

כל שאלוני 5 יחידות לתוכנית החדשה

פרק 65

שאלון 572 - בגריות שנת 2025

1	מועד חורף
6	קיץ מועד א
11	קיץ מועד ב

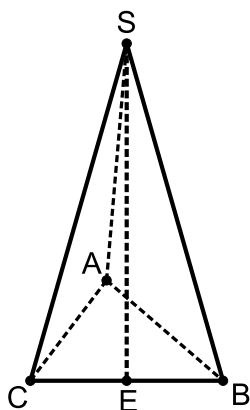
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים



- (1) נתונות הנקודות $A(-9a, 0)$ ו- $B(41a, 0)$. a הוא פרמטר חיובי.
הנקודה P מקיימת $\angle APB = 90^\circ$.
א. הראו כי המקום הגיאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על מעגל, ומצאו את משוואתו. הביעו את תשובתכם באמצעות a .
נתון כי השטח הגדול ביותר של המשולש APB הוא 156.25.
ב. מצאו את הערך של a .
הציבו $a = \frac{1}{2}$ וענו על הסעיפים ג-ד.
אמצע הקטע AB הוא מוקד של פרבולה שמשוואתה קנונית.
הפרבולה והמעגל שמצאתם נחתכים ברביע הראשון בנקודה C .
ג. מצאו את שיעורי הנקודה C .
הישר ℓ משיק לפרבולה בנקודה C .
מעבירים משיק למעגל שמצאתם.
נתון כי משיק זה מקביל לישר ℓ .
ד. מצאו את המרחק בין הישר ℓ לבין המשיק למעגל (מצאו את שתי האפשרויות).



(2) בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת SABC.

הנקודה E היא אמצע המקצוע BC.

נסמן $\vec{AE} = \underline{u}$, $\vec{EC} = \underline{v}$.

נתון: $|\underline{u} + \underline{v}| = |\underline{u} - \underline{v}|$.

א. הוכיחו כי $\vec{AE}$ מאונך ל- $\vec{BC}$.

נתון: הקטע SE הוא גובה בפירמידה והאורך שלו הוא 20.

$B(6,8,0)$, $A(0,0,0)$

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x , ושיעור ה- z של הקודקוד S הוא חיובי.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים C ו- S.

הנקודה F נמצאת על המקצוע SC כך ש- $\vec{SF} = \frac{1}{4} \vec{SC}$.

דרך הנקודה F מעבירים ישר המקביל לישר AC , וחותר את המישור ABS בנקודה M.

ג. (1) מצאו הצגה פרמטרית של הישר FM.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ד. מצאו פי כמה גדול נפח הפירמידה MABC מנפח הפירמידה FAEC. נמקו את תשובתכם.

(3) נתון המספר המרוכב $w = r(\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$, $r > 0$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

א. הביעו באמצעות r ו- θ הצגה קוטבית של המספר $\frac{1}{w}$.

הנקודה A במישור גאוס מייצגת את המספר w , והנקודה B מייצגת את המספר $\frac{1}{w}$.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

נתון כי שטח המשולש AOB הוא $\frac{\sqrt{2}}{4}$ והזווית AOB היא זווית חדה.

ב. מצאו את הערך של θ .

נתונות שתי משוואות: I. $z^8 = w^8$. II. $z^8 = (w \cdot \bar{w})^4$.

z הוא מספר מרוכב.

נתון מצולע קמור שקודקודיו הם כל הנקודות המייצגות את הפתרונות של משוואה I

וכל הנקודות המייצגות את הפתרונות של משוואה II.

ג. (1) מצאו כמה קודקודים יש למצולע.

(2) האם כל קודקודי המצולע נמצאים על מעגל אחד שמרכזו בראשית הצירים?

נמקו את תשובתכם.

נתון כי שטח המצולע הוא 49.

ד. מצאו את הערך של r.



פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = e^x - \frac{1}{1-e^x}$. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$.

א. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) האם לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = -x + \ln(e^x - 1)$

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) הראו כי $g'(x) = f(x) - e^x$ לכל x בתחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

בנקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ מעבירים אנך לציר ה- x .

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x , על ידי האנך

ועל ידי הישר $x = \ln(b)$. $b > 2$ הוא פרמטר. הביעו את תשובתכם באמצעות b .

נתון כי השטח שמצאתם בסעיף ד שווה ל- $b - 2 + \ln(1.8)$.

ה. מצאו את הערך של b .



(5) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a + \ln(x)}{x}$, המוגדרת בתחום $x > 0$, a הוא פרמטר.

- א. בתת סעיפים (1)-(3) הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.
- (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
 - (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 - (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$, המוגדרת בתחום $x \neq 0$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ וגרף הפונקציה $g(x)$ נחתכים בנקודה שבה $x = e^2$.

ג. מצאו את הערך של a .

הציבו את הערך של a שמצאתם וענו על סעיפים ד-ה.

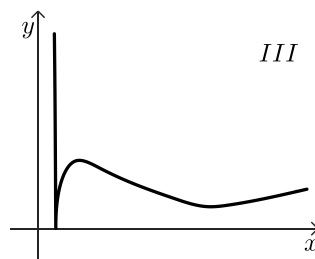
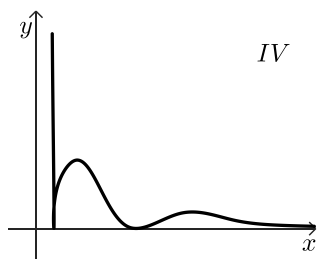
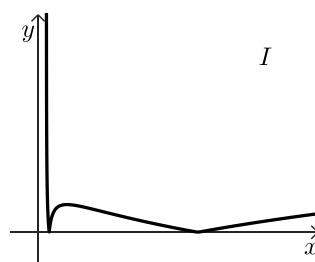
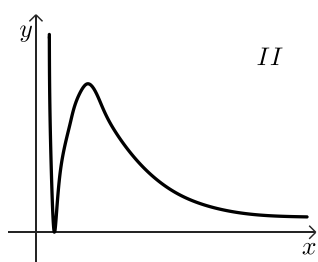
נתונה הפונקציה $h(x)$, המוגדרת בתחום $x > 0$.

גרף הפונקציה $h(x)$ עובר בנקודה $(e^3, -1.5)$.

נגזרת הפונקציה $h(x)$ מקיימת $h'(x) = f(x) - g(x)$.

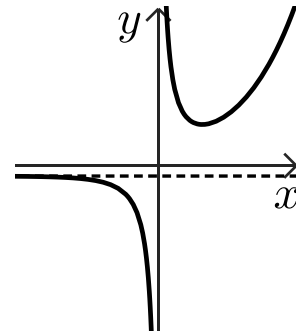
ד. מצאו את הפונקציה $h(x)$.

ה. קבעו איזה גרף מבין הגרפים IV-I מייצג את הפונקציה $|h(x)|$. נמקו את תשובתכם.

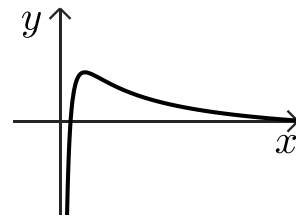


תשובות סופיות:

- (1) א. ראו סרטון ב. $a = 0.5$ ג. $C(4.5, 12)$ ד. 2.5 או 22.5
- (2) א. הוכחה ב. $S(8, 4, 20)$, $C(10, 0, 0)$ ג. (1) $\bar{x} = (8.5, 3, 15) + t(1, 0, 0)$ ד. פי 2
- (3) א. $\frac{1}{w} = \frac{1}{r} \cdot \text{cis}(-\theta)$ ב. $\theta = 157.5^\circ$ ג. (1) 16 פתרונות ג. (2) כן.
- ד. $r \approx 4$
- (4) א. (1) $x = 0$, $y = -1(x \rightarrow -\infty)$ א. (2) אין א. (3) $\min(\ln 2, 3)$
- ב. להלן סרטוט: ג. (1) $x > 0$ ג. (2) ראו סרטון ד. $\ln \frac{2(b-1)}{b} + b - 2$
- ה. $b = 10$



