תרגול 4 יחידות לתלמידי קידום

פרק 55

שאלון 805 בגרויות שנת 2018

מועד חורף 1
קיץ מועד א 5
קיץ מועד ב 8

בגרות חורף 2018:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2.

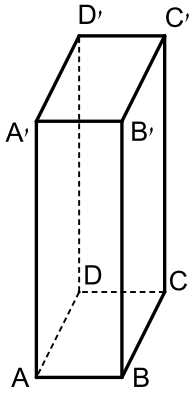
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונה סדרה הנדסית אין-סופית שכל איבריה חיוביים.
האיבר השלישי בסדרה גדול פי 8 מן האיבר השישי בסדרה.

א. פי כמה גדול סכום כל איברי הסדרה מסכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים?

ב. סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים הוא 2.
חשב את הערך של האיבר השלישי בסדרה הנתונה.

2) נתונה תיבה $ABCDA'B'C'D'$ שבסיסה, $ABCD$, הוא ריבוע (ראה ציור).
נתון: $AB = a$, $AA' = 3a$.



א. ענה על הסעיפים הבאים:
   i. הבע באמצעות a את AC ואת AD'.
   ii. הסבר מדוע $AD' = CD'$.

ב. מצא את גודל הזווית $AD'C$.

ג. הבע באמצעות a את שטח המשולש $AD'C$.

$D'E$ הוא גובה במשולש $AD'C$.

ד. מצא את גודל הזווית שבין $D'E$ לבין בסיס התיבה $ABCD$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=3\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$ בתחום $-\pi\le x\le\pi$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים בתחום הנתון.

ii. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x=\pi$ ועל ידי ציר ה-x בתחום $\frac{\pi}{2}\le x\le\pi$.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=4^{2x}-4^{x}-2$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

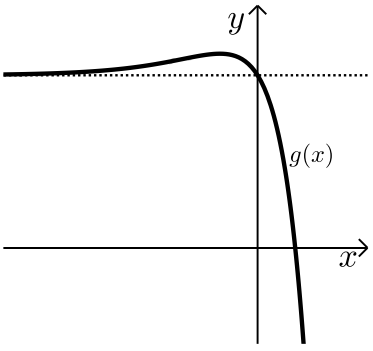
i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

iii. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

בציור שלפניך סרטוט של גרף הפונקציה $g(x)=-2f(x)$.

לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטה שמשוואתה $y=4$.



ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$?

ii. מהי משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$? נמק.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{2\ln x+3}{3}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

iii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

iv. כתוב את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.

v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. כתוב את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

ii. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

$b>1$ הוא פרמטר. השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה-x, על ידי הישר $x=1$ ועל ידי הישר $x=b$ שווה ל-$\ln 4$.

ג. מצא את הערך של b.

תשובות סופיות:

1) א. פי 3.

ב. $a_3=\frac{3}{8}$.

2) א. (i). $AC=a\sqrt{2}$, $AD'=a\sqrt{10}$

ב. $\sphericalangle AD'C=25.84°$.

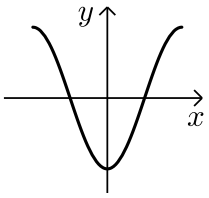
ג. $S_{\Delta AD'C}=2.179a^2$.

ד. $76.74°$.

3) א. (i). $\left(\frac{\pi}{2},0\right),\left(-\frac{\pi}{2},0\right),(0,-3)$.

א. (ii). מקסימום: $(\pi,3),(-\pi,3)$, מינימום $(0.-3)$

ב. להלן סרטוט:



ג. 3 יח"ר.

4) א. (i). כל x .

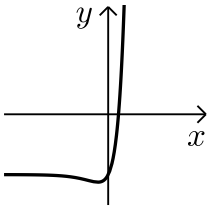
א. (ii). $\left(\frac{1}{2},0\right),(0,-2)$.

א. (iii). מינימום: $\left(-\frac{1}{2},-2.25\right)$.

ב. (i). מקסימום: $\left(-\frac{1}{2},4.5\right)$.

ב. (ii). $y=-2$.

ב. (iii). להלן סרטוט:



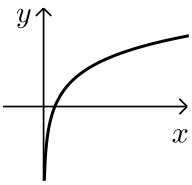
5) א. (i). $x>0$.

א. (ii). $(0.223,0)$.

א. (iii). עלייה: $x>0$, ירידה: אין

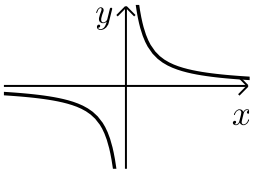
א. (iv). $x=0$.

א. (v). להלן סקיצה:



ב. (i). $x=0$, $y=0$.

