כל שאלוני 5 יחידות

פרק 59

שאלון 582 בגרויות שנת 2024

מועד חורף 1

בגרות חורף 2024:

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1) במשולש ישר זווית ABC $(\sphericalangle BAC=90°)$, שיעורי הקודקוד A הם: $(a,0)$,
a הוא פרמטר שונה מאפס. שיעור ה-x של הקודקוד B הוא $-a$. הצלע BC מקבילה לציר ה-x. הנקודה M היא אמצע הצלע BC.

א. הביעו באמצעות a את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל הנקודות M.

ב. סרטטו את העקום המתואר על ידי המשוואה שמצאתם בסעיף א.
סרטטו את שתי האפשרויות במערכת צירים אחת.

באחת מן הנקודות M, שנמצאת ברביע הראשון, העבירו ישר ℓ המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

ג. הוכיחו כי הישר ℓ מקביל לישר AC.

נתון גם כי: $AM=10$ (הנקודה M נמצאת ברביע הראשון), והקודקוד B נמצא על הישר: $x=-2$.

ד. מצאו את שיעורי הקודקודים B ו-C.

דרך הקודקוד A העבירו מעגל המשיק לישרים ℓ ו-AC.

ה. מצאו את שיעורי מרכז המעגל.

2) נתונים הישר ℓ והמישור π.
ההצגה הפרמטרית של הישר ℓ היא: $\underline{x}=(-1,5,-11)+t\cdot(m-1,5-m,-2)$.
משוואת המישור π היא: $3x+my+(m+6)z+4=0$. m הוא פרמטר.

א. הראו כי לכל ערך של m הישר ℓ אינו מקביל למישור π.
נתון כי הישר ℓ ניצב למישור π וחותך אותו בנקודה A.

ב. מצאו את הערך של הפרמטר m.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A.

ד. לפניכם טענה: קיים מישור אחד בלבד המכיל את הישר ℓ ועובר דרך הנקודה $(5,-5,-9)$.
קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

3) $z=x+yi$ הוא מספר מרוכב (x ו- y הם מספרים ממשיים).

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות (x,y) במישור גאוס

המקיימות: $|6-\bar{z}-8i|^2-|10i|=|9+12i|$ הוא מעגל.

הנקודה M היא מרכז המעגל המתואר בסעיף א.

המספרים המרוכבים z_A ו- z_M מייצגים את הנקודות A ו-M, בהתאמה.

נתון: למספרים z_A ו- z_M יש אותו ארגומנט (זווית), $2|z_A|=|z_M|$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A.

נתונה סדרה הנדסית: $z_1\ ,\ z_2\ ,\ z_3\ ,\ \ldots$.

האיבר הראשון בסדרה מייצג את הנקודה A, והאיבר החמישי בסדרה מייצג את הנקודה M.

ג. מצאו את מנת הסדרה (כל האפשרויות).

ד. חשבו את הסכום: $z_1\cdot\bar{z}_1+z_2\cdot\bar{z}_2+\ldots+z_{10}\cdot\bar{z}_{10}$.

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונות הפונקציות: $f(x)=\frac{a-x^2}{e^x}$, $g(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$ המוגדרות לכל x.

a הוא פרמטר.

א. מצאו את הערך של a שבעבורו: $f(x)=g'(x)$ לכל ערך של x.

הציבו את הערך של a שמצאתם, וענו על הסעיפים ב-ה שלפניכם.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, וקבעו את סוגן.

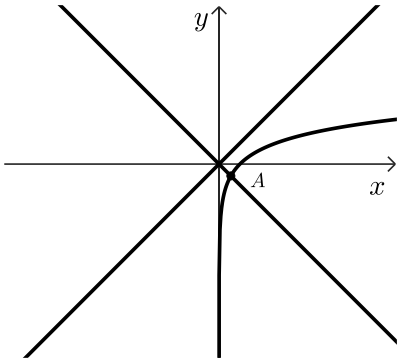
ג. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצות של גרף הפונקציה $f(x)$ ושל גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x.

ה. חשבו את הערך של הביטוי: $\int_1^2\left(\frac{e^{2x}}{(x+1)^4}\right)\cdot\left(\frac{x^2-1}{e^x}\right)dx$.

5) בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של הפונקציה: $f(x)=\ln(x)$

המוגדרת בתחום: $x>0$, ומתוארים הישרים: $y=x$ ו- $y=-x$.



הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם אחד מן הישרים.

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- a.

היעזרו בסרטוט, וענו על הסעיפים א-ה שלפניכם.

הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

נתונה הפונקציה: $g(x)=\dfrac{\ln(x)-x}{\ln(x)+x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x (אם יש כאלה).

(3) מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקציה $g(x)$.

ב. הסבירו מדוע מתקיים: $0<a<1$.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

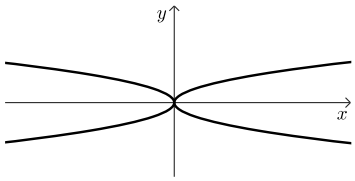
ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה: $h(x)=e^{g(x)}$.

תשובות סופיות:

1) א. $y^2=4ax$ ב. להלן סרטוט: ג. הוכחה.

ד. $B(-2,8)$, $C(18,8)$

ה. $(1,2)$



2) א. הוכחה. ב. $m=-5$ ג. $A(2,0,-10)$ ד. לא נכונה.

3) א. הוכחה. ב. $Z_A=3+4i$

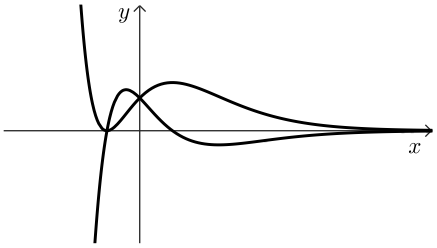
ג. $q_0=\sqrt[4]{2}$, $q_1=\sqrt[4]{2}i$, $q_2=-\sqrt[4]{2}$, $q_3=-\sqrt[4]{2}i$ ד. $S_{10}=1871.02$

4) א. $a=1$ ב. **(1)**. ציר y : $(0,1)$, ציר x : $(-1,0)$, $(1,0)$

(2). ציר y : $(0,1)$, ציר x : $(-1,0)$

(3). $g(x)$: $\max\left(1,\frac{4}{e}\right)$, $\min(-1,0)$,

$f(x)$: $\max\left(1-\sqrt{2},1.253\right)$, $\min\left(1+\sqrt{2},-0.431\right)$ ג. להלן סרטוט:



ד. $\frac{4}{e}$ ה. 0.14

5) א. **(1)**. $a\neq x>0$ **(2)**. אין חיתוך. **(3)**. $y=-1$ עבור: $x\to\infty$

ב. הסבר. ג. **(1)**. $\max\left(e,\frac{1-e}{1+e}\right)$

(2). תחומי עלייה: $a<x<e$, $0<x<a$, תחומי ירידה: $x>e$.

ד. להלן סרטוט: ה. להלן סרטוט:

