

# שאלון 572

פרק 26

## פתרון בידאו של בחינות 2024

מועד חורף ..... 1

## בגרות חורף 2024:

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

- (1) במשולש ישר זווית  $ABC$  ( $\sphericalangle BAC = 90^\circ$ ), שיעורי הקודקוד  $A$  הם:  $(a, 0)$ ,  $a$  הוא פרמטר שונה מאפס. שיעור ה- $x$  של הקודקוד  $B$  הוא  $-a$ . הצלע  $BC$  מקבילה לציר ה- $x$ . הנקודה  $M$  היא אמצע הצלע  $BC$ .
- א. הביעו באמצעות  $a$  את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל הנקודות  $M$ .
- ב. סרטטו את העקום המתואר על ידי המשוואה שמצאתם בסעיף א. סרטטו את שתי האפשרויות במערכת צירים אחת. באחת מן הנקודות  $M$ , שנמצאת ברביע הראשון, העבירו ישר  $\ell$  המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.
- ג. הוכיחו כי הישר  $\ell$  מקביל לישר  $AC$ .
- נתון גם כי:  $AM = 10$  (הנקודה  $M$  נמצאת ברביע הראשון), והקודקוד  $B$  נמצא על הישר:  $x = -2$ .
- ד. מצאו את שיעורי הקודקודים  $B$  ו- $C$ .
- ה. מצאו את שיעורי מרכז המעגל.

- (2) נתונים הישר  $\ell$  והמישור  $\pi$ .
- ההצגה הפרמטרית של הישר  $\ell$  היא:  $\underline{x} = (-1, 5, -11) + t \cdot (m-1, 5-m, -2)$ .
- משוואת המישור  $\pi$  היא:  $3x + my + (m+6)z + 4 = 0$ . הוא פרמטר.
- א. הראו כי לכל ערך של  $m$  הישר  $\ell$  אינו מקביל למישור  $\pi$ .
- נתון כי הישר  $\ell$  ניצב למישור  $\pi$  וחותך אותו בנקודה  $A$ .
- ב. מצאו את הערך של הפרמטר  $m$ .
- ג. מצאו את שיעורי הנקודה  $A$ .
- ד. לפניכם טענה: קיים מישור אחד בלבד המכיל את הישר  $\ell$  ועובר דרך הנקודה  $(5, -5, -9)$ .
- קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

3)  $z = x + yi$  הוא מספר מרוכב ( $x$  ו- $y$  הם מספרים ממשיים).

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות  $(x, y)$  במישור גאוס

$$\text{המקיימות: } |9 + 12i| - |10i| = |6 - \bar{z} - 8i|^2 \text{ הוא מעגל.}$$

הנקודה  $M$  היא מרכז המעגל המתואר בסעיף א.

המספרים המרוכבים  $z_A$  ו- $z_M$  מייצגים את הנקודות  $A$  ו- $M$ , בהתאמה.

נתון: למספרים  $z_A$  ו- $z_M$  יש אותו ארגומנט (זווית),  $2|z_A| = |z_M|$ .

ב. מצאו את שיעורי הנקודה  $A$ .

נתונה סדרה הנדסית:  $z_1, z_2, z_3, \dots$ .

האיבר הראשון בסדרה מייצג את הנקודה  $A$ , והאיבר החמישי בסדרה מייצג את הנקודה  $M$ .

ג. מצאו את מנת הסדרה (כל האפשרויות).

ד. חשבו את הסכום:  $z_1 \cdot \bar{z}_1 + z_2 \cdot \bar{z}_2 + \dots + z_{10} \cdot \bar{z}_{10}$ .

### פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונות הפונקציות:  $f(x) = \frac{a-x^2}{e^x}$ ,  $g(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$  המוגדרות לכל  $x$ .

$a$  הוא פרמטר.

א. מצאו את הערך של  $a$  שבעבורו:  $f(x) = g'(x)$  לכל ערך של  $x$ .

הציבו את הערך של  $a$  שמצאתם, וענו על הסעיפים ב-ה שלפניכם.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של כל אחת מן הפונקציות  $f(x)$

ו- $g(x)$ , וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצות של גרף הפונקציה  $f(x)$  ושל גרף

הפונקציה  $g(x)$ .

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

ה. חשבו את הערך של הביטוי:  $\int_1^2 \left( \frac{e^{2x}}{(x+1)^4} \right) \cdot \left( \frac{x^2-1}{e^x} \right) dx$

5) בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של הפונקציה:  $f(x) = \ln(x)$

המוגדרת בתחום:  $x > 0$ , ומתוארים הישרים:  $y = x$  ו- $y = -x - 1$ .

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם אחד מן הישרים.

נסמן את שיעור ה- $x$  של הנקודה A ב- $a$ .

היעזרו בסרטוט, וענו על הסעיפים א-ה שלפניכם.

הביעו את תשובותיכם באמצעות  $a$  אם יש צורך.

נתונה הפונקציה:  $g(x) = \frac{\ln(x) - x}{\ln(x) + x}$

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$

עם ציר ה- $x$  (אם יש כאלה).

(3) מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- $x$  של

הפונקציה  $g(x)$ .

ב. הסבירו מדוע מתקיים:  $0 < a < 1$ .

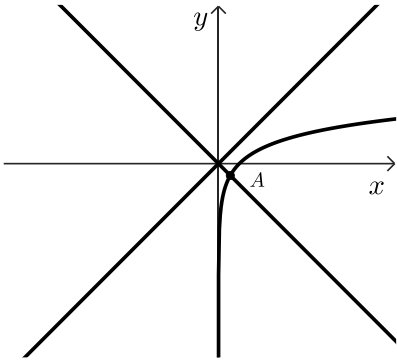
ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ,

וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .

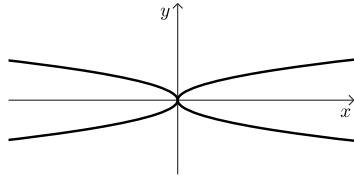
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה:  $h(x) = e^{g(x)}$ .



תשובות סופיות:

א.  $y^2 = 4ax$  (1)      ב. להלן סרטוט:      ג. הוכחה.



ד.  $B(-2,8)$ ,  $C(18,8)$

ה.  $(1,2)$

א. הוכחה. (2)      ב.  $m = -5$       ג.  $A(2,0,-10)$       ד. לא נכונה.

א. הוכחה. (3)      ב.  $Z_A = 3 + 4i$

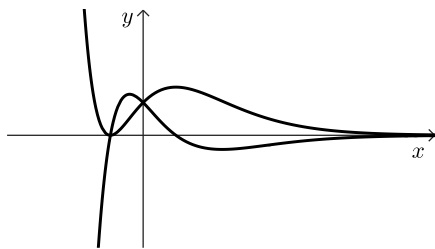
ג.  $q_0 = \sqrt[4]{2}$ ,  $q_1 = \sqrt[4]{2}i$ ,  $q_2 = -\sqrt[4]{2}$ ,  $q_3 = -\sqrt[4]{2}i$       ד.  $S_{10} = 1871.02$

א.  $a = 1$  (4)      ב. (1). ציר  $y$ :  $(0,1)$ , ציר  $x$ :  $(-1,0)$ ,  $(1,0)$

(2). ציר  $y$ :  $(0,1)$ , ציר  $x$ :  $(-1,0)$

(3).  $g(x)$ :  $\max\left(1, \frac{4}{e}\right)$ ,  $\min(-1,0)$

ג. להלן סרטוט:       $f(x)$ :  $\max(1-\sqrt{2}, 1.253)$ ,  $\min(1+\sqrt{2}, -0.431)$



ה.  $0.14$       ד.  $\frac{4}{e}$

א.  $a \neq x > 0$  (1). (5)      (2). אין חיתוך.      (3).  $y = -1$  עבור:  $x \rightarrow \infty$

ב. הסבר.      ג. (1).  $\max\left(e, \frac{1-e}{1+e}\right)$

(2). תחומי עלייה:  $0 < x < a$ ,  $a < x < e$ ; תחומי ירידה:  $x > e$ .

ד. להלן סרטוט:      ה. להלן סרטוט:

