

פתרון בגרויית במתמטיקה לשאלון 481

פרק 1

פתרון בידאו של בחינות 2024

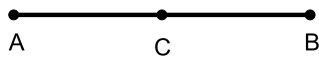
| | |
|----|------------|
| 1 | מועד חורף |
| 6 | קיץ מועד א |
| 11 | קיץ מועד ב |

בגרות חורף 2024:

ענו על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

- (1) היישובים A ו-B נמצאים במרחק 12 ק"מ זה מזה. היישוב C נמצא באמצע הדרך ביניהם (ראו סרטוט).


איתמר וניר יצאו להליכה בשעה 8:00.

איתמר הלך במהירות קבועה מיישוב A ליישוב B.

ניר הלך מיישוב A ליישוב B, ומיד כשהגיע ליישוב B חזר ליישוב C.

המהירות של ניר בדרך ליישוב B הייתה גדולה ב-2 קמ"ש מן המהירות של איתמר.

המהירות של ניר בדרך חזרה מן היישוב B (עד ליישוב C) הייתה שווה למהירות של איתמר.

איתמר הגיע אל היישוב B חצי שעה לפני שהגיע ניר אל היישוב C.

א. מצאו את מהירות ההליכה של איתמר, אם נתון כי המהירות שלו קטנה מ-5 קמ"ש.

ב. מצאו באיזו שעה הגיע ניר ליישוב B.

כאשר היה ניר בדרך חזרה ליישוב C הוא פגש את איתמר.

ג. מצאו באיזו שעה נפגשו ניר ואיתמר.

- (2) מעגל שמרכזו M משיק לציר ה-x בנקודה A. הנקודה O היא ראשית הצירים. המעגל חותך את ציר ה-y בנקודות B ו-D, כמתואר בסרטוט.

נתון: $A(4,0)$, $D(0,8)$.

א. מצאו את שיעורי הנקודה M.

(2) מצאו את משוואת המעגל.

(3) מצאו את שיעורי הנקודה B.

הנקודה C נמצאת על המעגל כך ש-BC הוא קוטר.

דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל,

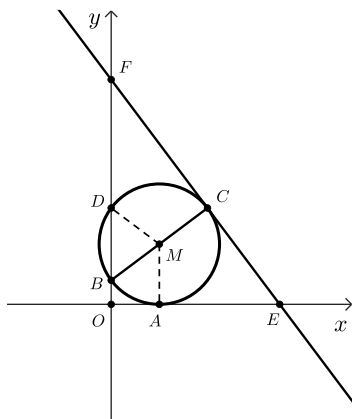
החותך את ציר ה-x בנקודה E,

ואת ציר ה-y בנקודה F.

ב. מצאו את משוואת המשיק.

ג. האם הנקודה C היא מרכז המעגל החוסם את המשולש EFO?

נמקו את תשובתכם.



3) חנן משחק במשחק קליעה למטרה. במשחק זה יש שתי תוצאות אפשריות בלבד: קליעה או החטאה.

ההסתברות שחנן יקלע בניסיון הראשון היא $\frac{3}{5}$.

ההסתברות שחנן יקלע בניסיון השני תלויה בתוצאה של הניסיון הראשון:

אם חנן קולע בניסיון הראשון, ההסתברות שהוא יקלע בניסיון השני היא $\frac{2}{3}$.

אם חנן מחטיא בניסיון הראשון, ההסתברות שהוא יקלע בניסיון השני היא $\frac{7}{16}$.

לחנן יש שני ניסיונות קליעה למטרה.

א. מהי ההסתברות שחנן החטיא בניסיון הראשון וקלע בניסיון השני?

ב. (1) מהי ההסתברות שחנן קלע פעם אחת לפחות?

(2) ידוע שחנן קלע פעם אחת לפחות. מהי ההסתברות שהוא קלע פעם אחת בדיוק?

גם לדני יש שני ניסיונות קליעה למטרה.

ההסתברות שדני יקלע כל אחד מן הניסיונות היא p .

