

# פתרון בגרויות במתמטיקה לשאלון 482

פרק 3

## פתרון בידאו של בחינות 2022

1	.....	חורף
5	.....	מועד נבצרים
9	.....	קיץ מועד א
13	.....	קיץ מועד ב

## בגרות חורף 2022:

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.  
**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1)  $a_n$  היא סדרה חשבונית.

נתון:  $a_2 + a_4 = 124$ .

א. מצא את  $a_3$ .

נתון:  $a_4 = 76$ .

ב. מצא את  $a_1$  ואת הפרש הסדרה.

ג. (1) הבע באמצעות  $n$  את האיבר  $a_n$ .

(2) הסבר מדוע כל איבר בסדרה  $a_n$  הוא זוגי.

נתון כי הסדרה  $a_n$  היא בת 64 איברים.

ד. בסדרה הנתונה כל איבר שלישי  $(a_3, a_6, \dots)$  נמחק.

מהו סכום האיברים שנותרו בסדרה?

(2) בצויר שלפניך מתוארת תיבה  $ABCD A'B'C'D'$  שבסיסה  $ABCD$  הוא מלבן.

נתון:  $AD' = 12$ , הזווית בין  $AD'$  לבין הבסיס  $ABCD$  היא  $60^\circ$ .

א. מצא את אורך גובה התיבה.

נתון כי נפח התיבה הוא 432.

ב. מצא את אורכי צלעות הבסיס  $ABCD$ .

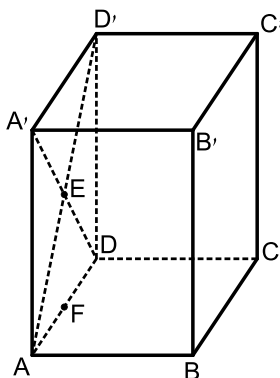
הנקודה  $E$  היא מפגש האלכסונים  $AD'$  ו- $A'D$ .

הנקודה  $F$  היא אמצע הצלע  $AD$  (ראה ציור).

ג. (1) מצא את אורך הקטע  $BF$ .

(2) מצא את גודל הזווית בין  $EB$  לבין בסיס

$ABCD$ . התיבה



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

(3) נתונות הפונקציות:  $f(x) = \cos(x)$ ,  $g(x) = \cos(2x)$  המוגדרות בתחום:  $0 \leq x \leq \pi$ .

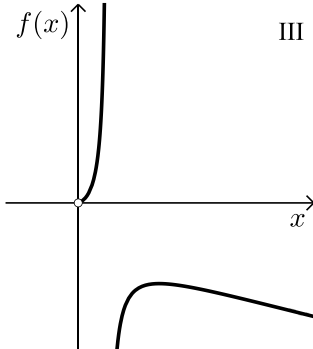
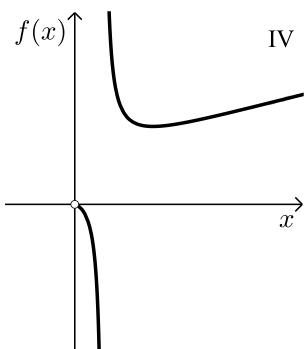
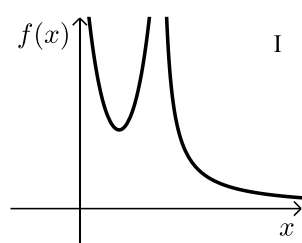
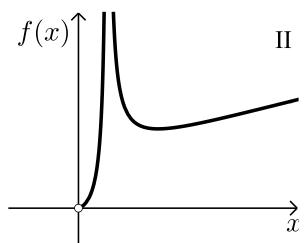
- א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .
- ב. (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.  
(2) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  וקבע את סוגן.
- ג. סרטט באותה מערכת צירים את הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .  
 $a > 0$  הוא פרמטר.  
נתון כי גודל השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $a \cdot f(x)$  ועל ידי גרף הפונקציה  $a \cdot g(x)$  בין שתי נקודות החיתוך שלהן הוא  $3\sqrt{3}$ .
- ד. מצא את  $a$ .

