,\frac{e^3+1}{4e^2}\right)$.



א. מצא את a וכתוב את הפונקציה.

ב. באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$ והישר: $y=0.1x$.

ג. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, הישר, ציר y והאנך: $x=2$.

תשובות סופיות:

1) א. $q=0.6$ ב. $\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{a_{2n+1}+a_{2n+2}}{a_{2n-1}+a_{2n}}=\frac{a_1q^{2n}+a_1q^{2n+1}}{a_1q^{2n-2}+a_1q^{2n-1}}=\frac{a_1q^{2n}(1+q)}{a_1q^{2n-2}(1+q)}=q^2$

ג. $S_{(b_n)}=\frac{b_1}{1-q^2}=\frac{a_1+a_2}{1-q^2}=\frac{a_1(1+q)}{(1+q)(1-q)}=\frac{a_1}{1-q}=S_{(a_n)}$ ד. $a_1=200$

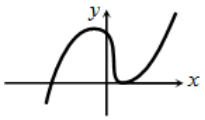
2) א. 4 ס"מ. ב. 4.47 ס"מ.

3) א. בנק ב'.

ב. לשניהם אותו הסכום שכן אין משמעות לסדר: $k\cdot a_1^8\cdot a_2^6=k\cdot 1.8\cdot 1.6=k\cdot 1.6\cdot 1.8=2.88k$.

4) א. $k=9$ ב. $\min(1,0)\ ;\ \max(-1,16)$

ג. עולה: $x>1\ ,\ x<-1$, יורדת: $-1<x<1$. ד. להלן סקיצה:



ה. 2

5) א. $a=-2\ ,\ f(x)=\frac{e^x+e^{-2x}}{4}$ ב. 1.52 יחידות שטח $=S$.

מבחן מספר 13:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) בסדרה חשבונית $a_1 , a_2 , a_3 .. a_n$ ידוע כי סכום ארבעת האיברים הראשונים וסכום האיברים ה-6 עד ה-9 הם מספרים נגדיים.

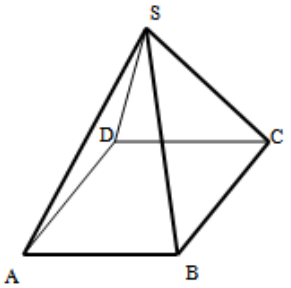
א. הוכח: $a_5 = 0$.

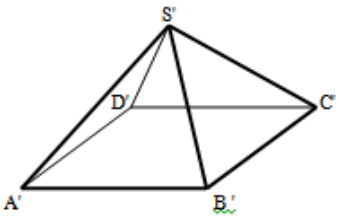
ב. נתון: $a_3 - a_{11} = 24$. מצא את: a_1 ואת d.

מגדירים סדרה חשבונית חדשה b_n המקיימת: $b_n = 2a_n - 3$.

ג. מצא את ערך האיבר השלילי הראשון בסדרה ואת מיקומו הסידורי.

2) נתונות שתי פירמידות ריבועיות ישרות: SABCD ו-S'A'B'C'D'. אורך מקצוע הבסיס בפירמידה הראשונה הוא a וגובהה הוא $2a$. אורך מקצוע הבסיס בפירמידה השנייה הוא $2a$ וגובהה הוא a.





א. קבע לאיזו פירמידה יש נפח גדול יותר.

כעת משנים את הגובה של כל פירמידה כך שנפחן יהיה זהה והוא: a^3.

ב. מצא את יחס בין המקצוע הצדדי של הפירמידה SABCD ובין המקצוע הצדדי של הפירמידה S'A'B'C'D'.

ג. דנה טוענת כי היות ונפח שתי הפירמידות זהה אזי גם שטח הפנים שלהן זהה. האם דנה צודקת? הוכח את טענתך באמצעות חישוב מתאים.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x)=e^{2x}+ae^{x}+b$.

גוזרים את הפונקציה פעמיים וידוע כי כאשר $x=\ln\frac{2}{3}$

הנגזרות מקיימות: $f'(x)+f''(x)=8$.

א. מצא את a.

משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה מסוימת היא: $y=16x+7-16\ln 2$.

ב. מצא את שיעור ה-x של נקודת ההשקה.

ג. מצא את b.

ד. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.

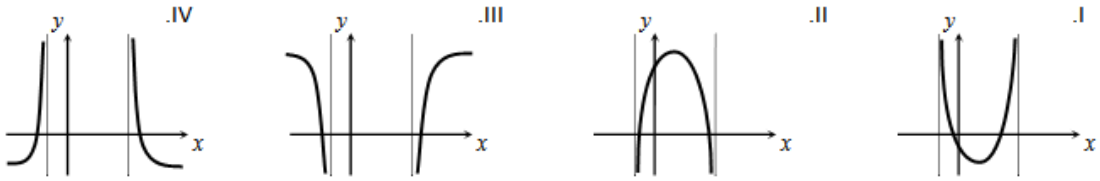
4) נתונה הפונקציה הבאה: $y=\ln\left(x^2-6x-7\right)$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

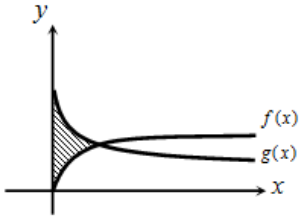
ב. מהן האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לציר ה-y?

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. לפניך 4 גרפים: I , II , III ו-IV. איזה מהגרפים מתאים לפונקציה הנתונה. נמק.



5) באיור שלפניך נתונים הגרפים של הפונקציות: $f(x)=\sqrt[3]{x}$, $g(x)=2-\sqrt[6]{x}$.



א. מצא את נקודת החיתוך של הגרפים.

ב. חשב את השטח הכלוא בין שני הגרפים וציר ה-y.

תשובות סופיות:

1) ב. $a_1=12\ ,\ d=-3$ ג. $b_5=-3$.

2) א. $V_{S'A'B'C'D'}=\frac{4}{3}a^3>V_{SABCD}=\frac{2}{3}a^3$ ב. פי $4\sqrt{\frac{19}{82}}$

ג. דנה טועה $P_{SA'B'C'D'}=9a^2\neq P_{SABCD}\approx 7a^2$.

3) א. $a=4$ ב. $x=\ln 2$ ג. $b=-5$ ד. $(0,0)$

4) א. $x<-1\ ,\ x>7$ ב. $x=7,-1$. ג. עולה: $x>7$ יורדת: $x<-1$.

ד. **III**. <u>הסבר</u>: באיורים I ו-II גרף הפונקציה לא בתחום. באיור IV תחומי העלייה והירידה הפוכים.

5) א. $(1,1)$ ב. $\frac{11}{28}$ יח"ש.

מבחן מספר 12:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) סדרה מקיימת את כלל הנסיגה: $a_1=1\ ,\ a_{n+1}=3n-a_n-7$.

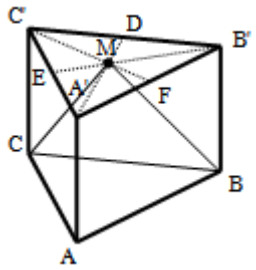
א. חשב את 5 האיברים הראשונים וקבע האם הסדרה היא חשבונית.

ב. הוכח כי לכל n טבעי מתקיים: $a_{n+2}=a_n+3$.

ג. כתוב נוסחה לסכום n האיברים הראשונים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה.

ד. חשב את הסכום הבא: $a_1+a_3+a_5+.....+a_{17}$.

2) במנסרה משולשת וישרה ABCA'B'C' שבסיסה משולש שווה צלעות מעבירים בבסיס העליון A'B'C' את התיכונים A'D , B'E ו-C'F אשר נחתכים בנקודה M. מהנקודה M מעבירים את הקטעים MC ו-MB כך שנוצר המשולש MCB.
גובה המנסרה שווה באורכו למקצוע בסיס המנסרה.
חשב את הזווית שבין האנך לצלע BC במשולש MCB למישור הבסיס ABC.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) שתי מכוניות המוצעות למכירה עולות: מכונית א' - 60,000 ₪ ומכונית ב' - 85,000 ₪.
ידוע כי ערך מכונית ב' יורד ב-4% בכל שנה וערך מכונית א' יורד ב-2.5% בכל שנה.

א. מצא בעוד כמה שנים יהיו המחירים של שתי המכוניות זהים.

ב. סיגל רוצה לקנות מכונית ולרשותה עומד סכום של 40,000 ₪.
איזו מכונית תוכל לקנות סיגל קודם ולאחר כמה שנים מיום הצעתן?

4) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה: $f(x)=\frac{1}{e^{3x^2+6x+k}}$ בנקודה שבה: $x=1$ הוא: $-\frac{12}{e^{10}}$.

א. מצא את ערך הפרמטר k וכתוב את הפונקציה.

ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.

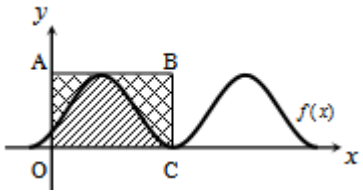
ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. הוכח על סמך הסקיצה את אי-השוויון הבא: $0<\frac{1}{e^{3x^2+6x+1}}\le e^2$.

5) באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x)=\frac{\sin 2x+1}{2}$ בתחום: $-0.25\pi\le x\le 1.75\pi$.

מעבירים משיק AB דרך נקודת המקסימום של הפונקציה ומעלים אנך לציר ה-x מנקודת החיתוך הראשונה של גרף הפונקציה עם ציר ה-x בתחום הנתון המסומנת ב-C כך שנוצר המלבן ABCO.

השטח הכלוא בין גרף הפונקציה וציר ה-x יסומן ב-S_1 (המקווקו). השטח הכלוא בין צלעות המלבן, גרף הפונקציה וציר ה-y יסומן ב-S_2.



א. מצא את משוואת הצלע AB של המלבן.

ב. חשב את היחס: $\frac{S_1}{S_2}$.

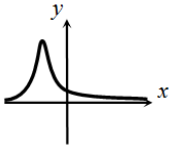
תשובות סופיות:

1) א. $a_1=7$, $a_2=-5$, $a_3=4$, $a_4=-2$, $a_5=1$ ב. $S_{n(o)}=1.5n^2-0.5n$ ג. $S_{9(o)}=117$

2) $73.89°$

3) א. לאחר 22.46 שנים. ב. מכונית א' ולאחר 16 שנים.

4) א. $k=1$, $f(x)=\frac{1}{e^{3x^2+6x+1}}$ ב. $\left(-1,e^2\right)$ ג. להן סקיצה:



ד. ניתן לראות עפ"י הגרף כי ערך הפונקציה $f(x)$ נמצא בתחום $0<f(x)\le e^2$.

5) א. $y=1$ ב. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{3\pi+2}{3\pi-2}=1.538$

מבחן מספר 14:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) המספרים: $2x-3\ ,\ x-9\ ,\ x-13$ הם שלושת האיברים הראשונים בסדרה הנדסית עולה שכל איבריה חיוביים.

א. מצא את x.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) כתוב את נוסחת האיבר הכללי בסדרה זו.

(2) מצא שני איברים סמוכים בסדרה שסכומם הוא 18750.

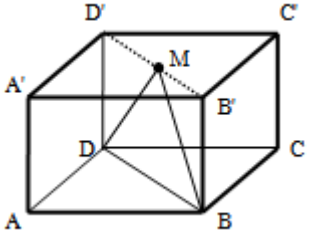
ג. ידוע כי האיבר האחרון בסדרה הוא $a_n=5^{11}$.

מצא את סכום 7 האיברים האחרונים בסדרה.

2) בתיבה $ABCDA'B'C'D'$ שבסיסה מלבן מעבירים את האלכסון $B'D'$ בבסיס העליון.

מאמצע האלכסון M מעבירים את הקטעים DM ו-BM כך שנוצר המשולש ישר הזווית BMD, $(\sphericalangle BMD=90°)$.

אורך מקצוע הבסיס AB הוא $5a$ ואורך הקטע DM הוא $4a$.



א. הבע באמצעות a את אורך המקצוע AD.

ב. מעבירים את הקטע AM. חשב את זווית MAD.

ג. מצא את a אם ידוע כי שטח המשולש MAD הוא 125 סמ"ר (עגל למספר שלם).

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) כמות אצות בים מתרבה בצורה מעריכית. ידוע כי לאחר 40 שנים כמות אצות מכפילה את עצמה. כדי לצמצם את כמות האצות מבצעים עבודות ניקיון מדי שנה ובהן מנקים כ-200 ק״ג אצות. בחוף מסוים היו בשנת 1990 כ-1200 ק״ג אצות.

א. מצא את קצב גידול האצות השנתי.

ב. מצא כמה אצות יהיו בחוף המסוים בשנת 1993 לאחר הניקיון באותה שנה.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\cos^2 x-\cos x-2$ בתחום: $0\le x\le 2\pi$.

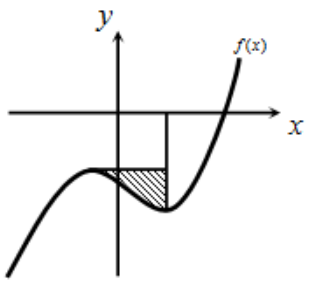
א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ב. מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה וקבע את סוגן.

ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

5) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x)=4e^{2x}-9e^{x}+2$.
ידוע כי שיעור ה-y של נקודת המינימום הוא: $y=\ln 4-10$.



א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את נקודת הקיצון השנייה של הפונקציה וקבע את סוגה.
מעבירים מנקודת המינימום אנך לציר ה-x ומנקודת הקיצון השנייה ישר המקביל לציר ה-x.

ג. חשב את השטח הכלוא בין שני הישרים וגרף הפונקציה.

תשובות סופיות:

1) א. $x=14$ ב. **(1)** $a_n=5^{n-1}$ **(2)** ב. $a_6\ ,\ a_7$ ג. $S_7^*=61,034,375$.

2) א. $a\sqrt{7}$ ב. $70.6°$ ג. $a=5$.

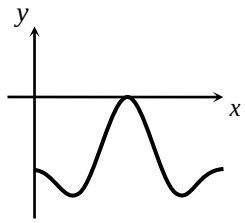
3) א. $a=1.017$ ב. 653.48 ק"ג אצות.

4) א. $(\pi,0)\ ,\ (0,-2)$

ב. $\max(2\pi,-2)\ ,\ \min\left(1\frac{2}{3}\pi,-2.25\right)\ ,\ \max(\pi,0)\ ,\ \min\left(\frac{\pi}{3},-2.25\right)\ ,\ \max(0,-2)$.

ג. עולה: $\frac{\pi}{3}<x<\pi\ ,\ 1\frac{2}{3}\pi<x<2\pi$ יורדת: $0<x<\frac{\pi}{3}\ ,\ \pi<x<1\frac{2}{3}\pi$.

ד. סקיצה בצד.



5) א. $f(x)=2e^{2x}-9e^{x}+2x$

ב. $\max\left(\ln\frac{1}{4},-\ln 16-2\frac{1}{8}\right)$ ג. $S\approx$ 3.07 יח"ש.

מבחן מספר 15:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונה הסדרה ההנדסית הבאה: $a_1 , a_2 , a_3 , ... , a_{2n}$ שמנתה היא q.

בונים סדרה חדשה מריבועי כל האיברים הסדרה באופן הבא: $a_1^2 , a_2^2 , a_3^2 , ... , a_{2n}^2$.

א. הוכח כי היחס בין סכום n האיברים הראשונים בסדרת הריבועים ובין סכום כל האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה הנתונה תלוי רק באיבר הראשון של הסדרה.

בסדרה הנדסית אינסופית יורדת שסכומה 640 ידוע כי סכום 10 האיברים הראשונים כאשר מעלים אותם בריבוע גדול פי 320 מסכום 10 האיברים הראשונים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה.

ב. מצא את מנת הסדרה.

מחברים את כל איברי הסדרה החל מאיבר a_n כלשהו.

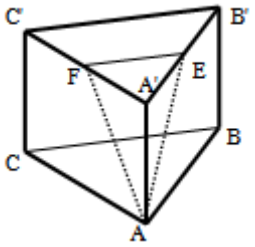
ידוע כי סכום זה קטן פי 16 מסכום הסדרה המקורי.

ג. מצא את האיבר a_n.

2) במנסרה משולשת וישרה ABCA'B'C' שבסיסה משולש שווה צלעות הנקודות E ו-F הן בהתאמה אמצעי המקצועות A'B' ו-A'C'.

מעבירים את הקטעים AE ו-AF כך שנוצר המשולש AEF.

אורך מקצוע הבסיס של המנסרה הוא 10 ס"מ וגובה המנסרה הוא 12 ס"מ.



א. חשב את אורכי הצלעות של המשולש AEF.

ב. חשב את הזווית שבין גובה המנסרה AA' לבין מישור המשולש AEF.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה הבאה: $y=(\sin x+1)\cdot\cos x$ בתחום: $0\le x\le 1.5\pi$.

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ב. מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. כמה פתרונות יש למשוואה: $(\sin x+1)\cdot\cos x=1$ בתחום הנתון?

4) נתונות הפונקציות הבאות: $f(x)=(x-2)^2$, $g(x)=\sqrt[5]{2x+2.6}$.

א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציות עם ציר ה-x.

ב. מגדירים פונקציה חדשה: $h(x)=f(x)\cdot g(x)$.

כתוב מפורשות את הפונקציה $h(x)$ ואת תחום הגדרתה.

ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$.

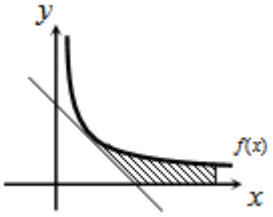
ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.

ה. מצא עבור אלו ערכים של k יחתוך הישר $y=k$ את גרף הפונקציה ב-3 נקודות שונות.

5) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x)=-\frac{4}{x^2}$.

משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x=2$ היא: $y=4-x$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.



באיור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x)$ והמשיק בתחום: $x>0$.

ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק, ציר ה-x והישר $x=e^2$.

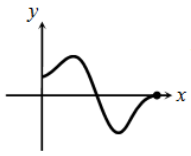
תשובות סופיות:

1) א. $\frac{S_{n(s)}}{S_{n(o)}}=a_1$ ב. $q=0.5$ ג. $a_5=20$.

2) א. 13 ס"מ, 13 ס"מ, 5 ס"מ. ב. $19.84°$

3) א. $(0.5\pi,0)$, $(1.5\pi,0)$ ב. $(0,1)$, $\left(\frac{\pi}{6},1.29\right)$, $\left(\frac{5\pi}{6},-1.29\right)$, $(1.5\pi,0)$

ג. להלן סקיצה:

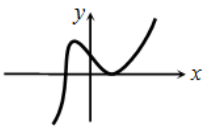


ד. 2 פתרונות.

4) א. $(-1.3,0)$, $(2,0)$ ב. $h(x)=(x-2)^2\sqrt[5]{2x+2.6}$, כל x.

ג. $\min(2,0)$; $\max(-1,8.12)$.

ד. להלן סק



ה. $0<k<9$.

5) א. $f(x)=\frac{4}{x}$ ב. 3.227 יח"ש $=6-4\ln 2$ יח"ש.

מבחן מספר 10:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

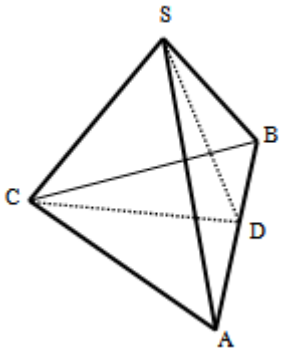
1) באחת ממדינות המזרח היה מלך שאהב משחקי חשיבה. לכבוד יום הולדתו הכין לו השר הבכיר שבממלכתו משחק מיוחד המכיל 25 משבצות ו-2 חיילי משחק. המלך, מרוב התלהבות ושמחה לא ידע כיצד לגמול לשר החכם ושאל אותו מה ירצה בתמורה.
השר סרב לקבל דבר על מתנתו עד שלבסוף החליט המלך לתת לשר מחצית מכל אוצרות הממלכה המונים כ-40 מיליון אבנים יקרות. לאחר ששמע על כך השר, הוא החליט לאתגר את המלך והעלה את ההצעה הבאה: תן לי אבן יקרה אחת והכפל אותה בכל משבצת שבמשבצות המשחק באופן הבא: כנגד המשבצת הראשונה - אבן אחת, כנגד השנייה - שתי אבנים, כנגד השלישית - ארבע אבנים וכן הלאה... המלך הסכים להצעה.

א. כמה אבנים המלך ייתן לשר כנגד המשבצת האחרונה במשחק?

ב. העזר בכמות האבנים שברשותו של השר וקבע האם הצעתו שוות-ערך יותר מהחלטת המלך לתת לו מחצית מאוצרות הממלכה.

ג. סמוך לפני שנתן המלך את האבנים לשר, הציעה בתו של המלך הצעה נוספת והיא: תן עבור כל משבצת זוגית 2^n אבנים,
כאשר n הוא מספר המשבצת. האם כדאי למלך לקבל את הצעת בתו או להישאר עם ההצעה המקורית של השר?

