תרגול 4 יחידות לתלמידי קידום

פרק 53

שאלון 805 בגרויות שנת 2016

מועד חורף 1
קיץ מועד א 4
קיץ מועד ב 7

בגרות חורף 2016:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונה סדרה חשבונית שהאיבר הכללי שלה הוא $a_n = 3n - 12$,
ונתונה סדרה המוגדרת על ידי הכלל $b_n = 2a_n + 1$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

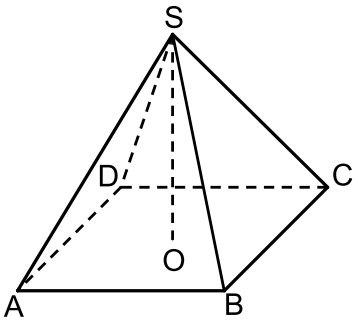
i. הראה כי $b_n = 6n - 23$.

ii. הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה חשבונית.

ב. נתון כי האיבר האחרון בסדרה b_n הוא 79.
מצא את מספר האיברים בסדרה b_n.

ג. נתון כי בסדרה a_n ובסדרה b_n יש אותו מספר איברים.
מצא את סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה a_n.

2) נתונה פירמידה ישרה ABCDS שבסיסה מלבן.
SO הוא גובה הפירמידה (ראה ציור).
נתון: $AS =$ 13 ס"מ,
הזווית בין מקצוע צדדי של הפירמידה
ובין בסיס הפירמידה היא $45°$.



א. מצא את האורך של אלכסון הבסיס
של הפירמידה.

ב. נתון גם: $\sphericalangle CAB = 50°$,
מצא את שטח הבסיס של הפירמידה.

ג. מצא את השטח של הפאה SBC.

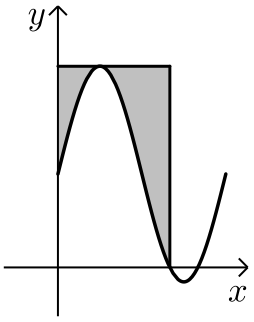
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{3}+2\sin(2x)$ בתחום $0\le x\le \pi$ (ראה ציור).



א. מצא את השיעורים שלנקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה ושל נקודת המינימום המוחלט של הפונקציה.
בתשובתך תוכל להשאיר שורש במידת הצורך.

ב. דרך נקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה, העבירו משיק לפונקציה.
מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק,
על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $x=\frac{2\pi}{3}$ (השטח המקווקו בציור).

4) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{e^{-x}}{x^2-3}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:
i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
ii. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לציר ה- x.
iii. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
iv. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
v. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x)=f(x)$.
מצא את תחומי העלייה של הפונקציה $g(x)$.
(הפונקציות $g(x)$ ו- $g'(x)$ מוגדרות באותו תחום).

5) נתונות הפונקציות: $f(x)=\ln x$, $g(x)=\ln(2x)$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות.

ii. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של כל אחת מן הפונקציות (אם יש כאלה).

iii. האם יש נקודות חיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות? נמק.

iv. האם לפונקציות הנתונות יש נקודות קיצון? נמק.

v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ באותה מערכת צירים.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הראה כי $\ln(2x)-\ln(x)=\ln 2$ (בתחום ההגדרה של הפונקציות).

ii. דרך נקודות החיתוך עם ציר ה-x של הגרפים של $f(x)$ ו-$g(x)$, העבירו ישרים המאונכים לציר ה-x.
היעזר בתת-סעיף ב(i), ומצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ ועל ידי האנכים. תוכל להשאיר $\ln$ בתשובתך.

תשובות סופיות:

1) א. (i). הוכחה א. (ii). הוכחה ב. 17 ג. 135.

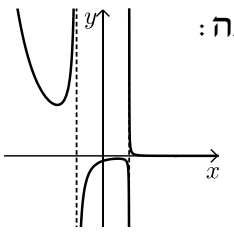
2) א. 18.384 ס"מ ב. 166.43 סמ"ר ג. 76.95 סמ"ר.

3) א. $\min\left(\frac{3\pi}{4},-0.268\right)$, $\max\left(\frac{\pi}{4},3.73\right)$ ב. 2.69.

4) א. (i). $x\neq\pm\sqrt{3}$ א. (ii). $x=\pm\sqrt{3}$ א. (iii). $\left(0,-\frac{1}{3}\right)$

א. (iv). $\min\left(-3,\frac{e^3}{6}\right)$, $\max\left(1,-\frac{1}{2e}\right)$ א. (v). עלייה $-3<x<-\sqrt{3}$, $-\sqrt{3}<x<1$,
ירידה: $x<-3$, $1<x<\sqrt{3}$, $x>\sqrt{3}$

ב. להלן סקיצה:



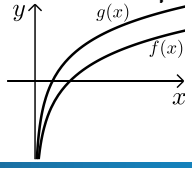
ג. $x>\sqrt{3}$, $x<-\sqrt{3}$

5) א. (i). $f(x):\ x>0$, $g(x):\ x>0$ א. (ii). $f(x):\ (1,0)$, $g(x):\ (0.5,0)$.

א. (iii). אין נקודות חיתוך.

א. (iv). אין נקודות קיצון.

א. (v). להלן סקיצה:



ב. (i). הוכחה. ב. (ii). 0.347.

בגרות קיץ 2016 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת: $1 , \frac{1}{x} , \frac{1}{x^2} , \frac{1}{x^3} , \ldots$ $(x>1)$.

א. הבע באמצעות x את מנת הסדרה של האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה הנתונה.

סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה הנתונה הוא $\frac{4}{3}$.

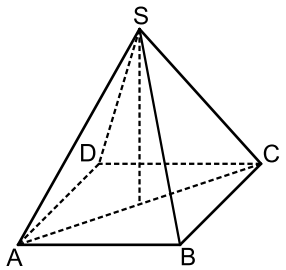
ב. מצא את x.

ג. מצא את הסכום של ריבועי האיברים העומדים במקומות הזוגיים בסדר הנתונה.

2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה מלבן ABCD (ראה איור).

נתון: $\sphericalangle CAB = 50° , \sphericalangle ASC = 70°$

ו-6 ס"מ = AB.



א. מהו גודל הזווית בין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה?

ב. חשב את נפח הפירמידה.

ג. חשב את גודל הזווית ASB.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=x+\sin(2x)$ בתחום: $0\le x\le\pi$.

הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x)=f'(x)$ בתחום הנתון.

ענה על סעיפים א' ו-ב' עבור התחום הנתון.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה-x.

ii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ב. עבור אילו ערכים של x, שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא שלילי? נמק.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=e^{2x}+e^{4-2x}+2$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-y.

ii. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. דרך נקודות הקיצון של הפונקציה העבירו אנך לציר ה-x.
השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי האנך, על ידי ציר ה-y

ועל ידי הישר $y=k$, שווה ל-$\frac{e^4}{2}-8\frac{1}{2}$, $0<k<16$.

מצא את הערך של k.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^2-\ln(x^2)-3$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה?

ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את הערך של $f(5)$.

ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)+2$.

מצא כמה נקודות חיתוך של לגרף הפונקציה $g(x)$ על ציר ה-x. נמק.

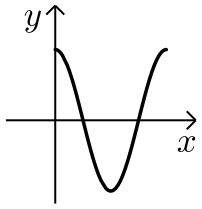
תשובות סופיות:

1) א. $\frac{1}{x^2}$ ב. 2 ג. $\frac{4}{15}$

2) א. $55°$ ב. 95.32 סמ"ק ג. $\sphericalangle ASB=43.27°$

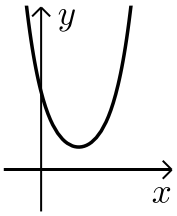
3) א. (i). $\left(\frac{\pi}{3},0\right)$, $\left(\frac{2\pi}{3},0\right)$ (ii) א. $\min\left(\frac{\pi}{2},-1\right)$, $\max(\pi,3)$, $\max(0,3)$

א. (iii). להלן סקיצה:



ב. $\frac{\pi}{3}<x<\frac{2\pi}{3}$.

4) א. (i). $(0,57.598)$ (ii) א. $\min(1,16.778)$ א. (iii). להלן סקיצה:

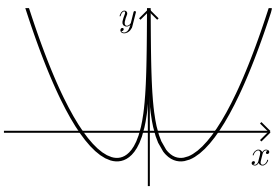


ב. $k=10$

5) א. $x\neq 0$ ב. $x=0$

ג. $\min(1,-2)$, $\min(-1,-2)$ ד. (i). 18.78

ד. (ii). להלן סקיצה: ה. 2 נקודות.