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{8}{e^x} + \frac{e^x}{2} + c$ ,  $c$  הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- נתון כי גרף הפונקציה  $f(x)$  עובר דרך ראשית הצירים.
- ב. מצא את  $c$ .
- הצב בפונקציה  $f(x)$  את הערך של  $c$  שמצאת בסעיף ב, וענה על הסעיפים ג-ו.
- ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך הנוספת של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , ועל ידי ציר ה- $x$ .
- נסמן ב- $S_1$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $-f(x)$ , ועל ידי ציר ה- $x$ .
- נסמן ב- $S_2$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $2 \cdot f(x)$ , ועל ידי ציר ה- $x$ .
- ו. בעבור כל אחד מן השטחים  $S_1$  ו- $S_2$  קבע אם הוא גדול מ- $S$ , קטן ממנו או שווה לו. נמק את קביעותיך.

5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{4x}{1 + \ln(2x)}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. (1) האם גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$ ? נמק.  
 (2) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.
- ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. אחד מן הסרטוטים I-IV שבסוף השאלה מתאים לגרף הפונקציה  $f(x)$ . קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.
- ו. מצא את התחום שבעבורו מתקיים  $f(x) \cdot f'(x) < 0$ .

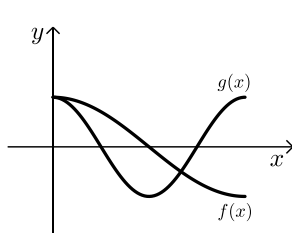


תשובות סופיות:

(1) א.  $a_3 = 62$  . ב.  $d = 14$  ,  $a_1 = 34$  . ג.  $a_n = 14n + 20$  . (1) . (2) . הסבר . ד. 20,278 .

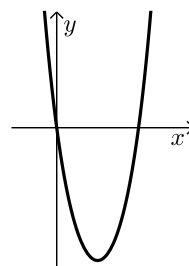
(2) א. גובה התיבה:  $6\sqrt{3} = 10.39$  . ב.  $AB = 4\sqrt{3} = 6.93$  ,  $AD = 6$  . ג.  $BF = \sqrt{57} = 7.551$  . (1) . (2)  $34.53^\circ$  .

(3) א.  $(0,1)$  ,  $\left(\frac{2\pi}{3}, -\frac{1}{2}\right)$  . ב.  $\min(\pi, -1)$  ,  $\max(0,1)$  . (1) .



ג.  $\max\left(\frac{\pi}{2}, -1\right)$  ,  $\max(\pi, 1)$  ,  $\max(0, 1)$  . (2) . ד.  $a = 4$  .

(4) א. כל  $x$  . ב.  $c = -8.5$  . ג.  $(2.773, 0)$  . ד.  $\min(\ln 4, -4.5)$  . ה.  $S_2 > S$  ,  $S_1 = S$  .



(5) א.  $x \neq \frac{1}{2e}$  ,  $x > 0$  . ב. (1) . לא . ג.  $\min\left(\frac{1}{2}, 2\right)$  . ד.  $\frac{1}{2e} < x < \frac{1}{2}$  או  $0 < x < \frac{1}{2e}$  . (2)  $x = \frac{1}{2e}$  .

ד. תחומי עלייה:  $x > \frac{1}{2}$  , תחומי ירידה:  $0 < x < \frac{1}{2e}$  או  $\frac{1}{2e} < x < \frac{1}{2}$  . ג. גרף IV . ו.  $\frac{1}{2e} < x < \frac{1}{2}$  .

## בגרות חורף נבצרים 2022:

ענה על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה -  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב:** אם תענה על יותר משאלה אחת, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

#### סדרות

(1) נתונה הסדרה:  $a_n = 2n + 1$ .

א. (1) הוכח כי  $a_n$  היא סדרה חשבונית.

(2) מצא את  $a_1$  ואת הפרש הסדרה.

נתון כי סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה  $a_n$  הוא 1,443.

ב. מצא את  $n$ .

מן הסדרה הנתונה בנו סדרה חשבונית חדשה,  $b_n$ .

נתון:  $b_n = 1 + 3 \cdot a_n$ , לכל  $n$  טבעי.

ג. מצא את הפרש הסדרה החדשה.

בסדרה החדשה יש  $n$  איברים -  $n$  הוא המספר שמצאת בסעיף ב.

ד. מצא את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה החדשה.

#### טריגונומטריה במרחב

(2) נתונה פירמידה משולשת ישרה  $SABC$ , שבסיסה  $ABC$ , הוא משולש שווה צלעות.

גובה הפירמידה הוא  $SO$ .

$CD$  הוא הגובה לצלע  $AB$  במשולש  $ABC$  (ראה סרטוט).

נתון כי היקף המשולש  $ABC$  הוא  $6a$ .

א. הבע באמצעות  $a$  את אורך הגובה  $CD$ .

נתון:  $CO = 4\sqrt{3}$ .

ב. מצא את  $a$ .

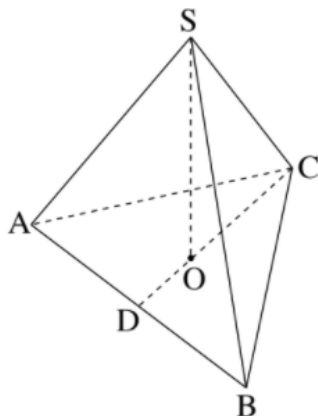
ענה על סעיף ג בעבור:  $a = 6$ .

נתון: גודל הזווית בין מקצוע צדדי של הפירמידה

ובין הבסיס הוא  $50^\circ$ .

ג. (1) מצא את אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה.

(2) חשב את שטח המעטפת של הפירמידה.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

3 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \cos(2x) + 2 \cdot \cos(x) + 3$  המוגדרת בתחום:  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הישר המשיק

לגרף הפונקציה בנקודות המינימום שלה (בתחום שבין נקודות המינימום שלה).

נתונה הפונקציה:  $g(x) = f(x) + c$ ,  $c$  הוא פרמטר.

נתון כי הישר:  $y = -2$  משיק לגרף הפונקציה  $g(x)$  בנקודות המינימום שלה.

ד. (1) מצא את  $c$ .

(2) בעבור הערך של  $c$  שמצאת בתת-סעיף ד(1), כמה נקודות חיתוך יש לגרף

הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ ? נמק.

4 הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$  מוגדרות בתחום  $x \neq 0$ .

בסרטוט שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  חותך את

ציר ה- $x$  בנקודה  $(a, 0)$  בלבד.

א. הבע באמצעות  $a$  את תחומי העלייה

והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון: הפונקציה שמתוארת בתחילת השאלה

היא:  $f(x) = \frac{e^{2x}}{1 - e^x}$

ב. (1) מצא את משוואת האסימפטוטה

המאונכת לציר ה- $x$  של הפונקציה  $f(x)$ .

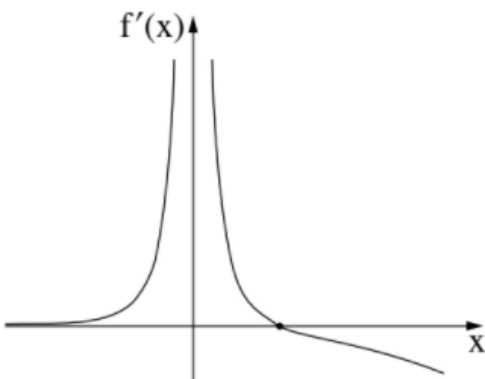
(2) האם גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$ ? נמק.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , ורשום את הערך של  $a$ .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי

הישר  $x = \ln 3$  ועל ידי ציר ה- $x$ .



5 נתונה הפונקציה :  $f(x) = \ln(ax^2 - x)$  ,  $a > 0$  הוא פרמטר.

הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת בתחום :  $x > \frac{1}{a}$  ,  $x < 0$ .

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = 1$  הוא 3.

א. מצא את  $a$ .

הצב  $a = 2$  בפונקציה  $f(x)$  וענה על הסעיפים ב-ד.

ב. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לציר ה- $x$  של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

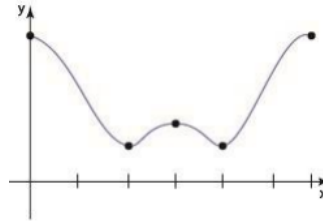
נתון: הפונקציה  $g(x)$  מוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה  $f(x)$ , והיא

מקיימת :  $g'(x) = f(x)$ .

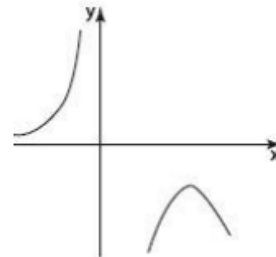
ד. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן.

תשובות סופיות:

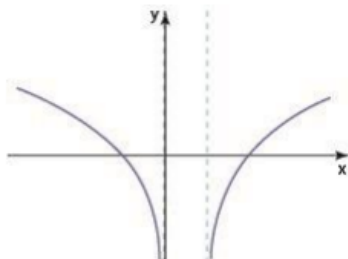
- (1) א. (1) הוכחה.      (2) הפרש הסדרה:  $d=2$ , האיבר הראשון:  $a_1=3$ .  
 ב.  $n=37$       ג. הפרש הסדרה החדשה הוא 6.      ד. 2,242  
 (2) א.  $CD=\sqrt{3a}$       ב.  $a=6$       ג. (1) 10.78      (2) 161.2  
 (3) א.  $(2\pi, 6)$  מקסימום,  $\left(\frac{4\pi}{3}, 1.5\right)$  מינימום,  $(\pi, 2)$  מקסימום,  $\left(\frac{2\pi}{3}, 1.5\right)$  מינימום,  
 (0,6) מקסימום.      ב. להלן סרטוט:      ג. 0.544 יח"ש.      ד. (1)  $c=-3.5$



- (2) שתי נקודות חיתוך.  
 (4) א. עלייה:  $0 < x < a$  או  $x < 0$ , ירידה:  $x > 0$ .  
 ב. (1)  $x=0$ .      (2) לא.  
 ג.  $(\ln 2, -4)$  מקסימום.  
 ד. להלן סרטוט:      ה. 0.5 יח"ש.



- (5) א.  $a=2$       ב. (1)  $x=0$ ,  $x=\frac{1}{2}$ .      (2)  $(-0.5, 0)$ ,  $(1, 0)$ .  
 (3) עליה:  $x > 0.5$ , ירידה:  $x < 0$ .  
 ד.  $x=1$  מינימום,  $x=-0.5$  מקסימום  
 ג. להלן סרטוט:



## בגרות קיץ 2022 מועד א':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1)  $a_n$  היא סדרה הנדסית.

נתון:  $a_3 = 4k$ ,  $a_5 = k$  הוא פרמטר.

א. מצאו את מנת הסדרה  $a_n$  (שתי אפשרויות).

נתון כי כל איברי הסדרה  $a_n$  חיוביים וכי סכום אין-סוף האיברים בסדרה הוא 4.

ב. מצאו את  $a_1$ , האיבר הראשון בסדרה, ואת  $k$ .

$b_n$  היא סדרה חשבונית המקיימת:  $b_1 = a_1$ ,  $b_3 = a_3$ .

בסדרה  $b_n$  יש 65 איברים.

ג. מצאו את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה  $b_n$ .

(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן (ראו ציור).

הזווית החדה בין שני אלכסוני המלבן היא  $42^\circ$ .

גובה הפירמידה הוא SO.

נתון:  $AB > BC$ ,  $SO = AB$ .

נסמן את אורך הצלע BC ב- $a$ .

א. הביעו את אורך הצלע AB באמצעות  $a$ .

ב. מצאו את גודל הזווית בין מקצוע צדדי לבין בסיס הפירמידה.

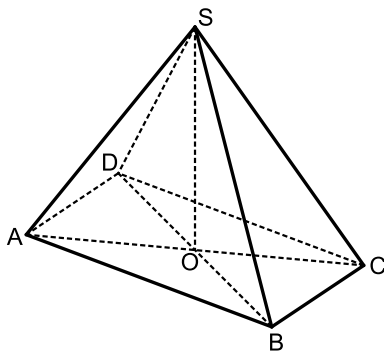
ג. מצאו את גודל הזווית  $\sphericalangle ASC$ .

נתון: שטח המשולש ASC הוא 16.

ד. מצאו את  $a$ .

הנקודה E היא אמצע הגובה SO.

ה. חשבו את נפח הפירמידה EABCD.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = a + \frac{1}{2} \sin(2x)$  המוגדרת בתחום:  $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ .

$a > 0$  הוא פרמטר.

א. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$

(אם יש צורך, הביעו באמצעות  $a$ ).

