שאלון 571 לכיתות יא

פרק 45

פתרון בוידאו של בחינות 2022

בגרות 2022 מועד חורף:

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1) שלושה שחיינים – איתן, גל ויעקב – מתאמנים בשחייה בבריכה שאורכה 50 מטרים.
כל שחיין מתחיל את שחייתו בתחילת הבריכה, שוחה עד סוף הבריכה, ומייד מסתובב חזרה לתחילת הבריכה. מהירות השחייה של כל אחד מן השחיינים היא קבועה.
ביום א' התחיל כל אחד משלושת השחיינים את שחייתו בזמן אחר.
גל התחיל לשחות 10 שניות אחרי איתן. יעקב התחיל לשחות 15 שניות אחרי איתן.
15 שניות אחרי שהתחיל יעקב לשחות, עברו כל השחיינים את אותו המרחק מתחילת הבריכה, אך עדיין לא הגיעו לסוף הבריכה.
מייד לאחר שהגיע גל לסוף הבריכה, הוא הסתובב והתחיל לשחות חזרה לתחילת הבריכה. בדרכו חזרה, הוא פגש את איתן במרחק של 4 מטרים מסוף הבריכה.

א. חשב את המהירות של כל אחד משלושת השחיינים.

ב. במרחק של כמה מטרים מסוף הבריכה נפגשו איתן ויעקב בפעם השנייה?

ביום ב' התחילו גל ויעקב את שחייתם באותו זמן בתחילת הבריכה, וכל אחד מהם שחה באותה מהירות שבה שחה ביום א'. כשהגיע כל אחד משני השחיינים לסוף הבריכה, הוא הסתובב מייד ושחה לכיוון תחילת הבריכה, וכשהגיע לשם, הסתובב שוב ושחה לכיוון סוף הבריכה, וחוזר חלילה.
שני השחיינים הפסיקו לשחות ברגע שהם נפגשו בתחילת הבריכה.

ג. כמה מטרים שחה יעקב ביום זה?

2) נתונה סדרה חשבונית A עולה שאיבריה הם: $a_1 , a_2 , a_3 , \ldots$ והפרשה d.
מסמנים ב- S_n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה A, לכל n טבעי.
מגדירים סדרה נוספת, B, שאיבריה הם: $b_1 , b_2 , b_3 , \ldots$.
איברי הסדרה B מקיימים: $b_n = S_{n+1} - S_n$ לכל n טבעי.

א. (1) האם הסדרה B היא סדרה חשבונית? נמק.
(2) האם הסדרה B זהה לסדרה A? נמק.

מסמנים ב- T_n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה B, לכל n טבעי.

ב. הוכח כי לכל n טבעי זוגי מתקיים:

$$T_n = \frac{(b_1+b_2)(b_1-b_2)+(b_3+b_4)(b_3-b_4)+\ldots+(b_{n-1}+b_n)(b_{n-1}-b_n)}{-d}.$$

נתון: $b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + \ldots + b_{39}^2 - b_{40}^2 = -95$

$T_5 = -20$.

ג. חשב את b_1 ואת d (אפשר להיעזר בסעיף ב).

מחברים בזה אחר זה את איברי הסדרה A הנמצאים במקומות האי-זוגיים, החל באיבר הראשון.

ד. מהו המספר המינימלי של איברים שיש לחבר באופן זה כדי שהסכום שיתקבל יהיה מספר חיובי ושלם? נמק.

3) בקופסה יש שלוש סוכריות בטעם תות ושתי סוכריות בטעם מנטה.
ליאור מוציא באקראי סוכרייה מן הקופסה. אם הסוכריה היא בטעם מנטה – הוא מחזיר אותה לקופסה, ואם היא בטעם תות – הוא אוכל אותה מייד.

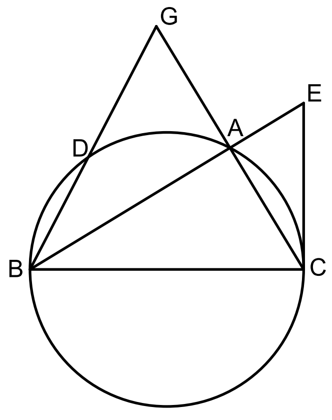
א. ליאור מוציא מן הקופסה שלוש סוכריות בזו אחר זו באופן המתואר בתחילת השאלה.
(1) חשב את ההסתברות שליאור יאכל בדיוק סוכרייה אחת.
(2) חשב את ההסתברות שליאור אכל את הסוכריה השנייה שהוא הוציא, אם ידוע כי ליאור אכל בדיוק סוכרייה אחת.

ב. ליאור מוציא מן הקופסה n סוכריות בזו אחר זו באופן המתואר בתחילת השאלה.
הבע בעזרת n את ההסתברות שליאור יאכל סוכרייה אחת לפחות.

ג. ליאור קיבל שתי קופסאות סוכריות, כל אחת מהן זהה לקופסה המתוארת בתחילת השאלה.
ליאור מוציא שלוש סוכריות מכל אחת משתי הקופסאות, באופן המתואר בתחילת השאלה.
חשב את ההסתברות שליאור יאכל בדיוק שלוש סוכריות, שלושתן מאותה קופסה.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) משולש ABC חסום במעגל שרדיוסו R (ראה סרטוט).
הצלע BC היא קוטר במעגל.
AG הוא המשך הצלע CA.
הקטע GB חותך את המעגל בנקודה D.
נתון: $GA = AC$.



א. הוכח כי הישר AB חוצה את $\sphericalangle GBC$.

ב. הוכח כי $\Delta GBC \sim \Delta GAD$.

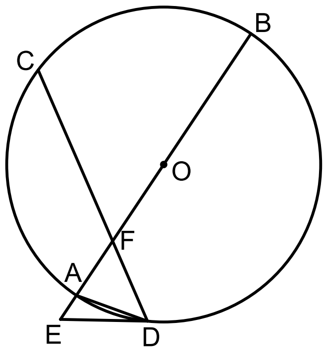
נתון כי: $\frac{S_{DBCA}}{S_{GAD}} = 15$.

ג. הבע באמצעות R את אורך הצלע AC.

דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל שחותך את המשך הקטע BA בנקודה E.

ד. חשב פי כמה גדול שטח המשולש CBE משטח המשולש ABC.

5) AB הוא קוטר במעגל שרדיוסו R ומרכזו O.
המיתר CD חותך את הקוטר AB בנקודה F.
המשיק למעגל בנקודה D חותך את המשך
הקוטר AB בנקודה E (ראה סרטוט).
נסמן: $\sphericalangle ADE=\alpha$.



א. הראה כי: $\sphericalangle BAD=90^\circ-\alpha$.
נתון כי: ED = FD.
ב. הבע באמצעות α את גודל $\sphericalangle CDA$.
ג. הבע באמצעות α ו- R את שטח המשולש AFD.
ד. (1) הבע באמצעות α את יחס השטחים $\frac{S_{AFD}}{S_{AED}}$.
(2) נתון כי: $\frac{S_{AFD}}{S_{AED}}=1+\sqrt{3}$. מצא את α.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x^2}{(x^3-m)^2}$, m הוא פרמטר חיובי.
א. הבע את תשובותיך באמצעות m אם יש צורך.
(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=-1$.
ב. מצא את הערך של m.
הצב בפונקציה $f(x)$ את הערך של m שמצאת וענה על הסעיפים ג-ה.
ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ה. נתונה הפונקציה: $g(x)=k\cdot f(x)$, k הוא פרמטר שלילי.
(1) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $g(x)$.
(2) דרך נקודת הקיצון השמאלית של $g(x)$ מעבירים אנך לציר ה- x.
נתון כי השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x הוא 1 (השטח שמימין לאנך). מצא את הערך של k.

7) נתונה הפונקציה: $f\left(x\right)=3x+2\cdot\sqrt{x^2-2x}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f\left(x\right)$.

(2) מצא את תחום ההגדרה של פונקצית הנגזרת $f\,'\left(x\right)$.

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקצית הנגזרת $f\,'\left(x\right)$.

(4) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף פונקצית הנגזרת $f\,'\left(x\right)$ עם ציר ה-x . בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

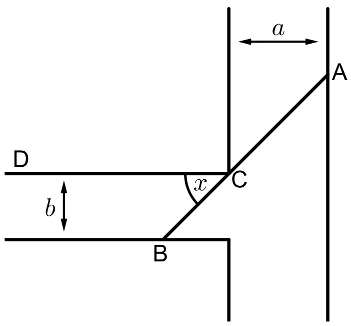
(5) סרטט סקיצה של גרף פונקצית הנגזרת $f\,'\left(x\right)$, אם ידוע כי לפונקצית הנגזרת $f\,'\left(x\right)$ אין נקודות קיצון.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f\left(x\right)$ וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f\left(x\right)$.

ג. האם ייתכן שישר שמשוואתו $y=4x+c$ (c פרמטר) ישיק לגרף הפונקציה $f\left(x\right)$? נמק.

8) תעלת מים ראשית ברוחב קבוע a מחוברת בניצב לתעלה משנית ברוחב קבוע b.
הנקודה C היא נקודת המפגש בין דופן של התעלה הראשית ובין דופן של התעלה המשנית (ראה סרטוט).



מהנדסת מתכננת סכר ישר, שיצא מן הנקודה A שבדופן התעלה הראשית, יעבור דרך הנקודה C ויגיע עד הנקודה B שבדופן התעלה המשנית.
הסכר ייצור זווית שגודלה x עם הדופן CD של התעלה המשנית, כמתואר בסרטוט.

א. הבע באמצעות a , b ו-x את אורך הסכר AB.

נתון כי: $a=2b$.

ב. מצא את x שבעבורו אורך הסכר AB יהיה מינימלי.

ג. ידוע כי האורך המינימלי של הסכר הוא 8. מצא את b .

תשובות סופיות:

1) א. איתן: 1 מטר לשנייה, גל: 1.5 מטר לשנייה, יעקב: 2 מטר לשנייה.

ב. $6\frac{2}{3}$ מטרים. ג. 400 מטרים.

2) א. (1). כן. (2). לא. ב. הוכחה. ג. $b_1=-5$, $d=\frac{1}{2}$.

ד. 14 איברים.

3) א. (1). 0.366. (2). 0.32787. ב. $1-\left(\frac{2}{5}\right)^n$. ג. 0.0128.

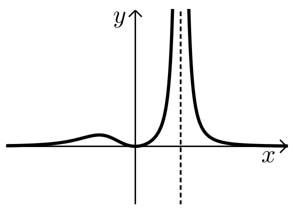
4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. $AC=\frac{1}{2}R$. ד. $\frac{16}{15}$.

5) א. הוכחה. ב. 3α. ג. $\frac{R^2\sin\alpha\sin2\alpha\sin3\alpha}{\cos2\alpha}$.

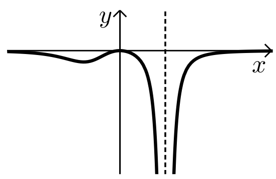
ד. (1). $\frac{\sin3\alpha}{\sin\alpha}$. (2). 15°.

6) א. (1). $x\neq\sqrt[3]{m}$. (2). $x=\sqrt[3]{m}$, $y=0$. ב. $m=2$.

ג. $\min(0,0)$, $\max\left(-1,\frac{1}{9}\right)$. ד.



ה. (1).

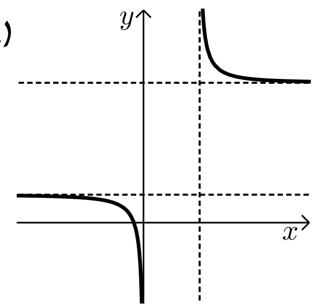


(2). $k=-18$.

7) א. (1). $x\geq2$ או $x\leq0$. (2). $x>2$ או $x<0$.

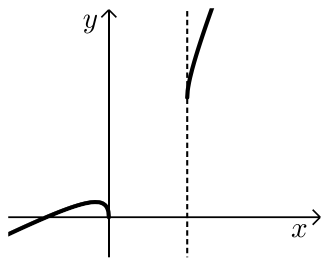
(3). $x=2$, $x=0$, $y=5$, $y=1$. (4). $(-0.342.0)$.

(5).



ב. (1). $\max(-0.342,0.764)$, $\min(2,6)$, $\min(0,0)$.

(2).



ג. לא.