נתון כי ההסתברות שדני יקלע פעם אחת בדיוק שווה להסתברות שחנן יקלע פעם אחת בדיוק.

ג. מצאו את p (את שתי האפשרויות).

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) משולש ABC חסום במעגל. הצלע BC היא קוטר במעגל. הנקודה G נמצאת על המשך הצלע CA, כמתואר בסרטוט.

דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל, החותך את המשך הצלע BA בנקודה E.

נתון: $AC = AG$.

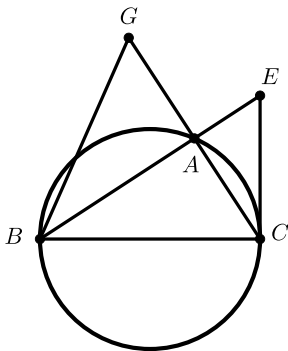
א. הוכיחו: $BG = BC$.

ב. הוכיחו: $\angle ECA = \angle ABG$.

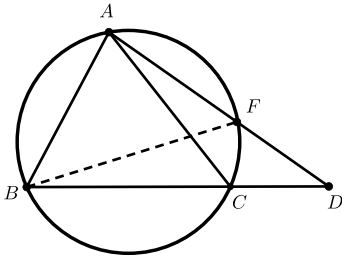
ג. הוכיחו: $\triangle ACE \sim \triangle ABG$.

נתון: $AE \cdot AB = 20.25$.

ד. מצאו את אורך הקטע AC.

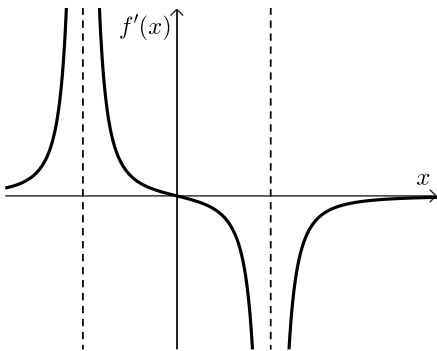


- 5) משולש ABC הוא משולש שווה צלעות החסום במעגל שרדיוסו 19. הנקודה D נמצאת על המשך הצלע BC, כמתואר בסרטוט.



- א. מצאו את אורך הצלע AC.
נתון: $CD = 18$.
- ב. מצאו את אורך הקטע AD.
- ג. מצאו את גודל הזווית CAD.
- ד. מצאו את אורך המיתר BF.
- הנקודה F היא נקודת החיתוך של הקטע AD עם המעגל.
- ה. (1) מהו גודל הזווית FBC?
(2) מצאו את שטח המשולש FBD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינות ושל פונקציות שורש

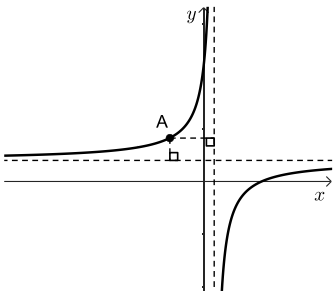


- 6) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום: $x \neq \pm 4$. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת באותו התחום. גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x רק בנקודה $(0,0)$.
- א. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא: $y = 2$. אחד מן הביטויים III-I שלפניכם מייצג את הפונקציה $f(x)$.
- I. $\frac{x^2}{x^2+16} + 1$ II. $\frac{x^2}{x^2-16} + 2$ III. $\frac{x^2}{x^2-16} + 1$
- ג. קבעו איזה מן הביטויים III-I מייצג את הפונקציה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.
- ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר: $x = 2$.

7 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-2x+10}$.

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) - c$, הוא פרמטר חיובי.
 הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.
 גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לישר: $y = 20$.
 ה. מצאו את הערך של c .

8 לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{9}{1-x} + 2$, המוגדרת לכל $x \neq 1$.



- מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
- מנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע השני, העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ כך שהאסימפטוטות והאנכים יוצרים מלבן.
- מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.
- חשבו את שטח המלבן בעבור שיעורי הנקודה A שמצאתם בסעיף ב.

תשובות סופיות:

1. א. 4 קמ"ש. ב. בשעה 10:00. ג. בשעה 10:30.

2. א. (1). $M(4,5)$ ב. (2). $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$

3. (3). $B(0,2)$ ב. $y = -\frac{4}{3}x + 18\frac{2}{3}$ ג. לא.

3. א. $\frac{7}{40}$ ב. (1). $\frac{31}{40}$ ג. (2). $\frac{15}{31}$

ג. $p = \frac{1}{4}$ או $p = \frac{3}{4}$

4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

ד. $AC = 4.5$

5. א. $AC = 19\sqrt{3}$ ב. $AD = 44.71$ ג. $\angle CAD = 20.4^\circ$

ד. $BF = 37.467$

ה. (1). $\angle FBC = 20.4^\circ$

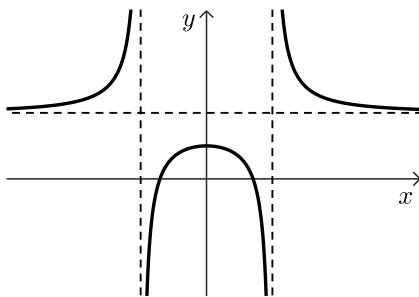
(2). $S_{\triangle BFD} = 332.5$

6. א. $x = 0$, מקסימום. ב. תחומי עלייה: $-4 < x < 0$ או $x < -4$

תחומי ירידה: $x > 4$ או $0 < x < 4$. ג. ביטוי III.

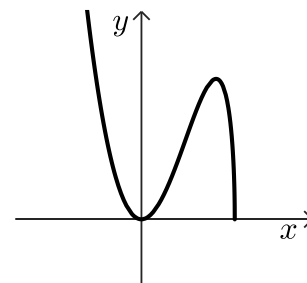
ד. $(-\sqrt{8}, 0)$, $(\sqrt{8}, 0)$, $(0, 1)$ ה. להלן שרטוט:

ו. $S = \frac{1}{3}$



7. א. $x \leq 5$ ב. $(0,0)$, $(5,0)$ ג. $\min(5,0)$, $\max(4, 16\sqrt{2})$, $\min(0,0)$

ד. להלן שרטוט: ה. $c = 2.62$



8. א. $x = 1$, $y = 2$ ב. $A(-2,5)$ ג. $S = 9$

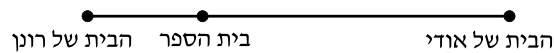
בגרות קיץ 2024 מועד א':

ענו על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

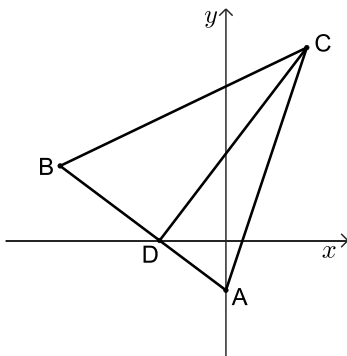
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

- 1) בית הספר שבו אודי ורון לומדים נמצא בין שני הבתים שלהם, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
המרחק בין הבית של אודי ובין בית הספר הוא 4.5 ק"מ, והמרחק בין הבית של רון ובין בית הספר הוא 1.5 ק"מ.



- בוקר אחד יצאו אודי ורון כל אחד מביתו לבית הספר ברכיבה על אופניים. הם יצאו באותה השעה, וכל אחד מהם רכב במהירות קבועה. מהירות הרכיבה של אודי הייתה גדולה ב-4 קמ"ש ממהירות הרכיבה של רון. אודי הגיע לבית הספר 12 דקות אחרי שהגיע רון לבית הספר.
א. מצאו את מהירות הרכיבה של רון, אם נתון כי מהירותו נמוכה מ-6 קמ"ש. באותו הבוקר יצאו אודי ורון מביתם בשעה 7:45.
רון הגיע לבית הספר 2 דקות לפני שהתחיל יום הלימודים.
ב. מצאו באיזו שעה התחיל יום הלימודים.