נתון כי שיעור ה- $y$  של נקודת המקסימום הפנימית של הפונקציה  $f(x)$  הוא 5.5.

ב. מצאו את  $a$ .

הציבו  $a = 5$  וענו על הסעיפים ג-ד.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

מעבירים משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המינימום הפנימית שלה.

ד. (1) מצאו את משוואת המשיק.

(2) מצאו את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

על ידי הישר:  $x = -\frac{\pi}{3}$  ועל ידי ציר ה- $y$ .

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = (7 - 3x) \cdot e^{3x}$ .

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

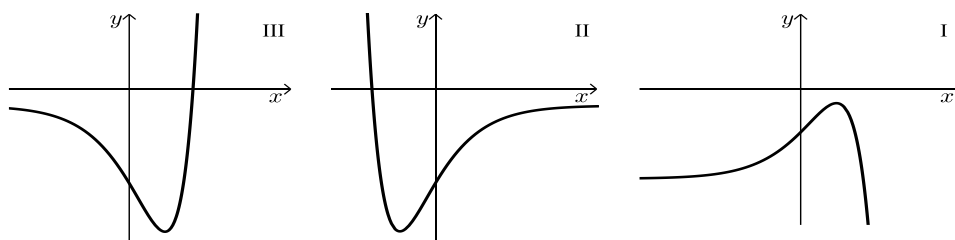
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = -2 \cdot f(x) - 1$ .

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבעו את סוגה.

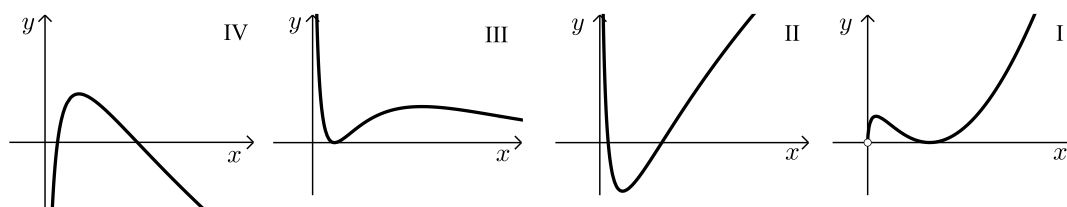
(2) אחד מן הגרפים III-I שלפניכם מתאר את גרף הפונקציה  $g(x)$ .

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = x \cdot (\ln x)^2$ .

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- ג. הסבירו מדוע מתקיים:  $f(x) \geq 0$  בעבור כל  $x$  בתחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ד. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה  $f(x)$  ואחד מהם מתאר את גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .
- קבעו איזה מהם מתאר את גרף הפונקציה  $f(x)$  ואיזה מהם מתאר את גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , ונמקו את קביעותיכם.
- ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , ועל ידי ציר ה- $x$ .



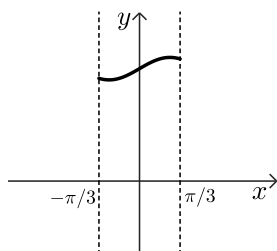
תשובות סופיות:

(1) א.  $q = \frac{1}{2}$  או  $q = -\frac{1}{2}$  ב.  $k = \frac{1}{8}, a_1 = 2$  ג.  $-704$

(2) א.  $2.605a$  ב.  $61.83^\circ$  ג.  $56.34^\circ$  ד.  $a = 2.098$  ה.  $10.447$

(3) א.  $\max\left(-\frac{\pi}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{4} + a\right), \min\left(-\frac{\pi}{4}, a - \frac{1}{2}\right), \max\left(\frac{\pi}{4}, a + \frac{1}{2}\right), \min\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{4} + a\right)$

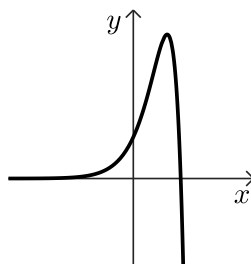
ב.  $a = 5$  ג. להלן סקיצה: ד.  $y = 4.5$  (1)



ד.  $S = \frac{\pi}{6} - \frac{3}{8} \approx 0.1468$  (2)

(4) א. כל  $x$  ב.  $(0, 7), \left(2\frac{1}{3}, 0\right)$  ג.  $\max(2, e^6) = \max(2, 403.43)$  (1)

ה.  $\min(2, -807.858)$  (1)



ד. להלן סקיצה:

ה. (2) גרף III.