- (5) א. (1) $y = 0(x \rightarrow +\infty)$, $x = 0$ א. (2) $\left(\frac{1}{e^a}, 0\right)$ א. (3) $\max(e^{1-a}, e^{a-1})$
- ב. להלן סרטוט: ג. $a = -1$ ד. $h(x) = \frac{(\ln x)^2}{2} - 2 \ln x$ ה. גרף I.



בגרות קיץ 2024 מועד א':

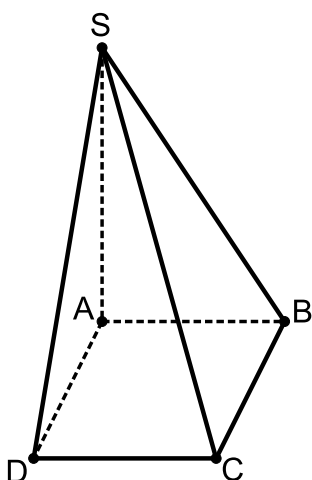
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים



- (1) נתון מעגל I שמשוואתו היא $x^2 - 6x + y^2 + t = 0$. t הוא פרמטר קטן מ-9.
- הביעו באמצעות t את רדיוס המעגל.
 - הישר $y = x$ משיק למעגל.
 - מצאו את הערך של t .
- הזיזו את מעגל I שמאלה כך שהתקבל מעגל II שמרכזו בראשית הצירים 0.
- A היא נקודה כלשהיא על מעגל II כך ש- $-1.5 \leq y_A \leq 1.5$.
- דרך הנקודה A מעבירים מיתר AB המאונך לציר ה- y .
- נקודה P נמצאת על המיתר AB כך שמתקיים $AB = 2 \cdot PO$.
- הראו כי המקום הגיאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על אליפסה, ומצאו את משוואתה.
 - הנקודה K היא המוקד הימני, והנקודה F היא המוקד השמאלה של האליפסה שמצאתם בסעיף ג.
 - C היא נקודה כלשהיא על האליפסה כך שמתקבל משולש CKF.
 - חשבו את היקף המשולש CKF.
 - האם קיימת נקודה C שבעבורה שטח המשולש CKF הוא 3? נמקו את תשובתכם.



(2) נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

SA הוא גובה הפירמידה.

הנקודה M היא אמצע האלכסון BD.

נסמן: $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטור $\overrightarrow{SM}$.

נתון כי $\overrightarrow{SM}$ מאונך ל- $\overrightarrow{DB}$.

ב. הוכיחו כי $|\underline{u}| = |\underline{v}|$.

נתון: $S(0,0,6)$, $B(0,5,0)$, $A(0,0,0)$

$p > 0$, $D(3,p,0)$

ג. מצאו את שיעורי הנקודות D ו- C.

דרך האלכסון AC מעבירים מישור המקביל למקצוע SD.

המישור חותך את המקצוע SB בנקודה K.

ד. מצאו את משוואת המישור.

ה. לפניכם שתי טענות II-I. קבעו בעבור כל אחת מן הטענות אם היא נכונה או לא נכונה.

נמקו את קביעותיכם.

I הישר KM מקביל לישר SD.

II כל ישר שמאונך למישור ACK, מאונך לישר SD.

(3) ענו על הסעיפים הבאים:

א. הביעו באמצעות x ו- y את משוואת המקום הגיאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$

במישור גאוס המקיימות $|z| = |z - (2 + 2i)|$.

z הוא משתנה מרוכב.

נתונה המשוואה $z^2 - z(2 + 2i) + 4i = 0$.

A ו- B הן נקודות המיוצגות על ידי שני פתרונות המשוואה.