2) נתונה פירמידה ישרה SABC שבסיסה הוא משולש שווה צלעות. מעבירים את הגובה SD בפאה הצדדית ASB וכן את הגובה CD בבסיס ABC.
זווית הבסיס של פאה צדדית היא $50°$ ושטח המעטפת הוא: 89.38 סמ"ר.



א. מצא את אורך מקצוע הבסיס של המנסרה.

ב. מצא את גובה המנסרה.

ג. חשב את הזווית שבין הקטע SD ומישור בסיס הפירמידה ABC.

ד. חשב את הזווית שבין המקצוע SC ובסיס הפירמידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=\tan 2x-8\sin 2x$ בתחום: $-0.25\pi<x<0.25\pi$.

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים בתחום הנתון.

ב. כתוב את האסימפטוטות האנכיות של גרף הפונקציה.

ג. מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\sqrt[3]{x}+\sqrt[6]{x}-6$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ג. הוכח כי הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. מגדירים פונקציה נוספת: $g(x)=-f(x)$.

קבע לגבי כל טענה האם היא נכונה או שגויה. נמק.

(1) לשתי הפונקציות אותו תחום הגדרה.

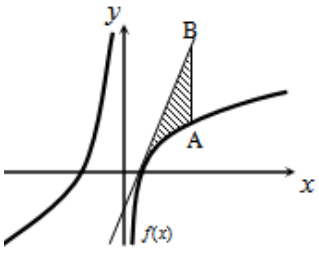
(2) שתי הפונקציות חותכות את הצירים באותן הנקודות.

(3) שתי הפונקציות עולות בכל תחום הגדרתן.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=7+ax+\frac{b}{x}$.

ידוע כי משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה-x היא: $y=18x-9$.

א. מצא את a ו-b וכתוב את הפונקציה.



מעבירים ישר המקביל לציר ה-y שחותך את גרף הפונקציה בנקודה A ואת משוואת המשיק בנקודה B כמתואר באיור.
אורך הקטע AB הוא 18.

ב. מצא את משוואת הישר הנ"ל אם ידוע כי הנקודה A נמצאת מימין לנקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x.

ג. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק והישר.

תשובות סופיות:

1) א. $a_{25}=16,777,216$

ב. לפי הצעת השר יהיו לו 33,554,431 אבנים ולפי הצעת המלך יהיו לו 20,000,000 אבנים.

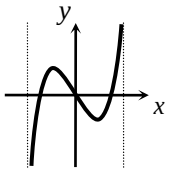
ג. הסדרה שתתקבל לפי הצעת הבת היא: $4,16,64,...,2^{24}$ וסכומה הוא: 22,369,620.

כדאי למלך לקבל את הצעת בתו.

2) א. 10 ס"מ. ב. 5.21 ס"מ. ג. $61°$ ד. $42°$

3) א. $(0,0)$, $(\pm 0.23\pi, 0)$ ב. $x=\pm 0.25\pi$

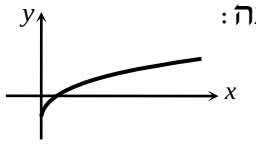
ג. $\max\left(-\frac{\pi}{6},\sqrt{27}\right)$, $\min\left(\frac{\pi}{6},-\sqrt{27}\right)$ ד.



4) א. $x\geq 0$. ב. $(64,0)$; $(0,-6)$

ג. הנגזרת: $f'(x)=\frac{1+2\sqrt[6]{x}}{6x^{5/6}}>0$ בת.ה.

ד. להלן סקיצה: ה. i. נכון.



ה. ii. לא נכון. החיתוך עם ציר ה-y שונה. ה. iii. לא נכון.

5) א. $f(x)=7+2x-\frac{4}{x}$, $a=2$, $b=-4$ ב. $x=2$

ג. $S=6+\ln 256\approx 11.54$ יחידות שטח.

מבחן מספר 17:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונים שני טורים חשבוניים:

$$138\ ,\ 144\ ,\ 150\ ,\ .....$$
$$96\ ,\ 93\ ,\ 90\ ,\ .....$$

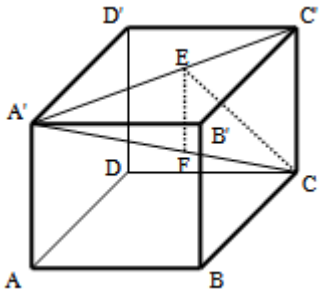
לשני הטורים אותו מספר איברים.
ידוע כי סכום האיברים האחרונים של שני הטורים (האיבר האחרון מהטור הראשון והאיבר אחרון מהטור השני) הוא אפס.

א. מצא את מספר האיברים שבכל טור.

מחברים את n האיברים הראשונים מהטור הראשון יחד עם n האיברים הראשונים מהטור השני. ידוע כי חיבור הסכומים הוא 3480.

ב. מצא את n אם ידוע שהוא קטן מ-20.

2) נתונה קובייה $ABCDA'B'C'D'$.
מעבירים את האלכסון $A'C$ בבסיס העליון.
מהנקודה E שעל האלכסון $A'C$ מותחים את הקטע CE השווה באורכו לקטע $A'E$. כמו כן מורידים גובה EF ממישור הבסיס העליון $A'B'C'D'$. (EF מאונך ל-$A'C$). הנקודה F נמצאת על האלכסון הראשי $A'C$. נסמן: $\sphericalangle A'CE=\alpha$, $A'F=m$.
הבע באמצעות α ו-m את נפח הקובייה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) לפניך הפונקציה הבאה: $f(x)=\ln(1-\ln x)$.

א. מה הוא תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. הוכח כי הפונקציה יורדת בכל תחום הגדרתה.

ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=x\cos x-x$ בתחום: $-3\pi\le x\le 3\pi$.

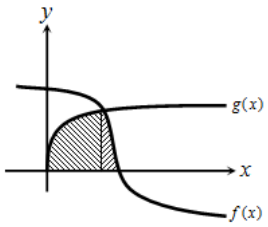
א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) הראה כי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x מאפסות את הנגזרת של הפונקציה.

(2) ידוע גם כי: $f'(-3.67)=0$, $f'(3.67)=0$. קבע אלו נקודות מנקודות החיתוך שמצאת הן נקודות קיצון ואלו אינן נקודות קיצון.
מצא את סוג הקיצון בכל מקרה.

5) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x)=-\frac{1}{\sqrt[5]{(6-5x)^4}}$.



ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה-x בנקודה שבה: $x=1.2$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$, גרף הפונקציה: $g(x)=\sqrt[10]{x}$ וציר ה-x.

תשובות סופיות:

1) א. $n=81$ ב. $n=16$.

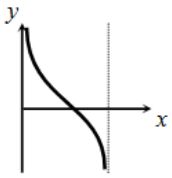
2) $\left(m\sin 2\alpha\cos\alpha\right)^3$

3) א. $0<x<e$. (שימו לב כי תנאי ת.ה. הם: $1-\ln x>0$ וגם $x>0$).

ב. $f'(x)=-\frac{1}{x(1-\ln x)}<0$ - ולכן הפונקציה יורדת בת.ה.

ג. $(1,0)$.

ד. להלן סקיצה:



4) א. $(0,0)$, $(2\pi,0)$, $(-2\pi,0)$ ב. **(2)**. $\min(-2\pi,0)$, $\max(2\pi,0)$, $(0,0)$ פיתול.

5) א. $f(x)=(6-5x)^{\frac{1}{5}}$ ב. 1.08 יח"ש.

מבחן מספר 18:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) בסדרה הנדסית שבה 12 איברים סכום כל איברי הסדרה גדול פי 3 מסכום האיברים כאשר מחליפים את סימני כל האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים.

א. מצא את מנת הסדרה.

ידוע כי ההפרש בין האיבר החמישי לאיבר הרביעי בסדרה הוא 8.

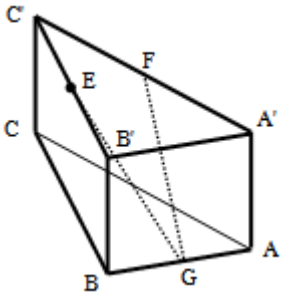
ב. מצא את האיבר הראשון בסדרה.

ג. חשב את סכום כל האיברים העומדים במקומות הזוגיים בסדרה.

2) במנסרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה הוא משולש ישר זווית $(\sphericalangle ABC = 90°)$ הנקודות E, F ו-G הן בהתאמה אמצעי המקצועות $B'C'$, $A'C'$ ו-AB כמתואר באיור.

מסמנים את מידות הבסיס ABC : $BC = 12t$, $AB = 5t$.

הזווית שבין הקטע GE ובין מישור הבסיס ABC היא : $36.86°$.



א. הבע באמצעות t את גובה המנסרה.

ב. חשב את הזווית שבין הקטע GF ובין מישור הבסיס ABC.

ג. מצא את t אם ידוע כי אורך הקטע GF הוא : $\sqrt{3825}$ ס"מ.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בצורה מעריכית לפי אחוז קבוע p מדי שעה.

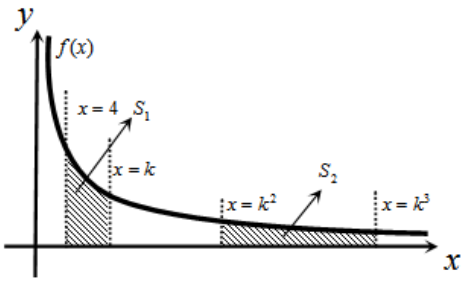
ביום מסוים היו k גרם מהחומר. לאחר 3 שעות הוסיפו עוד k גרם לכמות שנותרה ולאחר 3 שעות נוספות מתברר שנשארו k גרם מהחומר. מצא את p

4) נתונות הפונקציות הבאות: $f(x)=6x-e^x$ ו- $g(x)=ae^x-e^{2x}+b$.
ידוע כי לשתי הפונקציות נקודת קיצון שבה אותו שיעור x
וכי שתיהן נפגשות על ציר ה- y.

א. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b.

ב. הראה כי לשתי הפונקציות תחומי עלייה וירידה משותפים.

5) באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{2}{x}$
בתחום: $x>0$. מעבירים את הישרים:
$x=k^3$, $x=k^2$, $x=k$, $x=4$ כמתואר $(k>4)$.



א. הבע באמצעות k את השטחים: S_1 ו- S_2.

ב. הראה כי ההפרש: S_2-S_1 אינו תלוי ב- k
וחשב את ערכו.

ג. נתון כי השטח S_2 גדול פי 3 מהשטח S_1.
מצא את k.

תשובות סופיות:

1) א. $q=2$ ב. $a_1=1$ ג. $S_{6(p)}=2730$.

2) א. $4.875t$ ב. $39.1°$ ג. $t=8$.

3) 14.82%.

4) א. $a=12$, $b=-12$ ב. עולות: $x<\ln 6$ יורדות: $x>\ln 6$.

5) א. $S_1=2\ln k-\ln 16$, $S_2=2\ln k$ ב. $S_2-S_1=\ln 16=2.77$
ג. $k=8$.

מבחן מספר 19:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) סדרה מוגדרת לפי כלל הנסיגה הבא: $a_{n+1}=a_n+2\cdot 3^n+2$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) הבע את a_{n+2} באמצעות a_n.

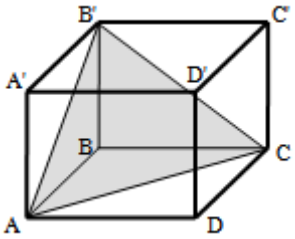
(2) מצא את מיקומו הסידורי של איבר הגדול ב-652 מהאיבר העומד שני מקומות לפניו.

ב. הנוסחה לסכום n האיברים הראשונים של אחת מהסדרות המיוצגות ע"י כלל הנסיגה הנ"ל היא: $S_n=1.5\cdot 3^n+n^2+n-1.5$.

חשב את הסכום הבא: $a_6+a_7+a_8+....+a_{11}$.

ג. מהו האיבר הראשון של הסדרה המיוצגת ע"י כלל הנסיגה ונוסחת הסכום הנ"ל?

2) בתיבה ריבועית וישרה ABCDA'B'C'D' מסמנים את אורך הגובה ב- h. מעבירים את הקטעים AB' , AC ו-B'C כך שנוצר המשולש AB'C כמתואר באיור. הזווית הנוצרת בין אנך לצלע AC במשולש AB'Cומישור הבסיס ABCD היא α.



א. הבע באמצעות h ו- α את אורך מקצוע הבסיס של התיבה.

ב. הבע באמצעות h ו- α את נפח התיבה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה הבאה: $y=\ln\frac{2x+1}{x-1}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. כתוב את האסימפטוטות האנכיות של גרף הפונקציה.

ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x.

ד. הראה כי גרף הפונקציה יורד בכל תחום הגדרתו.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

4) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x)=\frac{5x^2-66x-440}{\sqrt[6]{x}}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה? האם יש לפונקציה אסימפטוטה אנכית?

ב. האם הפונקציה חותכת את הצירים בתחום: $[0:18]$? נמק ע"י חישוב.

ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. מגדירים פונקציה נוספת: $g(x)$ המקיימת: $g(x)=-f(x)$.

לפניך מספר טענות המתייחסות לפונקציה $g(x)$.

קבע אלו מהטענות הבאות נכונות ואלו שגויות.

נמק ע"י הסבר או חישוב מתאים.

(1) $g(x)$ חיובית בכל התחום $[0:18]$.

(2) ל-$g(x)$ אותן נקודות קיצון (אותם שיעורים ואותו סוג) כמו $f(x)$.

(3) ל-$g(x)$ אותו תחום הגדרה כמו ל-$f(x)$.

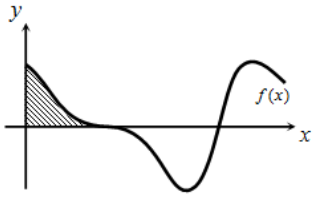
5) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x)=-\cos 2x-\sin x$.

א. מצא את שיעורי ה-x של הנקודות המקיימות: $f'(x)=0$ בתחום: $0<x<2\pi$.

ידוע כי הנקודה המקיימת $f'(x)=0$ אשר אינה קיצון נמצאת על ציר ה-x.

ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ג. באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה בתחום הנתון. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה והצירים.



תשובות סופיות:

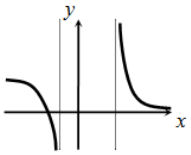
1) א. i. a_4 ii. $a_{n+2}=a_n+8\cdot 3^n+4$ ב. $S_{6-11}=265458$.

ג. $a_1=5$

2) א. $\frac{h\sqrt{2}}{\tan\alpha}$ ב. $\frac{2h^3}{\tan^2\alpha}$

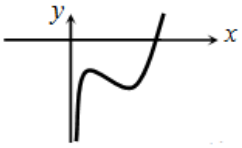
3) א. $x>1$, $x<-\frac{1}{2}$. ב. $x=-\frac{1}{2},1$ ג. $(-2,0)$

ד. מתקבל: $y'=\frac{-3}{(2x+1)(x-1)}<0$. ה. להלן סקיצה:



4) א. $x>0$, $x=0$ אסימפטוטה אנכית. ב. לא.

ג. $\max(2,-491.77)$; $\min(4,-495.27)$. ד. להלן סקיצה:



ה. i. נכון. ii. לא נכון. iii. נכון.

5) א. $x=\frac{\pi}{2}$, $\frac{7\pi}{6}$, $\frac{11\pi}{6}$ ב. $f(x)=-\frac{1}{2}\sin 2x+\cos x$

ג. $S=\frac{1}{2}$ יחידות שטח.

מבחן מספר 20:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונה סדרה הנדסית אינסופית ..... a_1 , a_2 , a_3 שמנתה היא q , $(0<q<1)$.

נגדיר את הסכומים הבאים: $V=a_3+a_7+a_{11}+.....$, ... $T=a_1+a_2+a_5+a_6+a_9+a_{10}$.

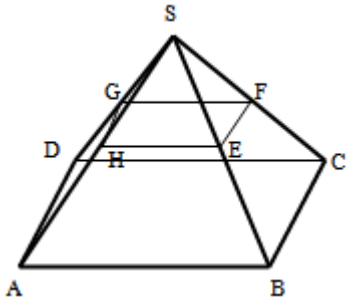
נתון כי: $T=6V$.

א. מצא את מנת הסדרה q.

ב. פי כמה קטן V מסכום כל האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה?

ג. מצא את האיבר הראשון אם ידוע כי סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים הוא $1365\frac{1}{3}$.

2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה מלבן.
מאמצעי המקצועות הצדדיים מעבירים קטעים כך שנוצר המלבן EFGH.
ידוע כי שטח מלבן זה הוא 48 סמ"ר וכי אורך האלכסון שלו הוא 10 ס"מ. הזווית HSF היא בת $50°$.



א. מצא את מידות הבסיס ABCD.

ב. מצא את גובה הפירמידה.

ג. חשב את שטח הפנים של הפירמידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) ערך מנייה מסוימת גדל בצורה מעריכית. ידוע כי בשנת 1980 הייתה המנייה שווה k שקלים. המנייה גדלה באחוז קבוע של 2% לשנה עד לשנת 1992 ומשם צנחה בקצב של 5% לשנה במשך 8 שנים נוספות. לאחר מכן גדלה המנייה בקצב שנתי קבוע עד לשנת 2010. אדם הרוצה לקנות את המנייה שנת 2010 נוכח לדעת כי מחירה הוא $1.5k$. מצא באיזה אחוז עלתה המנייה לאחר הצניחה שלה.

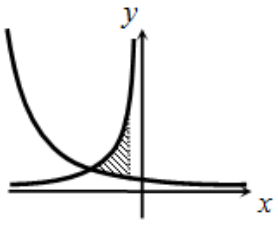
4) נתונות הפונקציות הבאות: $f(x)=x^2+\cos^2 x$ ו- $g(x)=x^2+\sin^2 x$.

א. הוכח כי ההפרש: $f(x)-g(x)$ שווה ל- $\cos 2x$.

ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציות בתחום: $-\pi<x<\pi$.

ג. ישר $x=t$, $(0<t<1)$ חותך את הגרפים בנקודות A ו-B ומהן מעבירים משיקים לפונקציות. ידוע כי ההפרש בין שיפוע המשיק של גרף הפונקציה $g(x)$ לשיפוע המשיק של גרף הפונקציה $f(x)$ הוא 1. מצא את כל הערכים האפשריים עבור t.

5) נתונות הפונקציות: $f(x)=-\frac{4}{x}$ ו- $g(x)=\frac{k}{2x+5}$.



גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה שבה: $y=0.4$.

א. מצא את הפונקציה $g(x)$.

ב. מצא את נקודת החיתוך של שני הגרפים.

ג. חשב את השטח המוגבל ע"י שני הגרפים והישר $x=-1$.

תשובות סופיות:

1) א. $q=\frac{1}{2}$ ב. פי 5. ג. $a_1=1024$

2) א. 12 ס"מ ו-16 ס"מ. ב. 21.44 ס"מ. ג. 823 סמ"ר.

3) ב-5.95%

4) ב. $\left(\frac{3\pi}{4},6.05\right)$, $\left(-\frac{\pi}{4},1.11\right)$, $\left(\frac{\pi}{4},1.11\right)$, $\left(-\frac{3\pi}{4},6.05\right)$ ג. $t_{1,2}=\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}$

5) א. $g\left(x\right)=\frac{2}{2x+5}$ ב. $\left(-2,2\right)$ ג. $\ln 5\frac{1}{3}=1.674$ יח"ש.

מבחן מספר 21:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) בסדרה חשבונית שבה מספר זוגי של איברים נתון כי סכום ריבועי האיברים העומדים במקומות ה-4 וה-5 שווה לריבוע האיבר העומד במקום ה-6. האיבר הראשון אינו אפס.

א. הוכח את הטענות הבאות:

(1) $a_1 = -4d$.

(2) $S_9 = 0$.

האיבר העומד במקום ה-6 גדול ב-2 מהאיבר העומד במקום ה-5.

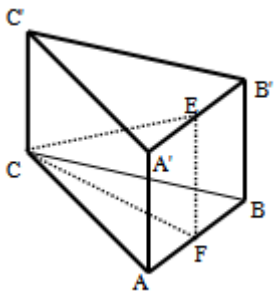
ב. מצא את a_1 ואת d.

ג. מצא את מספר איברי הסדרה אם ידוע כי סכום האיברים העומדים במקומות הזוגיים הוא 504.

2) נתונה מנסרה משולשת וישרה ABCA'B'C' שבסיסה הוא משולש שווה שוקיים $(AC = BC)$.

מאמצעי המקצועות A'B' ו-AB מעבירים את הקטע EF.

ידוע כי מקצוע הבסיס AB הוא k והוא קטן פי 2 משוק הבסיס AC. נסמן: $\sphericalangle FCE = \alpha$.



א. הבע באמצעות k ו- α את נפח המנסרה.

