# תרגול 4 יחידות לתלמידי קידום

## פרק 52

# שאלון 805 בגרויות שנת 2015


מועד חורף ..... 1
קיץ מועד א ..... 4
קיץ מועד ב ..... 7

# בגרות חורף 2015:

## פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2.

**שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.**

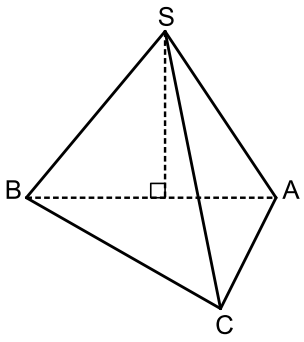
**1)** ענה על הסעיפים הבאים:

א. נתונים כל המספרים התלת-ספרתיים שמתחלקים ב-6 בלי שארית.
מצא את הסכום של מספרים אלה.
המספר הגדול ביותר מבין המספרים שבסעיף א' הוא האיבר הראשון בסדרה הנדסית אין-סופית.
האיבר הרביעי בסדרה הנדסית זו הוא 124.5.

ב. מצא את הסכום של הסדרה ההנדסית.

ג. הראה כי האיבר הראשון בסדרה ההנדסית שווה לסכום של כל האיברים שאחריו.

**2)** נתונה פירמידה ישרה SABC




שבסיסה משולש ישר-זווית $(\sphericalangle ACB = 90°)$ (ראה ציור).

נתון: $\sphericalangle ABC = 30°$ , $AB = k$.

הזווית בין כל מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה היא $45°$.

א. הבע באמצעות $k$ את נפח הפירמידה.

ב. הבע באמצעות $k$ את הגובה לבסיס AC בפאה SAC.

## פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

## טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

**שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.**

**3)** נתונות שתי פונקציות: $f(x)=\sqrt{x}$ , $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ , בתחום $x\geq 0$.

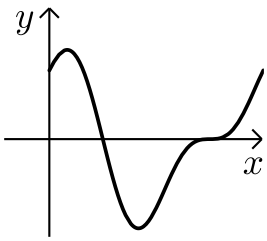
א. מצא את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מהפונקציות (אם יש כאלה).

ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציות, וקבע את סוגן.

ג. האם עבור $x=4$ הגרף של $f(x)$ נמצא מעל לגרף של $g(x)$ או מתחתיו? נמק.

ד. האם הגרפים של הפונקציות נפגשים? נמק.

**4)** נתונה הפונקציה $f(x)=\sin(2x)+2\cos(x)$ בתחום $0\leq x\leq 2\pi$ (ראה ציור).




א. מצא את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ב. דרך נקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה העבירו משיק לגרף הפונקציה.
מצא את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי גרף הפונקציה ועל ידי ציר ה- $y$.

**5)** נתונה הפונקציה $f(x)=\ln\left(2x-ax^2\right)$ , $a$ הוא פרמטר.

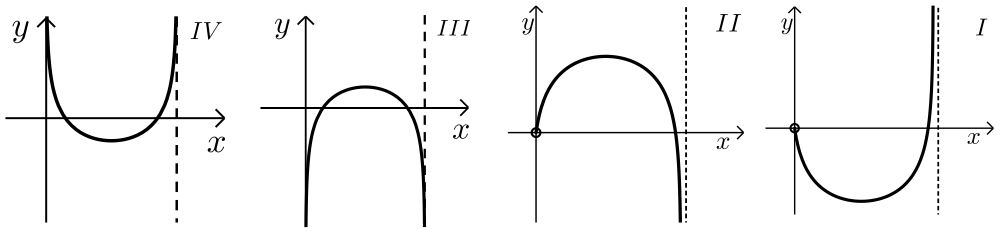
שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=1$ הוא $\frac{2}{3}$.

א. מצא את הערך של $a$.

הצב $a=\frac{1}{2}$ , וענה על הסעיפים שלפניך.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ג. איזה מהגרפים I-IV שלפניך מתאים לפונקציה $f(x)$ ? נמק.




## תשובות סופיות:

**1)** א. $S=82,350$ ב. $S_{\infty}=1992$ ג. הוכחה.

**2)** א. $V=0.036k^3$ יח"ר ב. $h_{AC}=0.661k$ יח"ר

**3)** א. עבור $f(x)$ עלייה $x>0$ , אין תחומי ירידה.

עבור $g(x)$ עלייה אין, ירידה $x>0$.

ב. עבור $f(x)$ אין מקסימום מוחלט, מינימום מוחלט $(0,0)$.

עבור $g(x)$ מקסימום מוחלט $(0,2)$ , מינימום מוחלט אין.

ג. עבור $x=4$ : $f(x)$ נמצאת מעל $g(x)$. ד. כן.

**4)** א. $\max(2\pi,2)$ , $\min(0.83\pi,-2.598)$ , $\max(0.167\pi,2.598)$ , $\min(0,2)$

ב. 0.11 יח"ר.

**5)** א. $a=0.5$ ב. $0<x<4$ ג. גרף III.

# בגרות קיץ 2015 מועד א':

## פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2.

**שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.**

**1)** נתונות שתי סדרות הנדסיות אין-סופיות יורדות:

I. $a_1 , a_2 , a_3 , \ldots , a_n , \ldots$

II. $b_1 , b_2 , b_3 , \ldots , b_n , \ldots$

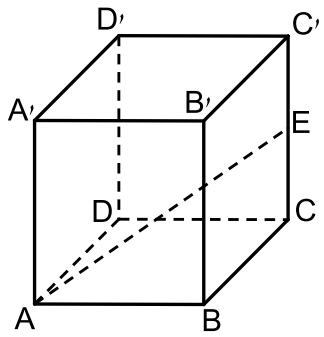
נתון כי מנת הסדרה I היא $q$, ומנת הסדרה II היא 0.5.

משתי הסדרות הנתונות בנו סדרה שלישית שהיא גם סדרה הנדסית אין-סופית יורדת: III. $\frac{a_1}{b_1} , \frac{a_2}{b_2} , \frac{a_3}{b_3} , \ldots , \frac{a_n}{b_n} , \ldots$

א. הבע באמצעות $q$ את מנת הסדרה III.

ב. סכום האיברים של סדרה II הוא 8.
סכום האיברים של סדרה I גדול פי 2 מסכום האיברים של סדרה III.
מצא את מנת הסדרה III.

**2)** נתונה קובייה $ABCDA'B'C'D'$.
נקודה E היא אמצע המקצוע $CC'$ (ראה ציור).




א. מצא את גודל הזווית בין AE לבסיס ABCD.

ב. נתון כי נפח הקובייה הוא 140.608 סמ"ק.
מצא את אורך הקטע AC.

ג. נקודה K נמצאת על הקטע $EC'$.
נתון: $CK = 4.5$ ס"מ.
מצא את $\sphericalangle KAE$.

## פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

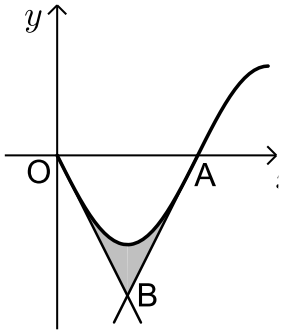
## טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

**שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.**

**3)** נתונה הפונקציה $f(x)=-\sin 2x$

בתחום $0\le x\le \frac{3\pi}{4}$.




גרף הפונקציה חותך את ציר ה-$x$
בראשית הצירים O ובנקודה A.
העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה O
ומשיק לגרף הפונקציה בנקודה A (ראה ציור).

א. מצא את משוואת המשיק בנקודה O
ואת משוואת המשיק בנקודה A.

ב. המשיקים נפגשים בנקודה B. מצא את השיעורים של הנקודה B.

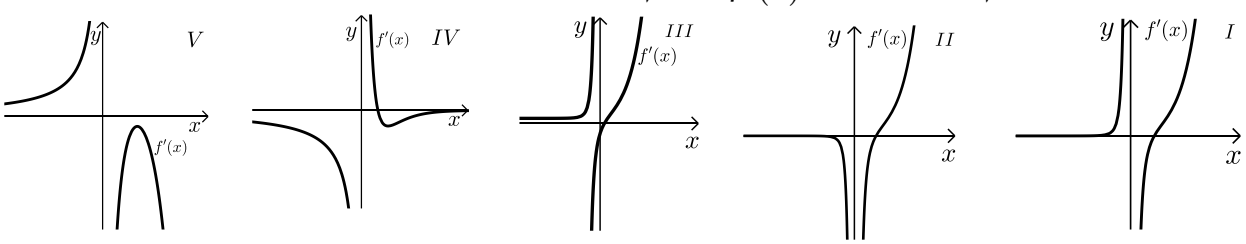
ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי שני המשיקים
(השטח המקווקו בציור).

**4)** נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{2x}}{2x^2}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:
i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
ii. מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה ?

ב. ענה על הסעיפים הבאים:
i. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
ii. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. מבין הגרפים V,IV,III,II,I שלפניך, איזה גרף מייצג את
פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ? נמק.



**5)** נתונה הפונקציה $f(x)=x^2(\ln x)^2$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x\geq\frac{1}{e^2}$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x\geq\frac{1}{e^2}$.

ii. הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה-$x$ בנקודות A ו-B.
מצא את השטח המוגבל על ידי הקטע AB ועל ידי הגרף של $f'(x)$.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $2q$ ב. $q_3=\frac{2}{3}$

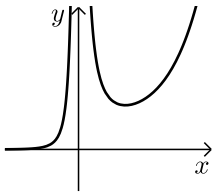
**2)** א. $19.5°$ ב. AC = 7.35 ס"מ ג. $\sphericalangle KAE=11.99°$

**3)** א. $y=2x-\pi$ , $y=-2x$ ב. $B\left(\frac{\pi}{4},-\frac{\pi}{2}\right)$ ג. 0.234 יח"ר

**4)** א. (i). $x\neq 0$ א. (ii). $x=0$

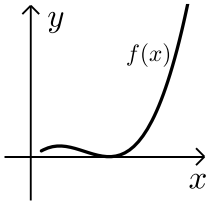
ב. (i). עלייה $x>1$ או $x<0$ ירידה $0<x<1$ ב. (ii). אין.

ב. (iii). להלן סקיצה: ג. גרף I.

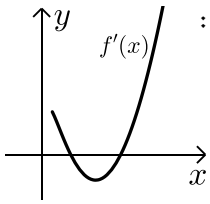



**5)** א. $x>0$ ב. $\min(1.0)$ , $\max\left(\frac{1}{e},\frac{1}{e^2}\right)$

ג. להלן סקיצה:




ד. (i). להלן סקיצה:




ד. (ii). $\frac{1}{e^2}$.

# בגרות קיץ 2015 מועד ב':

## פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2.

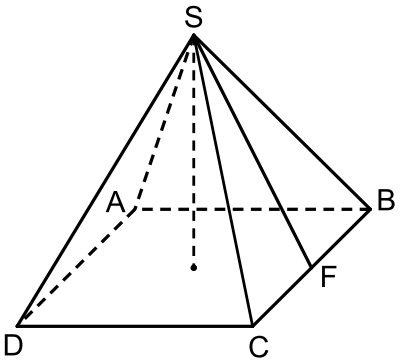
**שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.**

**1)** ארבעת האיברים שלפניך: $a_1$ , $a_2$ , $a_3$ , $a_4$ הם איברים עוקבים בסדרה חשבונית עולה. סכום ארבעת האיברים הוא 20.
שלושת האיברים $a_1$ , $a_2$ , $a_4$ הם איברים עוקבים בסדרה הנדסית.
($a_1$ הוא האיבר הראשון בשתי הסדרות.)

א. הראה כי $a_1$ שווה להפרש הסדרה החשבונית,
ומצא את הפרש הסדרה החשבונית.

ב. $\frac{a_2}{a_3-a_1}$ הוא האיבר הראשון בסדרה הנדסית אינסופית יורדת.
סכום כל האיברים בסדרה זו שווה ל-2.
מצא את הסכום של 6 האיברים הראשונים בסדרה זו.

**2)** נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ריבוע.
גובה הפירמידה שווה לצלע של בסיס הפירמידה.
SF הוא גובה למקצוע CB בפאה SCB (ראה ציור).




א. מצא את הזווית בין SF לבסיס הפירמידה.

ב. מצא את הזווית CSB.

ג. נפח הפירמידה הוא 1125 סמ"ק.
מצא את שטח המשולש SDB.

## פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

## טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

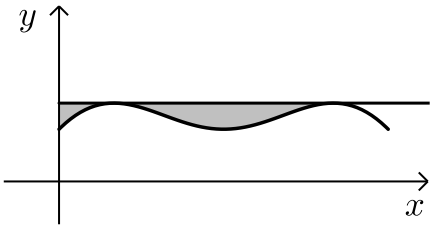
ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

**שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.**

**3)** נתונה הפונקציה $f(x)=\sin x+\frac{1}{2}\cos(2x)$

בתחום $0\le x\le\pi$.

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המקסימום המוחלט שלה (ראה ציור).




א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את משוואת המשיק.

ii. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה-$y$. (השטח המקווקו בציור).

ב. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)-\frac{3}{4}$ בתחום $0\le x\le\pi$.

מהי משוואת המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודות המקסימום המוחלט שלה? נמק.

תוכל להיעזר בתת-סעיף א (i).

**4)** נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2+2x+a}{e^x}$, $a$ הוא פרמטר $(a<2)$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון.

ההפרש בין שיעור ה-$x$ החיובי לבין שיעור ה-$x$ השלילי של נקודת הקיצון הוא 2. מצא את הערך של $a$.

הצב $a=1$, וענה על סעיף ג.

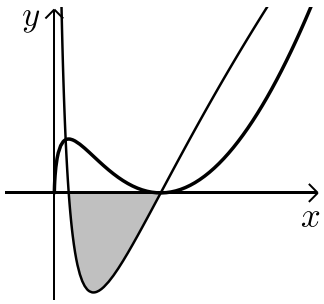
ג. ענה על הסעיפים:

i. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

**5)** בציור שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציה $f(x)$ ושל פונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$, הגרפים I ו- II:




א. איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$, ואיזה גרף הוא של פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.

נתון כי הפונקציה $f(x)$ היא $f(x)=2x(\ln x)^2$.

ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף II עם ציר ה-$x$.

ד. באיזה תחום שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ הוא חיובי? נמק.

ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף II ועל ידי ציר ה-$x$ (השטח המקווקו בציור).

## תשובות סופיות:

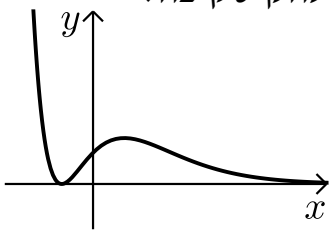
**1)** א. 2 ב. 1.968.

**2)** א. $\sphericalangle SFO=63.43°$ ב. $\sphericalangle CSB=48.2°$ ג. 159.1 ס"מ.

**3)** א. (i). $y=0.75$ (ii). 0.31 ב. $y=0$.

**4)** א. כל $x$ ב. $a=1$ ג. (i). $(0,1)$ , $(-1,0)$

ג. (ii). $\min(-1,0)$ , $\max(1,1.47)$ ג. (iii). להלן סקיצה:




**5)** א. גרף I ו-$f(x)$, גרף II $f'(x)$ ב. $x>0$

ג. $(0.135,0)$ , $(1,0)$ ד. $x>1$ או $0<x<0.135$ ה. 1.08 יח"ר.