תרגול 4 יחידות לתלמידי קידום

פרק 58

שאלון 805 בגרויות שנת 2021

חורף מועד א 1
מועד נבצרים 5
חורף מועד ב 9
קיץ מועד א 13
קיץ מועד מיוחד 17
קיץ מועד ב 21

בגרות חורף 2021 מועד א':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון - סדרות, טריגונומטריה במרחב

1) נתונות שתי סדרות: $a_n = 4n+1$, $b_n = 9-2n$.

א. (1) מצא את a_1 ואת b_1.

(2) הוכח כי שתי הסדרות הן סדרות חשבוניות, ומצא את הפרשיהן.

סכום k האיברים הראשונים בסדרה a_n הוא 860.

ב. (1) מצא את k.

(2) מצא את סכום k האיברים הראשונים בסדרה b_n.

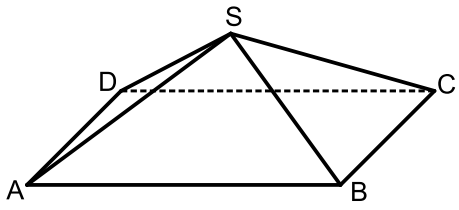
נתונה סדרה חדשה המקיימת לכל n: $c_n = a_n - b_n$.

ג. האם c_n היא סדרה חשבונית? הוכח את תשובתך.

ד. מהו סכום 20 האיברים הראשונים בסדרה c_n? הסבר את תשובתך.

2) SABCD היא פירמידה ישרה שבסיסה מלבן.

נתון: $BC = 2$, $AB = 6$, $SC = 4$.



א. חשב את האורך של אלכסון הבסיס של הפירמידה.

ב. (1) מצא את הזווית בין מקצוע צדדי בפירמידה ובין בסיס הפירמידה.

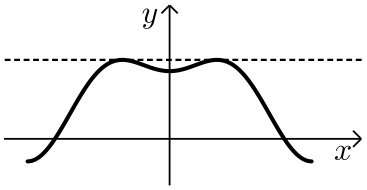
(2) מצא את שטח המשולש ASC.

ג. (1) מצא את זוויות הראש של כל הפאות הצדדיות של הפירמידה.

(2) חשב את שטח המעטפת של הפירמידה.

פרק שני - גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

3) בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת בתחום $-\pi \le x \le \pi$.



נתון: $f(x)=-\frac{1}{2}\cos(2x)+\cos x+c$. c הוא פרמטר.

א. מצא את שיעורי ה-x של כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$.
קבע את סוגן בעזרת גרף הפונקציה.

נתון כי הישר $y=1.25$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודות המקסימום של הפונקציה (ראה סרטוט).

ב. (1) מצא את c.

(2) רשום את שיעורי נקודות המינימום של הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+b$ (b הוא פרמטר).

ג. מצא את הערך של b שעבורו הפונקציה $g(x)$ משיקה לישר $y=0.25$
(מצא את שלוש האפשרויות).

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{a\cdot e^x}{e^x-a}$, $a>0$ הוא פרמטר.

א. (1) הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$
ואת משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.

(2) הבע באמצעות a את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. הבע באמצעות a את תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-y היא $(0,-2)$.

ג. מצא את a.

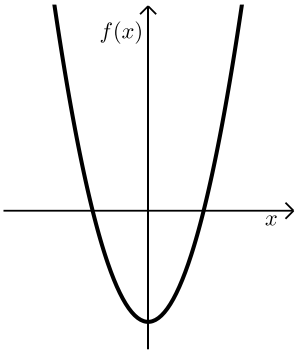
לפונקציה $f(x)$ יש שתי אסימפטוטות אופקיות: $y=2$ בעבור $x\to\infty$ ו-$y=0$ בעבור $x\to-\infty$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה: $g(x)=|f(x)|$.

מה הם שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה-y?

5) לפניך גרף הפונקציה: $f(x)=x^2-4$, המוגדרת לכל x.



א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$?

נתונה הפונקציה: $g(x)=\ln\big(f(x)\big)$.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $g(x)$.

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה-x.
תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

(4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$?

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

תשובות סופיות:

1) א. (1). $a_1=5$, $b_1=7$. א. (2). $d_a=4$, $d_b=-2$. ב. (1). $k=20$.

ב. (2). 240-. ג. כן, $c_{n+1}-c_n=6$. ד. 1,100.

2) א. $\sqrt{40}$. ב. (1). $37.76°$. ב. (2). 7.746.

ג. (1). $28.96°$, $97.18°$. ג. (2). 23.62.