(5) א.  $x > 0$  ב.  $\min(1, 0), \max\left(\frac{1}{e^2}, \frac{4}{e^2}\right) = \max(0.135, 0.541)$

ג. הוכחה. ד. I – הפונקציה, II – הנגזרת.

ה.  $0.541$  יח"ר  $\approx \frac{4}{e^2}$

## בגרות קיץ 2022 מועד ב':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1)  $a_n$  היא סדרה חשבונית.

נתון:  $a_1 \cdot a_4 = (a_2)^2$ , הפרש הסדרה הוא 3.

א. מצאו את  $a_1$ .

נתון: האיבר האחרון בסדרה  $a_n$  שווה ל-300.

ב. מצאו כמה איברים יש בסדרה  $a_n$ .

מחקו כל איבר רביעי בסדרה  $a_n$ , כלומר את האיברים:  $a_4, a_8, a_{12}, \dots$ .

ג. (1) מצאו את סכום האיברים שנמחקו מן הסדרה.

(2) מצאו את סכום האיברים שנשארו בסדרה.

(2) נתונה פירמידה ישרה  $SABCD$ , שבסיסה  $ABCD$  הוא מלבן (ראו סרטוט).

נתון:  $AB = 8$ ,  $BC = 5$ , נפח הפירמידה שווה ל-160.

א. מצאו את גובה הפירמידה,  $SO$ .

ב. מצאו את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה.

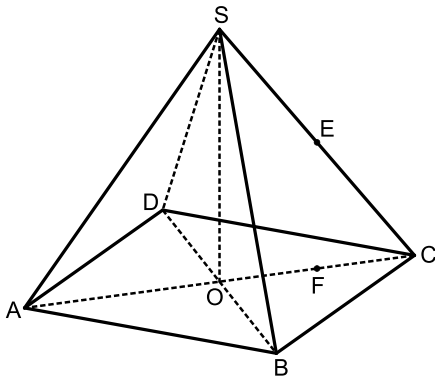
ג. מצאו את האורך של מקצוע צדדי של הפירמידה.

הנקודה  $E$  היא אמצע המקצוע  $SC$ .

$F$  היא נקודה על האלכסון  $AC$  כך ש- $EF \perp AC$ .

ד. (1) מצאו את אורך  $EF$ .

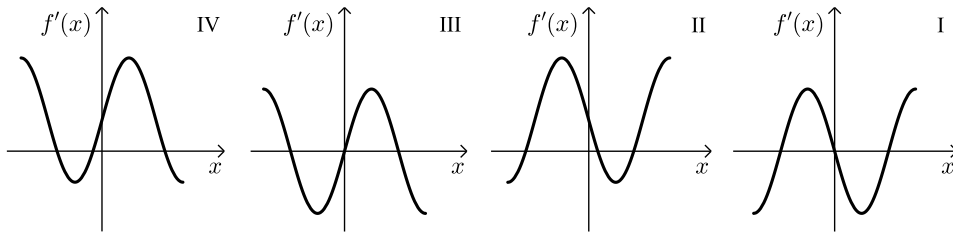
(2) מצאו את גודל הזווית שבין  $AE$  ובין בסיס הפירמידה.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2 - 4(\sin x)^2$  המוגדרת בתחום:  $-\frac{3}{4}\pi \leq x \leq \frac{3}{4}\pi$ .

- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- מצאו את שיעורי נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
- חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

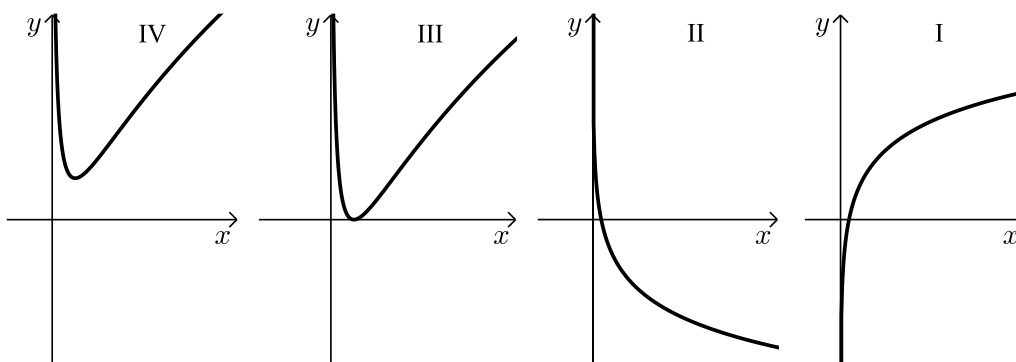


(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^2 \cdot e^{-x^2}$  המוגדרת לכל  $x$ .

- מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .
- מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נתונה הפונקציה  $g(x)$  המקיימת:  $g(x) = -2f(x)$  לכל  $x$ .
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , ציר ה- $x$  והישר  $x = 3$ .
- הביעו באמצעות  $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , גרף הפונקציה  $g(x)$  והישר  $x = 3$ . נמקו את תשובתכם.

5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = a + (\ln x)^2$ .  $a > 0$  הוא פרמטר.

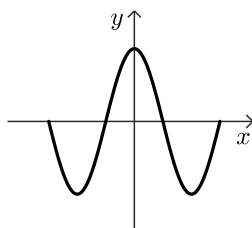
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה (הביעו באמצעות  $a$ , אם יש צורך).
- ג. נתונה הפונקציה:  $g(x) = 1 + \ln x$  המוגדרת בתחום  $x > 0$ .
- ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$  (אם יש כאלה).
- ה. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה  $f(x)$  ואחד מהם מתאר את גרף הפונקציה  $g(x)$ .  
קבעו איזה מהם מתאר את  $f(x)$  ואיזה את  $g(x)$ , ונמקו את קביעתכם.
- ו. הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  נחתכים בשתי נקודות שונות. שיעור ה- $x$  של אחת מנקודות החיתוך האלו הוא  $x = e$ .
- ז. (1) מצאו את  $a$ .
- (2) מצאו את השיעורים של נקודת החיתוך האחרת של הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .
- (3) בעבור אילו ערכי  $x$  מתקיים:  $f(x) < g(x)$ ?



תשובות סופיות:

- (1) א.  $a_1 = 3$  ב.  $n = 100$  ג. (1) 3900 ד. (2) 11250  
 (2) א. 12 ב.  $68.54^\circ$  ג. 12.894 ד. (1) 6 ז. (2)  $40.3^\circ$   
 (3) א.  $\left(-\frac{3\pi}{4}, 0\right), \left(-\frac{\pi}{4}, 0\right), \left(\frac{\pi}{4}, 0\right), \left(\frac{3\pi}{4}, 0\right)$   
 ב.  $\min\left(-\frac{\pi}{2}, -2\right), \min(0, 2), \min\left(\frac{\pi}{2}, -2\right)$

ג. להלן סקיצה:



ד. גרף I.

ה. 8 יח"ר.

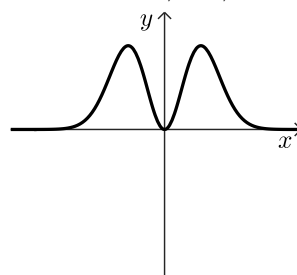
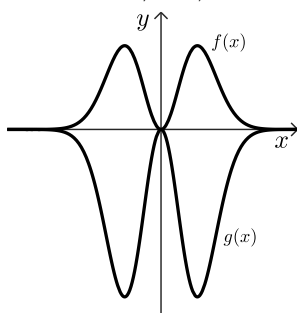
- (4) א.  $(0, 0)$  ב.  $\max\left(-1, \frac{1}{e}\right), \min(0, 0), \max\left(1, \frac{1}{e}\right)$

ג. עלייה:  $0 < x < 1$ , ירידה:  $x < -1, x > 1$ ,  $-1 < x < 0$ .

ה. להלן סקיצה:

ג. 3S.

ד. להלן סקיצה:



- (5) א.  $x > 0$  ב.  $\min(1, a)$  ג. עלייה:  $x > 0$ , ירידה: אף  $x$ .

ד.  $f(x) \rightarrow IV, g(x) \rightarrow I$  ה. (1)  $a = 1$  ה. (2) (1,1) ה. (3)  $1 < x < e$ .