ב. הראו כי הנקודות A ו- B נמצאות על המקום הגיאומטרי שמצאתם בסעיף א.

הנקודות C ו- D נמצאות על הצירים כך ש- ABCD הוא ריבוע.

סובבו את הריבוע ABCD סביב ראשית הצירים נגד כיוון השעון בזווית α ($0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$).

כל שמונה הנקודות (הנקודות A, B, C, D וארבע הנקודות שהתקבלו אחרי הסיבוב) מיוצגות

על ידי פתרונות של המשוואה $z^n = b$ שבה n הוא מספר טבעי ו- b הוא מספר ממשי.

ג. (1) מצאו את הערך של b ואת הערך של α בעבור $n = 8$.

(2) מצאו ערך אפשרי של n בעבור $\alpha = 15^\circ$, ומצאו את הערך של b המתאים לו.



פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



(4) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^x}{a - e^x}$, a הוא פרמטר שונה מ-0.

א. ענו על התת סעיפים (1)-(3) בעבור $a > 0$ ובעבור $a < 0$.
הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.
(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- y של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$ בעבור $a = 3$

ואיזה מן הגרפים מתאר את הפונקציה $f(x)$ בעבור $a = -3$. נמקו את קביעותיכם.

הציבו $a = 3$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ה.

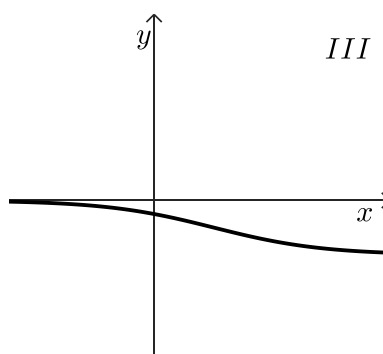
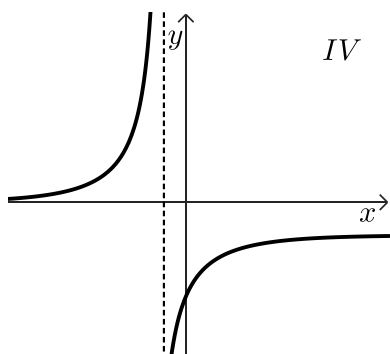
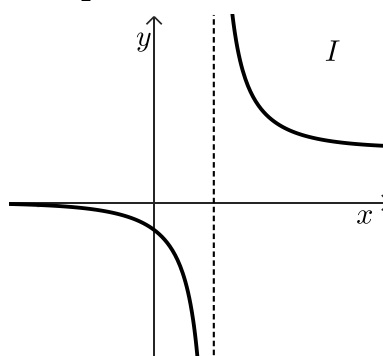
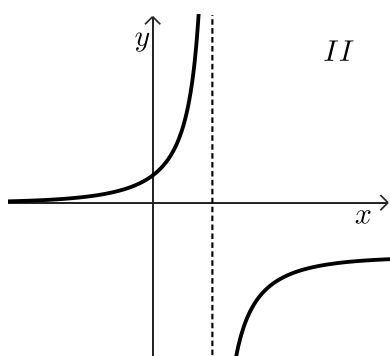
נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{f(x) + 2}$

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ה. לפניכם טענה: $\int_{-4}^{-2} g(x) dx > \int_2^3 g(x) dx$. האם הטענה נכונה? נמקו את תשובתכם.



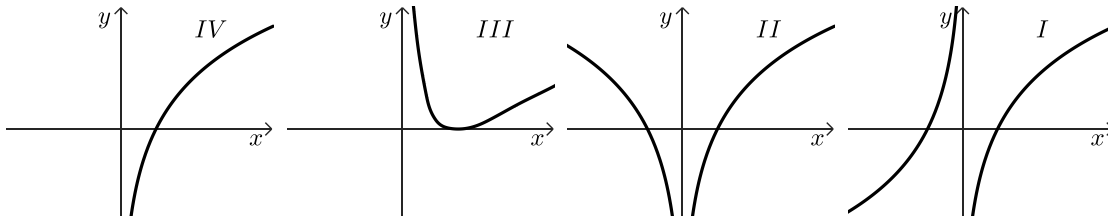


(5) נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(x^n)$, n הוא מספר טבעי זוגי.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) לפניכם ארבעה גרפים, IV-I. קבעו איזה מהם מייצג את הפונקציה $f(x)$.

נמקו את קביעתכם.



הציבו $n = 2$ בפונקציה $f(x)$, וענו על סעיפים ב-ד.

נתונה הפונקציה: $g(x) = (f(x))^2 - 4$ המוגדרת לכל $x \neq 0$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נתונה הפונקציה $k(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$ בתחום $x > 0$.

ד. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $k(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקציה $k(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי

הישרים $x = e^2$ ו- $x = e^3$.

תשובות סופיות:

(1) א. $r = \sqrt{9-t}$ ב. $t = 4.5$ ג. $\frac{x^2}{4.5} + \frac{y^2}{2.25} = 1$ ד. $3 + 3\sqrt{2} \approx 7.243$ ה. לא.

(2) א. $\overrightarrow{SM} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \underline{w}$ ב. הוכחה ג. $C(3,9,0), D(3,4,0)$

ד. $18x - 6y + 5z = 0$ ה. I. הטענה נכונה, II. הטענה נכונה.
(3) א. $y = -x + 2$ ב. ראו סרטון ג. $\alpha = 45^\circ, b = 256$

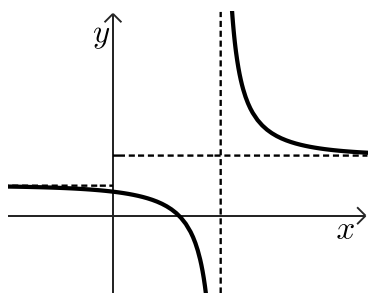
ג. (2) $b = 2^{24}, n = 24$ או $b = 2^{24t}, n = 24t$
(4) א. (1) עבור $a > 0: \ln a: x \neq \ln a$, עבור $a < 0: \ln a: x$.

א. (2) $y = -1(x \rightarrow +\infty), y = 0(x \rightarrow -\infty)$.

א. (3) עבור $a > 0$: עליה: $x > \ln a, x < \ln a$, עבור $a < 0$: ירידה לכל x .

ב. עבור $a = 3$: גרף II, עבור $a = -3$: גרף III ג. (1) $\ln 3, \ln 6, x \neq \ln 3$.

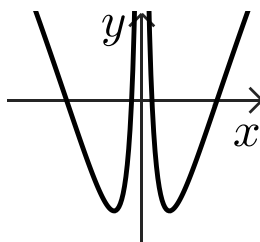
ג. (2) $x = \ln 6, y = \frac{1}{2}(x \rightarrow -\infty), y = 1(x \rightarrow +\infty)$ ד. להלן סרטוט:



ה. הטענה לא נכונה.

(5) א. (1) $x \neq 0$ א. (2) גרף II ב. (1) $(e,0), \left(\frac{1}{e},0\right), \left(-\frac{1}{e},0\right), (-e,0)$.

ב. (2) $\min(-1,-4), (1,-4)$ ג. להלן סרטוט: ד. $x > 0, x \neq \frac{1}{e}, x \neq e$.



ד. $\ln\left(2\frac{2}{3}\right)$ (2).

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

(1) נתונה אליפסה שמשוואתה היא $1 = \frac{x^2}{25k^2} + \frac{y^2}{16k^2}$. k הוא פרמטר חיובי.



הנקודה F היא המוקד הימני של האליפסה.
נתון מעגל שמרכזו בנקודה F והוא עובר בנקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה- x .

א. הביעו באמצעות k את משוואת המעגל.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה- y .

הנקודה D היא נקודת החיתוך של הקטע BF עם המעגל.

ב. (1) מצאו את היחס בין הקטע BD ובין הקטע DF.