3) א. מקסימום: $x=\frac{\pi}{3}$, מינימום: $x=0$, מקסימום: $x=-\frac{\pi}{3}$, מינימום: $x=-\pi$,

מינימום: $x=\pi$. ב. (1). $c=\frac{1}{2}$.

ב. (2). $(0,1)$, $(-\pi,-1)$, $(\pi,-1)$.

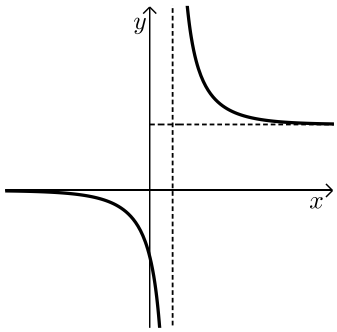
ג. $b=-\frac{3}{4}$ או $b=-1$ או $b=1.25$.

4) א. (1). תחום הגדרה: $x\neq\ln(a)$, אסימפטוטה אנכית: $x=\ln(a)$.

א. (2). אין חיתוך עם ציר x , חיתוך עם ציר y: $\left(0,\frac{a}{1-a}\right)$.

ב. ירידה: $x>\ln(a)$ או $x<\ln(a)$. ג. $a=2$.

ד. שרטוט: ה. $(0,2)$.



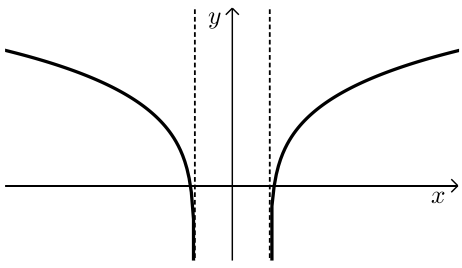
5) א. (1). $(2,0)$, $(-2,0)$, $(0,-4)$.

א. (2). תחומי חיוביות: $x>2$ או $x<-2$, תחומי שליליות: $-2<x<2$.

ב. (1). $x>2$ או $x<-2$. ב. (2). $x=2$ או $x=-2$. ב. (3). $(\sqrt{5},0)$, $(-\sqrt{5},0)$.

ב. (4). עלייה: $x>2$, ירידה: $x<-2$.

ב. (5). שרטוט:



בגרות חורף 2021 מועד נבצרים:

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון - סדרות, טריגונומטריה במרחב

1) נתונה סדרה חשבונית שהאיבר הכללי שלה הוא: $a_n = 2n-3$,
ונתונה סדרה המוגדרת על ידי הכלל: $b_n = 3a_n + 5$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את b_1.

(2) הוכח כי הסדרה b_n היא חשבונית.

נתון כי האיבר האחרון בסדרה b_n הוא 110.

ב. מצא את מספר האיברים בסדרה b_n.

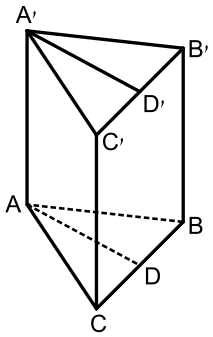
נתון כי בסדרה a_n ובסדרה b_n יש אותו מספר איברים.

ג. מצא את סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה a_n.

2) במנסרה ישרה $ABCA'B'C'$ הבסיסים הם משולשים שווי שוקיים ($AB = AC$).
AD הוא הגובה לצלע BC, ו-$A'D'$ הוא הגובה לצלע $B'C'$ (ראה ציור).

נתון: $\sphericalangle BAC = 70°$, $BC = 14$.

נפח המנסרה הוא 1,190.



א. חשב את גובה המנסרה.

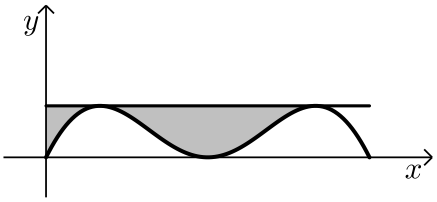
ב. חשב את הזווית שבין האלכסון $A'B$ ובין בסיס המנסרה ABC.

ג. חשב את $\sphericalangle AD'A'$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=2\sin x+\cos(2x)-1$ המוגדרת לכל x בתחום: $0\le x\le\pi$.

בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.



א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן על פי בגרף.

העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודות המקסימום המוחלט שלה (ראה ציור).

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את משוואת המשיק.

(2) מצא את השטח המסומן בציור:

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה-y.

ג. נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)-c$ המוגדרת בתחום: $0\le x\le\pi$. c הוא פרמטר.

עבור אילו ערכים של c גרף הפונקציה $g(x)$ יחתוך את ציר ה-x ב-4 נקודות שונות? נמק.

4) נתונות שתי פונקציות: $g(x)=e^{3-x}$, $f(x)=e^{2x}$ המוגדרות לכל x.

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ (אם יש כאלה).

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את השיעורים של נקודת החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$.

(2) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(3) חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ ועל ידי הישר $y=1$.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=-1+2x+\ln(x^2)$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$?

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) חשב את $f(1)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)+5$.

מצא כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה-x. נמק.

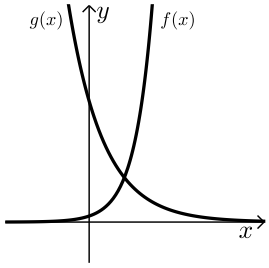
תשובות סופיות:

1) א. (1). $b_1=2$. א. (2). הוכחה, $d_b=6$. ב. 19 איברים.
ג. 170.

2) א. 17. ב. $54.33°$. ג. $59.53°$.

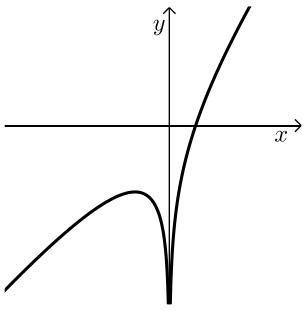
3) א. $(\pi,0)$ מינימום, $\left(\frac{5\pi}{6},\frac{1}{2}\right)$ מקסימום, $\left(\frac{\pi}{2},0\right)$ מינימום, $\left(\frac{\pi}{6},\frac{1}{2}\right)$ מקסימום,
$(0,0)$ מינימום. ב. (1). $y=\frac{1}{2}$. ב. (2). 0.628.
ג. $0<c<\frac{1}{2}$.

4) א. $f(x)$: $(0,1)$, אין חיתוך עם ציר ה-x.
$g(x)$: $(0,e^3)$, אין חיתוך עם ציר ה-x.
ב. $f(x)$: עלייה: כל x, ירידה: אף x.
$g(x)$: עלייה: אף x, ירידה: כל x.
ג. (1). $(1,e^2)$. ג. (2). להלן סרטוט:



ג. (3). $S=6.584$.

5) א. $x\neq 0$. ב. $x=0$. ג. $(-1,-3)$ מקסימום.
ד. (1). $f(1)=1$. ד. (2). להלן סרטוט:
ה. 3 נקודות חיתוך.



בגרות חורף 2021 מועד ב':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון - סדרות, טריגונומטריה במרחב

1) הסדרה a_n מקיימת את הכלל: $a_{n+1}=2n+1-a_n$.

נתון: $a_1=10$.

א. מצא את האיברים: a_2 , a_3 , a_4.

ב. (1) הוכח כי הסדרה של האיברים במקומות האי-זוגיים היא חשבונית.

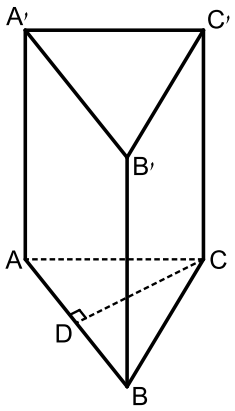
(2) האם הסדרה של האיברים במקומות הזוגיים גם היא חשבונית? נמק.

ג. מצא את סכום 46 האיברים הראשונים בסדרה a_n.

2) נתונה מנסרה ישרה ABCA'B'C' שבסיסה ABC הוא משולש שווה צלעות.

CD הוא הגובה לצלע AB (ראה ציור).

נתון: $CD=a$.



א. הבע באמצעות a את אורך צלע המשולש ABC.

נתון: הזווית בין A'D לבין מישור הבסיס ABC היא $68°$.
שטח המעטפת של המנסרה הוא 713 (סכום שטחי הפאות הצדדיות).

ב. (1) הבע באמצעות a את גובה המנסרה.

(2) מצא את a.

ג. מצא את גודל הזווית $\sphericalangle BA'C$.

פרק שני - גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=2-4(\sin x)^2$ המוגדרת בתחום: $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.

א. הראה כי: $f(x)=2\cos(2x)$.

