שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 42

פתרון בוידאו של בחינות 2022

חורף 1
מועד נבצרים 6
קיץ מועד א 11
קיץ מועד ב 16

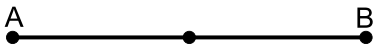
בגרות חורף 2022:

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

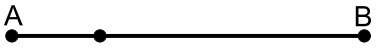
1) אורי ודוד רצו לאורך מסלול ישר AB.
כל אחד מהם רץ במהירות קבועה.
ביום ראשון הם התחילו לרוץ יחד מאמצע המסלול AB:



אורי רץ מאמצע המסלול לנקודה B, ואילו דוד רץ מאמצע המסלול לנקודה A.
אורי הגיע לנקודה B אחרי 40 דקות, ודוד הגיע לנקודה A אחרי שעה.
נסמן ב- x את המהירות של דוד (בקמ"ש).

א. הבע את המהירות של אורי באמצעות x.

ביום שני הם התחילו לרוץ יחד מנקודה C הנמצאת על המסלול AB:



אורי רץ מן הנקודה C לנקודה B, ואילו דוד רץ מן הנקודה C לנקודה A.
אורך AC הוא 4.5 ק"מ.
אורי הגיע לנקודה B חצי שעה אחרי שדוד הגיע לנקודה A.
כל אחד מהם רץ באותה המהירות שבה הוא רץ ביום ראשון.

ב. מצא את אורך המסלול AB.

2) הנקודה M היא מרכז המעגל שמשוואתו: $(x-4)^2+(y-3)^2=10$.
הישר $y=2x$ חותך את המעגל בנקודות A ו-B, כמתואר בסרטוט שלפניך.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

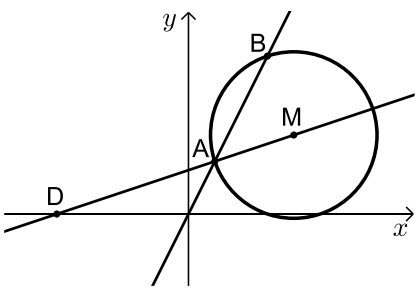
הישר AM חותך את ציר ה- x בנקודה D (ראה סרטוט).

ב. מצא את שיעורי הנקודה D.

ג. הוכח כי BM מאונך ל-DM.

ד. האם הישר DB משיק למעגל? נמק.

ה. חשב את שטח המשולש ABD.



3) במרכז הקהילתי יש שני חוגים בלבד: חוג כדורגל וחוג טניס.
אפשר להשתתף בחוג אחד בלבד מבין שני החוגים האלה.
סך כל הבנים המשתתפים בשני החוגים האלה זהה לסך כל הבנות המשתתפות בהם. 80% מן הבנים משתתפים בחוג כדורגל.
מספר הבנות המשתתפות בחוג טניס גדול פי 3 ממספר הבנות המשתתפות בחוג כדורגל. בוחרים באקראי משתתף בחוגים (בן או בת).

א. מהי ההסתברות שנבחר בן המשתתף בחוג כדורגל?

ב. אם ידוע שנבחר משתתף בחוג טניס, מהי ההסתברות שנבחר בן?

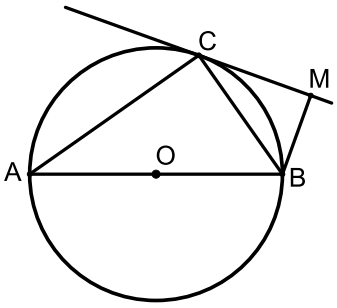
ידוע כי בשני החוגים במרכז הקהילתי יש 200 משתתפים (בנים ובנות) סך הכל.

ג. (1) כמה משתתפים סך הכל (בנים ובנות) יש בחוג טניס?

(2) מבין כל המשתתפים בחוגים (בנים ובנות) בוחרים באקראי שניים בזה אחר זה (ללא החזרה).
מהי ההסתברות ששניהם משתתפים בחוג טניס?
דייק 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) בסרטוט שלפניך מתואר מעגל שמרכזו בנקודה O. AB הוא קוטר במעגל.
דרך הנקודה C שעל המעגל, העבירו משיק למעגל.
מן הנקודה B העבירו אנך למשיק, החותך אותו בנקודה M, כמתואר בסרטוט.



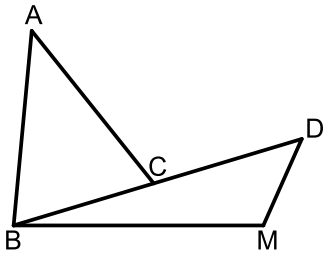
א. הוכח: $\sphericalangle MBC = \sphericalangle CBA$.

ב. הוכח: $BC^2 = AB \cdot BM$.

דרך מרכז המעגל, O, העבירו ישר מקביל ל-BC.
ישר זה חותך את AC בנקודה E.
נתון: שטח המשולש ABC גדול פי 3.24 משטח המשולש CBM, $OE = 5$.

ג. מצא את AB.

5) בסרטוט שלפניך מתוארים משולש BDM ומשולש ABC.
הנקודה C היא אמצע הצלע BD.



נתון: שטח המשולש ABC הוא 27.8,
$AB = 10$, $\sphericalangle BAC = 44°$.

א. מצא את אורך הצלע AC.

ב. מצא את אורך הצלע BC.

נתון: $BM = 11.4$, $\sphericalangle BDM = 50°$, $\sphericalangle BMD > 90°$.

ג. מצא את גודל הזווית BMD.

מן הנקודה A העבירו חוצה זווית BAC החותך את הצלע BM בנקודה F.

ד. מצא את גודל זוויות המשולש AFB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{4}{4x^2-1}+b$, b הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה (אם צריך, הבע באמצעות b).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הישר $y=-2$ משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה.

ג. מצא את b.

הצב את b שמצאת בסעיף ג בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ד-ו.

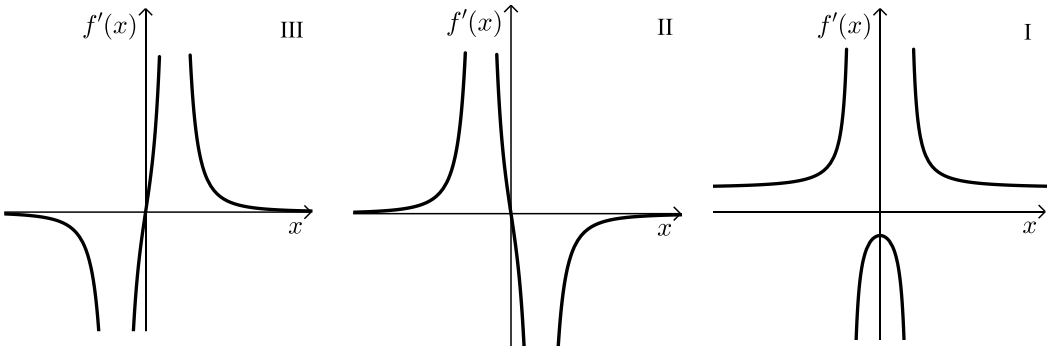
ד. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים I-III שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.

ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=\frac{1}{3}$, ועל ידי ציר ה-x.



7) נתונה הפונקציה: $f(x)=x\cdot\sqrt{x+18}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

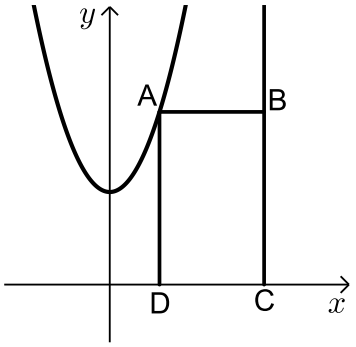
ה. נתונה הפונקציה: $g(x)=-2\cdot f(x)$.

(1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגן.

(2) נסמן ב-A ו-B את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ בהתאמה. הנקודה O היא ראשית הצירים.
חשב את שטח המשולש ABO.

8) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^2+3$ ונתון הישר $x=5$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון משמאל לישר.
מן הנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה-x
וחותך את הישר הנתון בנקודה B.
הנקודות C ו-D נמצאות על ציר ה-x
כך שהמרובע ABCD הוא מלבן (ראה סרטוט).
נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.



א. מצא את הערך של t שבעבורו
שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.

ב. האם ייתכן מלבן ABCD שנבנה
באופן המתואר ושטחו הוא 30? נמק.

תשובות סופיות:

1) א. המהירות של אורי: $1.5x$. ב. אורך מסלול AB: 18 ק"מ.

2) א. $A(1,2)$, $B(3,6)$. ב. $D(-5,0)$. ג. הוכחה. ד. לא.
ה. 10 יח"ר $= S_{\Delta ABD}$.

3) א. 0.4. ב. $\frac{4}{19}$. ג. (1). 95 משתתפים. (2). 0.224.

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. $AB=18$.

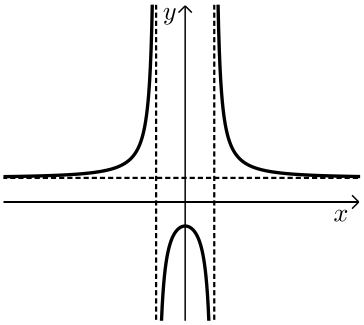
5) א. $AC=8$. ב. $BC=6.99$. ג. $\sphericalangle BMD=110.12°$.
ד. $\sphericalangle ABF=72.54°$, $\sphericalangle BAF=22°$, $\sphericalangle AFB=85.46°$.

6) א. $x\neq\frac{1}{2}$, $x\neq-\frac{1}{2}$. ב. (1). $(0,-4+b)$ נקודת מקסימום.

ב. (2). תחומי עלייה: $-\frac{1}{2}<x<0$ או $x<-\frac{1}{2}$, תחומי ירידה: $0<x<\frac{1}{2}$ או $x>\frac{1}{2}$.

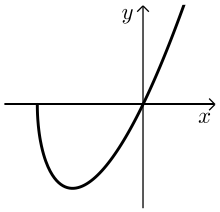
ג. $b=2$. ד. (1). $x=\frac{1}{2}$, $x=-\frac{1}{2}$, $y=2$.

ד. (2). להלן סקיצה: ה. גרף II. ו. 3.2 יח"ר $=S$.



7) א. $x\geq-18$. ב. $(0,0)$, $(-18,0)$. ג. $\max(-18,0)$, $\min\left(-12,-12\sqrt{6}\right)$.

ד. להלן סקיצה: ה. (1). $\min(-18,0)$, $\max\left(-12,24\sqrt{6}\right)$.



ה. (2). $216\sqrt{6}$ יח"ר $=S_{\Delta ABO}$.

8) א. $t=3$. ב. לא, כי השטח המקסימאלי הוא 24.

בגרות חורף נבצרים 2022:

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

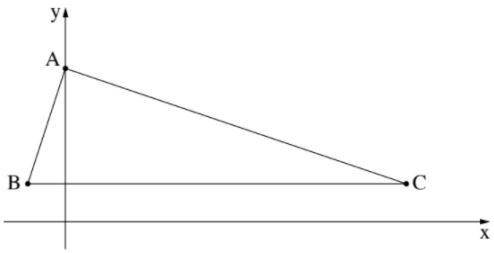
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1) המרחק בין יישוב א' ליישוב ב' הוא 36 ק"מ.
יוסי יצא מיישוב א' לכיוון יישוב ב' בשעה 8:00.
הוא צעד שעתיים במהירות קבועה, עצר למנוחה של שעה, ולאחר מכן המשיך במהירות קבועה הגבוהה ב-25% ממהירותו הקודמת.
נועה יצאה מיישוב ב' לכיוון יישוב א' בשעה 11:00 באותו היום.
היא צעדה במהירות קבועה הגבוהה ב-3 קמ"ש מן המהירות שבה צעד יוסי אחרי המנוחה.
יוסי ונועה נפגשו באמצע הדרך בין שני היישובים.

א. מה הייתה מהירותו של יוסי לפני המנוחה?

ב. באיזו שעה נפגשו יוסי ונועה?

2) לפניך משולש ABC (ראה סרטוט).



נתון: הנקודה A נמצאת על ציר ה- y.
הנקודות B ו-C נמצאות על הישר: $y=2$.
משוואת הישר AB היא: $y=3x+8$.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

נתון: אורך הצלע AC הוא $\sqrt{360}$.
הנקודה C נמצאת ברביע הראשון.

ב. מצא את שיעורי הנקודה C.

ג. הוכח כי הצלע AB מאונכת לצלע AC.

הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.
דרך הנקודה M העבירו ישר המקביל לציר ה- y. הישר חותך את הצלע AC בנקודה E.

ד. חשב את שטח המרובע ABME.

3) מועמדים לבית ספר מסוים נדרשו להיבחן בשתי בחינות: בחינה במתמטיקה ובחינה באנגלית.
80% מן המועמדים עברו את הבחינה במתמטיקה.
60% מן המועמדים עברו את הבחינה באנגלית.
40% מן המועמדים עברו רק אחת משתי הבחינות.
בוחרים באקראי מועמד אחד מבין המועמדים שנבחנו.
נסמן ב-p את ההסתברות שהמועמד שנבחר עבר את הבחינה במתמטיקה ולא עבר את הבחינה באנגלית.

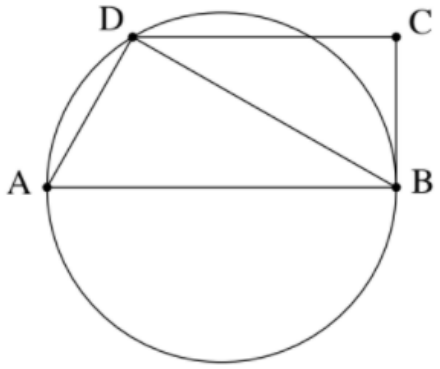
א. מצא את p.

ב. אם ידוע שהמועמד הזה עבר רק בחינה אחת, מהי ההסתברות שהוא עבר רק את הבחינה במתמטיקה ולא עבר את הבחינה באנגלית?
ידוע שהיו 200 מועמדים סך הכול.

ג. (1) כמה מבין המועמדים עברו את שתי הבחינות?
(2) מבין כל המועמדים בחרו באקראי בזה אחר זה שני מועמדים (ללא החזרה).
מהי ההסתברות ששניהם עברו את שתי הבחינות?
בתשובתך דייק 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) המשולש ADB חסום במעגל (ראה סרטוט).
הנקודה C נמצאת מחוץ למעגל כך ש-BC משיק למעגל בנקודה B.
נתון: $DC \parallel AB$.

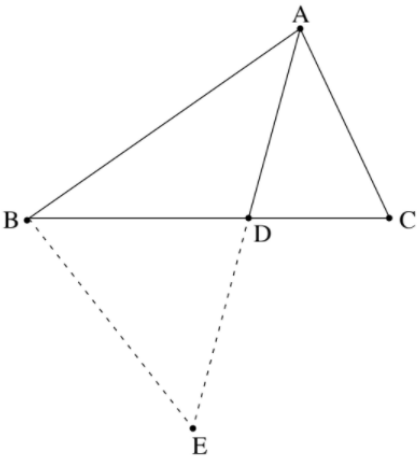


א. הוכח: $\Delta ADB \sim \Delta BCD$.
נתון: $\sphericalangle DAB + \sphericalangle CDB = 90°$.

ב. הוכח כי AB הוא קוטר במעגל.
נתון: רדיוס המעגל הוא 4 ס"מ.
היחס בין שטח המשולש ADB לבין שטח המשולש BCD הוא $\frac{4}{3}$.

ג. (1) מצא את אורך הצלע DB.
(2) מצא את אורך הצלע DC.

5) לפניך משולש ABC (ראה סרטוט).
הנקודה D נמצאת על הצלע BC.
נתון: $AC=1.5\cdot CD$, AD חוצה את הזווית $\sphericalangle BAC$,
$\sphericalangle ADC=75°$.



א. מצא את גודל הזווית $\sphericalangle BAC$.
נתון: $AC=6$.
ב. מצא את אורך הקטע DB.
הנקודה E נמצאת על המשך הקטע AD,
כמתואר בסרטוט.
שטח המשולש BDE הוא 19.
ג. מצא את אורך הצלע BE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{2x^2-3x-9}{x^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
ב. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
ד. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ו. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x)=f(x)$.
($g'(x)$ ו-$g(x)$ מוגדרות באותו התחום).
העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר ה-x .
מה הם שיעורי ה-x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=2x\cdot\sqrt{x+a}$, a הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

הנקודה $(4,20)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את a.

הצב $a=2.25$ בפונקציה $f(x)$, וענה על הסעיפים ג-ה.

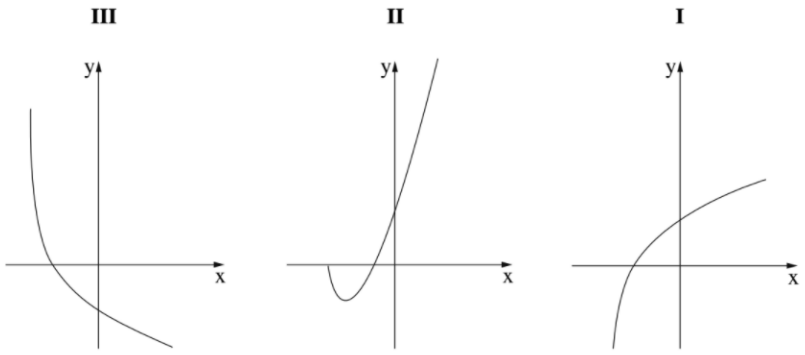
ג. (1). מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2). מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

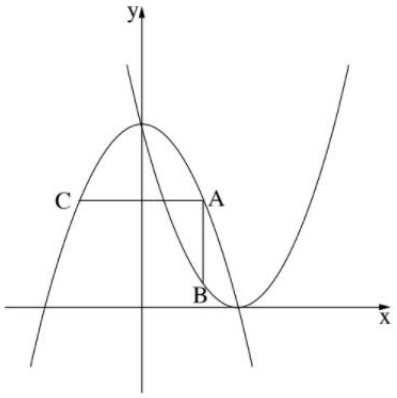
(3). סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. אחד מן הגרפים I-III שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.

ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי הצירים.



8) בסרטוט שלפניך מוצגים הגרפים של
הפונקציות: $f(x)=-x^2+16$ ו- $g(x)=(x-4)^2$.
נקודה A נמצאת ברביע הראשון על
גרף הפונקציה $f(x)$.
מן הנקודה A העבירו שני ישרים:
ישר אחד, המקביל לציר ה- y וחותך את
גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B,
וישא אחר, המקביל לציר ה- x
וחותך את גרף הפונקציה $f(x)$
בנקודה C (ראה סרטוט).
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t.



א. הבע באמצעות t את השיעורים של הנקודות A, B ו-C.

ב. מצא את הערך של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

1) א. 3.6 קמ"ש. ב. 13:24

2) א. $A(0,8)$, $B(-2,2)$ ב. $C(18,2)$ ג. הוכחה. ד. $43\frac{1}{3}$ יח"ר.

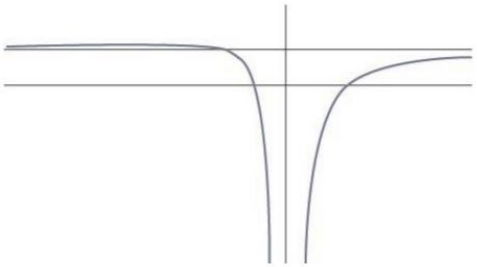
3) א. 0.3 ב. $\frac{3}{4}$ ג. (1). 100 (2). 0.249

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. (1). $4\sqrt{3}$ (2). 6

5) א. $80.174°$ ב. 6.328 ג. 7.63

6) א. $x\neq 0$ ב. $x=0$, $y=2$ ג. $(3,0)$, $(-1.5,0)$ ד. $\max(-6,2.25)$

ה. להלן סרטוט:

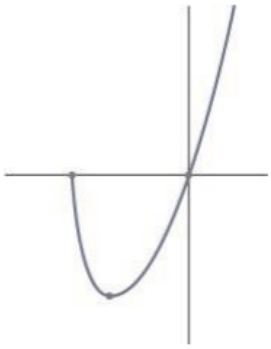


ו. $x=3$, $x=-1.5$

7) א. $x\geq -a$ ב. $a=2.25$ ג. (1). $(0,0)$, $(-2.25,0)$

(2). $\max(-2.5,0)$, $\min(-1.5,-2.598)$ (3). להלן סרטוט:

ד. גרף I. ה. 2.598 יח"ר.



8) א. $A\left(t,-t^2+16\right)$, $B\left(t,(t-4)^2\right)$, $C\left(-t,-t^2+16\right)$ ב. $2\frac{2}{3}$

בגרות קיץ 2022 מועד א':

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

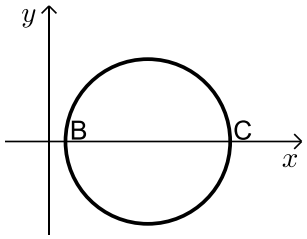
1) המרחק בין עיר A לעיר B הוא 75 ק"מ.
רוכב אופנוע יצא מעיר A לכיוון עיר B.
באותו הזמן יצא רוכב אופניים מעיר B לכיוון עיר A.
שני הרוכבים רכבו באותו המסלול.
רוכב האופנוע רכב במהירות קבועה של 80 קמ"ש.
רוכב האופניים רכב במהירות קבועה של 20 קמ"ש.

א. כעבור כמה זמן מרגע יציאתם לדרך, נפגשו רוכב האופנוע ורוכב האופניים?
רוכב האופנוע הגיע לעיר B ומייד התחיל לרכוב חזרה לעיר A.
בדרכו חזרה לעיר A, פגש רוכב האופנוע בשנית את רוכב האופניים.
כל אחד מן הרוכבים המשיך לרכוב באותה המהירות בה רכב קודם.

ב. כמה זמן עבר מן הפגישה הראשונה בין שני הרוכבים ועד הפגישה השנייה ביניהם?

ג. מהו המרחק שעבר רוכב האופניים מתחילת רכיבתו עד שנפגש עם רוכב האופנוע בפעם השנייה?

2) בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל שמשוואתו היא: $(x-8)^2+y^2=25$.
הנקודות B ו-C נמצאות על ציר ה-x, כמתואר בסרטוט.



א. מצאו את שיעורי הנקודות B ו-C.
הנקודה A נמצאת על המעגל ברביע הרביעי.
נתון: שטח המשולש ABC הוא 20.

ב. (1) מצאו את אורך הגובה לצלע BC במשולש ABC.
(2) מצאו את שיעורי הנקודה A (שתי אפשרויות).
נתון: שיפוע הישר המשיק למעגל בנקודה A הוא חיובי.

ג. מצאו את משוואת הישר המשיק למעגל בנקודה A.

ד. מצאו את שטח המרובע המוגבל על ידי הישרים המשיקים למעגל בנקודות A, B ו-C, ועל ידי ציר ה-x.

3) חברה מסוימת מיינה מועמדים לעבודה בחברה.
כדי להתקבל לעבודה בחברה, המועמדים צריכים לעבור בהצלחה את שלושת שלבי המיון.
מי שלא עבר בהצלחה את השלב הראשון, לא המשיך לשלב השני,
ומי שלא עבר בהצלחה את השלב השני, לא המשיך לשלב השלישי.
שלבי המיון היו:
שלב ראשון: מבחן התאמה.
שלב שני: ריאיון אישי.
שלב שלישי: סדנה קבוצתית.
כל המועמדים שעברו בהצלחה את כל שלושת השלבים התקבלו לעבודה בחברה.
נתון:
75% מן המועמדים עברו בהצלחה את מבחן ההתאמה.
50% מן המועמדים שעברו בהצלחה את מבחן ההתאמה, עברו בהצלחה את הריאיון האישי.
40% מן המועמדים שעברו בהצלחה את הריאיון האישי,
עברו בהצלחה את הסדנה הקבוצתית.

א. בחרו באקראי מועמד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לעבודה בחברה?

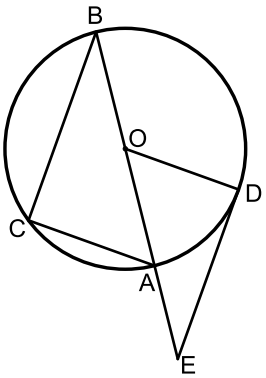
ב. נטע וגלי השתתפו במיונים האלה. מהי ההסתברות שלכל היותר אחת מהן התקבלה לעבודה בחברה?

ג. גם עדי השתתפה במיונים. מהי ההסתברות שהיא עברה בהצלחה את הריאיון האישי, אם ידוע שהיא לא התקבלה לעבודה בחברה?

ד. ידוע כי 170 מועמדים מבין כל המועמדים לא התקבלו לעבודה בחברה.
כמה מועמדים התקבלו לעבודה בחברה?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) BA הוא קוטר במעגל שמרכזו O (ראו סרטוט).
C ו-D הן נקודות על המעגל כך שמתקיים: $\sphericalangle BOC = 2\cdot\sphericalangle AOD$.



א. הוכיחו: $\sphericalangle CAB = \sphericalangle AOD$.