ב. (ii). סרטוט:



ג. $b=8$.

בגרות קיץ 2018 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) הסדרה a_n מוגדרת באופן הזה: $a_1=0$, $a_{n+1}=a_n+3$.

הסדרה b_n מוגדרת על ידי הכלל: $b_n=a_n+a_{n+1}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הוכח: $b_n=2a_n+3$.

ii. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית, ומצא את ההפרש שלה ואת b_1.

נתון: $b_1+b_m=120$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את m.

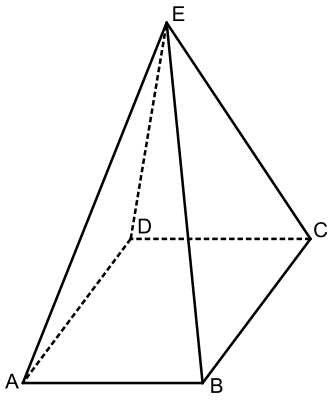
ii. חשב את הסכום: $b_{m+1}+b_{m+2}+...+b_{2m}$.

(סכום האיברים בסדרה b_n החל מהאיבר b_{m+1} ועד האיבר b_{2m}, כולל).

2) ABCDE היא פירמידה ישרה שבסיסה הוא ריבוע, כמתואר באיור.

נתון: EM הוא גובה של הפירמידה, והוא שווה באורכו לאלכסון הבסיס.

נסמן: $AB=a$.



א. חשב את גודל הזווית בין מקצוע צדדי בפירמידה ובין בסיס הפירמידה.

EK הוא גובה בפאה צדדית של הפירמידה.

ב. חשב את גודל הזווית בין EK ובין בסיס הפירמידה.

ג. נתון: שטח המעטפת של הפירמידה הוא 36.75 סמ"ר.
חשב את a.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) הפונקציה $f'(x)=2\sin 2x$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.
ענה על הסעיפים א-ה בעבור התחום: $0\le x\le \pi$.

א. מצא את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודה $(0,-2)$.

ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x=\pi$, על ידי ציר ה-y ועל ידי ציר ה-x.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=ae^{x}-9e^{-x}$. a הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=\ln 3$ הוא 6.

ב. מצא את a. פרט את חישוביך.

הצב $a=1$ וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{2x}{\ln(x)-2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את הצירים? אם כן, מצא את נקודות החיתוך. אם לא, נמק.

ii. לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית אחת. מצא את משוואתה.

iii. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

iv. מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

v. חשב את $f(0.1)$ וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x)=f(x)$.

ג. מהו תחום העלייה של הפונקציה $g(x)$?

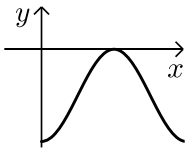
תשובות סופיות:

1) א. (i). הוכחה. א. (ii). $b_1=3\ ,\ d=6\leftarrow b_{n+1}-b_n=6$.

ב. (i). $m=20$ ב. (ii). 3,600

2) א. $63.435°$ ב. $70.529°$ ג. 3.5 ס"מ.

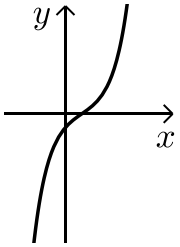
3) א. $x=0$ מינימום קצה, $x=\frac{\pi}{2}$ מקסימום, $x=\pi$ מינימום קצה.

ב. $f(x)=-\cos 2x-1$ ג. $\left(\frac{\pi}{2},0\right)$ ד.  ה. π יח"ר.

4) א. כל x. ב. $a=1$ ג. (i). $(0,-8)\ ,\ (\ln 3,0)$

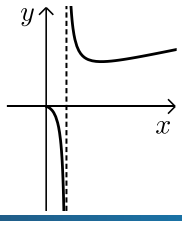
ג. (ii). עליה: כל x, ירידה: אין. ג. (iii). להלן סקיצה:

ד. 4 יח"ר.



5) א. $x>0\ ,\ x\neq e^2$ ב. (i). לא. ב. (ii). $x=e^2$ ב. (iii). $\left(e^3,40.17\right)$ מינימום.

ב. (iv). עליה: $x>e^3$, ירידה: $0<x<e^2$ או $e^2<x<e^3$.

ב. (v). $f(0.1)=-0.046$, הסרטוט:  ג. $x>e^2$

בגרות קיץ 2018 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונות שתי סדרות הנדסיות אין סופיות, a_n ו- b_n.
המנה שלה הסדרה a_n היא q, והמנה של הסדרה b_n היא $3q$.
נתון: $a_1 = b_1$.
נסמן את סכום איברי הסדרה a_n ב-S ואת סכום איברי הסדרה b_n ב-T.
(S ו-T הם מספרים ממשיים).
נתון: $\frac{S}{T} = \frac{6}{7}$.

