פתרון בגרויות במתמטיקה לשאלון 482

פרק 2

פתרון בוידאו של בחינות 2024

קיץ מועד ב 1

בגרות קיץ 2024 מועד ב':

ענו על שלוש מן השאלות 1-5. (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות)

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

1) נתונה סדרה חשבונית A שאיבריה הם: $a_1, a_2, a_3, \ldots$ ובה 25 איברים.
נתון: $a_{13} = 20$, הפרש הסדרה הוא 6.

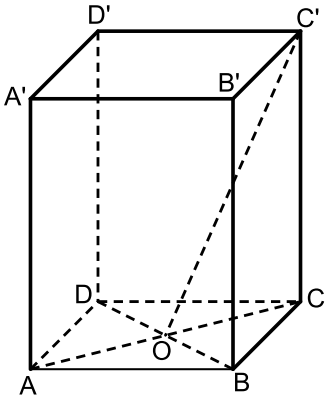
א. מצאו את a_1.

ב. מצאו את סכום האיברים שנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה.

נתונה סדרה חשבונית B שאיבריה הם: $b_1, b_2, b_3, \ldots$ וגם בה 25 איברים.
האיבר הראשון בסדרה הוא 2.
נסמן את הפרש הסדרה B ב- d.
מכל איברי הסדרות A ו-B בונים סדרה חשבונית חדשה שאיבריה הם:
$a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, \ldots$.

ג. (1) מצאו את האיבר הראשון של הסדרה החדשה.
(2) הביעו באמצעות d את הפרש הסדרה החדשה.
(3) נתון כי סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 3,250.
מצאו את d.

2) בסרטוט שלפניכם תיבה 'ABCDA'B'C'D
שבסיסה ABCD הוא ריבוע.
אלכסוני הבסיס ABCD נפגשים בנקודה O.
נתון כי גובה התיבה שווה לאלכסון הבסיס.



א. מצאו את גודל הזווית שבין הקטע 'OC לבין הבסיס ABCD.

נתון כי אורך הקטע 'OC הוא $\sqrt{125}$.

ב. (1) חשבו את שטח המשולש 'BC'D.
(2) חשבו את שטח המעטפת של התיבה.

ג. הנקודה M היא אמצע הקטע 'A'D, והנקודה P היא אמצע הקטע AD.
(1) חשבו את אורך הקטע BP.
(2) מצאו את גודל הזווית שבין הקטע BM לבין הבסיס ABCD.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=(\cos x)^2-2\sin x-2$, המוגדרת בתחום: $0\le x\le 2\pi$.

א. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את תחום החיוביות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f(x)-1$.

ה. קבעו כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה-x.
נמקו את קביעתכם.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\dfrac{e^{(ax-1)}}{x^2}$, a הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה-x.

(3) הסבירו מדוע הפונקציה $f(x)$ חיובית, בעבור כל x בתחום ההגדרה שלה.

נתון כי הנקודה $\left(-1,\dfrac{1}{e^3}\right)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את הערך של a.

הציבו $a=2$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

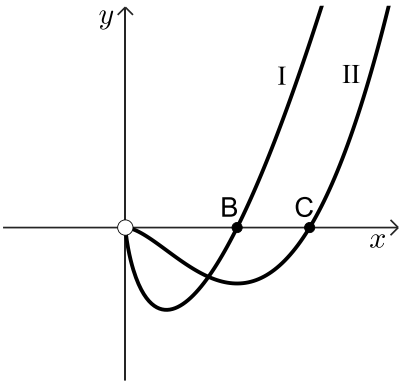
(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+k$, k הוא פרמטר.

נתון כי לישר: $y=-4e$ ולגרף הפונקציה $g(x)$ יש בדיוק שתי נקודות משותפות.

ד. מצאו את הערך של k.

5) בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים, I ו-II.



אחד מן הגרפים מתאר את הפונקציה $f(x)$,

והאחר מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. קבעו איזה מן הגרפים I, II מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x)=x^2\cdot(2\ln(x)-1)$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה על פי הגרף.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של גרף I עם ציר ה-x,

והנקודה C היא נקודת החיתוך של גרף II עם ציר ה-x.

ג. מצאו את אורך הקטע BC.

דרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה-y.

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף I, על ידי הישר המקביל לציר ה-y ועל ידי ציר ה-x (השטח שברביע הראשון).

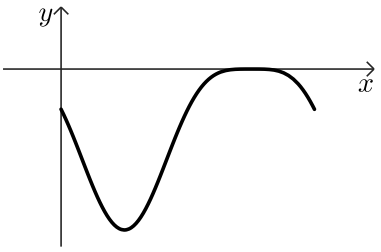
תשובות סופיות:

1) א. $a_1=-52$ ב. 260 ג. **(1)** $a_1+b_1=-50$ **(2)** $6+d$ **(3)** $d=9$

2) א. $63.43°$ ב. **(1)** $25\sqrt{5}$ **(2)** $200\sqrt{2}$ ג. **(1)** $\frac{5\sqrt{10}}{2}$ **(2)** $51.67°$

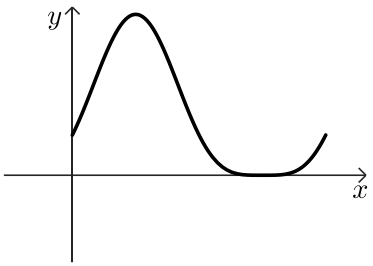
3) א. $\min\left(\frac{\pi}{2},-4\right)$, $\max\left(\frac{3\pi}{2},0\right)$, $\max\left(0,-1\right)$, $\min\left(2\pi,-1\right)$

ב. להלן סרטוט:



ג. $\frac{\pi}{2}<x<\frac{3\pi}{2}$

ד. להלן סרטוט:

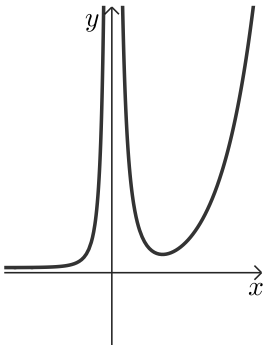


ה. 3 נקודות.

4) א. **(1)** $x\neq 0$ **(2)** $x=0$ **(3)** הסבר.

ב. $a=2$

ג. **(1)** $\min\left(1,e\right)$ **(2)** להלן סרטוט:



ד. $k=-5e$

5) א. גרף II: $f\left(x\right)$, גרף I: $f'\left(x\right)$.

ב. **(1)** $x>0$ **(2)** $\min\left(1,-1\right)$

ג. $\sqrt{e}-1=0.648$ ד. 1