הנקודה E נמצאת על המשך הקוטר BA, כמתואר בסרטוט.
נתון כי ED משיק למעגל בנקודה D.

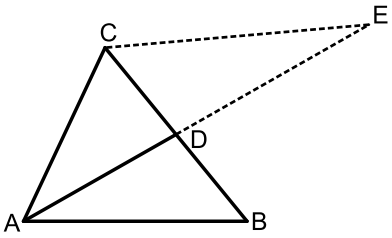
ב. הוכיחו: $CB \parallel ED$.

ג. הוכיחו: $BA\cdot OD = OE\cdot AC$.

נתון כי שטח המשולש CAB גדול פי 1.44 משטח המשולש DOE.
נסמן ב-R את רדיוס המעגל.

ד. הביעו באמצעות R את אורך הקטע AE.

5) בסרטוט שלפניכם מתואר משולש ABC שאורכי הצלעות שלו הם:
$BC=8$, $AB=7$, $AC=6$.



AD הוא התיכון לצלע BC במשולש ABC.

א. (1) מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle ABC$.

(2) מצאו את אורך התיכון AD.

(3) מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle BAD$.

הנקודה E נמצאת על המשך AD, כמתואר בסרטוט.

נתון: שטח המשולש CDE הוא 16.

ב. מצאו את אורך DE.

מן הנקודה C הורידו אנך לתיכון AD, החותך אותו בנקודה F.

ג. מצאו את היחס בין שטח המשולש CDF ובין שטח המשולש CDE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{4x^2-1}{x^2-1}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f(x)+k$, k הוא פרמטר.

נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$ היא: $y=1$.

ד. (1) מצאו את k.

(2) מהם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו סוגה?

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=x-2\cdot\sqrt{x+a}$, a הוא פרמטר.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה $(6,0)$.

א. הראו כי: $a=3$.

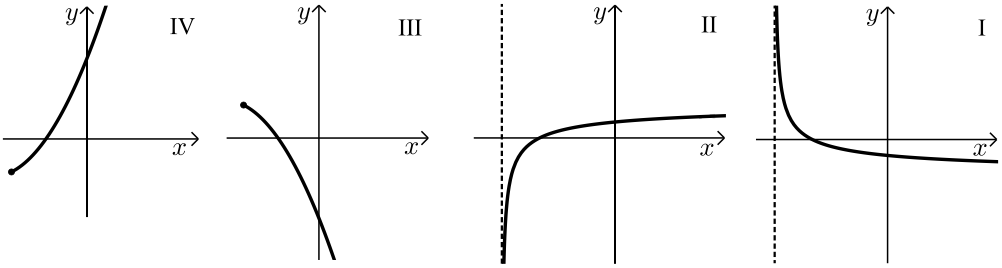
ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

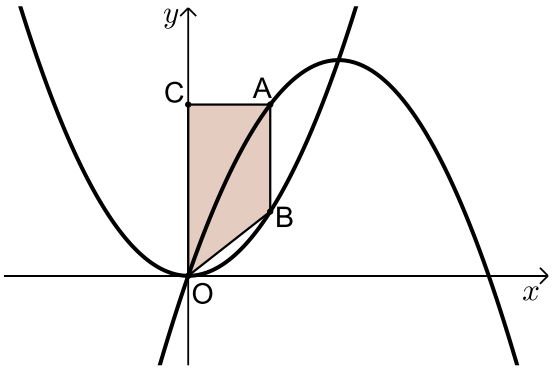
ה. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את הקביעה.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, הישר: $x=1$, וציר ה-x.



8) נתונות הפונקציות: $f(x)=-x^2+9x$, $g(x)=x^2$.

נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון מעל לגרף הפונקציה $g(x)$.



מן הנקודה A מעבירים שני ישרים:
ישר המאונך לציר ה-y וחותך אותו בנקודה C,
וישר המקביל לציר ה-y
וחותך את גרף הפונקציה $g(x)$
בנקודה B (ראו סרטוט).
הנקודה O היא ראשית הצירים.
נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.

א. הביעו באמצעות t את אורכי
הקטעים: AC, CO ו-AB.

ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח הטרפז ABOC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

1) א. 45 דקות. ב. 30 דקות. ג. 25 ק"מ.

2) א. $B(3,0)$, $C(13,0)$ ב. (1) 4. (2) $A(11,-4)$ או $A(5,-4)$

ג. $y=0.75x-12.25$ ד. 62.5.

3) א. $p=\frac{3}{20}=0.15$ ב. $p=\frac{391}{400}=0.9775$ ג. $p=\frac{9}{34}$ ד. 30 מועמדים.

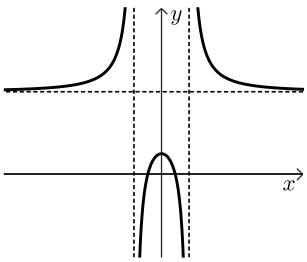
4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. $AE=\frac{2}{3}R$.

5) א. (1) $\sphericalangle ABC=46.57°$ א. (2) $AD=5.148$ א. (3) $\sphericalangle BAD=34.35°$

ב. $DE=8.1$. ג. $\frac{S_{\Delta CDF}}{S_{\Delta CDE}}=0.078$.