בגרות קיץ 2016 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

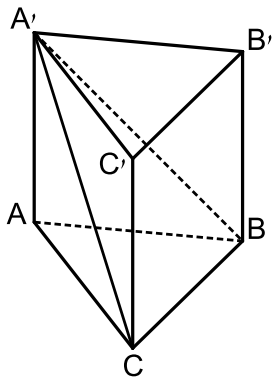
1) נתונה סדרה המקיימת את הכלל: $a_{n+1}=a_n-4$.
האיבר השלישי בסדרה הוא 12.

א. מצא את האיבר הראשון.
בסדרה זו 71 איברים.

ב. חשב את הסכום של 10 האיברים האחרונים בסדרה.

ג. מצא את האיבר האמצעי בסדרה.

2) נתונה מנסרה ישרה ABCA'B'C'.
בסיס המנסרה ABC הוא משולש שווה-שוקיים $(AB=AC)$ (ראה ציור).
זווית הראש של המשולש ABC היא $54°$.
והאורך של בסיס המשולש הוא 7 ס"מ.
הזווית בין האלכסון A'C ובין בסיס המנסרה ABC היא $65°$.



א. חשב את שטח הפאה ACC'A'.

ב. חשב את הזווית בין הגובה לצלע BC במשולש CA'B ובין בסיס המנסרה ABC.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=3-\sin^2 x-\cos x$

בתחום: $-\pi \le x \le \pi$.

א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. על פי הגרף שסרטטת בסעיף ב, סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ בתחום: $0 \le x \le \pi$.

ii. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה-x בתחום: $\frac{\pi}{3} \le x \le \pi$.

4) נתונות שתי פונקציות: $f(x)=e^x$, $g(x)=e^{3-x}$.

א. מצא את נקודות החיתוך של כל אחת מן הפונקציות עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של כל אחת מן הפונקציות (אם יש כאלה).

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את השיעורים של נקודת החיתוך של שתי הפונקציות.

ii. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

iii. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי הישר $y=e^3$.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^m-\ln(x^4)$, m הוא מספר טבעי.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. נתון שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון ששיעור ה-x שלה שווה ל-1.
מצא את הערך של m.

הצב $m=4$ וענה על הסעיפים ג-ה:

ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה פונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x)=f(x)-3$.
כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה-x? נמק.

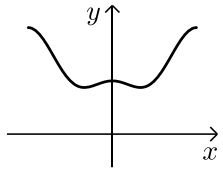
תשובות סופיות:

1) א. $a_1=20$ ב. $S=-2420$ ג. $a_{36}=-120$

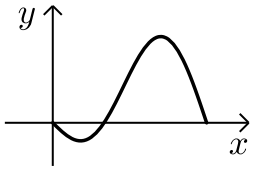
2) א. $S=127.46$ ב. $67.44°$

3) א. $\max(-\pi,4)$, $\min\left(-\frac{\pi}{3},\frac{7}{4}\right)$, $\max(0,2)$, $\min\left(\frac{\pi}{3},\frac{7}{4}\right)$, $\max(\pi,4)$

ב. להלן סקיצה:



ג. (i). להלן סקיצה:

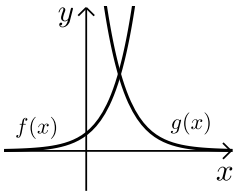


ג. (ii). 2.25.

4) א. $(0,1)$: $f(x)$, $(0,e^3)$: $g(x)$

ב. $f(x)$ עולה לכל x , $g(x)$ יורדת לכל x.

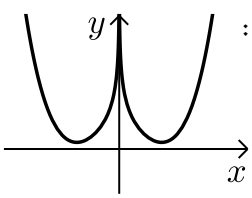
ג. (i). $(1.5,e^{1.5})$ ג. (ii). להלן סקיצה:



ג. (iii). $e^3+2e^{1.5}=29.05$

5) א. $x\neq 0$ ב. $m=4$ ג. $\min(-1,1)$, $\min(1,1)$

ד. להלן סקיצה:



ה. 4.