ב. חשב את נפח המנסרה אם ידוע כי: $2EF = CE$

וכי שטח הבסיס ABC הוא: $\sqrt{15}$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) לגרף הפונקציה: $f(x)=ax^2\cdot e^{-bx^2}$ יש נקודת קיצון: $\left(2,\frac{4}{e}\right)$. $a,b\neq 0$

א. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b וכתוב את הפונקציה.

ב. מצא את נקודות הקיצון הנוספות של הפונקציה וקבע את סוגן.

ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. מעבירים ישר: $y=k$. באיזה תחום ערכים צריך להימצא k כדי שהישר יחתוך את גרף הפונקציה ב-4 נקודות שונות?

4) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x)=\sqrt{x}\cdot\sqrt[4]{9-x}$.

א. מה הוא תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה (מקומיות וקצה) וקבע את סוגן.

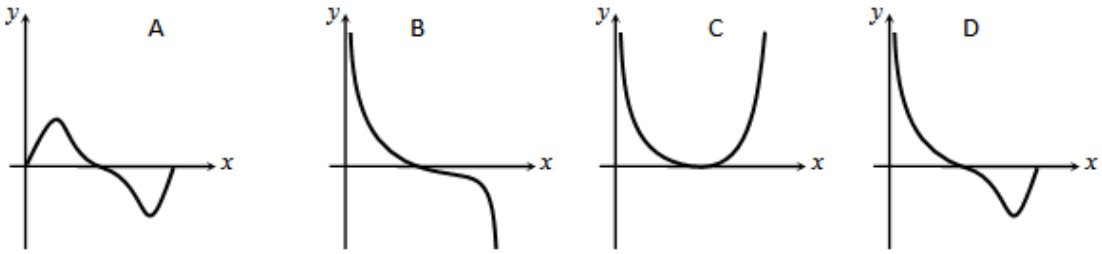
ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. על סמך הסעיפים הקודמים קבע כמה פתרונות יש למשוואה הבאה: $\sqrt{x}\cdot\sqrt[4]{9-x}=k$ כאשר:

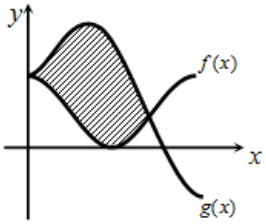
(1) $k=-2$.

(2) $k=1$.

ה. קבע איזה מבין הגרפים הבאים מתאר את הנגזרת של הפונקציה. נמק.



5) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציה הבאות:
$f(x)=\cos^2 x$ ו- $g(x)=\sin^2 x+\cos x$ בתחום: $0\le x\le \pi$.



א. מצא את נקודות החיתוך של הגרפים בתחום הנתון.

ב. חשב את השטח הכלוא בין שני הגרפים.

השתמש בזהות: $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$.

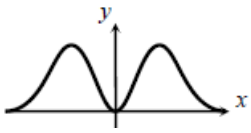
תשובות סופיות:

1) ב. $a_1=-8\ ,\ d=2$ ג. $n=36$

2) א. $V=\frac{15k^3\tan\alpha}{8}$ ב. $\frac{15}{\sqrt{3}}$ סמ"ק.

3) א. $a=1\ ,\ b=0.25\ ,\ f(x)=x^2e^{-\frac{1}{4}x^2}$ ב. $\max\left(-2,\frac{4}{e}\right)\ ,\ \min(0,0)$

ג. $(0,0)$ ד. להלן סקיצה: ה. $0<k<\frac{4}{e}$



4) א. $0\le x\le 9$ ב. $\max(6,3.22)$; $\min(0,0)$ קצה, $\min(9,0)$ קצה.

ג. עולה: $0<x<6$, יורדת: $6<x<9$.

ד. $k=-2$ אין פתרון. $k=1$ שני פתרונות. ה. B

5) א. $(0,1)\ ,\ \left(\frac{2\pi}{3},\frac{1}{4}\right)$ ב. $S=1.5\frac{\sqrt{3}}{2}=1.299$ יח"ש

מבחן מספר 22:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונה הסדרה הבאה: a_n ,...., 36 , 12 , 4 .

מוסיפים לכל איבר בסדרה זו שישית מהאיבר הבא אחריו ויוצרים סדרה חדשה b_n כך:

$$b_1 = a_1 + \frac{a_2}{6} \quad , \quad b_2 = a_2 + \frac{a_3}{6} \quad , \quad b_3 = a_3 + \frac{a_4}{6} \quad , \ldots\ldots \, , \quad b_n = a_n + \frac{a_{n+1}}{6} .$$

א. הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה הנדסית ומצא את מנתה.

ב. הראה כי היחס בין סכום n האיברים הראשונים של הסדרה a_n ובין סכום n האיברים הראשונים של הסדרה b_n הוא $\frac{2}{3}$.

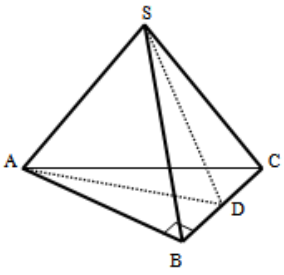
ג. מצא שני איברים סמוכים בסדרה b_n שסכומם מהווה $\frac{2}{9}$ מ-a_8.

2) נתונה פירמידה ישרה SABC שבסיסה הוא משולש ישר זווית $(\sphericalangle ABC = 90°)$.

בפירמידה זו מעבירים גובה SD בפאה הצדדית SBC כך שנוצר המשולש SAD.

ידוע כי משולש זה הוא שווה שוקיים ובו נסמן: $SA = AD = 2m$.

הזווית הנוצרת בין הגובה SD והקטע AD תסומן ב- $\sphericalangle SDA = \alpha$.



א. הראה כי הגובה SD בפאה SBC שווה באורכו למקצוע הבסיס AB.

ב. מה ניתן לומר על המשולשים SAB ו-SAD במקרה זה?

ג. הבע באמצעות m , α את גובה הפירמידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) מספר העופות בשמורת טבע גדל לפי אחוז קבוע של 3% לשנה.
בשנה מסוימת נספרו 2300 עופות בשמורה, לאחר 5 שנים הוסיפו לשמורת הטבע 1000 עופות נוספים.

א. מצא כמה עופות יהיו בשמורה לאחר 5 שנים נוספות.

ב. מצא תוך כמה שנים יהיה מספר העופות בשמורה זהה לזה שמצאת בסעיף א' אילולא היו מוסיפים את 1000 העופות הנוספים, אלא אם הייתה גדילה רציפה.

4) לפניך הפונקציות הבאות: $f(x)=\sqrt{-\cos x}$ ו- $g(x)=\sqrt{\cos x+1}$.

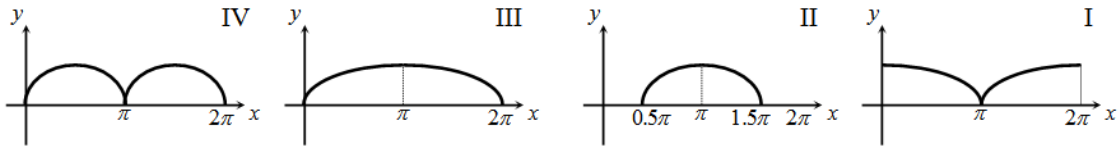
הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $0.5\pi \le x \le 1.5\pi$ והפונקציה $g(x)$ מוגדרת בתחום $0 \le x \le 2\pi$.

א. האם הגרפים חותכים את ציר ה-x בתחום הנתון? הראה חישוב מתאים.

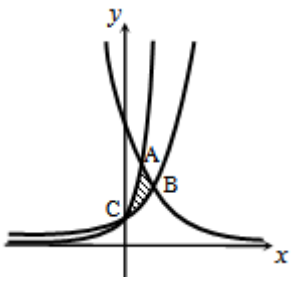
ב. האם הגרפים חותכים זה את בתחום הנתון? אם כן מצא את נקודות החיתוך.

ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון וקבע את סוגה.

ד. לפניך ארבעה איורים: I , II , III ו-IV.
קבע על סמך הסעיפים הקודמים איזה איור מתאר את הגרף של $f(x)$ ואיזה מתאר את $g(x)$:



5) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של שלוש פונקציות:
I. $f(x)=2^x$. II. $g(x)=4^x$. III. $h(x)=2^{4-2x}$.



א. סרטט את הסקיצה וקבע איזה גרף מתאר כל פונקציה.

ב. מצא את שיעורי הנקודות A , B ו-C (נקודות החיתוך שבין הגרפים).

ג. חשב את השטח המסומן באיור.

תשובות סופיות:

1) א. $\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{a_{n+1}+\frac{1}{6}a_{n+2}}{a_n+\frac{1}{6}a_{n+1}}=\frac{a_1q^n+\frac{1}{6}a_1q^{n+1}}{a_1q^{n-1}+\frac{1}{6}a_1q^n}=\frac{a_1q^n\left(1+\frac{q}{6}\right)}{a_1q^{n-1}\left(1+\frac{q}{6}\right)}=q=3$

ב. $\frac{S_{(a_n)n}}{S_{(b_n)n}}=\frac{\frac{4\left(3^n-1\right)}{3-1}}{\frac{6\left(3^n-1\right)}{3-1}}=\frac{2}{3}$ ג. b_5 , b_6

2) א. $SD=AB=4m\cos\alpha$ ב. המשולשים חופפים. ג. $2\sqrt{3}m\cos\alpha$

3) א. 4250 עופות. ב. 20.77 שנים.

4) א. כן. $(1.5\pi,0)$, $f(x):(0.5\pi,0)$, $g(x):(\pi,0)$

ב. כן. $\left(\frac{2\pi}{3},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\left(\frac{4\pi}{3},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ג. $\max(\pi,1)$.

ד. איור I - $g(x)$. איור II - $f(x)$. ניתן לאמת זאת עפ"י הסעיפים הקודמים.

5) ב. $A(1,4)$, $B\left(1\frac{1}{3},2.52\right)$, $C(0,1)$ ג. יח"ש $S=1.03$

מבחן מספר 23:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

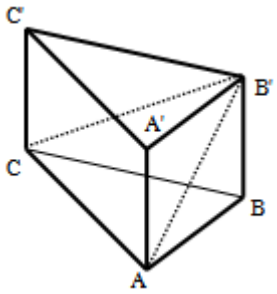
1) נתונות שתי סדרות החשבוניות הבאות: a_n שהפרשה הוא d_1 ו-b_n שהפרשה הוא d_2.
ידוע כי: $d_1 = -2d_2$.
סכום 50 האיברים הראשונים של שתי הסדרות שווה והאיבר העומד במקום ה-20 בסדרה a_n גדול ב-1 מהאיבר העומד במקום ה-37 בסדרה b_n.