6) א. (1) $x\neq\pm1$ א. (2) $x=\pm1$, $y=-4$ א. (3) $(0,1)$, $\left(-\frac{1}{2},0\right)$, $\left(\frac{1}{2},0\right)$

ב. $\max(0,1)$ ג. להלן סקיצה:



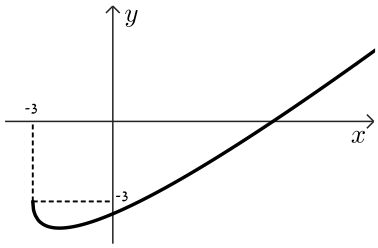
ד. (1) $k=5$

ד. (2) $\min(0,4)$.

7) א. הוכחה. ב. $x\geq-3$

ג. $\min(-2,-4)$, $\max(-3,-3)$ קצה.

ד. להלן סקיצה:



ה. גרף II

ו. 1.

8) א. $AC=t$, $CO=-t^2+9t$, $AB=-2t^2+9t$

ב. $t=4$.

בגרות קיץ 2022 מועד ב':

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

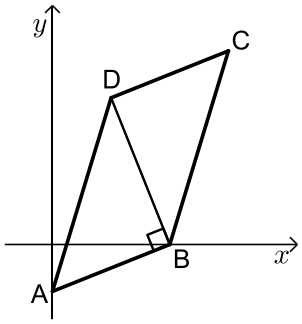
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1) המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא 96 ק"מ.
ביום ראשון יצא רונן מיישוב A ורכב על קטנוע במהירות קבועה לכיוון יישוב B.
באותו יום ובאותה שעה יצא דני מיישוב B ורכב על אופניים לכיוון יישוב A במהירות קבועה.
באותו יום חלפו רונן ודני זה על פני זה שעה אחרי שיצאו לדרך.
ביום שני יצא דני מיישוב B לכיוון יישוב A.
שעה לאחר מכן יצא רונן מיישוב A לכיוון יישוב B.
שניהם רכבו באותו המסלול ובאותה המהירות שבה רכבו ביום ראשון.
בדיוק כאשר עבר דני מרחק של 42 ק"מ, חלפו רונן ודני זה על פני זה.

א. מצאו את מהירות הרכיבה של רונן ואת מהירות הרכיבה של דני.

ב. מה היה המרחק של דני מיישוב A כאשר הגיע רונן ליישוב B ביום שני?

2) נתונה מקבילית ABCD.
הקודקוד B נמצא על ציר ה-x.
האלכסון DB מאונך לצלע AB (ראו ציור).



נתון: $A(0,-10)$, משוואת DC היא: $y=\frac{2}{5}x+19$.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

ב. מצאו את משוואת DB.

חוסמים את המשולש ABD במעגל.

ג. מצאו את משוואת המעגל.

ד. האם הישר BC משיק למעגל בנקודה B? נמקו.

3) בבית מחסה לבעלי חיים מטפלים בכלבים ובחתולים בלבד.
40% מבעלי החיים בבית המחסה הם חתולים, והשאר הם כלבים.
מחצית מבעלי החיים בבית המחסה הם בוגרים, והשאר הם צעירים.
מספר הכלבים הצעירים בבית המחסה גדול פי 2 ממספר הכלבים הבוגרים שם.

א. בוחרים באקראי בעל חיים מבין כל בעלי החיים בבית המחסה.
מהי ההסתברות שייבחר כלב בוגר?

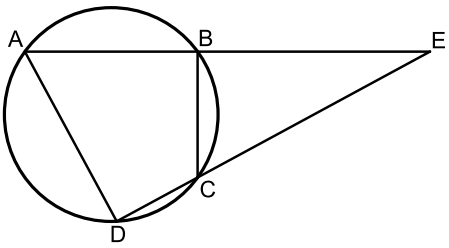
ב. בוחרים באקראי חתול מבין כל החתולים בבית המחסה.
מהי ההסתברות שייבחר חתול בוגר?
נתון כי בבית המחסה יש 16 כלבים בוגרים.

ג. כמה חתולים יש בבית המחסה?
משפחת לוי החליטה לאמץ שני חתולים מבית המחסה.
היא בחרה באקראי, זה אחר זה (ללא החזרה), בשני חתולים מבין כל החתולים שבבית המחסה.

ד. מהי ההסתברות ששני החתולים שבחרה משפחת לוי הם בוגרים?
בתשובתכם דייקו 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) מרובע ABCD חסום במעגל.
המשכי הצלעות AB ו-DC נחתכים בנקודה E (ראו ציור).



א. הוכיחו: $\sphericalangle BAD = \sphericalangle BCE$.

ב. הוכיחו: $\Delta DEA \sim \Delta BEC$.

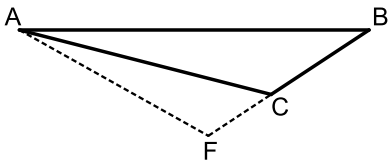
נתון: $AB = 5$, $CE = 6$, $\frac{AD}{BC} = \frac{5}{3}$.

ג. מצאו את אורך הצלע BE.

נתון: $\sphericalangle BDC = \sphericalangle BEC$.

ד. (1) הוכיחו כי המשולש ACE הוא שווה שוקיים.
(2) הוכיחו כי AC הוא קוטר במעגל.

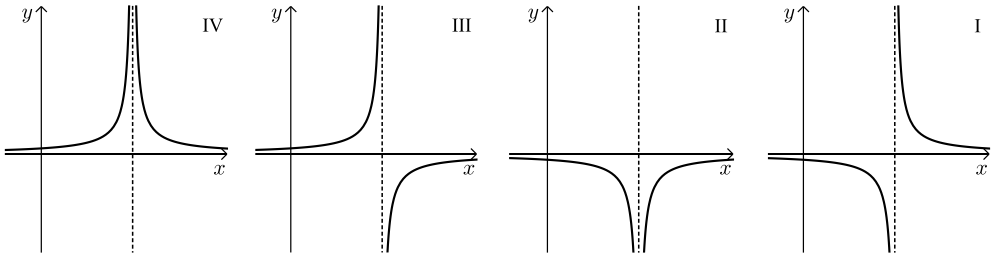
5) נתון משולש ABC (ראו ציור).
הצלע AB גדולה פי 3 מן הצלע BC.
נתון: $\sphericalangle ACB = 130°$.



א. מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle BAC$.
נתון כי שטח המשולש ABC הוא 14.
ב. מצאו את אורך הצלע BC.
האריכו את BC עד לנקודה F, כמתואר בציור, כך ש-$FC = 3$.
ג. חשבו את אורך AF.
הנקודה M נמצאת על AF, כך ש-CM חוצה את הזווית ACF.
ד. (1) מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle CAF$.
(2) חשבו את אורך חוצה הזווית, CM.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x-b}{x-4} + 1$, b הוא פרמטר.
א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-y בנקודה $(0, 2.5)$.
ב. מצאו את b.
הציבו את הערך של b שמצאתם בסעיף ב בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ז.
ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
ד. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.
ה. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ז. (1) אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
על ידי הישר $x = 1$, על ידי ציר ה-x ועל ידי ציר ה-y.



7) נתונה הפונקציה: $f(x)=(x-3)\cdot\sqrt{2x}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

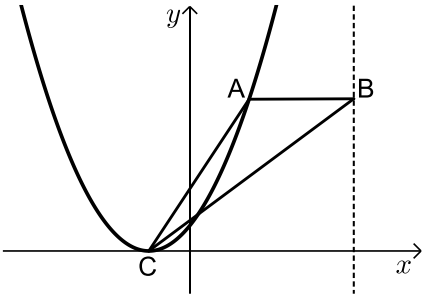
נתונה הפונקציה: $g(x)=-f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקציה $f(x)$.

נסמן ב-S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה-x.

ו. הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$. נמקו.

8) נתונה הפונקציה: $f(x)=(x+1)^2$.



נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה B נמצאת על הישר $x=7$, מימין לנקודה A, כך ש-AB מקביל לציר ה-x (ראו ציור).

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.

א. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות A ו-B.

הנקודה C היא נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

ב. הביעו באמצעות t את שטח המשולש ABC.

ג. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

1) א. רונן: 72 קמ"ש. דני: 24 קמ"ש. ב. 40 ק"מ.

2) א. $B(25,0)$ ב. $y=-2.5x+62.5$ ג. $(x-7.5)^2+(y-7.5)^2=362.5$

ד. כן.

3) א. 0.2 ב. 0.75 ג. 32 חתולים. ד. $\frac{69}{124}\approx 0.556$.

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. $BE=5$ ד. הוכחה.

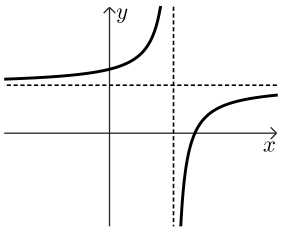
5) א. $14.79°$ ב. 4.024 ס"מ ג. 7.516 ס"מ

ד. (1) $17.8°$ (2) 4.088 ס"מ.

6) א. $x\neq 4$ ב. $b=6$ ג. $y=3\ ,\ x=4$

ד. $\left(3\frac{1}{3},0\right)$ ה. עלייה: אף x , ירידה: $x>4$ או $x<4$.

ו. להלן סקיצה:

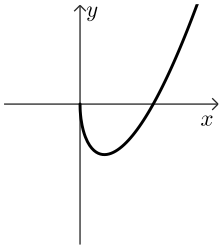


ז. (1) גרף II (2) $\frac{1}{6}$.

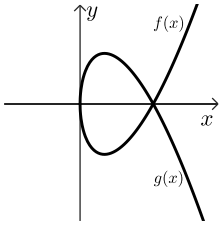
7) א. $x\geq 0$ ב. $(0,0)\ ,\ (3,0)$

ג. $\min\left(1,-2\sqrt{2}\right)$, $\max(0,0)$ קצה.

ד. להלן סקיצה:



ה. להלן סקיצה:



ו. $2S$.

8) א. $A\left(t,(t+1)^2\right)$, $B\left(7,(t+1)^2\right)$

ב. $S_{ABC}=\frac{(7-t)(t+1)^2}{2}$ ג. $t=4\frac{1}{3}$.