8) א. $AB=\frac{b}{\sin x}+\frac{a}{\cos x}$. ב. $x=38.44^\circ$. ג. $b=1.922$

בגרות 2022 מועד חורף נבצרים:

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1) בין הבית של תמר ויואב לבין ביתו של דן יש שביל אופניים. לאורך שביל האופניים, בין שני הבתים, נמצא חדר כושר. המרחק בין חדר הכושר ובין הבית של תמר ויואב הוא 24 ק"מ. תמר יצאה מן הבית בשעה 6:00 ורכבה על אופניים במהירות קבועה לעבר ביתו של דן. בשעה 7:00 יצא יואב גם הוא מן הבית ורכב על אופניו לעבר ביתו של דן במהירות שגבוהה ב-5 קמ"ש ממהירות הרכיבה של תמר. בשעה 7:30 יצא דן מחדר הכושר ורכב על אופניו במהירות קבועה לעבר ביתו. תמר, יואב ודן רכבו שלושתם על אותו שביל אופניים. תמר השיגה את דן וחלפה על פניו בשעה 8:00. יואב ודן הגיעו שניהם לביתו של דן בשעה 9:15.

א. מצא את המהירות של כל אחד משלושת הרוכבים.

ב. מה היה המרחק בין יואב ובין דן כאשר תמר הגיעה לביתו של דן?

2) נתונה סדרה הנדסית A שאיבריה הם: $a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3\ ,\ \dots$ ומנתה היא q.

כל איברי הסדרה A שונים מאפס.

א. האם הסדרה: $\frac{1}{a_1}\ ,\ \frac{1}{a_2}\ ,\ \frac{1}{a_3}\ ,\ \dots$ היא סדרה הנדסית? הוכח את תשובתך.

ב. (1) מסמנים ב- S_n את הסכום של n האיברים הראשונים של הסדרה A (n טבעי).

הוכח כי לכל n מתקיים: $\frac{S_n}{a_1\cdot a_n}=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\dots+\frac{1}{a_n}$.

(2) נתון: $a_1=1\ ,\ q=3$.

סכום n האיברים הראשונים בסדרה A גדול פי 6561 מן

הסכום: $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\dots+\frac{1}{a_n}$.

מצא את n.

הסדרה B מתקבלת מן הסדרה A על ידי הפיכת הסימנים של האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה A.

איברי הסדרה B הם: $b_1\ ,\ b_2\ ,\ b_3\ ,\ \dots$.

נסמן ב- T_m את הסכום של m האיברים הראשונים של הסדרה B. נתון כי m הוא מספר טבעי אי-זוגי.

ג. נתונה נוסחה: $\frac{T_m}{b_1\cdot b_m}=\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}-\dots+\frac{1}{a_m}$.

קבע אם הנוסחה הנתונה נכונה. הוכח את תשובתך.

3) כדי להתקבל ללימודים במכללה מסוימת יש לעבור מבחן קבלה.
כל השאלות במבחן הן מתוך מאגר שיש בו n שאלות שונות. לנבחנים יש גישה למאגר והם יכולים להתכונן למבחן באמצעותו. ביום הבחינה, כל נבחן מוציא באקראי מתוך קופסה מלאה בפתקים שלושה פתקים בזה אחר זה, ללא החזרה. בכל אחד מן הפתקים כתובה שאלה אחת מתוך מאגר השאלות. מספר הפתקים שבקופסה שווה למספר השאלות שבמאגר, ובכל פתק כתובה שאלה אחרת. לאחר שהוציא הנבחן שלושה פתקים מן הקופסה וקרא את שלוש השאלות, הוא מחזיר את שלושת הפתקים לקופסה.
הנבחן יתקבל למכללה אם הוא יענה נכון על שתי שאלות לפחות מתוך שלוש השאלות שבפתקים שהוא הוציא.
נתנאל התכונן למבחן באמצעות מאגר השאלות. הוא ידע לענות נכון רק על 20 שאלות מתוך n השאלות שבמאגר. על שאר השאלות הוא לא ידע לענות נכון.
ידוע כי ההסתברות של נתנאל לענות נכון על שאלה אחת לפחות מבין שתי השאלות שבשני הפתקים הראשונים שהוא הוציא היא $\frac{34}{69}$.

א. (1) מצא את n.
(2) מהי ההסתברות שנתנאל יתקבל למכללה?

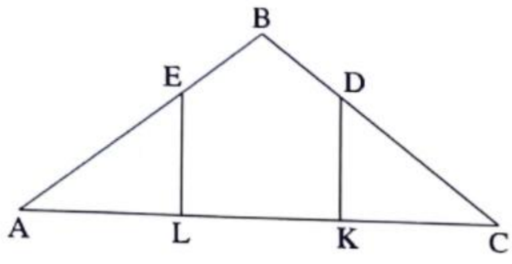
ב. אם ידוע כי נתנאל התקבל למכללה, מהי ההסתברות שהוא לא ענה נכון על השאלה שבפתק הראשון שהוא הוציא?

רמי התכונן גם הוא למבחן באמצעות מאגר השאלות. הוא ידע לענות נכון על 40 שאלות מתוך n השאלות שבמאגר. על שאר השאלות הוא לא ידע לענות נכון.

ג. האם ההסתברות שרמי יענה נכון על כל שלוש השאלות שבפתקים שהוא הוציא באקראי גדולה פי 2 מן ההסתברות שנתנאל יענה נכון על כל שלוש השאלות שבפתקים שהוא הוציא באקראי? נמק את תשובתך.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) בציור שלפניך מתואר משולש שווה-שוקיים ABC , $BA = BC$.
מנקודה D הנמצאת על השוק BC הורידו אנך לבסיס, והוא חותך אותו בנקודה K.
מנקודה E הנמצאת על השוק BA הורידו אנך לבסיס, והוא חותך אותו בנקודה L.
נתון: $AL = LK = KC$.



א. חשב את: $\frac{BD}{DC}$.

הקטעים DL ו-EK נפגשים בנקודה G.

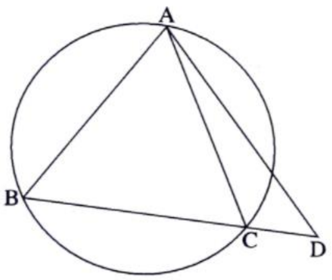
ב. הוכח כי המרובע BDGE הוא דלתון.

נתון: $AC = 45$.
היקף המרובע EDKL הוא 54.

ג. חשב את אורך הקטע BG.

ד. האם קיימת נקודה F שנמצאת על הישר BG שעבורה המרובע BDFE הוא בר-חסימה במעגל? נמק את תשובתך.

5) בציור שלפניך מתואר משולש שווה-שוקיים ABC , $AB=AC$, שחסום במעגל שרדיוסו R.
האריכו את הבסיס BC עד לנקודה D והעבירו ישר מנקודה D לנקודה A.
נתון: $\sphericalangle BAC=2\alpha$, $\sphericalangle CAD=\alpha$.



א. הוכח כי רדיוס המעגל החוסם את משולש ABD שווה לרדיוס המעגל החוסם את משולש ACD.

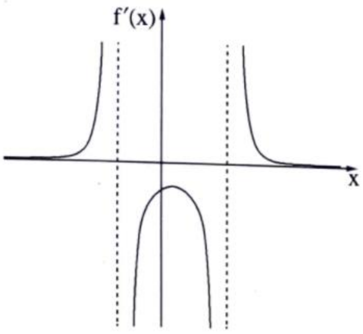
ב. הבע את שטח משולש ACD באמצעות R ו- α .

נסמן ב-m את היחס בין שטח המשולש ACD לבין שטח המשולש ABC.

ג. (1) האם ייתכן כי $m=0.5$? נמק את תשובתך.
(2) נתון כי $m=0.6$. מצא את גודלי זוויות המשולש ABC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6) נתונה פונקציה $f(x)$ המוגדרת בתחום: $x<b$, $b<x<c$, $c<x$ וגזירה בכל תחום הגדרתה. בסרטוט שלפניך מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד ושלוש אסימפטוטות המאונכות לצירים: $y=0$, $x=b$, $x=c$.
שיעור ה-x של נקודת הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ הוא a. a, b ו-c הם פרמטרים.

א. הבע את תשובותיך באמצעות a, b ו-c, אם יש צורך.
(1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
(2) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה $(\cup)$ ואת תחומי הקעירות כלפי מטה $(\cap)$ של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודה $(a,0)$.

ב. סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון גם כי: $f(x)=\dfrac{18-36x}{\left(x^2-x-6\right)^2}$.

ג. מצא את a, b ו-c.

ד. (1) הראה כי בתחום $b<x<c$ מתקיים: $f'(x)\cdot\left(f(x)\right)^2\le 0$.
(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה: $f'(x)\cdot\left(f(x)\right)^2$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישרים $x=0$ ו- $x=2a$.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=\tan(x)+\frac{1}{x}$.

ענה על הסעיפים א-ב בעבור התחום: $0\le x\le\frac{3\pi}{2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה-x.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בתחום הנתון בנקודה אחת בלבד ששיעוריה $(2.798,0)$ בקירוב.

ב. מצא את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של הפונקציה $f(x)$.

נתונה גם הפונקציה: $g(x)=\frac{\cos(x)}{x}$, המוגדרת לכל $x\ne0$.

ג. האם הפונקציה $g(x)$ היא זוגית, אי-זוגית, או לא זוגית ולא אי-זוגית? הוכח את תשובתך.

ד. (1) הראה כי בתחום: $0\le x\le\frac{3\pi}{2}$ שיעור ה-x של אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ שווה לשיעור ה-x של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x, וקבע את סוגה של נקודת קיצון זו.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום: $-\frac{3\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$.

8) חותכים חוט שאורכו k לשני חלקים.
מחלק אחד של החוט יוצרים משולש שווה-צלעות ומן החלק האחר יוצרים מעגל.
נסמן ב-x את אורך צלע המשולש.

א. הבע באמצעות k את תחום ההגדרה של x.

ב. הבע באמצעות k את אורך צלע המשולש, שעבורו סכום השטחים של שתי הצורות הוא מינימלי.

ג. הראה כי כאשר סכום השטחים של שתי הצורות הוא מינימלי, אי אפשר לחסום את המשולש שהתקבל במעגל שהתקבל.

תשובות סופיות:

1) א. תמר – 15 קמ"ש, יואב – 20 קמ"ש, דן – 12 קמ"ש. ב. 2 ק"מ.

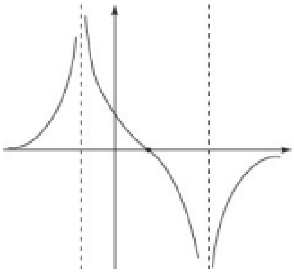
2) א. כן. ב. (1). הוכחה. (2). $n=9$ ג. הנוסחה נכונה.

3) א. (1). $n=70$ (2). $\frac{6}{391}$ ב. $\frac{25}{84}$
ג. ההסתברות אינה גדולה פי 2.

4) א. $\frac{1}{2}$ ב. הוכחה. ג. 12 ד. כן.

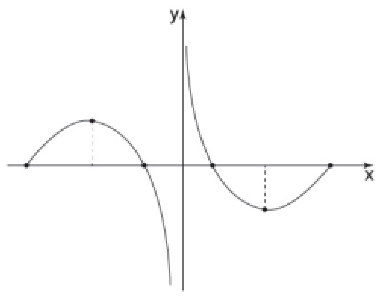
5) א. הוכחה. ב. $R^2\cos^2\alpha\tan 2\alpha$ ג.(1). לא יתכן. (2). $73.22°\ ,\ 33.56°$

6) א. (1). עליה: $x>c$ או $x<b$, ירידה: $b<x<c$.
(2). $\cup$: $x<b$ או $b<x<a$, $\cap$: $a<x<c$ או $c<x$. ב. להלן סרטוט:



ג. $a=\frac{1}{2}\ ,\ b=-2\ ,\ c=3$ ד. (1). הוכחה.
(2). $\frac{1}{12}$

7) א. (1). $\frac{\pi}{2}<x<\frac{3\pi}{2}$ או $0<x<\frac{\pi}{2}$ (2). $x=0\ ,\ x=\frac{\pi}{2}\ ,\ x=\frac{3\pi}{2}$
ב. תחומי החיוביות של $f(x)$: $2.798<x<\frac{3\pi}{2}$ או $0<x<\frac{\pi}{2}$,
תחומי השליליות של $f(x)$: $\frac{\pi}{2}<x<2.798$.
ג. $g(x)$ הינה פונקציה אי-זוגית. ד. (1). הוכחה. סוג הקיצור: מינימום.
(2). להלן סרטוט:



8) א. $0<x<\frac{k}{3}$ ב. $0.21k$ ג. הוכחה.

בגרות 2022 מועד קיץ א':

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1) מכונית יצאה מבאר שבע לחיפה במהירות קבועה v_1.
באותו הזמן בדיוק יצאה משאית מחיפה לבאר שבע במהירות קבועה v_2.
המרחק בין חיפה לבאר שבע הוא 210 ק"מ.
המשאית נעצרה בצד הדרך עקב תקלה, לפני שחלפה המכונית על פניה.
באותו הזמן המרחק בין המשאית לבין המכונית היה 98 ק"מ.

