פתרון בגרויות במתמטיקה לשאלון 481

פרק 2

פתרון בוידאו של בחינות 2023

מועד חורף 1
קיץ מועד א 6
קיץ מועד ב 11
קיץ מועד מיוחד 16

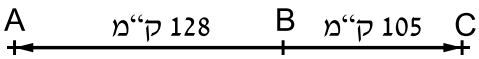
בגרות חורף 2023:

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1) היישובים A, B ו-C ממוקמים על כביש ישר, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

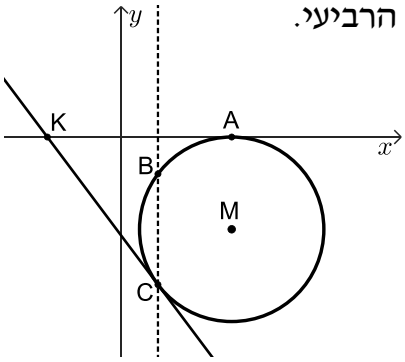


המרחק בין יישוב B ליישוב C הוא 105 ק"מ, והמרחק בין יישוב B ליישוב A הוא 128 ק"מ. משאית ומכונית יצאו באותו הזמן מהיישוב B. המכונית נסעה במהירות קבועה לכיוון היישוב C, והמשאית נסעה במהירות קבועה לכיוון היישוב A. מהירות המכונית הייתה גבוהה ב-20 קמ"ש ממהירות המשאית. המכונית הגיעה ליישוב C, התעכבה ביישוב רבע שעה, ואז נסעה בחזרה ליישוב B, באותה המהירות שבה נסעה קודם. כאשר המשאית הגיעה ליישוב A, המכונית הייתה בדרכה חזרה ליישוב B ובמרחק 42 ק"מ מיישוב C.

א. מצאו את מהירות המכונית והמשאית.

ב. באיזה מרחק מהיישוב A הייתה המשאית, כאשר המכונית הגיעה ליישוב C?

2) בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל שמרכזו M, נמצא ברביע הרביעי.



המעגל משיק לציר ה-x בנקודה $A(12,0)$.

נתון: רדיוס המעגל הוא 10.

א. (1) מצאו את שיעור מרכז המעגל M.

(2) רשמו את משוואת המעגל.

המעגל חותך את הישר $x=4$ בנקודות B ו-C, כמתואר בסרטוט.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות B ו-C.

הישר המשיק למעגל בנקודה C חותך את ציר ה-x בנקודה K (ראו סרטוט).

ג. מצאו את שיעורי הנקודה K.

ד. מצאו את משוואת המעגל, שמרכזו בנקודה K והוא משיק לישר $x=4$.

ה. (1) מצאו את אורך KM.

(2) האם המעגל, שאת משוואתו מצאנו בסעיף ד, משיק למעגל המתואר בסרטוט (שמרכזו M)? נמקו את תשובתכם.

3) בקופה יש 36 מטבעות: 18 מטבעות של שני שקלים,
12 מטבעות של חמישה שקלים,
ו-6 מטבעות של עשרה שקלים.
הוציאו מהקופה באקראי שני מטבעות ללא החזרה.

א. מהי ההסתברות ששני המטבעות שהוציאו היו זהים?

ב. ידוע ששני המטבעות שהוציאו היו זהים.
מהי ההסתברות שסכום שני המטבעות שהוציאו היה גבוה מ-5 שקלים?

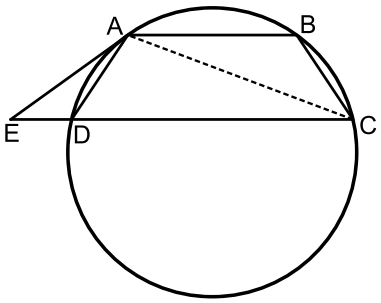
החזירו את כל המטבעות לקופה והוסיפו x מטבעות של עשרה שקלים לקופה.
נתון: לאחר ההוספה, ההסתברות להוציא מהקופה באקראי, ללא החזרה,
שני מטבעות של חמישה שקלים היא $\frac{1}{15}$.

ג. מצאו את x.

ד. האם ההסתברות להוציא מהקופה באקראי (ללא החזרה) שני מטבעות זהים גדלה לאחר ההוספה, קטנה או נשארה ללא שינוי? נמקו.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) המרובע ABCD הוא טרפז החסום במעגל, כאשר $AB \parallel DC$.
המשיק למעגל בנקודה A חותך את המשך הצלע CD בנקודה E (ראו סרטוט).



א. הוכיחו: ABCD הוא טרפז שווה שוקיים.

ב. הוכיחו: $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADE$.

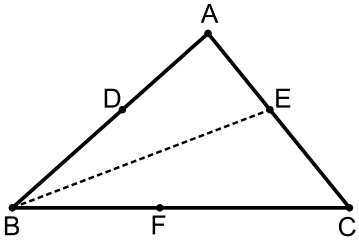
ג. הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta ADE$.

נתון: שטח המשולש ABC גדול פי 4
משטח המשולש ADE, וכן $BC + ED = 15$.

ד. (1) מצאו את אורך הצלע ED.

(2) מצאו את אורך הצלע AB.

5) בסרטוט שלפניכם מתואר משולש ABC.



נתון: $\sphericalangle ACB = 51°, BC = 1.5AC$,
שטח המשולש ABC הוא 21.

א. מצאו את אורך הצלע AC.

ב. מצאו את גודל הזווית ABC.

נתון: הנקודה E נמצאת על הצלע AC, כך ש-BE חוצה את הזווית ABC.

ג. מצאו את אורך BE.

נתון: הנקודות D ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-BC, בהתאמה, כך שהמרובע BDEF הוא מעוין.

ד. מצאו את אורך צלע המעוין BDEF.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{4x}{x^2+4}+a$, כאשר a פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבעו את סוגן (הביעו באמצעות a, אם צריך).

נתון כי נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ נמצאת על ציר ה-x.

ג. מצאו את a.

הציבו בפונקציה $f(x)$ את a שנמצא בסעיף ג, וענו על סעיפים ד-ו.

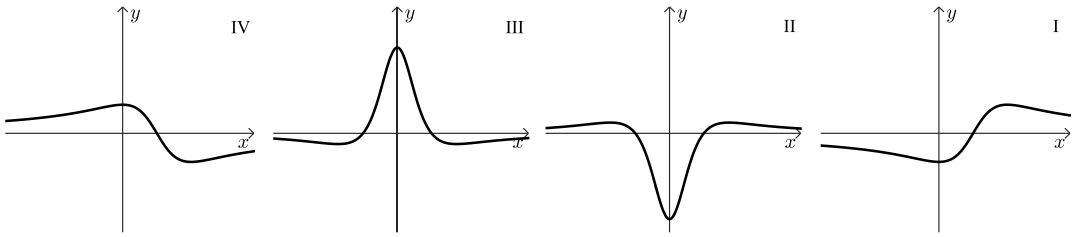
ד. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=3\cdot f(x)$.

ו. (1) אחד מהגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $g'(x)$.
קבעו איזה מהם ונמקו את קביעתכם.

(2) מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $g'(x)$, הישר $x=1$ ועל ידי הצירים.



7) נתונה הפונקציה $f(x)=x^2\cdot\sqrt{4x+20}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+c$, כאשר c פרמטר.

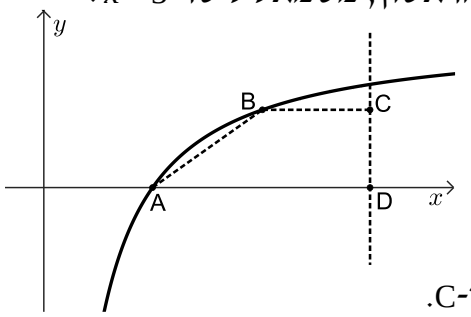
נתון כי הישר $y=12$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$.

ה. מצאו את c (ציינו את שתי האפשרויות).

8) בסרטוט שלפניכם מתואר חלק מגרף הפונקציה $f(x)=1-\frac{2}{x}$, בתחום $x>0$.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה A.

נקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון, משמאל לישר $x=5$.



מהנקודה B מעבירים ישר המקביל לציר ה-x וחותך את הישר $x=5$ בנקודה C.

נתון: $D(5,0)$.

א. מצאו את שיעורי הנקודה A.

נסמן את שיעור ה-x של הנקודה B ב-t .

ב. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות B ו-C.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה B שעבורה שטח הטרפז ABCD הוא מקסימלי.

ד. הראו כי השטח המקסימלי של הטרפז ABCD הוא 1.

תשובות סופיות:

1) א. מהירות המכונית: 84 קמ"ש, מהירות המשאית: 64 קמ"ש.
ב. 48 ק"מ.

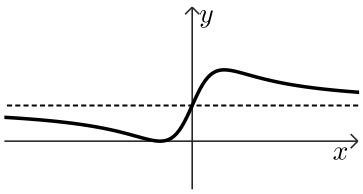
2) א. (1) $M(12,-10)$ (2) $(x-12)^2+(y+10)^2=100$
ב. $B(4,-4)$, $C(4,-16)$ ג. $K(-8,0)$ ד. $(x+8)^2+y^2=144$
ה. (1) $KM=\sqrt{500}\approx 22.36$ (2) לא.

3) א. $\frac{13}{55}\approx 0.3714$ ב. $\frac{9}{26}\approx 0.3462$ ג. 9 ד. קטנה, כי: $0.32727>0.3714$.

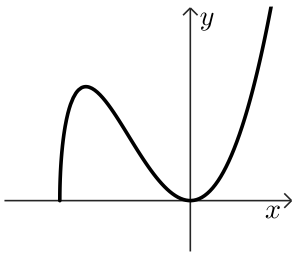
4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.
ד. (1) 5 ס"מ ד. (2) 20 ס"מ.

5) א. 6 ס"מ ב. $41.768°$ ג. 7.359 ס"מ ד. 3.938 ס"מ.

6) א. כל x ב. $\min(-2,a-1)$, $\max(2,a+1)$ ג. $a=1$
ד. $y=1$ ה. להלן סקיצה:
ו. (1) 2.4 ו. (2) III.



7) א. $x\geq -5$ ב. $(0,0)$, $(-5,0)$
ג. $\min(0,0)$, $\max(-4,32)$, $\min(-5,0)$
ד. להלן סקיצה:



ה. $c=12$, $c=-20$.

8) א. $(2,0)$
ב. $B\left(t,1-\frac{2}{t}\right)$, $C\left(5,1-\frac{2}{t}\right)$
ג. $B\left(4,\frac{1}{2}\right)$ ד. הוכחה.

בגרות קיץ 2023 מועד א':

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1) ביום ראשון יצאו דני ואריאל כל אחד מביתו והתחילו לצעוד זה לקראת זה.
דני צעד במהירות קבועה של 6 קמ"ש, ואריאל צעד במהירות קבועה של 8 קמ"ש.
דני יצא מביתו בשעה 8:00 בבוקר, ואריאל יצא מביתו בשעה 8:30 בבוקר.
הם נפגשו באמצע הדרך שבין הבתים שלהם.

א. מצאו את המרחק בין הבית של דני ובין הבית של אריאל.

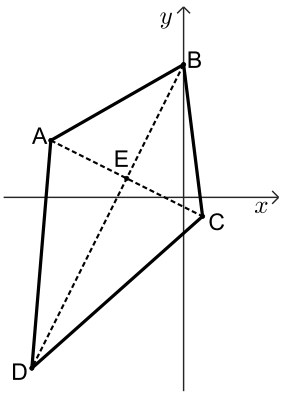
ב. מצאו באיזו שעה נפגשו דני ואריאל.

ביום שני יצאו דני ואריאל כל אחד מביתו באותו הזמן והתחילו לצעוד זה לקראת זה.
דני צעד במהירות קבועה, השונה מן המהירות שבה צעד ביום ראשון,
ואריאל צעד באותה מהירות קבועה שבה צעד ביום ראשון.
דני הגיע לבית של אריאל 20 דקות אחרי שאריאל הגיע לבית של דני.

ג. מצאו את המהירות שבה צעד דני ביום שני.

ד. כמה זמן עבר מן הרגע שבו דני ואריאל יצאו לדרך ביום שני ועד שהמרחק ביניהם היה 5 ק"מ (לפני שנפגשו)?

2) המרובע ABCD שבסרטוט שלפניכם הוא דלתון.
$BA = BC \ , \ DA = DC$.
אלכסוני הדלתון נפגשים בנקודה E.
נתון: $A(-7,3) \ , \ C(1,-1)$,
הקודקוד B נמצא על ציר ה-y,
והקודקוד D נמצא ברביע השלישי.



א. (1) מצאו את משוואת האלכסון BD.
(2) מצאו את שיעורי הקודקוד B.

נתון: שטח הדלתון ABCD הוא 80.

ב. מצאו את האורך של האלכסון BD. השאירו שורש בתשובתכם.

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד D.

ד. מצאו את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה A והישר BD משיק לו.
הסבירו.

3) חלק מן התושבים בכפר מסוים בסין הם צמחונים וכל השאר טבעונים.
ההסתברות שתושב בכפר הוא צמחוני גדולה ב-0.2 מן ההסתברות שתושב הוא טבעוני. 80% מתושבי הכפר אוכלים באמצעות מקלות אכילה בלבד, והשאר אוכלים רק באמצעות סכין ומזלג. 25% מתושבי הכפר שאוכלים באמצעות סכין ומזלג הם צמחונים. בוחרים באקראי תושב מן הכפר.

א. מהי ההסתברות שהתושב שנבחר הוא צמחוני שאוכל באמצעות מקלות אכילה?

ב. (1) מהי ההסתברות שהתושב שנבחר הוא צמחוני או שהוא אוכל באמצעות מקלות אכילה?

(2) ידוע שהתושב שנבחר הוא צמחוני או שהוא אוכל באמצעות מקלות אכילה.
מהי ההסתברות שהתושב הוא צמחוני שאוכל באמצעות מקלות אכילה?

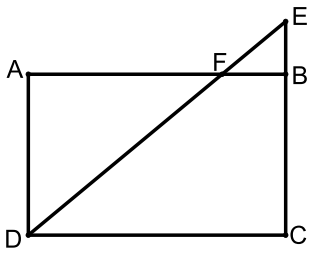
נתון שבכפר חיים 60 תושבים סך הכול.

ג. בוחרים באקראי, בזה אחר זה (ללא החזרה), שני תושבים שחיים בכפר.
מהי ההסתברות ששני התושבים שנבחרו הם צמחונים שאוכלים באמצעות מקלות אכילה?

בתשובתכם דייקו 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית או רשמו כשבר פשוט.

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) המרובע ABCD הוא מלבן.
הנקודה E נמצאת על המשך הצלע CB, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
הקטע DE חותך את הצלע AB בנקודה F.



א. הוכיחו: $\Delta AFD \sim \Delta BFE$.

נתון כי שטח המשולש AFD גדול פי 9 משטח המשולש BFE.

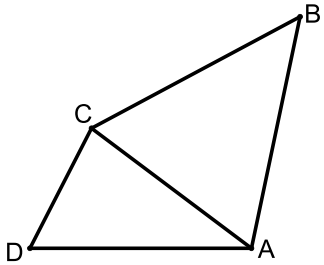
ב. מצאו את היחס $\frac{AF}{FB}$.

נתון: $EB = 4$, שטח המלבן ABCD הוא 192.

ג. (1) מצאו את אורך הצלע CB.

(2) מצאו את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש DCE.

5) בסרטוט שלפניכם מתוארים שני משולשים:
משולש ADC שכל זוויותיו חדות, ומשולש שווה שוקיים ABC שבו $BC = BA$.
נתון: שטח המשולש ABC הוא 113, $\sphericalangle ABC = 50°$.



א. מצאו את אורך הצלע AB.

ב. מצאו את אורך הצלע AC.

נתון: רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADC הוא 8.

ג. מצאו את גודל הזווית ADC.

נתון: $AD = 15$.

ד. מצאו את גודל הזווית CAD.

ה. מצאו את אורך BD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=x+\frac{4}{x^2}$.

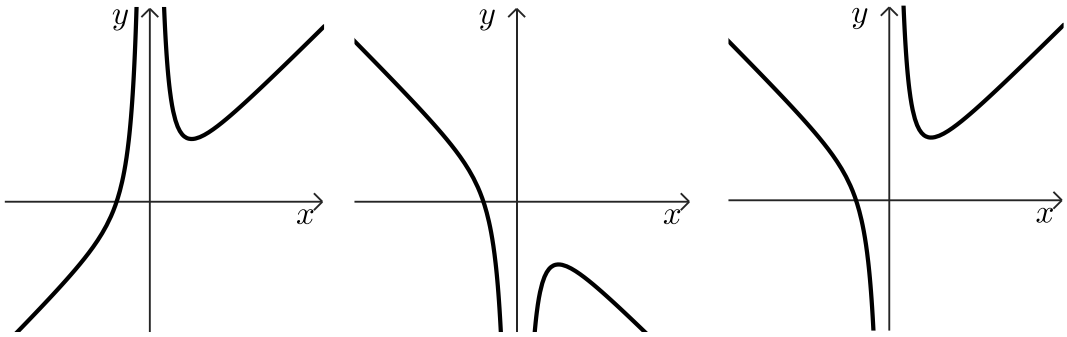
א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.
בתשובתכם דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. אחד מן הגרפים I-III בסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x=1$,
על ידי הישר $x=2$ ועל ידי ציר ה-x.



III II I

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=1+\frac{1}{2}x-\sqrt{2x+b}$, b הוא פרמטר.

ידוע כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה $(8,0)$ בלבד.

א. מצאו את b.

הציבו: $b=9$ וענו על הסעיפים ב-ד.

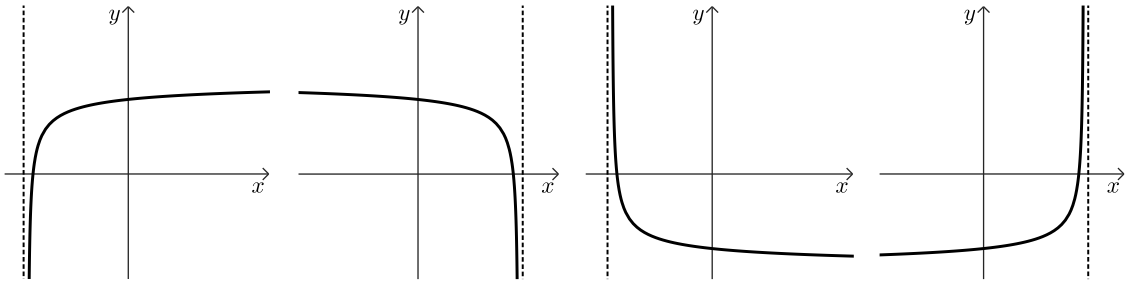
ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-y.

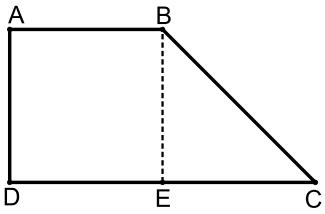
(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. אחד מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



I II III IV

8) המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית, $AB \| DC$ (ראו סרטוט).
גובה הטרפז BE חוצה את הבסיס DC.
שטח הטרפז הוא: $12\sqrt{2}$.
נסמן ב-x את אורך הצלע AB.



א. הביעו באמצעות x את אורך גובה הטרפז.

ב. מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי השוקיים של הטרפז $\left(AD^2+BC^2\right)$ הוא מינימלי.

ג. האם ייתכן שסכום ריבועי השוקיים של הטרפז הוא 30? נמקו.

תשובות סופיות:

1) א. 24 ק"מ. ב. בשעה 10:00. ג. 7.2 קמ"ש. ד. 1.25 שעות.