- 2) במשולש ABC הקודקוד A נמצא על ציר ה- y . הצלע AB חותכת את החלק השלילי של ציר ה- x בנקודה D (ראו סרטוט). נתון כי משוואת הישר AC היא: $y = 3x - 3$, ומשוואת הישר BC היא: $y = \frac{1}{2}x + 9\frac{1}{2}$.



- א. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-C.
נתון כי אורך הקטע CD הוא 15.
ב. מצאו את שיעורי הנקודה D.
ג. הוכיחו כי המשולש ADC הוא ישר זווית.
הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ADC.
ד. האם הצלע BC משיקה למעגל זה? נמקו את תשובתכם.
ידוע כי הקטע BM מקביל לציר ה- x .
ה. חשבו את שטח המשולש BMC.

3) במתחם דירות יש שני סוגי דירות – דירות הפונות לכיוון הפארק ודירות הפונות לכיוון הכביש.

ההסתברות שדירה במתחם פונה לכיוון הפארק היא $\frac{3}{4}$.

חלק מן הדירות במתחם משופצות, והשאר אינן משופצות.

מספר הדירות המשופצות גדול פי 4 ממספר הדירות שאינן משופצות.

32% מן הדירות הפונות לכיוון הכביש הן דירות משופצות.

א. בוחרים באקראי דירה מבין כל הדירות במתחם.

(1) מהי ההסתברות לבחור דירה משופצת?

(2) מהי ההסתברות לבחור דירה שגם פונה לכיוון הכביש וגם משופצת?

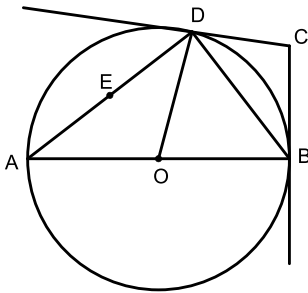
ב. בוחרים באקראי דירה מבין הדירות שאינן משופצות.

מהי ההסתברות שדירה זו פונה לכיוון הכביש?

48 דירות במתחם גם פונות לכיוון הכביש וגם משופצות.

ג. מצאו כמה דירות במתחם גם פונות לכיוון הפארק וגם משופצות.

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4) משולש ABD חסום במעגל שמרכזו O.

AB הוא קוטר במעגל.

הקטע CB משיק למעגל בנקודה B,

והקטע CD משיק למעגל בנקודה D.

הנקודה E היא אמצע הצלע AD.

א. הוכיחו כי: $\triangle AOD \sim \triangle BCD$.

ב. הוכיחו כי: $DB = 2EO$.

נתון: שטח המשולש AOD גדול פי $\frac{16}{9}$ משטח המשולש BCD.

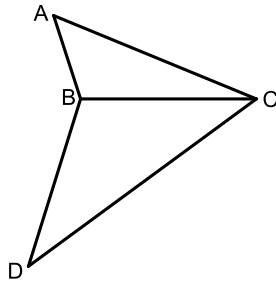
ג. מצאו את היחס $\frac{AD}{EO}$.

נתון: $EO = 3$.

ד. (1) חשבו את שטח המשולש AOD.

(2) חשבו את שטח המרובע ABCD.

5) בסרטוט שלפניכם מתוארים שני משולשים בעלי צלע משותפת:



משולש שווה שוקיים BCD, שבו $BD = BC$, ומשולש ABC. נתון: הצלע BC גדולה פי 2 מן הצלע AB, $\angle BAC = 49^\circ$.

א. מצאו את גודל הזווית ACB.

נתון: שטח המשולש ABC הוא 18.

ב. מצאו את אורך הצלע CB.

נתון: $DC = 15$.

ג. מצאו את גודל הזווית DBC.

הנקודה E היא אמצע הצלע BC.

ד. מצאו את אורך רדיוס המעגל החוסם את משולש DBE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות

רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 9} + 4$

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של

הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נמקו את תשובתכם.

ו. קבעו בעבור כל אחד מן ההיגדים (1)-(2) שלפניכם אם הוא נכון או לא נכון.

נמקו את קביעותיכם.

(1) בכל נקודה בתחום: $x > 3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא חיובי.

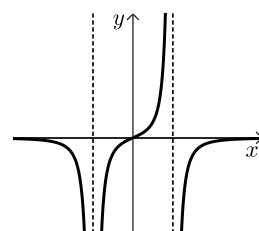
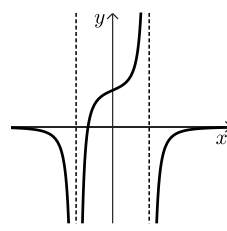
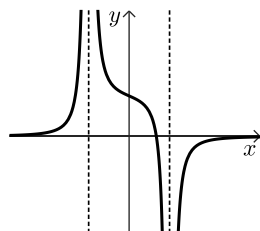
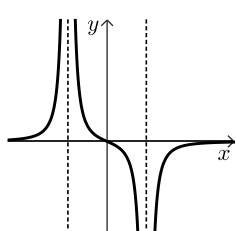
(2) בכל נקודה בתחום: $x < -3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא חיובי.

IV

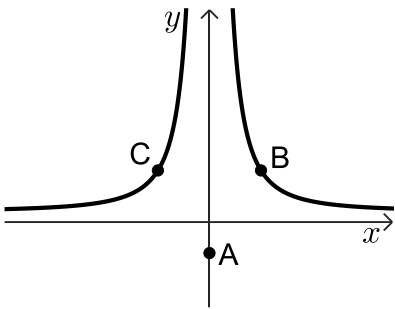
III

II

I



- 7) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{21-2x} + bx$, $b > 0$ הוא פרמטר.
 ידוע כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(-14, 0)$.
 א. מצאו את הערך של b .
 הציבו: $b = \frac{1}{2}$ בפונקציה $f(x)$ וענו על סעיפים ב-ו.
 ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .
 ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 נתונה פונקציה $g(x)$, המקיימת: $g'(x) = -f(x)$. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.
 ו. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה. נמקו את תשובתכם.

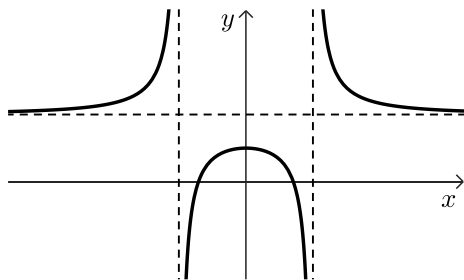


- 8) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{100}{x^2} + 1$.
 נתונה הנקודה A, ששיעוריה הם $(0, -3)$.
 הנקודות B ו-C נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$, כמתואר בסרטוט.
 הישר BC מקביל לציר ה- x .
 נסמן את שיעור ה- x של הנקודה B ב- t , $t > 0$.
 א. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות B ו-C.
 ב. מצאו את ערכו של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מינימלי.
 ג. בעבור הערך של t שמצאתם בסעיף ב, מצאו את היקף המשולש ABC.

תשובות סופיות:

- (1) א. 5 קמ"ש. ב. בשעה 08:05.
 (2) א. $A(0,-3)$, $C(5,12)$ ב. $D(-4,0)$ ג. הוכחה. ד. לא.
 ה. $S_{\triangle BMC} = 46.875$
 (3) א. (1) $p = 0.8$ (2) $p = 0.08$ ב. $p = 0.85$ ג. 432 דירות.
 (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. $\frac{8}{3}$
 ד. (1) $S_{\triangle AOD} = 12$ (2) $S_{\triangle ABCD} = 30\frac{3}{4}$
 (5) א. $\sphericalangle ACB = 22.15^\circ$ ב. $CB = 8.722$ ג. $\sphericalangle DBC = 118.61^\circ$ ד. $R = 6.535$
 (6) א. (1) $x \neq -3, x \neq 3$ (2) $x = 6, x = -3, x = 3$ ב. $\max(0,4)$

ד. להלן סרטוט:



ג. $(\sqrt{6}, 0)$, $(-\sqrt{6}, 0)$, $(0, 4)$

ה. גרף IV.

ו. (1) לא נכון. (2) נכון.

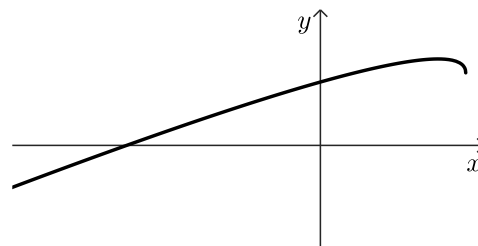
ג. $(0, \sqrt{21})$

(7) א. $b = \frac{1}{2}$ ב. $x \leq 10.5$

ד. $\max(8.5, 6.25)$, $\min(10.5, 5.25)$

ו. $x_{\max} = -14$

ה. להלן שרטוט:



ג. 28.87

ב. $t = 5$

(8) א. $C\left(-t, \frac{100}{t^2} + 1\right)$, $B\left(t, \frac{100}{t^2} + 1\right)$

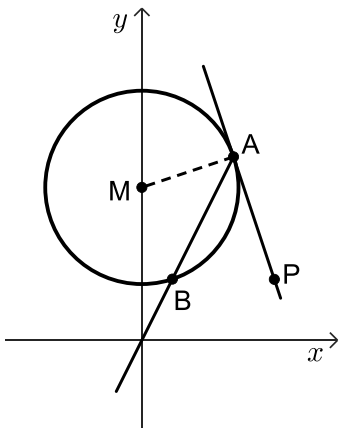
בגרות קיץ 2024 מועד ב':

ענו על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

- 1) המרחק בין עיר א' לעיר ב' הוא 600 ק"מ. רכבת נוסעת כל יום מעיר א' לעיר ב' במהירות קבועה. יום אחד הייתה תקלה ברכבת ולכן היא יצאה מעיר א' 6 דקות אחרי שעת היציאה הרגילה שלה. באותו היום הייתה מהירות הרכבת גדולה ב-10 קמ"ש מן המהירות הרגילה שלה. ביום זה הגיעה הרכבת לעיר ב' בשעת ההגעה הרגילה שלה.
- א. (1) מצאו את המהירות הרגילה של הרכבת.
 (2) מצאו את זמן הנסיעה של הרכבת מעיר א' לעיר ב' ביום רגיל.
 ביום אחר, לאחר שנסעה הרכבת במשך זמן מסוים במהירות הרגילה שלה, היא נאלצה להקטין את מהירותה ב-60 קמ"ש, ולכן הגיעה לעיר ב' 45 דקות אחרי שעת ההגעה הרגילה שלה.
- ב. מצאו כמה זמן נסעה הרכבת ביום זה במהירות הרגילה שלה.



2) נתון מעגל שמרכזו M ומשוואתו: $x^2 + (y - 15)^2 = 90$.

הישר: $y = 2x$ חותך את המעגל בנקודות A ו-B, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

- א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.
 ב. מצאו את משוואת המשיק.
 דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.

הנקודה P נמצאת על המשיק כך שהישר PB מקביל לציר ה-x. הנקודה G היא מרכז המעגל החוסם את המשולש PAM.

- ג. מצאו את משוואת המעגל החוסם את המשולש PAM.
 ד. קבעו אם הנקודה G נמצאת על המעגל שמרכזו M, בתוכו או מחוצה לו. נמקו את קביעתכם.

3) גלית ורועי משחקים משחק. כל סיבוב במשחק יכול להסתיים באחת משלוש האפשרויות האלה: ניצחון של גלית, ניצחון של רועי או תיקו. ההסתברות שגלית תנצח בסיבוב כלשהו גדולה פי 3 מן ההסתברות שרועי ינצח בסיבוב כלשהו.