א. מצא את הפרש הסדרה a_n - d_1.

ב. ידוע כי האיבר a_{10} קטן ב-1 מ-5 פעמים האיבר b_{50}.

ג. מצא את a_1 ואת b_1.

2) במנסרה משולשת וישרה ABCA'B'C' שבסיסה הוא משולש שווה שוקיים $(AC = BC)$ מעבירים את האלכסונים AB' ו-CB' כך שנוצר המשולש AB'C.



ידוע כי הזווית שבין אנך למקצוע AC במשולש ABC ואנך למקצוע AC במשולש AB'C היא $45°$ (האנכים נפגשים על המקצוע AC בנקודה E).
זוויות הבסיס ABC הן: $\sphericalangle ABC = \sphericalangle CAB = 75°$, $\sphericalangle ACB = 30°$.
גובה המנסרה הוא 5 ס"מ.

א. מצא את אורך המקצוע AC.

ב. חשב את הזווית שבין האלכסון CB' למישור הבסיס.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x)=x\left(\ln^3 x+2\ln^2 x\right)$.

א. הראה כי נגזרת הפונקציה היא: $f'(x)=\ln^3 x+5\ln^2 x+4\ln x$.

ב. מצא את התחום בו הפונקציה עולה.

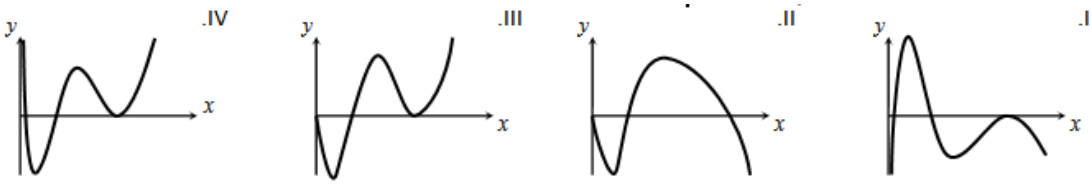
ג. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.

(2) מצא את התחום בו הפונקציה חיובית.

ד. לפניך 4 גרפים. קבע איזה מהם מתאר את הפונקציה $f(x)$ ונמק את בחירתך.

שים לב: תשובה ללא נימוק לא תחשב.



4) נתונה הפונקציה: $y=\left(\cos x+k\right)^2$ בתחום: $0\le x\le 2\pi$.

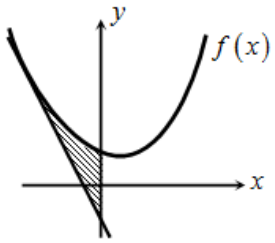
הפונקציה חותכת את ציר ה-x בנקודה שבה $x=\frac{2\pi}{3}$.

א. מצא את k וכתוב את הפונקציה.

ב. מצא את נקודת המקסימום שאיננה מוחלטת בתחום הנתון.

ג. האם יש לגרף הפונקציה נקודות מינימום שאינן מוחלטות? אם כן מהן?

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{3}{\sqrt[3]{5-x}}+\frac{1}{2}x^2$.



א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=-3$.

ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$, המשיק וציר ה-y.

תשובות סופיות:

1) א. $d_1=4$ ב. $a_1=-52\ ,\ b_1=95$

2) א. 10 ס"מ. ב. $26.56°$

3) ב. $e^{-4}<x<e^{-1}\ \ ,\ \ x>1$

ג. i. 2 נקודות והן: $\left(e^{-2},0\right)\ ,\ \left(1,0\right)$. הנקודה שבה: $x=0$ לא קיימת עקב ת.ה.

ii. $x>e^{-2}\ \ ,\ \ x\neq 1$

ד. III – בראשית הצירים יש חור ולא אסימפטוטה. שאר הנתונים כפי שהתקבלו בסעיפים הקודמים.

4) א. $k=0.5\ ,\ y=\left(\cos x+0.5\right)^2$ ב. $\left(\pi,0.25\right)$.

ג. לא – כל נקודות המינימום הן מוחלטות.

5) א. $y=-2\frac{15}{16}x-\frac{45}{16}$ ב. 4.56 יח"ש $S=$.

מבחן מספר 25:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

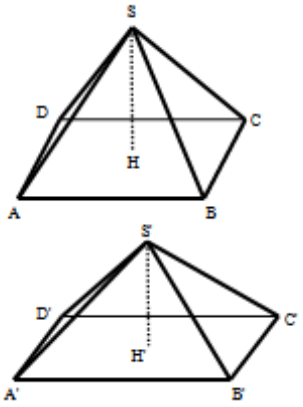
1) סדרה מוגדרת לכל n טבעי ע"י הנוסחה: $a_{n+1}=8n-a_n+3$, $a_1=k$.

א. הבע באמצעות k את ארבעת האיברים הראשונים בסדרה.

ב. הוכח כי סדרת האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים וסדרת האיברים העומדים במקומות הזוגיים הן חשבוניות ומצא את הפרשן.

ג. חשב את סכום 20 האיברים הראשונים בסדרה.

2) נתונות שתי פירמידות ישרות שבסיסן מלבן: SABCD ו- S'A'B'C'D'. הקטעים SH ו-S'H' הם בהתאמה הגבהים של שתי הפירמידות.



ידוע כי: $AB=2k$, $BC=k$, $HS=3k$

וכי: $H'S'=2k$, $B'C'=k$, $A'B'=3k$.

א. לפניך מספר טענות, קבע אלו מהן נכונות ואלו שגויות, נמק את קביעותיך.

(1) לשתי הפירמידות אותו הנפח.

(2) בשתי הפירמידות הזווית שבין מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה שווה.

(3) אורך מקצוע צדדי בפירמידה SABCD גדול יותר מאורך מקצוע צדדי בפירמידה S'A'B'C'D'.

ב. מצא את הערך של k עבורו סכום הנפחים של שתי הפירמידות יהיה שווה לנפחה של קובייה בעלת אורך מקצוע של 4 ס"מ.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) ערכן של שתי חלקות אדמה יורד בצורה מעריכית.
ידוע כי בזמן שערכה של אדמה א' מגיע למחצית מערכה המקורי, ערכה של אדמה ב' מגיע ל-30% מערכה המקורי. לאחר 50 שנים אדמה א' מאבדת 60% מערכה.

א. מצא את אחוז הדעיכה של אדמה ב'.

ב. ידוע כי לאחר 100 שנים ערכן של שתי האדמות שווה.
ערכה המקורי של אדמה ב' הוא 100,000 ₪.
מצא את ערכה המקורי של אדמה א'.

4) לפונקציה: $f(x)=\frac{x^2-6x-7}{e^{ax-1}}$ יש קיצון בנקודה שבה: $x=1$.

א. מצא את ערך הפרמטר a.

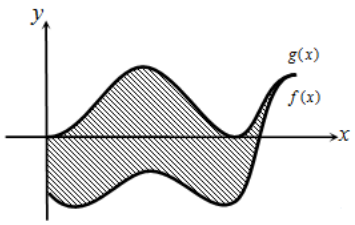
ב. האם יש לגרף הפונקציה נקודות קיצון נוספות? אם כן מצא אותן.

ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

5) נתונות הנגזרות הבאות: $f'(x)=\sin 2x-\cos x+k$, $g'(x)=\sin 2x$.
ידוע כי לפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ יש משיק משותף בנקודה שבה: $x=1.5\pi$.



א. מצא את ערך הפרמטר k.

ב. ידוע כי משוואת המשיק המשותף היא: $y=1$.
הראה כי: $f(x)=-\cos^2 x-\sin x$ ו- $g(x)=\sin^2 x$.
באיור שלפניך מתוארים הגרפים של שתי הפונקציות בתחום: $0\le x\le 1.5\pi$.

ג. חשב את השטח הכלוא בין שני הגרפים בתחום הנתון.

תשובות סופיות:

1) א. $19-k$, $k+8$, $11-k$, k. ב. הוכחה. ג. 830.

2) א. i. נכון. הנפח הוא: $V=2k^3$.

ii. לא נכון. הזוויות המתקבלות הן: $51.67°$, $69.56°$.

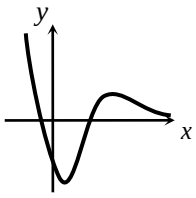
iii. נכון. מתקבל: $k\sqrt{10.25}>k\sqrt{6.5}$. ב. $k=\sqrt[3]{16}=2.51$.

3) א. 3.13%. ב. 24,033.096 ₪.

4) א. $a=\frac{1}{3}$ ב. כן: $\left(11,\frac{48}{e^{2\frac{2}{3}}}\right)$

ג. עולה: $1<x<11$ יורדת: $x<1$, $x>11$.

ד. $(-1,0)$, $(7,0)$, $(0,-7e)$. ה. להלן סקיצה:



5) א. $k=0$ ג. $S=1.5\pi+1=5.71$ יחידות שטח.

מבחן מספר 26:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) סדרה מוגדרת ע"י כלל הנסיגה: $a_{n+1}=\frac{2a_n}{a_n+5}$, $a_1=6$.

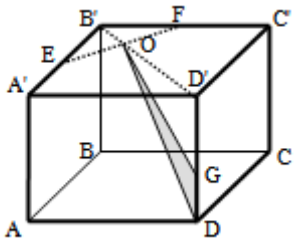
מגדירים סדרה חדשה b_n המקיימת לכל n טבעי: $b_n=\frac{a_n+3}{a_n}$.

א. הוכח כי הסדרה b_n היא הנדסית ומצא את מנתה.

ב. כתוב נוסחה ל-b_n באמצעות n בלבד.

ג. חשב את הסכום הבא: $b_1-b_2+b_3-b_4+.....-b_{10}$.

2) בתיבה הריבועית ABCDA'B'C'D' שלפניך מעבירים את אלכסון הבסיס העליון B'D'.
הנקודות E ו-F נמצאות על אמצעי המקצועות A'B' ו-B'C' כך שהקטע EF חותך את האלכסון B'D' בנקודה O.
מקצים נקודה נוספת – G - הנמצאת על הגובה DD'
כך ש: $DG=a$.
מעבירים את הקטעים GO ו-DO
כך שנוצר המשולש DOG.
אורך מקצוע הבסיס הוא k וגובה התיבה הוא h.



א. הבע באמצעות k ו-a את שטח המשולש DOG.

ב. מצא את היחס $\frac{a}{h}$ עבורו מתקיים: $S_{DOG}=S_{D'OG}$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) ענה על הסעיפים הבאים (אין קשר בין סעיפים א' ו-ב'):

א. מספר העופות בשמורת טבע גדל לפי אחוז קבוע של p אחוזים לשנה.
בשנה מסוימת נספרו 3000 עופות בשמורה, לאחר 4 שנים הוסיפו לשמורה 1000 עופות נוספים.

(1) מצא את אחוז הגידול השנתי p אם ידוע כי לאחר 4 שנים נוספות היו בשמורת 5647 עופות.

(2) מצא לאחר כמה שנים יהיו 5647 עופות אילולא היו מוסיפים את 1000 העופות הנוספים.

ב. הישר $x=\sqrt{6}$ הוא אסימפטוטה אנכית של הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{2x}}{x^2+m}$.

(1) מצא את ערך הפרמטר m וכתוב את הפונקציה.

(2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

4) ענה על הסעיפים הבאים:

א. פתור את המשוואה הבאה: $\ln(x+e)-\ln\left(x\sqrt{e}\right)=\ln 2-0.5$.

נתונה הפונקציה: $f(x)=\ln(x+e)-\ln\left(x\sqrt{e}\right)$.

ב. הראה כי הפונקציה יורדת בכל תחום הגדרתה.

ג. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x=e$.

5) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x)=\cos x+\sin x$.

א. ידוע כי הפונקציה המקורית עוברת בראשית הצירים. הוכח כי הנגזרת $f'(x)$ והפונקציה המקורית $f(x)$ מקיימות את המשוואה: $f(x)+f'(x)=2\sin x+1$.

ב. מגדירים פונקציה חדשה $g(x)$ באופן הבא: $g(x)=f(x)+f'(x)$.

(1) מצא את נקודת המקסימום הנמצאת ברביע הראשון והקרובה ביותר לציר ה- y של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את נקודת המקסימום הנמצאת ברביע הראשון והקרובה ביותר לציר ה- y של הפונקציה $f(x)$.

(3) כתוב את משוואת הישר העובר דרך שתי הנקודות שמצאת.

תשובות סופיות:

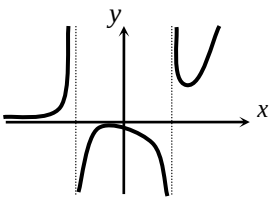
1) א. הוכחה (מתקבל: $q=2.5$). ב. $b_n=1.5\cdot 2.5^{n-1}$ ג. 4086.74-.

2) א. $S_{DOG}=\frac{3ka}{4\sqrt{2}}$ ב. $\frac{a}{h}=\frac{1}{2}$.

3) א. (1). 5% א. (2). 12.96 שנים.

ב. (1). $m=-6$, $f(x)=\frac{e^{2x}}{x^2-6}$ ב. (2). $\max\left(-2,-\frac{1}{2e^4}\right)$, $\min\left(3,\frac{e^6}{3}\right)$

ב. (3). $\left(0,-\frac{1}{6}\right)$ ב. (4). להלן סקיצה:



4) א. $x=e$. ב. מתקבל: $y'=\frac{-e}{x(x+e)}<0$. ג. $y=-\frac{1}{2e}x+\ln 2$.

5) ב. (1). $(0.5\pi,3)$ ב. (2). $(0.75\pi,\sqrt{2}+1)$ ב. (3). $y=-0.746x+4.172$.

מבחן מספר 27:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונה סדרה הנדסית אינסופית ..... a_1 , a_2 , a_3 שמנתה היא q , $(q \neq 0 , |q|<1)$.

נגדיר את הסכומים הבאים: $V = a_2 + a_7 + a_{12} + ...$, ... $T = a_1 + a_3 + a_6 + a_8 + a_{11} + a_{13}$.

נתון כי: $V = 0.3T$.

א. מצא את מנת הסדרה q.

מחליפים את הסימנים של כל האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים ומתקבלת סדרה חדשה שסכומה הוא 12.

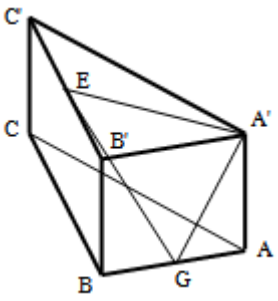
ב. מצא את האיבר הראשון בסדרה המקורית.

ג. מעלים את כל איברי הסדרה בריבוע. חשב את סכום הסדרה כעת.

2) לפניך מנסרה ישרה שבסיסה משולש ישר זווית $(\sphericalangle ABC = 90°)$.

ידוע כי הפאה הצדדית AA'B'B היא ריבוע וכי אורך המקצוע BC גדול פי 3 מ-AB. הנקודות E ו-G נמצאות על אמצעי המקצועות B'C' ו-AB בהתאמה.

מעבירים את הקטעים A'G, A'E ו-GE.



א. חשב את הזווית הנוצרת בין הקטע GE ומישור הבסיס.

ב. חשב את הזויות הנוצרת בין הקטע GE ומישור הפאה AA'B'B.

ג. נתון כי: $\sphericalangle EGA' = 69°$.
חשב את זווית EA'G.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) ענה על הסעיפים הבאים (אין קשר בין סעיפים א' ו-ב'):

א. כוורת דבורים ידוע כי בכל 10 שעות כמות הדבורים גדלה פי 1.5.

(1) מצא באיזה אחוז גדלה כמות הדבורים בכל שעה.

מוציאים לאחר 10 שעות 3000 דבורים וידוע כי נשארו 1500 דבורים.

(2) חשב כמה דבורים היו בתחילה בכוורת.

ב. נתונה הפונקציה: $f(x)=x^3\cdot e^{2x}$.

(1) מצא את הנקודות המקיימות: $f'(x)=0$ וקבע כמה מהן הן נקודות קיצון.

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(4) בכמה נקודות חותך הישר $y=-0.01$ את גרף הפונקציה?

4) נתונה הפונקציה הבאה: $y=\frac{x+a}{\ln(x+a)}$, a פרמטר חיובי, $a\neq 1$.

א. הבע באמצעות a את:

(1) תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) הנקודה המקיימת $y'=0$.

(3) נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(4) האסימפטוטה האנכית של הפונקציה.

ב. ידוע כי גרף הפונקציה עולה רק בתחום: $x>e-2$.
מצא את a.

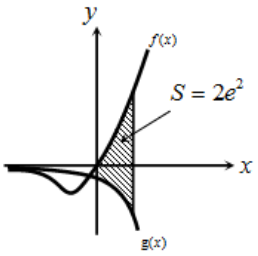
ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום $x>-1$.

ד. נתון הישר: $y=k$. מצא בסקיצה את תחום הערכים של k עבורו לישר ולגרף הפונקציה לא תהיה אף נקודה משותפת.

5) ענה על הסעיפים הבאים:

א. גזור את הפונקציה הבאה: $y = e^x(x-1)$.

ב. באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:
$f(x) = xe^x$, $g(x) = -e^x$.



מעבירים ישר $x = a$, $(a > 0)$ החותך את הגרפים של שתי הפונקציות ויוצר את השטח המתואר הכלוא בין הגרפים של שניהם, ציר ה- y והישר. ידוע כי שטח זה שווה ל- $2e^2$.
מצא את a.

תשובות סופיות:

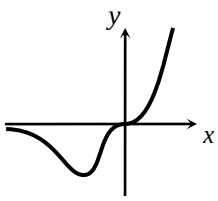
1) א. $q = \frac{1}{3}$ ב. $a_1 = -16$ ג. $S = 288$.

2) א. $\sphericalangle EGH = 32.31°$ ב. $\sphericalangle B'GE = 53.3°$ ג. $\sphericalangle GA'E = 75.6°$.

3) א. (1). ב-4.1%. א. (2) 3000 דבורים.

ב. (1). נקודת הקיצון היא: $\min\left(-1.5, -3\frac{3}{8}e^{-3}\right)$. ב. (2) $(0,0)$.

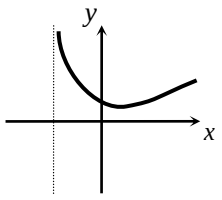
ב. (3). להלן סקיצה:



ב. (4) 2 נקודות.

4) א. (1). $x \neq 1-a$, $x > -a$. א. (2). $(e-a, e)$. א. (3). $\left(0, \frac{a}{\ln a}\right)$.

א. (4). $x = 1-a$. ב. $a = 2$ ג. להלן סקיצה:



ד. $k < e$

5) א. $y' = xe^x$ ב. $a = 2$.

מבחן מספר 28:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) סדרה מוגדרת ע"י הכלל: $a_1=3\ ,\ a_{n+1}=3a_n+10n-5$.

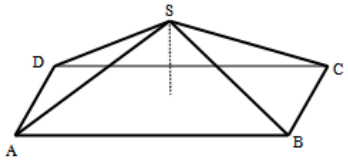
מגדירים סדרה חדשה המקיימת לכל n טבעי: $b_n=a_n+5n$.

א. הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה הנדסית.

ב. חשב את האיבר b_5.

ג. חשב את הסכום: $b_2+b_4+b_6+.....+b_{12}$.

2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה מלבן.
ידוע כי מקצוע הבסיס BC שווה באורכו לגובה הפירמידה ויסומן ב- t. כמו כן נתון כי אלכסון הבסיס AC גדול פי 4 מהמקצוע BC.



א. הבע באמצעות t את אורך המקצוע AB.

ב. הורד גובה SH למקצוע BC במישור הפאה SBC
וחשב את הזווית הנוצרת בינו
לבין מישור הבסיס ABCD.

ג. חשב את הזויות שבין שני מקצועות צדדיים שאינם סמוכים.

ד. מעבירים גובה SH בפאה SBC לבסיס BC. מסמנים את פגישת התיכונים בפאה ב-N מעבירים קטע היוצא מנקודת פגישת האלכסונים שבמישור הבסיס ABCD לנקודה N. חשב את הזווית שהוא יוצר עם הבסיס.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) ענה על הסעיפים הבאים (אין קשר בין סעיפים א' ו-ב'):

א. אדם מפקיד k שקלים בתוכנית חיסכון לפי ריבית שנתית של $p\%$.
לאחר 4 שנים תנאי התנכים השתנו וכעת הריבית השנתית שלו היא $2p\%$.
ידוע כי לאחר 4 שנים נוספות הצטבר סכום הגדול ב-80% מהסכום ההתחלתי.
מצא את p.

ב. נתונה הפונקציה הבאה: $y=x-\ln(x+1)$.

(1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

(2) מצא את האסימפטוטה לגרף הפונקציה המקבילה לציר ה-y.

(3) מצא את נקודת הקיצון של גרף הפונקציה וקבע את סוגה.

(4) כתוב את תחומי העלייה והירידה של גרף הפונקציה.

4) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x)=e^{2x}+ae^{x}+b$.

