כל שאלוני 4 יחידות לתוכנית החדשה

פרק 66

שאלון 472 - בגרויות שנת 2024

מועד חורף 1
קיץ מועד א 7
קיץ מועד ב 12

בגרות חורף 2024:

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) במפעל אלקטרוניקה החלו לייצר מחשבים.
בכל שבוע כמות המחשבים שייצרו הייתה גדולה במספר קבוע מכמות המחשבים שייצרו בשבוע שלפניו. בשבוע הראשון ייצרו 900 מחשבים.
הייצור נמשך 50 שבועות. בתקופה זו ייצרו 167,500 מחשבים סך הכול.

א. בכמה הייתה גדולה כמות המחשבים שייצרו בכל שבוע מן הכמות שייצרו בשבוע שלפניו?

בגמר הייצור מכר המפעל את המחשבים במשך כמה חודשים.
כמות המחשבים שנמכרו בכל חודש הייתה גדולה פי q מכמות המחשבים שנמכרו בחודש שלפניו.
בחודש ה-4 נמכרו 160 מחשבים. בחודש ה-7 נמכרו 1,280 מחשבים.

ב. כמה מחשבים נמכרו בחודש הראשון?

החודש ה-7 היה החודש האמצעי של חודשי המכירה.

ג. כמה חודשים נמשכה המכירה?

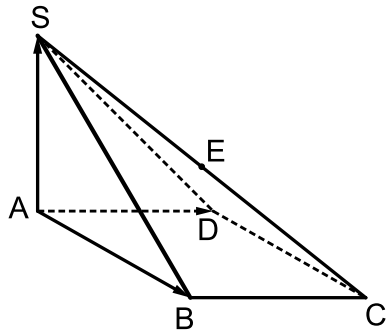
ד. כמה מן המחשבים שייצרו במפעל לא נמכרו?

2) בסרטוט שלפניכם פירמידה מרובעת SABCD שבסיסה ABCD הוא מעוין.

הנקודה E היא אמצע המקצוע SC.

AS מאונך לבסיס הפירמידה.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AS}=\underline{w}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{EB}$ ו- $\overrightarrow{ED}$.

נתון: $|\underline{u}|=|\underline{w}|$, $\sphericalangle BAD=60°$.

ב. הוכיחו כי $\overrightarrow{EB}$ מאונך ל- $\overrightarrow{ED}$.

נתון: $A(0,0,0)$, $B(2\sqrt{3},2,0)$.

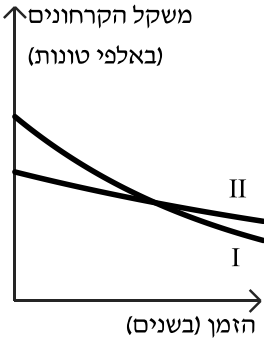
הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה-y.

שיעור ה-z של הקודקוד S הוא חיובי.

ג. (1) מצאו את אורך המקצוע AB ואת שיעורי הקודקוד S.

(2) חשבו את נפח הפירמידה SABCD.

3) בים הצפוני יש שני קרחונים A ו-B.
במשך השנים הקרחונים מפשירים ומאבדים ממשקלם.
חוקרת מדדה את המשקל של כל אחד מן הקרחונים
בכל קיץ במשך 10 שנים.
לפניכם סרטוט המתאר את המשקל
של כל קרחון (באלפי טונות) לפי שנים.



א. מבין הגרפים I-II, קבעו איזה גרף מתאים
לקרחון שקצב הפשרתו מהיר יותר.
נמקו את קביעתכם.

הפונקציה $f(t)=7\cdot(0.96)^t$ מתארת את המשקל של קרחון A בכל שנה.

הפונקציה $g(t)=10\cdot(0.91)^t$ מתארת את המשקל של קרחון B בכל שנה.

ב. קבעו בנוגע לכל פונקציה מהו הגרף המתאר אותה. נמקו את קביעותיכם.

ג. המשקל של איזה משני הקרחונים היה גדול יותר לאחר 7 שנים מתחילת המדידות?

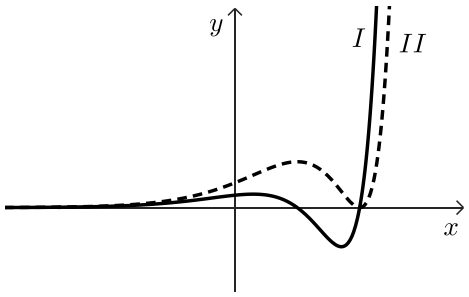
ד. מצאו לאחר כמה שנים מתחילת המדידות היה המשקל של קרחון A
שווה למשקל של קרחון B.