ההסתברות שסיבוב יסתיים בתיקו היא 0.32.

א. מצאו את ההסתברות שגלית תנצח בסיבוב כלשהו במשחק. במשחק שגלית ורועי משחקים יש שני סיבובים. התוצאות של הסיבובים אינן תלויות זו בזו.

ב. מהי ההסתברות ששום סיבוב לא יסתיים בתיקו?

ג. מהי ההסתברות שגלית תנצח לפחות באחד מן הסיבובים?

ד. ידוע שגלית ניצחה לפחות באחד מן הסיבובים.

מהי ההסתברות שאחד מן הסיבובים הסתיים בתיקו?

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) משולש ABC חסום במעגל. הישר FA משיק למעגל בנקודה A.

הנקודה D נמצאת על הצלע AB כך ש-DC מקביל למשיק (ראו סרטוט).

א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle ACD$.

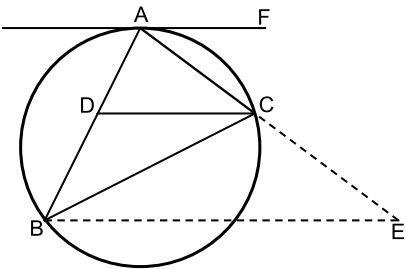
נתון: $AD = 2$, $AB = 4.5$.

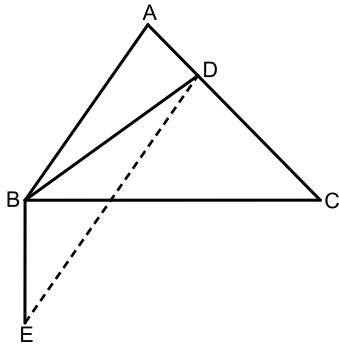
ב. מצאו את אורך הצלע AC.

ג. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש BCD משטח המשולש ACD.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AC כך ש-BE מקביל ל-DC.

ד. מצאו את אורך הקטע CE.





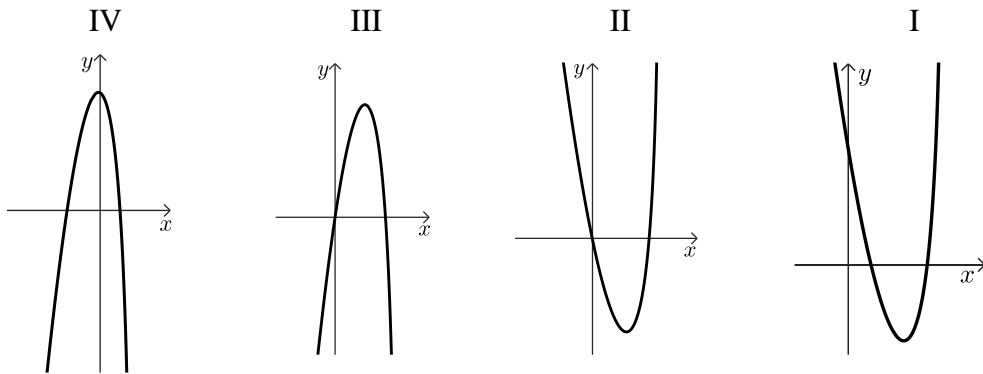
- 5 בסרטוט שלפניכם משולש חד זוויות ABC. נתון: אורך הרדיוס של המעגל החוסם את משולש ABC הוא 6.1, $BC = 12$.
- א. מצאו את גודל הזווית BAC.
הנקודה D נמצאת על הצלע AC.
נתון: $AB = 3AD$, שטח המשולש ABD שווה ל-11.
- ב. (1) מצאו את האורך של AD.
(2) מצאו את גודל הזווית ABD.
- ג. מצאו את גודל הזווית ACB.
הקטע BE מאונך לצלע BC, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
נתון: $BE = 5$.
- ד. מצאו את שטח המשולש DBE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

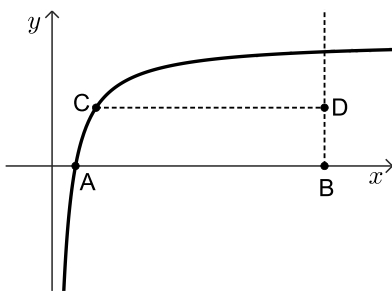
- 6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x+8}{10x-x^2} - b$. b הוא פרמטר.
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן (הביעו באמצעות b , אם יש צורך).
- נתון כי הישר: $y = -0.5$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.
- ג. מצאו את b .
- הציבו: $b = 1$ בפונקציה $f(x)$ וענו על סעיפים ד-ה.
- ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x)$, שפונקציית הנגזרת שלה מקיימת: $g'(x) = f(x) + 0.5$.
- תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ה. קבעו אם לפונקציה $g(x)$ יש נקודות קיצון. נמקו את קביעתכם.

7 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}$

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי גרף הפונקציה $a \cdot f'(x)$, שווה ל-224. הוא פרמטר שלילי.
ו. מצאו את הערך של a .



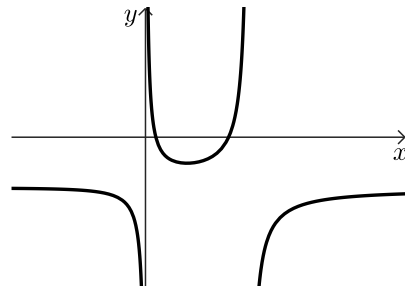
8 בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = 4 - \frac{3}{x}$, בתחום: $x > 0$



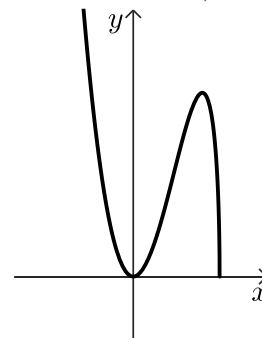
- גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה A.
מן הנקודה B(12,0), העבירו אנך לציר ה- x .
C היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה $f(x)$.
נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה C, $0.75 < t < 12$.
מן הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותר את האנך בנקודה D.
- א. מצאו את שיעורי הנקודות: A, C ו-D.
הביעו את תשובותיכם באמצעות t , אם יש צורך.
- ב. מצאו את שיעורי הנקודה C שבעבורה שטח המשולש ACD הוא מקסימלי.
- ג. קבעו אם ייתכן ששטח המשולש ACD שווה ל-5. נמקו את קביעתכם.

תשובות סופיות:

- (1) א. 240 קמ"ש. ב. 2.5 שעות. ג. רבע שעה.
- (2) א. $A(9,18)$, $B(3,6)$. ב. $y = -3x + 45$. ג. $(x-6.5)^2 + (y-10.5)^2 = 62.5$. ד. בתוך המעגל.
- (3) א. 0.51. ב. 0.4624. ג. 0.7599. ד. $\frac{64}{149}$.
- (4) א. הוכחה. ב. 3. ג. פי $\frac{5}{4}$. ד. 3.75.
- (5) א. 79.61° . ב. (1). 2.73. ג. 42.168° . ד. 15.836 .
- (6) א. $x \neq 10, x \neq 0$. ב. $\max\left(-20, \frac{1}{50} - b\right), \min\left(4, \frac{1}{2} - b\right)$. ג. $b = 1$. ד. (1). $y = -1, x = 10, x = 0$. ה. אין קיצון. (2). $(8,0), (1,0)$. (3). להלן שרטוט:



- (7) א. $x \leq 10$. ב. $(10,0), (0,0)$. ג. $\min(10,0), \max(8,64), \min(0,0)$. ד. להלן שרטוט: ג. כן. ה. גרף III. ו. $a = -2.5$.



- (8) א. $A\left(\frac{3}{4}, 0\right), C\left(t, 4 - \frac{3}{t}\right), D\left(12, 4 - \frac{3}{t}\right)$. ב. $C(3,3)$. ג. כן.