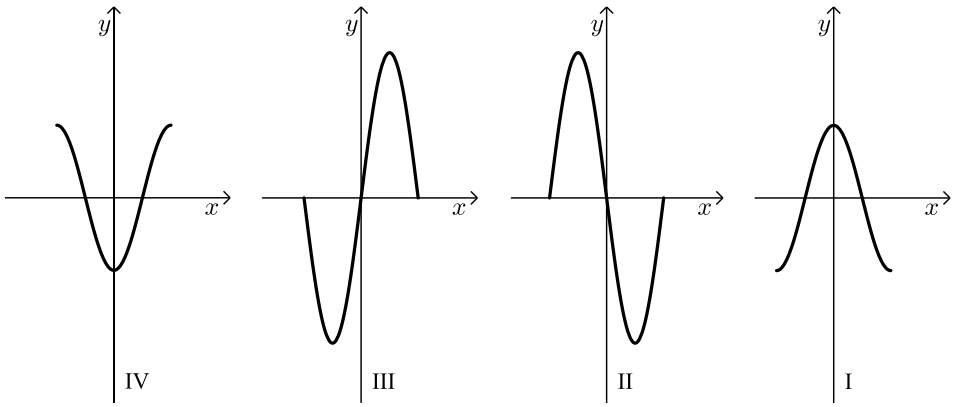
ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. (1) קבע איזה מן הגרפים: I, II, III, IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f'(x)$ (נגזרת הפונקציה $f(x)$), ונמק את קביעתך.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f'(x)$ ועל ידי ציר ה-x.



4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{2x}+4}{e^x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. הראה כי: $f(x)=e^x+4e^{-x}$.

ד. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה, ועל ידי ציר ה-y.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^2\cdot\ln(x)$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונות הפונקציות: $h(x)=f(x)-2$, $g(x)=-2f(x)$.

רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $h(x)$ ואת שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$. קבע את הסוג של כל אחת מהן.

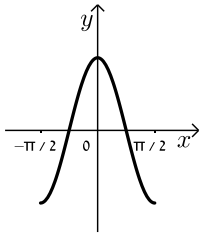
נמק את תשובותיך.

תשובות סופיות:

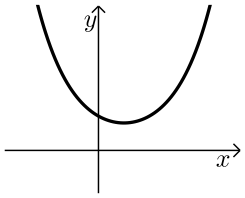
1) א. $a_4=-5$, $a_3=12$, $a_2=-7$. ב. (1). הוכחה. ב. (2). כן.
ג. 1,081.

2) א. $\frac{a}{\sin 60°}=\frac{2a}{\sqrt{3}}$. ב. (1). $1.43a$. ב. (2). $a=12$. ג. $36.625°$.

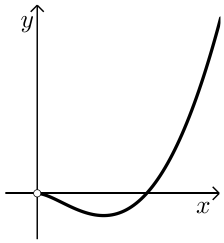
3) א. הוכחה. ב. $(0,2)$, $\left(\frac{\pi}{4},0\right)$, $\left(-\frac{\pi}{4},0\right)$.
ג. $(0,2)$, $\left(\frac{\pi}{2},-2\right)$, $\left(\frac{-\pi}{2},-2\right)$. ד. להלן סרטוט: ה. גרף II.
ו. $S=8$.



4) א. כל x. ב. $(0,5)$. ג. הוכחה. ד. $\min(\ln 2,4)$.
ה. להלן סרטוט: ו. 0.227.



5) א. $x>0$ ב. $(1,0)$ ג. $\min\left(\frac{1}{\sqrt{e}},\frac{-1}{2e}\right)$.
ד. להלן סרטוט: ה. $\min\left(\frac{1}{\sqrt{e}},-\frac{1}{2e}-2\right)$, $\max\left(\frac{1}{\sqrt{e}},\frac{1}{e}\right)$.



בגרות קיץ 2021 מועד א':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

1) a_n היא סדרה חשבונית.

נתונים שלושה איברים עוקבים בסדרה a_n (הסדר משמאל לימין):

$$4t+t^2\ ,\ 2t+t^2\ ,\ 5t+6\ .$$

t הוא פרמטר.

א. מצא את שלושת האיברים ואת הפרש הסדרה (שתי האפשרויות).

נתון: a_n היא סדרה יורדת, $a_1=189$.

ב. מצא בסדרה זו את המיקום של שלושת האיברים שמצאת בסעיף א'.

נתון: האיבר האמצעי שבתחילת השאלה הוא האיבר האמצעי גם בסדרה כולה.

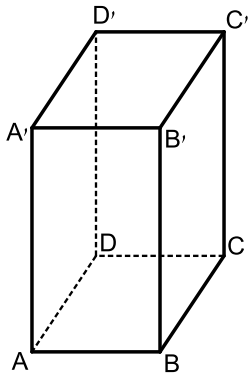
ג. (1) כמה איברים יש בסדרה כולה?

(2) מצא את סכום האיברים שבמקומות האי-זוגיים כולה.

2) נתונה תיבה $ABCDA'B'C'D'$ שבסיסה מלבן.

נתון: $BC=a\ ,\ AB=2a$.

הזווית שבין AC' ובין הבסיס $ABCD$ היא $60°$.



א. הבע באמצעות a את גובה התיבה.

נתון כי שטח המעטפת של התיבה (סכום שטחי הפאות הצדדיות) הוא $30\sqrt{15}$.

ב. מצא את a.

ג. מצא את גודל הזווית שבין AD' ובין אחד מאלכסוני התיבה.

ד. מצא את שטח המרובע $AD'C'B$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=4x+4\cos(2x)-2$ המוגדרת בתחום: $0\le x\le\frac{\pi}{2}$.

א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. רשום את תחום השליליות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה-x (השטח ברביע הרביעי).

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=e^{3x}+3e^{4-x}+a$ המוגדרת לכל x. $a>0$ הוא פרמטר.

א. מצא את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

נתון כי המרחק של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ מציר ה-x הוא: $4e^3+2$.

ב. מצא את a.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f(x)$.

ד. (1) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ ומהו הסוג של נקודת הקיצון? נמק את תשובתיך.

(2) הוסף סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ לסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ שסרטטת.

דרך נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ העבירו ישר המקביל לציר ה-y.

ה. מצא את השטח המוגבל על ידי הישר, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה-y.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{bx}{1+\ln(x)}$. $b>0$ הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$
(אם צריך, הבע באמצעות b).

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון: הישר $y=3$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

ד. (1) מצא את b.

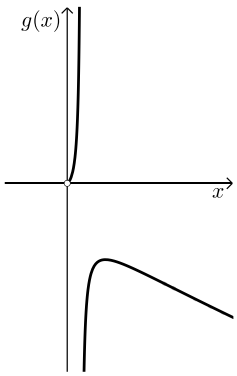
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)-4$.

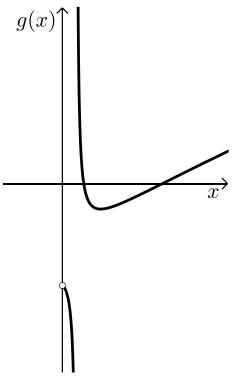
(1) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו הסוג של נקודת הקיצון? נמק את תשובותיך.

(2) אחד מן הגרפים: I, II, III, IV שלפניך מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$.
קבע איזה ונמק את קביעתך.

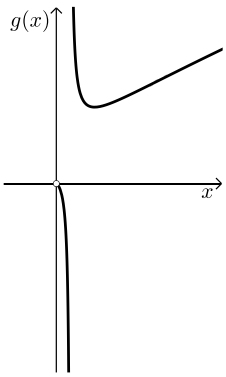
IV



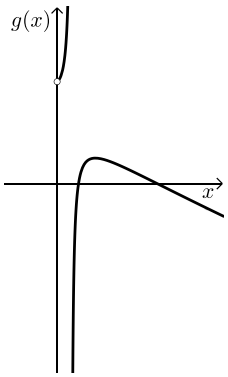
III



II



I



תשובות סופיות:

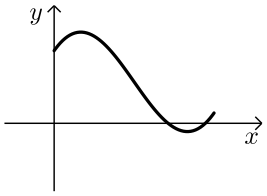
1) א. $d=12$ 36 , 48 , 60 , $d=-2$ 1 , -1 , -3 . ב. a_{95} , a_{96} , a_{97} .

ג. (1). 191 איברים. (2). -96.

2) א. $3.873a \sim a\sqrt{15}$. ב. $a=\sqrt{5}$. ג. $26.565°$. ד. 40.

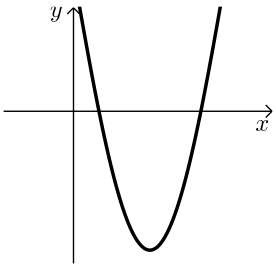
3) א. $(0,2)$ מינימום קצה, $\left(\frac{\pi}{12},2.511\right)$ מקסימום, $\left(\frac{5\pi}{12},-0.228\right)$ מינימום,

$\left(\frac{\pi}{2},0.283\right)$ מקסימום קצה. ב. סרטוט:



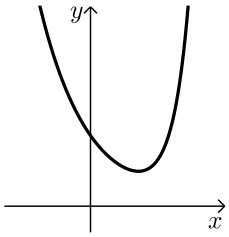
ג. שלילית: $\frac{\pi}{12}<x<\frac{5\pi}{12}$.