גוזרים את הפונקציה פעמיים וידוע כי כאשר $x=\ln\frac{2}{3}$

הנגזרות מקיימות: $f'(x)+f''(x)=12$.

א. מצא את a.

משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה מסוימת היא: $y=22x+28-22\ln 2$.

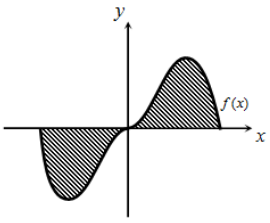
ב. מצא את שיעור ה-x של נקודת ההשקה.

ג. מצא את b.

ד. האם הפונקציה חותכת את ציר ה-x? אם כן מצא את הנקודות.

5) ענה על הסעיפים הבאים:

א. נתונה הפונקציה: $y=-x^2\cos x+2x\sin x+2\cos x$.
הוכח כי הנגזרת של הפונקציה היא: $y'=x^2\sin x$.
באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $f(x)=x^2\sin x$
בתחום: $-\pi\le x\le\pi$.



ב. הראה כי גרף הפונקציה עובר בראשית הצירים.

ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה וציר ה-x בתחום הנתון.

תשובות סופיות:

1) א. $b_{n+1}=3b_n$ ב. $b_5=648$ ג. $S=1594320$

2) א. $AB=t\sqrt{15}$. ב. $\sphericalangle SHM=27.31°$ ג. $\sphericalangle ASC=126.86°$.
ד. $\sphericalangle NMH=14.47°$.

3) א. 5.1% ב. **(1)**. $x>-1$ **(2)**. $x=-1$
ב. **(3)**. $\min(0,0)$ ב. **(4)**. עולה: $x>0$ יורדת: $-1<x<0$.

4) א. $a=7$ ב. $x=\ln 2=0.693$ ג. $b=10$ ד. לא.

5) $S=2\left(\pi^2-4\right)=11.74$ יח"ש.

מבחן מספר 29:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

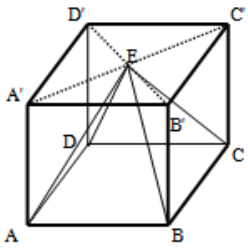
1) סדרה מוגדרת ע"י כלל הנסיגה הבא: $a_{n+1}=\frac{3a_n}{2a_n+3}$, $a_1=2$.

מגדירים סדרה חדשה לפי: $b_n=\frac{4-7a_n}{a_n}$.

א. הוכח כי הסדרה b_n היא חשבונית ומצא את הפרשה.

ב. חשב את הסכום הבא: $b_2+b_4+b_6+.....+b_{22}$.

2) נתונה קובייה $ABCDA'B'C'D'$. מעבירים את האלכסונים $A'C'$ ו-$B'D'$ בבסיס העליון ומסמנים ב-E את פגישתם. מהנקודה E מעבירים את הקטעים AE, BE, CE ו-DE כך שנוצרת הצורה המרחבית ABCDE.



א. איזו צורה היא ABCDE ? נמק.

ב. חשב את הזווית שנוצרת בין הקטע AE ומישור הפאה AA'D'D.

ג. חשב את הנפח הכלוא בתוך הקובייה ומחוץ לצורה ABCDE. אם ידוע כי שטח הפנים של הקובייה הוא 384 סמ"ר.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=x\cdot a^x$, $(a>0)$. לפונקציה יש נקודת קיצון שבה: $x=-\frac{1}{\ln 2}$.

א. מצא את a .

ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

הנקודה שבה $x=2$ היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם

גרף הפונקציה: $g(x)=x^2\cdot 2^x-kx\cdot 2^x$.

ג. מצא את k .

ד. מצא נקודה נוספת שבה הגרפים נחתכים.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=m\sin x+k\cos^2 x$.

מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=\pi$ שמשוואתו היא: $y=-6x+6\pi+\sqrt{7}$.

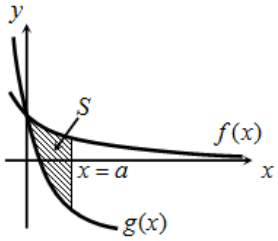
א. מצא את ערכי הפרמטרים k ו-m .

ב. מצא את נקודות הקיצון בתחום: $-0.5\pi\le x\le 1.5\pi$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה וקבע עפ"י הסקיצה בכמה נקודות גרף הפונקציה חותך את ציר ה-x בתחום הנ"ל.

5) באיור מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x)=\ln\left(e^{-x}+1\right)$ ו-$g(x)=\ln\left(e^{-2x}+e^{-3x}\right)$

בתחום: $x\ge 0$.



א. הראה כי הגרפים נחתכים על ציר ה-y .

מעבירים ישר $x=a$, $(a>1)$ המאונך לציר ה-x אשר חותך את הגרפים של שתי הפונקציות ויוצר את השטח S (ראה איור).

ב. מצא את ערכו של a עבורו מתקיים: $S=4$.

תשובות סופיות:

1) א. הוכחה. ב. $S_{11(p)}=267\frac{2}{3}$.

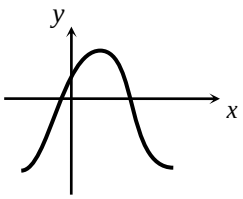
2) א. פירמידה ישרה שבסיסה ריבוע. ב. $\sphericalangle GAE=24.1°$ ג. $341\frac{1}{3}$ סמ"ק.

3) א. $a=2$ ב. עולה: $x>-\frac{1}{\ln 2}$ יורדת: $x<-\frac{1}{\ln 2}$

ג. $k=1$ ד. $(0,0)$

4) א. $k=\sqrt{7}$, $m=6$ ב. $(1.5\pi,-6)$, $(0.5\pi,6)$, $(-0.5\pi,-6)$

ג. בשתי נקודות. להלן סקיצה:



5) ב. $a=2$

מבחן מספר 30:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

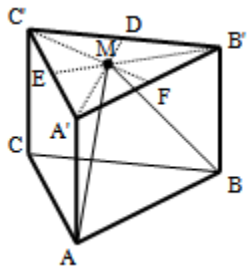
1) בסדרה חשבונית שבה $2n$ איברים ידוע כי סכום כל האיברים גדול ב-66 מפעמיים סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים.

א. הוכח כי $dn=66$.

ב. ידוע כי הפרש הסדרה הוא 3. הבע באמצעות a_1 את סכום n האיברים הראשונים.

ג. סכום n האיברים הראשונים הוא 187. מצא את האיבר החיובי הקטן ביותר בסדרה ואת מיקומו הסידורי בסדרה.

2) במנסרה משולשת וישרה ABCA'B'C' שבסיסה משולש שווה צלעות מעבירים בבסיס העליון A'B'C' את התיכונים A'D , B'E ו-C'F אשר נחתכים ב-M.
מהנקודה M מעבירים את הקטעים MA ו-MB כך שנוצר המשולש MAB.
גובה המנסרה שווה באורכו למקצוע בסיס המנסרה ויסומן ב-$2a$.



א. הבע באמצעות a את אורך הקטע MA.

ב. חשב את הזווית שבין הקטע MA ומישור הבסיס ABC.

ג. חשב את הזווית שבין הגובה למקצוע AB במישור MAB לבין מישור הבסיס ABC.

ד. חשב את הזווית שבין MA והפאה AA'B'B.

ה. הבע באמצעות a את שטח הפנים של המנסרה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) ענה על הסעיפים הבאים (אין קשר בין סעיפים א' ו-ב'):

א. ערך מנייה מסוימת גדל בצורה מעריכית. ידוע כי בשנת 1995 הייתה המנייה שווה k שקלים. המנייה גדלה באחוז קבוע של 5% לשנה עד לשנת 2000 ושם צנחה בקצב של 8% לשנה במשך 6 שנים נוספות. לאחר מכן גדלה המנייה בקצב שנתי קבוע עד לשנת 2010.
אדם הרוצה לקנות את המנייה בשנת 2010 נוכח לדעת כי מחירה הוא k.
מצא באיזה אחוז עלתה המנייה לאחר צניחתה.

ב. נתונה הפונקציה: $f(x)=3^{2x}+2\cdot 3^{1-x}$.

(1) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה-y.

(2) הוכח כי גרף הפונקציה אינו חותך את ציר ה-x.

(3) מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\tan x+kx$ (k פרמטר), בתחום: $0\le x\le \pi$.

א. מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה בתחום הנתון.

הפונקציה: $g(x)=\tan^2 x+kx$ חותכת את הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות החיתוך שלה עם ציר ה-x בתחום הנתון.

ב. מצא את ערך הפרמטר k, $(k\neq 0)$.

ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון וקבע את סוגן.

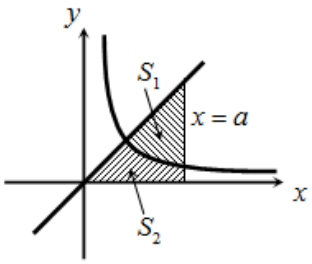
ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

5) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציה: $f(x)=\frac{2}{3x-1}$ והישר: $y=x$.

א. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציות הנמצאת ברביע הראשון.

ב. מעבירים אנך לציר ה-x - $x=a$ הנמצאת מימין לנקודת החיתוך שמצאת בסעיף הקודם.
האנך החותך את הגרפים ויוצר את השטחים S_1 ו-S_2 המתוארים האיור.

ג. מצא את הערך של a עבורו השטח S_2 יהיה שווה ל-$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\ln 7$.



ד. עבור ערך ה-a שמצאת בסעיף הקודם חשב את יחס השטחים: $\frac{S_1}{S_2}$.

תשובות סופיות:

1) ב. $S=22a_1+693$ ג. $a_9=1$.

2) א. $\text{MA}=\frac{4a}{\sqrt{3}}\approx 2.3a$ ב. $60°$ ג. $73.9°$ ד. $14.47°$

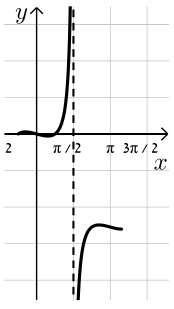
ה. $P=a^2\left(12+2\sqrt{3}\right)\approx 15.46a^2$.

3) א. ב-6.6% ב.**(1)**. $y=-x\ln 81+7$ ב.**(3)**. $\min\left(\frac{1}{3},\sqrt[3]{243}\right)$.

4) א. $x=0.5\pi$ ב. $k=-\frac{4}{\pi}\approx -1.27$.

ג. $\max(0,0),\min(0.15\pi,-0.09),\max(0.84\pi,-3.9),\min(\pi,-4)$.

ד. להלן סקיצה:



5) א. $(1,1)$ ב. $a=5$ ג. $\frac{S_1}{S_2}=5.955$