החוקרת בדקה גם את מספר כלבי הים באזור זה.
היא גילתה שמספר כלבי הים באזור זה גדל בכל שנה באחוז קבוע.
לאחר 10 שנים מתחילת המדידות היה מספר כלבי הים גדול פי 1.5
ממספרם בתחילת המדידות.

ה. מצאו בכמה אחוזים גדל מספר כלבי הים בכל שנה.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) בסרטוט שלפניכם מוצגים הגרפים I ו-II.
אחד מן הגרפים הוא הגרף של פונקציה $f(x)$,
והאחר הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. איזה מן הגרפים I-II מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמקו את תשובתכם.

נתון כי: $f(x)=(x-4)^2\cdot e^{x-3}$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן על פי הגרף.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f'(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$
ועל ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את תשובתכם.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{3x^2}{2\ln(x)+1}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

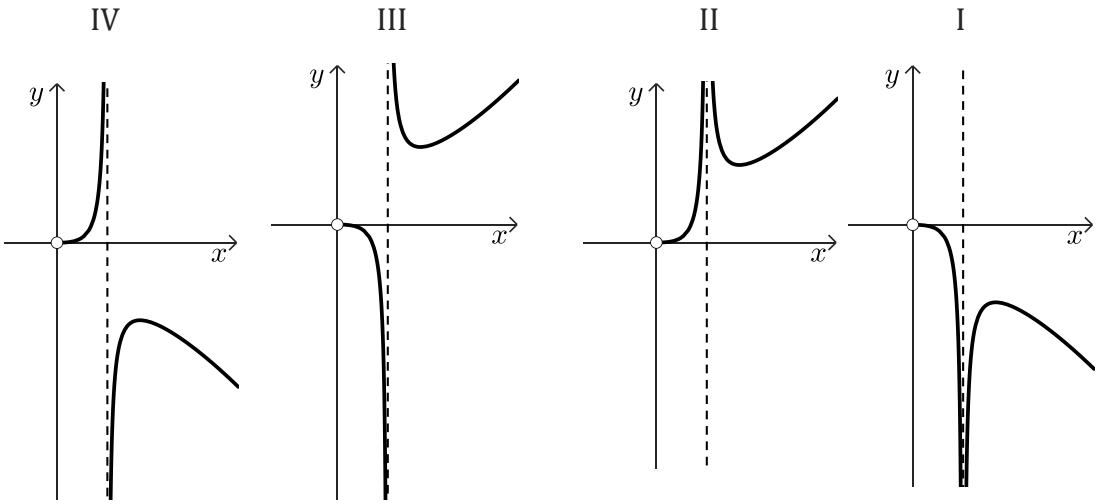
(2) האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x? נמקו את תשובתכם.

(3) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה הוא גרף הפונקציה $f(x)$.



הישר: $y=t$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

ה. האם הישר: $y=t-5$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$?

אם כן – מצאו בכמה נקודות הוא חותך. אם לא – נמקו.

תשובות סופיות:

1) א. 100 ב. 20 ג. 13 ד. 3,680.

2) א. $\overrightarrow{EB}=\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{ED}=-\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w}$ ב. שאלת הוכחה.

ג. (1) $AB=4$, $S(0,0,4)$ ג. (2) $V_{SABCD}=\frac{32\sqrt{3}}{3}$.

3) א. גרף I ב. גרף I: $g(t)$, גרף II: $f(t)$ ג. קרחון A ד. 6.668 שנים.

ה. 4.14%.

4) א. $f(x)$: גרף II, $f'(x)$: גרף I ב. (1) כל x ב. (2) $(4,0)$, $\left(0,\frac{16}{e^3}\right)$.

ב. (3) $\min(4,0)$, $\max\left(2,\frac{4}{e}\right)$ ג. $\frac{4}{e}$ ד. $\frac{8}{e}$.

5) א. (1) $x>0$, $x\neq e^{-\frac{1}{2}}$ א. (2) לא א. (3) $x=e^{-\frac{1}{2}}$.

ב. $\min(1,3)$ ג. עלייה: $x>1$, ירידה: $e^{-\frac{1}{2}}<x<1$, $0<x<e^{-\frac{1}{2}}$.