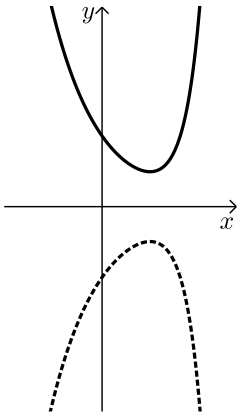
ד. סרטוט: ה. $S=2.739$.



4) א. $x=1$ מינימום. ב. $a=2$. ג. סרטוט: ד. (2) סרטוט:

ד. (1). $(1,-4e^3-2)$ מקסימום.



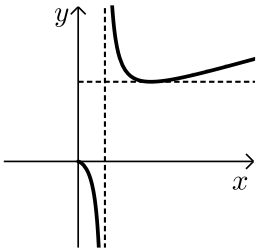


ה. $\frac{18e^4-16e^3+10}{3}=223.8$.

5) א. $0<x$, $x\neq\frac{1}{e}$. ב. $(1,b)$ מינימום.

ג. עליה: $1<x$, ירידה: $0<x<\frac{1}{e}$, $\frac{1}{e}<x<1$. ד. (1). $b=3$.

(2). סרטוט: ה. (1). $(1,-1)$ מינמום. (2). גרף III.



בגרות קיץ 2021 מועד מיוחד:

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

1) נתונה סדרה הנדסית a_n שבה: $a_4=12$, $a_7=-96$.

א. מצא את מנת הסדרה ואת a_1.

נתון: בסדרה a_n יש מספר זוגי של איברים.

סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים של הסדרה הוא: 262,143.

ב. מצא את מספר האיברים בסדרה a_n.

נתונה סדרה חשבונית b_n המקיימת: $b_7=a_6$, $b_1=a_3$.

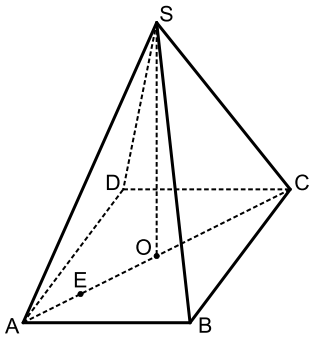
ג. (1) מצא את הפרש הסדרה b_n.

(2) מצא את מיקומם של שני איברים סמוכים בסדרה b_n שסכומם הוא 357.

2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן.

SO הוא גובה הפירמידה (ראה סרטוט).

נתון: $BC=9a$, $AB=12a$. a הוא פרמטר חיובי.



א. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הבסיס, AC.

E היא נקודה על האלכסון AC כך שמתקיים: $EC=4AE$.

נתון כי גודל הזווית שבין SE לבסיס הוא $80°$.

ב. הבע באמצעות a את גובה הפירמידה, SO.

ג. נתון כי שטח המשולש SEO שווה ל-130.

חשב את נפח הפירמידה המשולש SABC.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=\sin(2x)+\frac{1}{2}$ המוגדרת בתחום: $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-4\sin x\cdot\cos x-1$ המוגדרת בתחום: $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.

ד. הוכח כי: $g(x)=-2f(x)$ לכל x בתחום.

ה. (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ו. מצא בעבור איזה ערך של k, הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בשלוש נקודות שונות.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{2x}+3}{e^{x}-1}-7$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) רשום את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה-x.

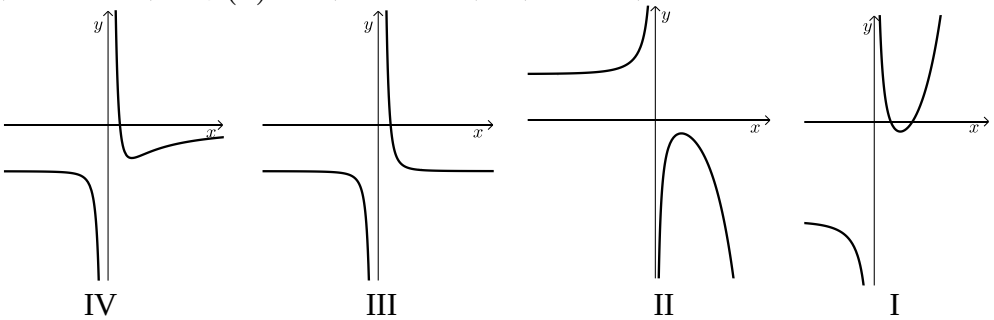
ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש).

(2) אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$.
קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.

ה. נתונה הפונקציה $g(x)$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
נגזרת הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x)=f(x)$.
מצא את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.



5) נתונה הפונקציה: $f(x)=\ln\left(-x^2+4x-3\right)$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לציר ה-y.

ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)+b$. b הוא פרמטר.

ה. קבע איזו מן הטענות (1)-(2) לפניך נכונה. נמק את קביעתך.

(1) כאשר $b<0$, גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה-x בשתי נקודות.

(2) כאשר $b>0$, גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה-x בשתי נקודות.

ו. נתון כי הישר $y=-\ln(0.75)$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודת הקיצון שלה.

מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה-x.

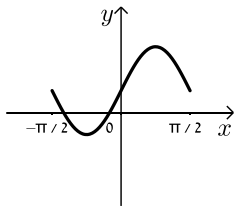
תשובות סופיות:

1) א. $q=-2$, $a_1=-1.5$. ב. 18. ג. (1). 9. (2). המיקומים הם 21 ו-22.

2) א. $15a$. ב. $25.52a$. ג. 1564.8.

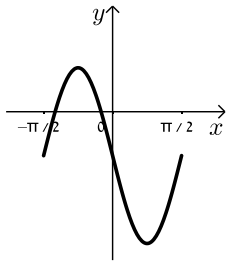
3) א. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{\pi}{12},0\right)$, $\left(-\frac{5\pi}{12},0\right)$. ב. $\left(\frac{\pi}{2},\frac{1}{2}\right)$ מינימום, $\left(\frac{\pi}{4},1\frac{1}{2}\right)$ מקסימום,
$\left(-\frac{\pi}{4},-\frac{1}{2}\right)$ מינימום, $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{1}{2}\right)$ מקסימום.

ג. סרטוט: ד. הוכחה.



ה. (1). $\left(\frac{\pi}{2},-1\right)$ מקסימום, $\left(\frac{\pi}{4},-3\right)$ מינימום, $\left(-\frac{\pi}{4},1\right)$ מקסימום, $\left(-\frac{\pi}{2},-1\right)$ מינימום.

(2). סרטוט: ו. $k=-1$.



4) א. (1). $x\neq 0$. (2). $x=0$. ב. $(\ln 3,-1)$ מינימום.

ג. עליה: $x>\ln 3$, ירידה: $0<x<\ln 3$ או $x<0$.

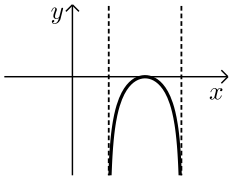
ד. (1). $(\ln 5,0)$, $(\ln 2,0)$. (2). גרף I.

ה. $x=\ln 5$ מינימום, $x=\ln 2$ מקסימום.

5) א. (1). $1<x<3$. (2). $x=3$, $x=1$. ב. $(2,0)$ מקסימום.

ג. עליה: $1<x<2$, ירידה: $2<x<3$.

ד. סרטוט: ה. טענה 2. ו. $(2.5,0)$, $(1.5,0)$.



בגרות קיץ 2021 מועד ב':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

1) דניאלה קנתה מקרר בתשלומים חודשיים.
התשלום הראשון הוא 700 שקלים, ולאחר מכן כל תשלום נמוך ב-30 שקלים מן התשלום שלפניו.

א. מהו מספר התשלום שבו תשלם דניאלה 280 שקלים?

ב. (1) האם ייתכן שהתשלום האחרון שתשלם דניאלה יהיה תשלום מספר 29? נמק את תשובתך.

(2) מהו התשלום הנמוך ביותר האפשרי בסדרת התשלומים של דניאלה ומהו מספר התשלום?

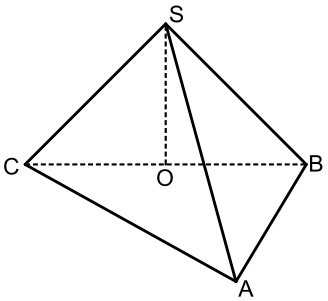
נעמה קנתה מקרר באותו המחיר שבו קנתה דניאלה את המקרר שלה, אך שילמה עליו ב-30 תשלומים חודשיים שווים של 280 שקלים כל תשלום.

ג. בכמה תשלומים קנתה דניאלה את המקרר שלה?

2) נתונה פירמידה ישרה SABC שבסיסה ABC הוא משולש ישר זווית, $\sphericalangle CAB = 90°$ (ראה סרטוט).

נתון: $AB = 9$, $AC = 12$.

הזווית שבין המקצוע הצדדי SB ובין הבסיס ABC שווה ל- $30°$.



א. חשב את גובה הפירמידה, SO.

ב. חשב את נפח הפירמידה.

נתון: נקודה M היא אמצע הצלע AB.

נקודה E נמצאת על הקטע OM כך שמתקיים: $OE = 2 \cdot EM$.

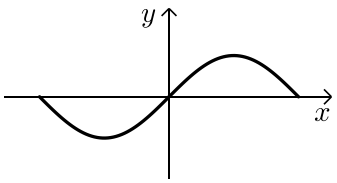
ג. מצא את הזווית שבין SE לבסיס הפירמידה.

ד. חשב את שטח המשולש SEM.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

3) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות בתחום: $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$.

לפניך סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



נתון כי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה-x בשלוש נקודות בדיוק: $\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$, $(0,0)$, $\left(\frac{\pi}{2},0\right)$.

א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

נתון: $f(x)=(\sin x)^2-\frac{1}{4}$.

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה-x הנמצאת מימין לראשית הצירים, ומשיק נוסף בנקודת המינימום שלה.

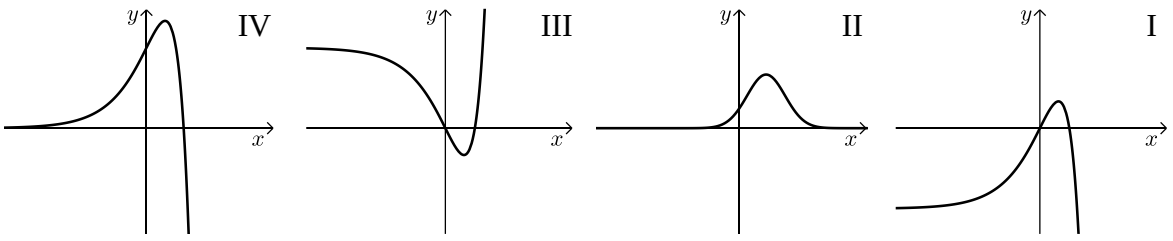
ה. מצא את שיעורי נקודת המפגש של שני המשיקים.
בתשובתך דייק 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=-e^{2x}+4e^{x}-3$ המוגדרת לכל x.

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ג. אחד מן הגרפים I-IV שלפניך מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$.
קבע איזה מהם ונמק את קביעתך.



נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)+b$. b הוא פרמטר.

העבירו משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודת הקיצון שלה.

ד. מצא את משוואת המשיק (הבע באמצעות b).

ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי המשיק שמצאת בסעיף ד' ועל ידי ציר ה-y.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=3x\cdot\ln(ax)$. $a>0$ הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה: $x=\frac{1}{3e}$.

ב. מצא את a .

הצב $a=3$, וענה על הסעיפים ג-ו שלפניך.

ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x .

ד. מצא את שיעור ה-y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוג הקיצון.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. נתונה הפונקציה $g(x)$ שתחום הגדרתה זהה לתחום הגדרתה של הפונקציה $f(x)$. פונקציית הנגזרת $g'(x)$ מקיימת: $g'(x)=-f(x)$.

האם לפונקציה $g(x)$ יש נקודת קיצון?

אם כן – מצא את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של $g(x)$, וקבע את סוגה.

אם לא – נמק.

תשובות סופיות:

1) א. התשלום ה-15. ב. (1). לא.
(2). התשלום ה-24, גובה התשלום: 10 שקלים. ג. 21 תשלומים.

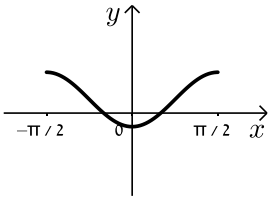
2) א. $2.5\sqrt{3} \approx 4.33$. ב. $45\sqrt{3} \approx 77.94$. ג. $47.27°$.
ד. 4.33.

3) א. ירידה: $-\frac{\pi}{2} < x < 0$, עליה: $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

ב. $x = \frac{\pi}{2}$ מקסימום, $x = 0$ מינימום, $x = -\frac{\pi}{2}$ מקסימום.

ג. $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$, $\left(-\frac{\pi}{6}, 0\right)$, $(0, -0.25)$.

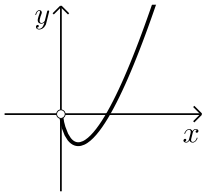
ד. סרטוט:



ה. $(0.23, -0.25)$.

4) א. $(\ln 2, 1)$, $(0, 0)$. ב. $(\ln 2, 1)$ מקסימום. ג. גרף I.
ד. $y = 1 + b$. ה. $-2.5 + 4\ln 2 \approx 0.273$.

5) א. $0 < x$. ב. $a = 3$. ג. $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$.
ד. $-\frac{1}{e}$ מינימום. ה. סרטוט:



ו. $x = \frac{1}{3}$ מקסימום.