(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה D.

ג. הביעו באמצעות k את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.

בונים ריבוע שאורך הצלע שלו הוא 15.

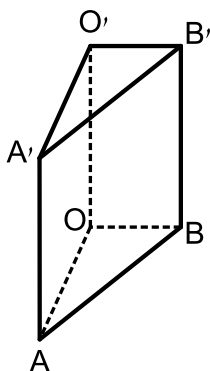
אחת מצלעות הריבוע נמצאת על המשיק שאת משוואתו מצאתם בסעיף ג.

הנקודה B נמצאת בתוך הריבוע.

ד. הביעו באמצעות k את משוואת הישר שעליו נמצאת צלע הריבוע המקבילה למשיק.

נתון כי הנקודה B היא נקודת המפגש של אלכסוני הריבוע.

ה. מצאו את הערך של k .



(2)

בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה $A'O'B'OBA$.
שבסיסה AOB הוא משולש ישר זווית $\angle AOB = 90^\circ$.
הנקודה K היא אמצע המקצוע AB .

הנקודה E נמצאת על הקטע $B'O$ כך ש- $\overrightarrow{O'E} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{O'B}$.

הנקודה N נמצאת על הקטע AE כך ש- $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4} \cdot \overrightarrow{AE}$.

נסמן: $\overrightarrow{OA} = \underline{u}$, $\overrightarrow{OB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{OO'} = \underline{w}$.

א. (1) הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ את $\overrightarrow{O'N}$.

(2) הוכיחו כי הנקודות O' , N , K נמצאות על ישר אחד, ומצאו את היחס בין $O'K$ ובין $O'N$.

נתון: $O(0,0,0)$, $A(4,0,0)$, $E(0,1,6)$.

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y , והקודקוד O' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z .

ב. מצאו את שיעורי הנקודות N ו- B .

ג. מצאו את משוואת המישור $A'KB'$.

ד. (1) מצאו את המרחק בין הנקודה N ובין המישור $A'KB'$.

(2) מצאו את נפח הפירמידה $NA'KB'$.



(3)

נתונים שני מספרים מרוכבים z_1 ו- z_2 שמכפלתם היא $-19 + 4i$.

$$z_1 = 2 + 3i$$

א. מצאו את המספר z_2 .

נתונה המשוואה $w^3 = z_1 + z_2$, w הוא משתנה מרוכב.

ב. מצאו את פתרונות המשוואה.

נתון מספר מרוכב $z = 2(\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$, $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.

נתון כי המספרים z ו- z^3 נמצאים על ישר אחד שעובר בראשית הצירים.

ג. מצאו את ארבע האפשרויות של המספר z .

פתרונות המשוואה שמצאתם בסעיף ב וארבעת המספרים שמצאתם בסעיף ג,

מייצגים את כל הקודקודים של מצולע קמור במישור גאוס.

ד. (1) סרטטו את המצולע במערכת צירים.

(2) חשבו את השטח של המצולע.

נתון מספר מרוכב: $3(\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$, $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$.

מכפילים כל אחד מן המספרים המייצגים את קודקודי המצולע במספר מרוכב זה,

כך שנוצר מצולע חדש.

ה. מצאו פי כמה גדול שטח המצולע החדש משטח המצולע שמצאתם בסעיף ד.



(4) נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x + x}{e^x - x} + b$, המוגדרת לכל x .

b הוא פרמטר.

א. ענו על התת-סעיפים (1)-(3). הביעו את תשובותיכם באמצעות b , אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה $y = 1.5$.

ב. מצאו את הערך של b (מצאו את שתי האפשרויות).

הציבו בפונקצייה $f(x)$ את הערך של b הקטן ביותר שמצאתם, וענו על הסעיפים ג-ה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ידוע כי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y היא אחת משתי נקודות הפיתול של הפונקצייה $f(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת לכל x .

ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ה. לפניכם טענה: $\int_0^1 (f(x) - 1.5) dx > \frac{1}{e-1}$.

האם הטענה נכונה? נמקו את תשובתכם.



(5) נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x \cdot \ln(x)}{1 + \ln(x)}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.
 (3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה: $g(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x \cdot \ln(x)}$.

- ד. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
 נתון הביטוי $\int_{e^k}^{e^{2k}} \left(\frac{1}{x \cdot \ln(x)} + \frac{1}{x} \right) dx$, k הוא פרמטר גדול מ-1.
 ה. (1) קבעו איזה מן הביטויים I-II שווה לערך של הביטוי הנתון. נמקו את קביעתכם.
 I. $k + \ln(k)$ II. $k + \ln 2$
 (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = e^3$ ו- $x = e^6$.

תשובות סופיות:

(1) א. $(x-3k)^2 + y^2 = 4k^2$ ב. (1) $BD : DF = 3 : 2$ ג. (2) $D(1.8k, 1.6k)$

ג. $-3x + 4y - k = 0$ ד. $-3x + 4y - k - 75 = 0$ ה. $k = 2.5$

(2) א. (1) $\overrightarrow{O'N} = \frac{1}{4}\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{w}$ ב. (2) הוכחה ג. $B(0, 3, 0), N(1, 0.75, 4.5)$

ג. $3x + 4y - 12 = 0$ ד. (1) 1.2 ד. (2) 9.

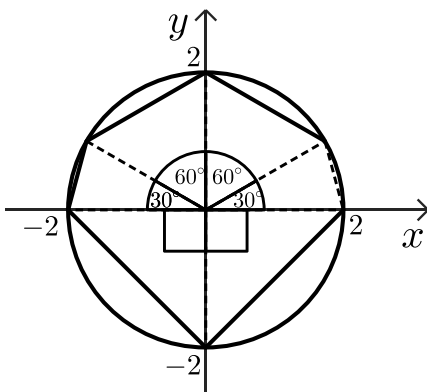
(3) א. $z_2 = -2 + 5i$

ב. $w_0 = 2cis30^\circ = \sqrt{3} + i, w_1 = 2cis150^\circ = -\sqrt{3} + i, w_2 = 2cis270^\circ = -2i$

ג. $z = -2i, 2i, -2, 2$ ד. (1) להלן סרטוט:

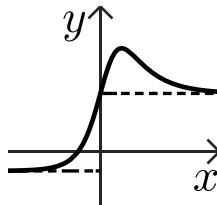
ד. (2) $6 + 2\sqrt{3}$

ה. פי 9.

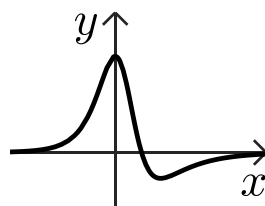


(4) א. (1) $y = 1 + b(x \rightarrow +\infty), y = -1 + b(x \rightarrow -\infty)$ א. (2) $(0, 1+b)$

א. (3) $\max\left(1, \frac{e+1}{e-1} + b\right)$ ב. $b = 0.5, 2.5$ ג. להלן סרטוט:



ד. (2) להלן סרטוט:

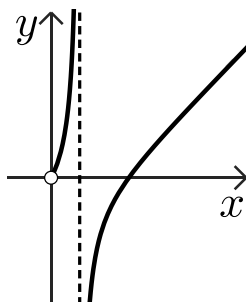


ד. (1) $y = 0(x \rightarrow \pm\infty)$

ה. הטענה נכונה.

(5) א. (1) $x > 0, x \neq \frac{1}{e}$ א. (2) $x = \frac{1}{e}$ א. (3) $(1, 0)$

ב. עלייה: $x > \frac{1}{e}, 0 < x < \frac{1}{e}$ ירידה: אף x ג. להלן סרטוט:



ד. (1) $x > 0, x \neq 1$ ד. (2) $x = 0, x = 1, y = 0$

ה. (1) ביטוי II.

ה. (2) $\ln 2 + 3$