א. הביעו באמצעות v_1 ו- v_2 את הזמן שחלף מרגע תחילת הנסיעה ועד שנעצרה המשאית בצד הדרך.

זמן שהיית המשאית בצד הדרך היה גדול פי 1.5 מן הזמן שחלף מרגע יציאתה מחיפה עד לרגע עצירתה. המשאית יצאה שוב לדרך באותה המהירות, v_2, בדיוק ברגע שבו חלפה המכונית על פניה.

ב. מצאו את היחס בין מהירות המכונית לבין מהירות המשאית.

140 דקות לאחר שיצאה המשאית שוב לדרך, היא הגיעה לבאר שבע.

ג. מצאו את מהירות המכונית ואת מהירות המשאית.

2) סדרה I היא סדרה הנדסית אין-סופית שאיבריה הם: $a_1,\ a_2,\ a_3,\ \dots$ ומנתה היא: $9\cdot r^2$.

נתון: $0<r<\frac{1}{3}$. בין כל שני איברים בסדרה I הכניסו איבר נוסף, ונוצרה סדרה הנדסית חדשה יורדת, סדרה II, שאיבריה הם: $b_1,\ b_2,\ b_3,\ \dots$ ומנתה היא q.

א. (1) הביעו את q באמצעות r.

(2) הסבירו מדוע שתי הסדרות I ו-II מתכנסות.

נתון כי סכום סדרה II גדול פי $\frac{4}{3}$ מסכום סדרה I.

ב. חשבו את q.

נתון כי סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה II הוא 15.

ג. מצאו את סכום כל האיברים של סדרה II במקומות שמתחלקים ב-5 $(b_5,\ b_{10},\ b_{15},\ \dots)$.

ד. מצאו בסדרה II את היחס בין האיבר החמישי לבין סכום כל האיברים שאחרי איבר זה.

ה. הוכיחו כי בכל סדרה הנדסית מתכנסת היחס בין איבר כלשהו לבין סכום כל האיברים שאחריו אינו תלוי במיקום של האיבר בסדרה.

3) נטע משחקת במשחק מסוים. במשחק זה יש בדיוק שלוש תוצאות אפשריות: ניצחון, תיקו והפסד.
ההסתברות שנטע תנצח במשחק גדולה פי 3 מן ההסתברות שהיא תפסיד במשחק.
נסמן ב- p את ההסתברות שנטע תפסיד במשחק $(p>0)$.
בשאלה כולה תוצאות המשחקים אינן תלויות זו בזו.
נתון שאם נטע משחקת 2 משחקים בזה אחר זה, ההסתברות שהיא תנצח במשחק אחד לפחות היא $4.5p$.

א. מצאו את הערך של p.

נטע שיחקה 5 משחקים בזה אחר זה.

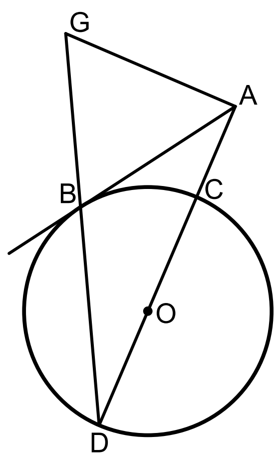
ב. מצאו את ההסתברות שנטע תנצח ב-3 משחקים לפחות.

ג. מצאו את ההסתברות שנטע תנצח בשלושת המשחקים הראשונים לפחות.

ד. (1) מצאו את ההסתברות שנטע לא תפסיד בשום משחק.
(2) ידוע כי נטע הפסידה במשחק אחד לפחות.
מהי ההסתברות שהיא ניצחה בשלושת המשחקים הראשונים וקיבלה תוצאת תיקו במשחק האחרון?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) נתון מעגל שרדיוסו R ומרכזו O.
מנקודה A שמחוץ למעגל יוצאים שלושה ישרים:
הישר AB משיק למעגל בנקודה B,
הישר AD עובר דרך מרכז המעגל O וחותך את המעגל בנקודות C ו-D,
והישר AG מאונך לישר AD (ראו סרטוט).
הנקודות: D, B ו-G נמצאות על ישר אחד, כמתואר בסרטוט.
נסמן: $\sphericalangle ADB=\alpha$.



א. הביעו את כל זוויות המשולש ABG באמצעות α.

ב. הוכיחו: $\frac{AB}{AC}=\frac{DB}{BC}$.

נתון: $AC=\frac{1}{2}DC$, $AG=7$.

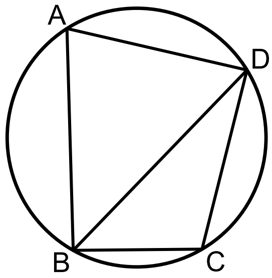
ג. חשבו את R.

נסמן ב-S את שטח המשולש BDC.

ד. (1) הוכיחו: $\Delta ADG\sim\Delta BDC$.
(2) הביעו את שטח המשולש ADG באמצעות S.

5) מרובע ABCD חסום במעגל שרדיוסו R ומרכזו O (ראו סרטוט).

נסמן: $\sphericalangle DAB=\alpha$, α היא זווית חדה.



א. הביעו את אורך האלכסון BD באמצעות α ו-R.

נתון: $BC=R$, $CD=R\sqrt{2}$.

ב. חשבו את α .

נתון: BD הוא חוצה זווית ABC.

ג. חשבו את גודל הזווית ABD.

נסמן ב- h_1 את הגובה שיורד מקודקוד A במשולש ABD,

וב- h_2 את הגובה שיורד מקודקוד O במשולש BOD.

ד. חשבו את $\frac{h_1}{h_2}$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6) נתונה הפונקציה: $f\left(x\right)=3x+\frac{3}{x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f\left(x\right)$.

(2) האם הפונקציה $f\left(x\right)$ היא זוגית, אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית? הוכיחו את התשובה.