ג. גרף III ד. כן, חותך בנקודה אחת.

בגרות קיץ 2024 מועד א':

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) לרכבת מסוימת יש 11 קרונות.

ביום א', מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול במספר קבוע ממספר הנוסעים בקרון שלפניו.

מספר הנוסעים בקרון האחרון היה גדול פי 3 ממספר הנוסעים בקרון הראשון.

ביום זה מספר הנוסעים ברכבת היה 220 סך הכל.

א. מצאו כמה נוסעים היו בקרון הראשון.

ב. מצאו כמה נוסעים היו בקרון האמצעי.

ג. מצאו כמה נוסעים סך הכל היו בקרונות האי-זוגיים (בקרון הראשון, השלישי, החמישי וכן הלאה).

ביום ב' מספר הנוסעים ברכבת היה גדול פי 2 ממספר הנוסעים בה ביום א' ולכן הוחלט להוסיף קרונות לרכבת.

ביום ב', מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול ב-3 ממספר הנוסעים בקרון שלפניו.

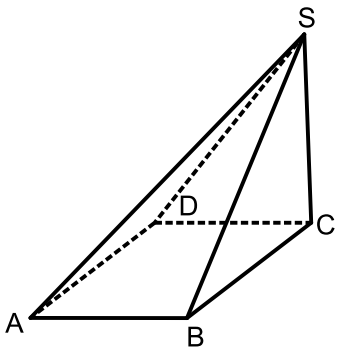
ביום זה היו בקרון הראשון 5 נוסעים.

ד. מצאו את מספר הקרונות שהוסיפו לרכבת ביום ב'.

2) בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD.

הבסיס ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו הוא 4.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AS}=\underline{w}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$, אם יש צורך, את הווקטור $\overrightarrow{SD}$.

נתון: $\overrightarrow{SD}\cdot\overrightarrow{AD}=0$.

ב. מצאו את הערך של $\underline{w}\cdot\underline{v}$.

נתון: $\underline{w}\cdot\underline{u}=\underline{w}\cdot\underline{v}$, $\left|\overrightarrow{SC}\right|=\sqrt{17}$.

ג. מצאו את הערך של $\left|\underline{w}\right|$.

ד. (1) הוכיחו כי SC מאונך ל-BC ול-DC.

(2) מצאו את נפח הפירמידה SABCD.

3) נתונות שתי דירות - דירה א' ודירה ב'.

בתחילת שנת 2014 היה הערך של דירה א' 980,000 שקלים

והערך של דירה ב' היה 620,000 שקלים.

הערך של דירה א' גדל בכל שנה ב-7%, והערך של דירה ב' גדל בכל שנה פי q.

כעבור מספר מסוים של שנים היה הערך של דירה א' שווה לערך של דירה ב'.

א. לפניכם שלוש טענות I-III. קבעו מהי הטענה הנכונה. נמקו את קביעתכם.

I. $q<1.07$ II. $q=1.07$ III. $q>1.07$

נתון כי בתחילת שנת 2024 היה הערך של דירה א' <u>שווה</u> לערך של דירה ב'.

ב. (1) מצאו מה היה הערך של דירה א' בתחילת שנה זו.

(2) מצאו בכמה אחוזים גדל הערך של דירה ב' בכל שנה.

על פי הצפי, מתחילת שנת 2024 ואילך הערך של דירה ב' עתיד לרדת בכל שנה באחוז שקטן פי 1.5 מן האחוז שמצאתם בתת-סעיף ב (2).

ג. על פי צפי זה, בתחילת איזו שנה עתיד לרדת לראשונה הערך של דירה ב' בהשוואה לערך שהיה לה בתחילת שנת 2014?

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{2x}}{e^{x}-3}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$, המקיימת: $g(x)=-f(x)+15$.

הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ו. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x? נמקו את תשובתכם.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=ax\cdot\ln(2x)$, a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=\frac{e}{2}$ הוא 6.

ב. מצאו את a.

הציבו: $a=3$ בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ג-ו.

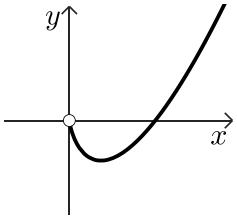
ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

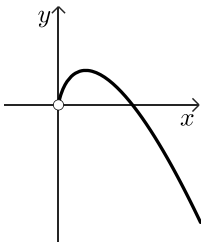
ה. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$, ואיזה מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעותיכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=e$ ועל ידי ציר ה- x.