א. חשב את q.

נתון: $a_4 = 5$.

ב. חשב את b_4.

2) $ABCDA'B'C'D'$ היא קובייה שאורך המקצוע שלה הוא a (ראה ציור).

א. הסבר מדוע המשולש $A'BD$ הוא משולש שווה צלעות.
$A'M$ הוא גובה במשולש $A'BD$.

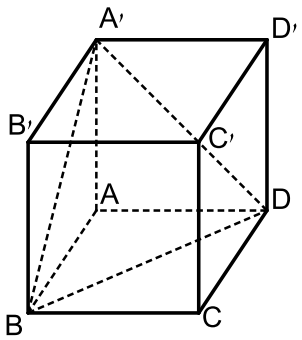
ב. חשב את גודל הזווית בין $A'M$ ובין הפאה $ABCD$.

נתון: שטח המשולש $A'BD$ הוא $8\sqrt{3}$.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את a.

ii. $AA'BD$ היא פירמידה.
חשב את שטח הפנים שלה.
בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה $f(x)=2\cdot\sin x+\cos(2x)$, המוגדרת בתחום $0\le x\le\frac{\pi}{2}$.

ענה על הסעיפים א-ב בעבור התחום הנתון.

א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

הישר $y=k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון בנקודת המקסימום שלה.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את k .

ii. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- y , על ידי הישר $y=k$ ועל ידי הישר $x=\frac{\pi}{2}$.

4) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{a-e^x}{e^{2x}}$. $a>0$ הוא פרמטר.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ii. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה). אם יש צורך, הבע באמצעות a .

נתון: גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בראשית הצירים.

ב. מצא את a .

הצב את הערך של a שמצאת וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. ענה העל הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x)=f(x)$.

ד. מצא את שיעורי ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

5) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\ln(x^2)}{x^2}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ii. מצא את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.

iii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

iv. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

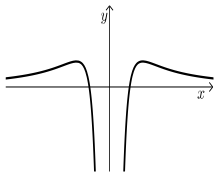
v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

vi. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.

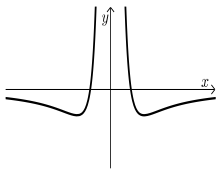
ב. לפניך ארבעה גרפים (I-IV).

איזה מהם הוא הגרף של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$? נמק.

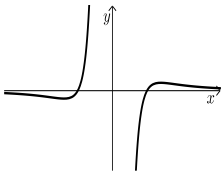
I



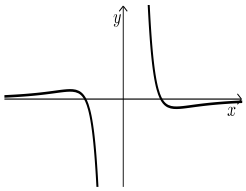
II



III



IV

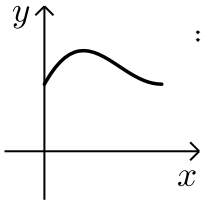


תשובות סופיות:

1) א. $q=\frac{1}{15}$ ב. $b_4=135$.

2) א. צלעות המשולש הן אלכסונים של שלושה ריבועים זהים, ולכן הוא שווה צלעות.
ב. $54.735°$ ג. (i). $a=$ 4 ס"מ ג. (ii). 37.856 סמ"ר.

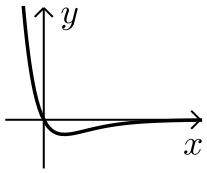
3) א. $\min(0,1)$, $\min\left(\frac{\pi}{2},1\right)$, $\max\left(\frac{\pi}{6},\frac{3}{2}\right)$ ב. להלן סקיצה:



ג. (i). $k=\frac{3}{2}$ ג. (ii). יח"ש $0.356=\frac{3\pi}{4}-2$.

4) א. (i). כל x. א. (ii). $(\ln a,\,0)$, $(0,\,a-1)$ ב. $a=1$

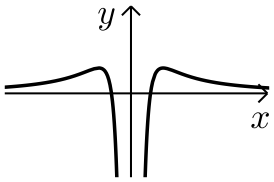
ג. (i). $\min\left(\ln 2,-\frac{1}{4}\right)$ ג. (ii). להלן סקיצה:



ד. $x=0$, מקסימום.

5) א. (i). $x\neq 0$ א. (ii). $x=0$ א. (iii). $(-1,\,0)$, $(1,\,0)$.

א. (iv). $\max\left(\sqrt{e},\frac{1}{e}\right)$, $\max\left(-\sqrt{e},\frac{1}{e}\right)$. א. (v). להלן סקיצה:



א. (vi). חיוביות: $1<x$, $x<-1$, שליליות: $0<x<1$, $-1<x<0$.
ב. גרף IV.