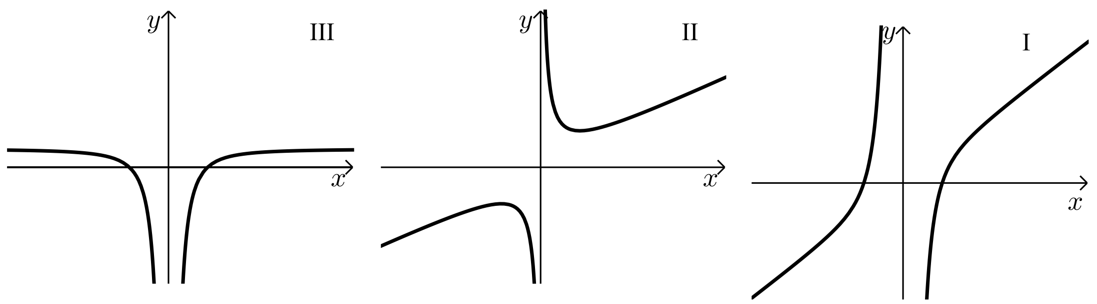
(3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f\left(x\right)$.

נתונות שתי פונקציות: $f'\left(x\right)$ ו- $g\left(x\right)$.

$f'\left(x\right)$ היא פונקציית הנגזרת של $f\left(x\right)$, ו-$g\left(x\right)$ מקיימת: $g\left(x\right)=f\left(x\right)\cdot f'\left(x\right)$.

הפונקציות $f'\left(x\right)$ ו- $g\left(x\right)$ מוגדרות באותו התחום כמו הפונקציה $f\left(x\right)$.

ב. כל אחד מן הגרפים I-III שלפניכם מתאר את אחת הפונקציות: $f\left(x\right)$, $f'\left(x\right)$ ו- $g\left(x\right)$.
לכל אחת מן הפונקציות כתבו איזה גרף מתאר אותה. נמקו את התשובה.



ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה-x.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה-x

ועל ידי הישרים: $x=\frac{1}{2}$ ו- $x=2$.

ה. נתון: $1<a$ הוא פרמטר. חשבו את: $\int_{\frac{1}{a}}^{a} g(x)dx$.

נתונה הפונקציה: $h(x)=\int_{1}^{x} f'(t)dt$. נתון כי הפונקציה $h(x)$ מוגדרת בתחום $1\le x$.

ו. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $h(x)$, וקבעו את סוגה.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{2(\cos x)^2+\sin 2x}{2\cos x}$, בתחום: $0\le x\le 2\pi$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) הסבירו מדוע לפונקציה $f(x)$ אין אסימפטוטות המאונכות לציר ה-x.

(3) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. (1) הראו כי לכל x בתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$

מתקיים: $f'(x)=\cos x-\sin x$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) t הוא מספר. מצאו את כל ערכי t שבעבורם יש למשוואה: $f(x)=t$

פתרון יחיד (בתחום: $0\le x\le 2\pi$).

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה-x

ועל ידי שני הישרים: $x=\frac{3}{4}\pi$ ו- $x=\frac{5}{4}\pi$.

8) נתונות שתי פונקציות: $f(x)=x^3$, $g(x)=\sqrt{f(x)}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $g(x)$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$, והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה-x.

נתון כי שיעור ה-x של הנקודה A נמצא בין שיעורי ה-x של נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הפונקציה $g(x)$. נסמן ב-p את שיעור ה-x של הנקודה A.

p הוא פרמטר.

ב. הביעו באמצעות p את אורך הקטע AB.

ג. הנקודה O היא ראשית הצירים. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OAB.

ד. האם השטח המקסימלי של המשולש OAB מתקבל כאשר אורך הקטע AB הוא מקסימלי? נמקו את התשובה.

תשובות סופיות:

1) א. $t=\frac{112}{v_1+v_2}$ ב. 1.4   ג. משאית: 70 קמ"ש, מכונית: 98 קמ"ש.

2) א. (1) $q=3r$ א. (2) הסבר.   ב. $q=\frac{1}{3}$ ג. $S=\frac{60}{121}$
ד. 2.   ה. הוכחה.

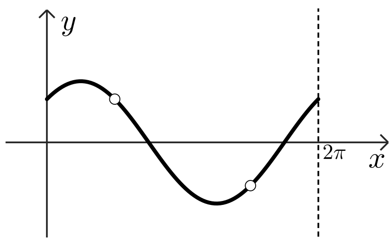
3) א. $p=\frac{1}{6}$ ב. 0.5.   ג. 0.125.   ד. (1) $\frac{3125}{7776}=0.4188$
ד. (2) $\frac{54}{4651}=0.012$.

4) א. $\sphericalangle BAG=2\alpha$, $\sphericalangle ABG=90°-\alpha$, $\sphericalangle AGB=90°-\alpha$
ב. הוכחה.   ג. $R=\frac{7}{\sqrt{3}}$ ד. (1) הוכחה.   ד. (2) $S_{ADG}=3S$.

5) א. $BD=2R\sin\alpha$ ב. $\alpha=75°$ ג. $\sphericalangle ABD=45°$
ד. $\frac{h_1}{h_2}=3+\sqrt{3}\approx 4.732$.

6) א. (1) $x\neq 0$ א. (2) הפונקציה היא אי-זוגית.
א. (3) עולה: $x>1$, $x<-1$, יורדת: $0<x<1$, $-1<x<0$.
ב. $g(x)\rightarrow \text{I}$, $f'(x)\rightarrow \text{III}$, $f(x)\rightarrow \text{II}$
ג. $(-1,0)$, $(1,0)$ ד. $S=20.25$ ה. 0   ו. $\min(1,0)$.

7) א. (1) $\frac{3\pi}{2}<x\le 2\pi$, $\frac{\pi}{2}<x<\frac{3\pi}{2}$, $0\le x<\frac{\pi}{2}$ א. (2) הסבר.
א. (3) $\left(\frac{7\pi}{4},0\right)$, $\left(\frac{3\pi}{4},0\right)$, $(0,1)$ ב. (1) הוכחה.
ב. (2) $\max(2\pi,1)$, $\min\left(\frac{5\pi}{4},-\sqrt{2}\right)$, $\max\left(\frac{\pi}{4},\sqrt{2}\right)$, $\min(0,1)$
ג. (1) להלן סקיצה: ג. (2) $t=\sqrt{2}$, $t=-\sqrt{2}$, $t=-1$



ד. $S=\sqrt{2}=1.414$.

8) א. (1) $f(x)$: כל x , $g(x)$: $x\ge 0$ א. (2) $(1,1)$, $(0,0)$
ב. $AB^2=p-p^2$ ג. $S_{max}=\frac{128}{3125}=0.04096$ ד. לא.

בגרות 2022 מועד קיץ ב':

ענה על חמש מן השאלות 8-1 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1) ארבעה רצים משתתפים במרוץ שליחים במסלול שאורכו 1,440 מטר.
המסלול מחולק ל-4 מקטעים שווים ובתחילת כל מקטע עומד אחד מן הרצים.
כאשר נשמעת יריית הזינוק הרץ הראשון יוצא לדרך.
מייד כשהוא מגיע לסוף המקטע הראשון, הרץ השני יוצא לדרך,
וכך הלאה עד שהרץ הרביעי מגיע לסוף המקטע שלו.
מהירות הרץ השני גדולה פי 1.5 ממהירות הרץ הראשון.
מהירות הרץ השלישי קטנה פי 2 ממהירות הרץ השני,
ומהירות הרץ הרביעי שווה למהירות הרץ השלישי.
המהירות של כל אחד מן הרצים קבועה לאורך המקטע שלו.
ארבעת הרצים השלימו יחד את המסלול כולו בשלוש דקות ו-54 שניות סך הכול.

א. מצאו את מהירות הריצה של כל אחד מן הרצים.

הרץ השלישי והרץ הרביעי התאמנו כדי להגדיל את מהירות הריצה שלהם.
כעבור זמן שוב השתתפו ארבעת הרצים במרוץ שליחים, באותו המסלול.
כל אחד מהם רץ באותו מקטע שבו רץ בפעם הקודמת.
סך זמן הריצה של הרץ השלישי והרץ הרביעי היה גדול פי 1.5 מסך זמן הריצה של שני הרצים הראשונים.
הרץ הראשון והרץ השני רצו באותה המהירות שבה רצו בפעם הקודמת.
הרץ השלישי עבר כל 100 מטר ב-2.5 שניות פחות מן הרץ הרביעי.

ב. (1) מצאו בכמה שניות זמן הריצה של הרץ השלישי קטן מזמן הריצה של הרץ הרביעי.

(2) האם כל אחד משני הרצים האלה, השלישי והרביעי, הגדיל את מהירות הריצה שלו? נמקו את התשובה.

2) נתונה סדרה הנדסית אין-סופית A שהאיבר הכללי שלה הוא a_n ומנתה היא q.

א. הוכיחו כי לכל n טבעי מתקיים: $a_1 \cdot a_{2n} = a_n \cdot a_{n+1}$.

בעבור $2k$ האיברים הראשונים בסדרה A מתקיים כי מכפלת שני האיברים האמצעיים בסדרה שווה: $10,935 \cdot a_1$.

נתון: $a_{2k-2} = 1,215$.

ב. מצאו את q (שתי אפשרויות).

נתון: $a_1 = 5$.

ג. (1) קבעו אם הסדרה A היא סדרה עולה, סדרה יורדת או סדרה לא עולה ולא יורדת. נמקו את התשובה.

(2) מצאו את k.

מן הסדרה A בונים את הסדרה האין-סופית B באופן הזה: $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \ldots$.

ד. הוכיחו שהסדרה B היא סדרה הנדסית.

בסדרה B מחליפים את הסימן של כל האיברים במקומות האי-זוגיים כך שמתקבלת הסדרה C שלפניכם: $-\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, -\frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \ldots$.

ה. מצאו את סכום הסדרה C.

3) בעיר גדולה בישראל נערך סקר ובו נבדקה רמת השליטה בשפה האנגלית בקרב תושבי העיר. בסקר השתתפו אנשים רבים – מבוגרים וצעירים.

בסקר נמצא שמספר המבוגרים ששולטים באנגלית גדול פי 3 ממספר הצעירים ששולטים בה, ומספר המבוגרים שלא שולטים באנגלית גדול פי $2\frac{2}{3}$ ממספר המבוגרים ששולטים בה. נסמן ב-p את ההסתברות לבחור באקראי צעיר ששולט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר.

א. מצאו את ההסתברות לבחור באקראי מבוגר ששולט באנגלית מבין כלל המבוגרים שהשתתפו בסקר.

ב. בוחרים באקראי שלושה מבוגרים מבין המבוגרים שהשתתפו בסקר. מצאו את ההסתברות שבדיוק שניים מהם שולטים באנגלית.

ג. (1) הביעו באמצעות p את ההסתברות לבחור באקראי צעיר שלא שולט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר.

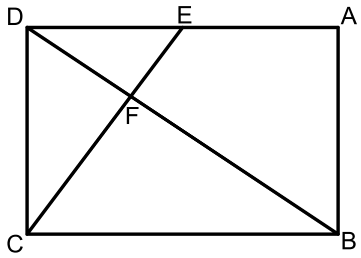
(2) הראו כי תחום הערכים האפשרי בעבור p הוא: $0 < p < \frac{1}{12}$.

ידוע כי ההסתברות לבחור באקראי מבוגר מבין משתתפי הסקר שלא שולטים באנגלית שווה להסתברות לבחור באקראי צעיר מבין משתתפי הסקר שלא שולטים באנגלית.

ד. מצאו את הערך של p.

ה. האם המאורעות "לשלוט באנגלית" ו"להיות מבוגר" תלויים זה בזה? נמקו את תשובתכם.

4) במלבן ABCD, הנקודה E נמצאת על הצלע AD.
הקטע CE חותך את האלכסון BD בנקודה F.
המרובע EABF הוא בר חסימה במעגל.



א. הוכיחו: $\Delta BFC \sim \Delta DAB$.
נתון: $DE = EA$.

ב. חשבו את היחס $\frac{EF}{FC}$.

נסמן את שטח המשולש DEF ב-S.

ג. הביעו את שטחי המשולשים DFC ו-BFC באמצעות S.

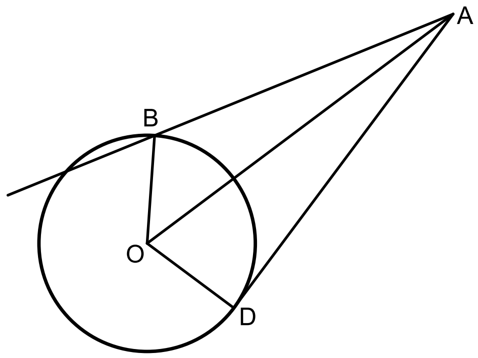
ד. חשבו את יחס הדמיון בין המשולש DAB ובין המשולש BFC.

נסמן: $DE = a$.

ה. (1) הביעו את אורך האלכסון BD באמצעות a.
(2) הביעו את קוטר המעגל החוסם את המרובע EABF באמצעות a.

5) נתון מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R.
מנקודה A, שמחוץ למעגל, העבירו ישר שמשיק למעגל בנקודה D וישר אחר,
שחותך את המעגל בנקודה B כמתואר בסרטוט.
נסמן: $\sphericalangle AOD = \alpha$, $\sphericalangle AOB = \beta$.

א. הביעו באמצעות α, β ו-R, אם יש צורך, את:
(1) אורך הקטע AO.
(2) אורך הקטע AB.



נתון: $AB = \sqrt{2}R$.

ב. הוכיחו כי: $\cos\beta = \frac{\sin^2\alpha}{2\cos\alpha}$.

משולש ADO חסום במעגל אחר, שרדיוסו r.

נתון: $\frac{R}{r} = \frac{2\sqrt{7}}{5}$.

ג. מצאו את גודלי הזוויות α ו- β.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x^2-9}{\sqrt{x+a}}$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ אין אסימפטוטות מאונכות לצירים.

ב. (1) מצאו את a.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונות הפונקציות: $g(x)=-f(x+2)$, $h(x)=|f(x)|$.

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$.

(2) האם שיעור ה-y של נקודת המקסימום של הפונקציה $g(x)$ גדול משיעור ה-y של נקודת המקסימום של הפונקציה $h(x)$, קטן ממנו או שווה לו? נמקו את התשובה.

נתון כי: $\int_{-3}^{k} g(x)dx=\int_{-1}^{3} h(x)dx$, $k>-3$.

ד. מצאו את k. הסבירו את התשובה.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=\sin^2(x)-\cos^2(x)-1$, המוגדרת לכל x.

א. האם הפונקציה $f(x)$ זוגית? נמקו.

ב. הוכיחו כי לכל x מתקיים: $-2\le f(x)\le 0$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים בתחום: $-\pi\le x\le\pi$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום: $-\pi\le x\le\pi$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=f(2x)$, המוגדרת לכל x.

ה. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ בתחום $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$, וקבעו את סוגן.

ו. נתון כי: $\int_{0}^{\frac{\pi}{8}}\left(g'(x)-f'(x)\right)dx=S$.

הביעו באמצעות S את: $\int_{-\frac{\pi}{8}}^{0}\left(g'(x)-f'(x)\right)dx$. הסבירו את התשובה.

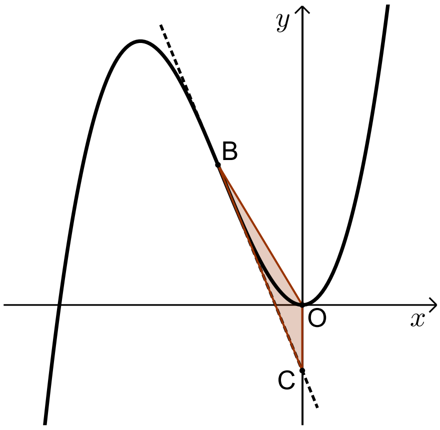
8) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^3+4x^2$, המוגדרת לכל x.

הנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע השני (ראו סרטוט).

מן הנקודה B מעבירים משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

המשיק חותך את ציר ה-y בנקודה C.

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה B.



א. הביעו באמצעות t את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה B.

ידוע כי הנקודה C נמצאת מתחת לציר ה-x.

ב. מהו תחום הערכים של t?

הנקודה O היא ראשית הצירים.

ג. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OBC.

תשובות סופיות:

1) א. רץ ראשון: $6\frac{2}{3}\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, רץ שני: $10\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. רץ שלישי ורביעי: $5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

כאשר $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ = מטר לשנייה.

ב. (1) 9 שניות. ב. (2) השלישי הגדיל את מהירותו, הרביעי לא הגדיל.

2) א. הוכחה. ב. $q=3$, $q=-3$ ג. (1) עולה ג. (2) $k=4$.

ד. הוכחה. ה. $S_C=-\frac{3}{20}$.

3) א. $\frac{3}{11}$ ב. $\frac{216}{1331}$ ג. (1) $1-12p$ ג. (2) הוכחה.

ד. $p=\frac{1}{20}$ ה. תלויים.

4) א. הוכחה. ב. 0.5. ג. $S_{BFC}=4S$, $S_{DFC}=2S$

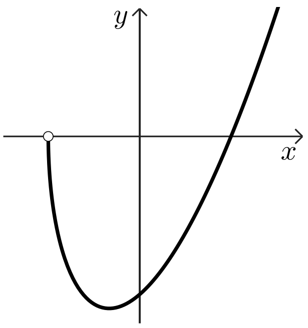
ד. $\sqrt{1.5}$ ה. (1) $\sqrt{6}\cdot a$ ה. (2) $\sqrt{3}\cdot a$.

5) א. (1) $AO=\frac{R}{\cos\alpha}$ א. (2) $AB=R\sqrt{1+\frac{1}{\cos^2\alpha}-\frac{2\cos\beta}{\cos\alpha}}$

ב. הוכחה. ג. $\alpha=58.05°$, $\beta=47.13°$.

6) א. $x>-a$ ב. (1) $a=3$ ב. (2) $(3,0)$, $\left(0,-3\sqrt{3}\right)$

ב. (3) $\min\left(-1,-4\sqrt{2}\right)$ ב. (4) להלן סקיצה:

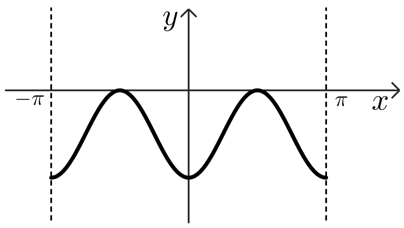


ג. (1) $g(x):x>-5$, $h(x):x>-3$

ג. (2) שווה לו. ד. $k=1$.

7) א. זוגית. ב. הוכחה.

ג. $\left(\frac{\pi}{2},0\right)$, $\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$, $(0,-2)$. ד. להלן סקיצה:



ה. $\min\left(\frac{\pi}{2},-2\right)$, $\max\left(\frac{\pi}{4},0\right)$, $\min(0,-2)$, $\max\left(-\frac{\pi}{4},0\right)$, $\min\left(-\frac{\pi}{2},-2\right)$

ו. $-S$.

8) א. $y=\left(3t^2+8t\right)x-2t^3-4t^2$ ב. $-2<t<0$ ג. $S_{OBC}=\frac{27}{16}$.