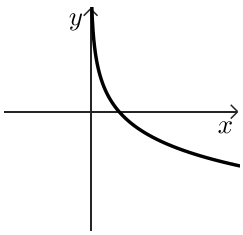
I



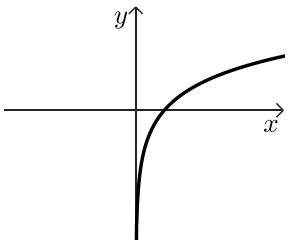
II



III



IV



תשובות סופיות:

1) א. 10 נוסעים ב. 20 נוסעים ג. 120 נוסעים ד. 5 קרונות.

2) א. $\overrightarrow{SD}=\underline{v}-\underline{w}$ ב. $\underline{w}\cdot\underline{v}=16$ ג. $|\underline{w}|=7$ ד. (1) שאלת הוכחה.

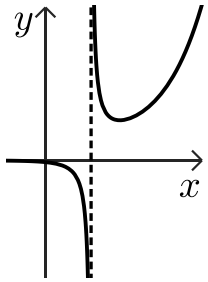
ד. (2) $V_{SABCD}=\frac{16\sqrt{17}}{3}$.

3) א. III. $q>1.07$ ב. (1) 1,927,808 שקלים ב. (2) 12% ג. שנת 2038.

4) א. (1) $x\neq\ln3$ א. (2) $x=\ln3$ ב. $\left(0,-\frac{1}{2}\right)$.

ג. $\min(\ln6,12)$ ד. עלייה: $x>\ln6$, ירידה: $\ln3<x<\ln6$, $x<\ln3$.

ה. להלן סרטוט: ו. (1) $\max(\ln6,3)$ ו. (2) 2 נקודות חיתוך.



5) א. $x>0$ ב. $a=3$ ג. $(0.5,0)$ ד. $\min\left(\frac{1}{2e},-\frac{3}{2e}\right)$.

ה. גרף I: $f(x)$, גרף II: $f'(x)$ ו. 14.36.

בגרות קיץ 2024 מועד ב':

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) נתונה סדרה חשבונית A שאיבריה הם: $a_1, a_2, a_3, \ldots$ ובה 25 איברים.

נתון: $a_{13} = 20$, הפרש הסדרה הוא 6.

א. מצאו את a_1.

ב. מצאו את סכום האיברים שנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה.

נתונה סדרה חשבונית B שאיבריה הם: $b_1, b_2, b_3, \ldots$ וגם בה 25 איברים.

האיבר הראשון בסדרה הוא 2.

נסמן את הפרש הסדרה B ב- d.

מכל איברי הסדרות A ו-B בונים סדרה חשבונית חדשה שאיבריה הם:

$a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, \ldots$.

ג. (1) מצאו את האיבר הראשון של הסדרה החדשה.

(2) הביעו באמצעות d את הפרש הסדרה החדשה.

(3) נתון כי סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 3,250.

מצאו את d.

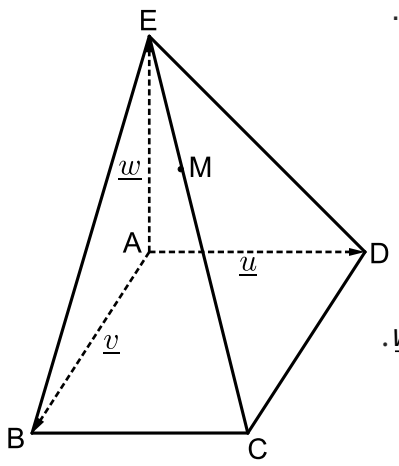
2) בסרטוט שלפניכם פירמידה ABCDE שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

הנקודה M נמצאת על המקצוע EC כך שמתקיים $\overrightarrow{CM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CE}$.

AE מאונך לבסיס הפירמידה.

נסמן: $\overrightarrow{AE}=\underline{w}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AB}=\underline{v}$.

נתון: $|\underline{w}|=|\underline{u}|$.



א. (1) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{AM}$ באמצעות $\underline{v}$, $\underline{u}$ ו- $\underline{w}$.

(2) הוכיחו כי $\overrightarrow{AM}$ מאונך ל- $\overrightarrow{CE}$.

נתון: האורך של צלע הריבוע ABCD הוא 6, $A(0,0,6)$.