2) א. **(1)** $y=2x+7$. **(2)** $B(0,7)$. ב. $BD=8\sqrt{5}$

ג. $D(-8,-9)$ ד. $(x+7)^2+(y-3)^2=20$

3) א. 0.55 ב. **(1)** 0.85. **(2)** $\frac{11}{17}$. ג. $\frac{88}{295}=0.298$

4) א. הוכחה. ב. $\frac{AE}{FB}=\frac{3}{1}$ ג. **(1)** $CB=12$. **(2)** $8\sqrt{2}$

5) א. $AB=17.18$ ב. $AC=14.52$ ג. $\sphericalangle ADC=65.14°$

ד. $\sphericalangle CAD=45.21°$ ה. $BD=26.42$

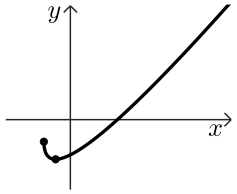
6) א. $x\neq 0$ ב. $(-1.59,0)$ ג. $\min(2,3)$ ד. גרף III.

ה. 3.5

7) א. $b=9$ ב. $x\geq -4.5$

ג. **(1)** $\min(-2.5,-2.25)$, $\max(-4.5,-1.25)$ **(2)** $(0,-2)$.

ג. **(3)** סרטוט:



ד. גרף IV.

8) א. $\frac{8\sqrt{2}}{x}$ ב. 4 ג. לא, הסכום המינימלי הוא 32.

בגרות קיץ 2023 מועד ב':

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

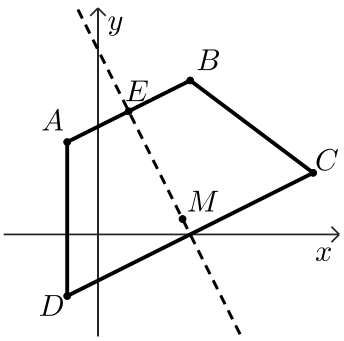
1) רותי יצאה מביתה בשעה 7:00 והתחילה ללכת במהירות קבועה אל הבית של דודתה. אם הייתה רותי ממשיכה ללכת באותה המהירות, היא הייתה מגיעה לבית של דודתה בדיוק בשעה 9:00.
אבל, אחרי שעברה רבע מן הדרך, היא עצרה לנוח למשך חצי שעה. אחר כך היא המשיכה ללכת במהירות קבועה הגדולה ממהירותה ההתחלתית ב-0.8 קמ"ש.
רותי הגיעה לבית של דודתה בשעה 9:18.

א. מה הייתה המהירות שבה התחילה רותי ללכת כשיצאה מביתה?

ב. מהו המרחק בין הבית של רותי ובין הבית של דודתה?

ג. באיזו שעה הגיעה רותי לאמצע הדרך?

2) המרובע ABCD שבסרטוט שלפניכם הוא טרפז שווה שוקיים,
$AB \parallel DC \ , \ AD = BC$.



הנקודה E היא אמצע הצלע AB.

נתון: $B(3,5)$, משוואת האנך לצלע AB

העובר דרך הנקודה E היא: $y = -2x + 6$.

א. (1) מצאו את משוואת AB.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד A.

נתון: $C(7,2)$.

השוק AD מקבילה לציר ה-y.

ב. (1) מצאו את אורך השוק BC.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד D.

הנקודה M נמצאת על האנך הנתון ומתקיים: $AM = DM$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.

ד. מצאו את שטח המשולש ADM.

3) בקלמר של דנה יש 25 עפרונות זהים בגודלם בשלושה צבעים:
15 עפרונות כחולים, 4 עפרונות אדומים, 6 עפרונות צהובים.
דנה מוציאה באקראי עיפרון מן הקלמר. אם העיפרון הוא כחול או אדום, היא מחזירה את העיפרון לקלמר.
אם העיפרון הוא צהוב, היא משאירה אותו מחוץ לקלמר.
לאחר מכן דנה מוציאה באקראי עיפרון נוסף מן הקלמר.

א. מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות צהובים?

ב. (1) מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות באותו הצבע?
(2) ידוע ששני העפרונות שהוציאה דנה הם באותו הצבע.
מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני עפרונות אדומים או שני עפרונות צהובים?

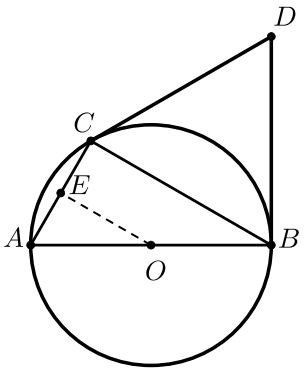
דנה החזירה את כל העפרונות לקלמר ונתנה לאחיה מן הקלמר x עפרונות כחולים, 2 עפרונות אדומים ו-2 עפרונות צהובים.
לאחר מכן היא הוציאה באקראי שני עפרונות מן הקלמר ללא החזרה.

נתון: ההסתברות שדנה הוציאה עיפרון צהוב ולאחריו עיפרון אדום היא: $\frac{1}{30}$.

ג. מצאו את x.

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.
AB הוא קוטר במעגל.
הנקודה E היא אמצע הצלע AC (ראו סרטוט).



א. (1) הוכיחו: $OE \perp AC$.
(2) הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta AOE$.

ב. פי כמה גדול שטח המרובע BCEO משטח המשולש AOE? נמקו.

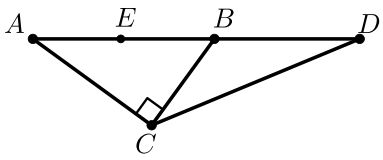
נתון: AC שווה לרדיוס המעגל.
המשיקים למעגל בנקודות B ו־C נפגשים בנקודה D.

ג. הוכיחו: משולש BDC הוא שווה צלעות.

נתון: רדיוס המעגל הוא 6.

ד. מצאו את שטח המשולש OCD.

5) המשולש ABC הוא ישר זווית, $\sphericalangle ACB = 90°$.
הנקודה D נמצאת על המשך הצלע AB , כמתואר בסרטוט שלפניכם.



נתון : $BC = 0.75 \cdot AC$.

א. מצאו את גודל הזווית CBD.

נתון : $BD = 12$, $AB = 15$.

ב. מצאו את אורך DC.

הנקודה E נמצאת על הקטע AB ומתקיים : $DC = DE$.

ג. מצאו את שטח המשולש EDC.

ד. מצאו את רדיוס המעגל החוסם את המשולש EBC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה : $f(x) = \frac{16 - 9x^2}{1 - x^2}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(5) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

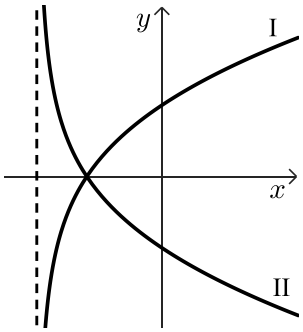
ג. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת : $g'(x) = f(x)$.

לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

נמקו את תשובתכם.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=(x-1)\cdot\sqrt{2x+10}$.



א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

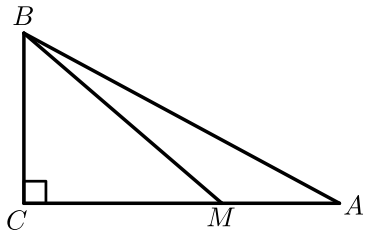
בסוף השאלה מופיעים שני גרפים, I–II.

אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, והגרף האחר מתאר את הפונקציה: $g(x)=-f'(x)$.

ה. קבעו איזה מן הגרפים I–II מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=3$ ועל ידי ציר ה-x.

8) ABC הוא משולש ישר זווית, $\sphericalangle ACB=90°$. שטח המשולש ABC הוא 18.
M היא נקודה על הצלע AC כך שמתקיים: $MC=2MA$ (ראו סרטוט).
נסמן את אורך הקטע MA ב-x.



א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע BC.

ב. (1) מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי מרחקי הנקודה M משלושת קודקודי המשולש $\left(MA^2+MB^2+MC^2\right)$ הוא מינימלי.

(2) האם ייתכן שהסכום: $MA^2+MB^2+MC^2$ הוא 75? נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות:

1) א. 5.2 קמ"ש. ב. 10.4 ק"מ. ג. בשעה 8:26.

2) א. (1). $y=\frac{1}{2}x+3.5$ (2). $A(-1,3)$ ב. (1). 5 (2). $D(-1,-2)$

ג. $M(2.75,0.5)$ ד. 9.375

3) א. $\frac{1}{20}$ ב. (1). $\frac{1089}{2500}=0.4356$ (2). $\frac{21}{121}=0.1735$

ג. $x=5$

4) א. (1). הוכחה. (2). הוכחה. ב. פי 3. ג. הוכחה.

ד. $18\sqrt{3}$

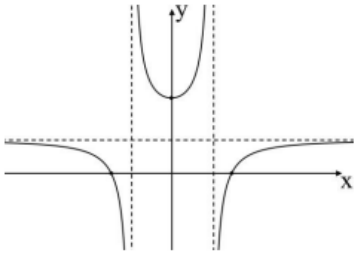
5) א. $126.87°$ ב. 18.83 ג. 67.78 ד. 4.59

6) א. (1). $x\neq 1$, $x\neq -1$ (2). $x=1$, $x=-1$, $y=9$

(3). $\left(\frac{4}{3},0\right)$, $\left(-\frac{4}{3},0\right)$, $(0,16)$ 4. $(0,16)$ מינימום

(5). תחומי עליה: $x>1$ או $0<x<1$, תחומי ירידה: $-1<x<0$ או $x<-1$.

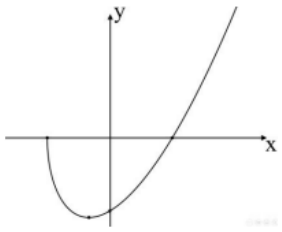
ב. סרטוט: ג. $x=\frac{4}{3}$ מינימום, $x=-\frac{4}{3}$ מקסימום.



7) א. $x\geq -5$ ב. $(-5,0)$, $(1,0)$, $\left(0,-\sqrt{10}\right)$

ג. $(-3,-8)$ מינימום, $(-5,0)$ מקסימום.

ד. סרטוט: ה. גרף I. ו. 16



8) א. $\frac{12}{x}$ ב. (1). 2

(2). כן, כי הסכום המינימלי הוא 72.

בגרות קיץ 2023 מועד מיוחד:

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

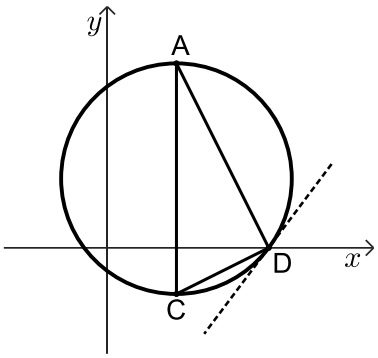
1) המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא 50 ק"מ.
דני יצא בשעה 8:00 מיישוב A ורכב על אופניים במהירות קבועה לכיוון יישוב B.
יוסי יצא בשעה 9:00 מיישוב A ורכב על אופניים במהירות קבועה לכיוון יישוב B.
מהירות הרכיבה של דני הייתה גדולה ב-4 קמ"ש ממהירות הרכיבה של יוסי.
כאשר הגיע דני ליישוב B, היה יוסי במרחק של 24 ק"מ מיישוב A.
ידוע שדני הגיע ליישוב B לפני השעה 11:00.

א. מצאו את המהירות שבה רכב יוסי ואת המהירות שבה רכב דני.

ברגע שהגיע דני ליישוב B, הקטין יוסי את מהירות הרכיבה שלו ב-3 קמ"ש והמשיך לרכוב במהירות זו עד שהגיע ליישוב B.

ב. באיזו שעה הגיע יוסי ליישוב B?

2) המשולש ACD חסום במעגל.
הנקודה D נמצאת על ציר ה-x.
הצלע AC מאונכת לציר ה-x (ראו סרטוט).
נתון: משוואת הישר AD היא: $y=-2x+14$,
שיעור ה-y של הנקודה A הוא 8.



א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-D.

נתון: $CD=\sqrt{20}$, הנקודה C נמצאת ברביע הרביעי.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה C.

AC הוא קוטר במעגל.

ג. מצאו את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.

העבירו משיק נוסף למעגל בנקודה A.
המשיק למעגל בנקודה A והמשיק למעגל בנקודה D נחתכים בנקודה P.

ד. מצאו את שטח המרובע APDC.

3) בקופסה יש 4 כפתורים אדומים ו-3 כפתורים כחולים.
דנה משחקת בכפתורים:
היא מוציאה באקראי כפתור אחד מן הקופסה.
אם יצא כפתור כחול, היא מחזירה אותו לקופסה, ואם יצא כפתור אדום, היא לא מחזירה אותו לקופסה. לאחר מכן, היא מוציאה באקראי כפתור שני מן הקופסה.

א. מהי ההסתברות שדנה הוציאה שני כפתורים בצבעים השונים זה מזה?

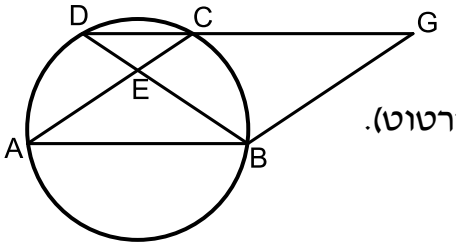
ב. מהי ההסתברות שדנה הוציאה לכל היותר כפתור אחד אדום?

רותי ודנה משחקות יחד בכפתורים:
הן מטילות מטבע מאוזן שעל צד אחד שלו כתובה האות A ועל הצד האחר כתובה האות B. אם מתקבלת האות A, דנה מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה באופן המתואר בפתיח. אם מתקבלת האות B, רותי מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה <u>עם החזרה</u>.

ג. מהי ההסתברות ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה?

ד. ידוע ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה. מהי ההסתברות שהכפתור הראשון שיצא היה אדום?

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4) נתונה מקבילית ABGC.
הקודקודים A, B ו-C נמצאים על מעגל.
המשך הצלע GC חותך את המעגל בנקודה D (ראו סרטוט).

א. הוכיחו כי המשולש DBG הוא שווה שוקיים.

ב. הוכיחו: $\Delta AEB \sim \Delta DBG$.

נתון שטח המשולש DBG גדול פי 2.25 משטח המשולש AEB.

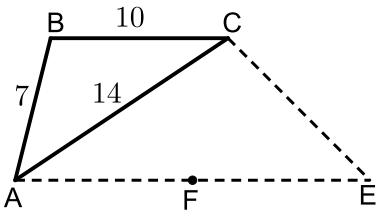
ג. מצאו את היחס $\frac{DC}{AB}$.

נתון: שטח המשולש DEC הוא 6.

ד. מצאו את שטח המרובע BECG. נמקו את תשובתכם.

5) נתון משולש ABC (ראו סרטוט).

נתון: $AB=7\ ,\ AC=14\ ,\ BC=10$.



א. מצאו את גודל הזווית BCA.

הנקודה E נמצאת מחוץ למשולש כך שהמרובע ABCE הוא טרפז, ומתקיים $BC \parallel AE$.

נתון: שטח המשולש ACE הוא 59.

ב. מצאו את אורך הצלע AE.

CF הוא תיכון לצלע AE במשולש ACE.

ג. מצאו את רדיוס המעגל החוסם את משולש CFA.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{16}{x^2}+x^2$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.

ד. מצאו את תחומי העלייה של הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

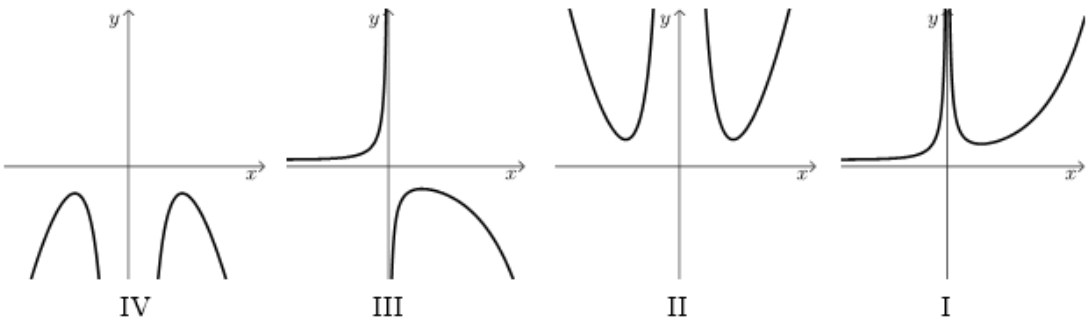
ו. נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)-c$, c הוא פרמטר.

הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ מוגדרות באותו תחום.

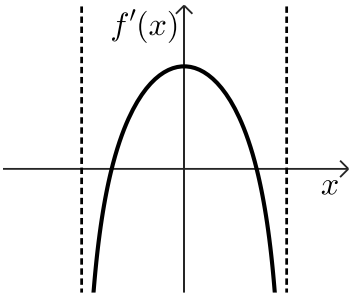
נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה-x.

(1) מצאו את הערך של c.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי הישר $x=5$ ועל ידי ציר ה-x.



7) $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.



בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום: $-a<x<a$,

a הוא פרמטר.

א. קבעו על פי הגרף כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x)=2x\cdot\sqrt{-x^2+32}$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

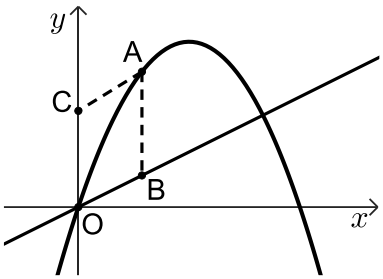
ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה-x, על ידי ציר ה-y ועל ידי הישר: $x=5$.

8) נתונים הפונקציה: $f(x)=-x^2+18x$ והישר: $y=3x$.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה B נמצאת על הישר הנתון כך שהנקודה A נמצאת מעליה, כמתואר בסרטוט.

O היא ראשית הצירים.

הנקודה C נמצאת על החלק החיובי של ציר ה-y כך שהמרובע ABOC הוא מקבילית.

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.

א. הביעו באמצעות t את אורך הצלע AB ואת אורך הגובה לצלע AB במקבילית.

ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המקבילית ABOC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

1) א. דני: 20 קמ"ש, יוסי: 16 קמ"ש. ב. 12:30

2) א. $A(3,8)$, $D(7,0)$ ב. $C(3,-2)$ ג. $y=\frac{4}{3}x-\frac{28}{3}$ ד. 60

3) א. $\frac{26}{49}$ ב. $\frac{5}{7}$ ג. $\frac{25}{49}$ ד. $\frac{13}{25}$

4) א. הוכחה $(BG=BD)$ ב. הוכחה. ג. $\frac{1}{2}$ ד. 48

5) א. $28.1°$ ב. $AE=17.9$ ג. $R=7.88$

6) א. $x\neq 0$ ב. $x=0$ ג. $(2,8)$ מינימום, $(-2,8)$ מינימום

ד. תחומי עלייה: $x>2$ או $-2<x<0$ ה. גרף II. ו. **(1)**. $c=8$

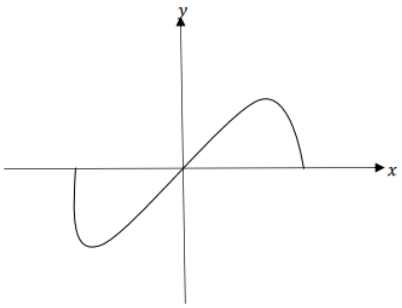
ו. **(2)**. 19.8

7) א. שתי נקודות קיצון. ב. $-5.65\le x\le 5.65$

ג. $(-4,-32)$ מינימום, $(4,32)$ מקסימום, $(5.65,0)$ מינימום,

$(-5.65,0)$ מקסימום. ד. $(5.65,0)$, $(0,0)$, $(-5.65,0)$

ה. סרטוט: ו. 37.54



8) א. $AB=-t^2+18t-3t$, $h=t$ ב. $t=10$