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x.

הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה-y.

הקודקוד E נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z.

ב. (1) מצאו את שיעורי הקודקודים E ו-C.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ג. חשבו את שטח המשולש AMC.

3) מתחילת שנת 2018, כמות הדבש בכוורת דבורים מסוימת קטנה בכל חודש באחוז קבוע.

לאחר 8 חודשים כמות הדבש בכוורת הייתה 45% מכמות הדבש בתחילת שנת 2018.

א. מצאו בכמה אחוזים קטֵנה כמות הדבש בכל חודש.

ב. מצאו בכמה אחוזים קָטנה כמות הדבש בכוורת כעבור 10 חודשים מתחילת שנת 2018.

ג. מצאו כעבור כמה חודשים מתחילת שנת 2018 קָטנה כמות הדבש ב-33% בהשוואה לתחילת השנה.

מתחילת שנת 2019 והלאה כמות הדבש בכוורת גדלה בכל חודש באחוז קבוע.

בתחילת שנת 2019 הייתה בכוורת כמות של k ק"ג דבש.

הפונקציה $f(t)=k\cdot(1.05)^t$ מתארת את כמות הדבש בכוורת (בק"ג) כפונקציה של הזמן (בחודשים).

בתחילת שנת 2018 הייתה בכוורת כמות של 600 ק"ג דבש.

ד. מצאו את כמות הדבש שהייתה בכוורת בתחילת שנת 2021.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{(ax-1)}}{x^2}$, a הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x.

(3) הסבירו מדוע הפונקציה $f(x)$ חיובית, בעבור כל x בתחום ההגדרה שלה.

נתון כי הנקודה $\left(-1,\frac{1}{e^3}\right)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את הערך של a.

הציבו $a=2$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ד.

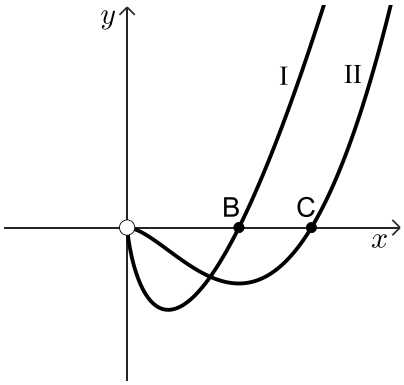
ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+k$, k הוא פרמטר.

נתון כי לישר: $y=-4e$ ולגרף הפונקציה $g(x)$ יש בדיוק שתי נקודות משותפות.

ד. מצאו את הערך של k.



5) בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים, I ו-II.
אחד מן הגרפים מתאר את הפונקציה $f(x)$,
והאחר מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. קבעו איזה מן הגרפים I, II מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x)=x^2\cdot(2\ln(x)-1)$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$,
וקבעו את סוגה על פי הגרף.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של גרף I עם ציר ה- x,
והנקודה C היא נקודת החיתוך של גרף II עם ציר ה- x.

ג. מצאו את אורך הקטע BC.

דרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- y.

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף I, על ידי הישר המקביל לציר ה- y
ועל ידי ציר ה- x (השטח שברביע הראשון).

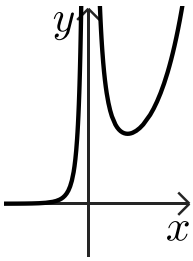
תשובות סופיות:

1) א. $a_1=-52$ ב. 260 ג. (1) $a_1+b_1=-50$ (2) $6+d$.
ג. (3) $d=9$.

2) א. (1) $\overrightarrow{CE}=-\underline{u}-\underline{v}+\underline{w}$, $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{v}+\frac{1}{3}\underline{w}$ א. (2) שאלת הוכחה.
ב. (1) $E(0,0,6)$, $C(6,6,0)$ ב. (2) $M(2,2,4)$ ג. $S_{\Delta AMC}=12\sqrt{2}$.

3) א. 9.5% ב. 63.14% ג. כ-4 חודשים ד. 584.1 ק"ג.

4) א. (1) $x\neq 0$ א. (2) $x=0$ א. (3) ראו סרטון ב. $a=2$.
ג. (1) $\min(1,e)$ ג. (2) להלן סרטוט: ד. $k=-5e$.



1) א. גרף I: $f'(x)$, II: $f(x)$ ב. (1) $x>0$ ב. (2) $\min(1,-1)$.
ג. $\sqrt{e}-1=0.649$ ד. 1.