

פתרון בגריות במתמטיקה לשאלון 481

פרק 5

פתרון בידאו של בחינות 2020

1	מועד חורף
6	קיץ מועד א
11	קיץ מועד ב

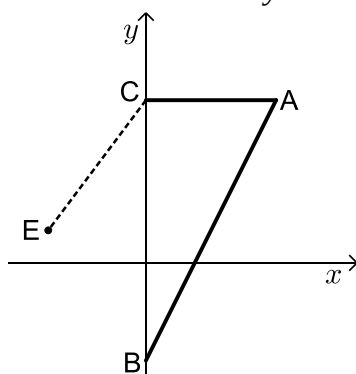
בגרות חורף 2020:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) המחיר של כרטיס כניסה של מבוגר למוזאון הוא x שקלים.
מחיר כרטיס של מבוגר גדול פי 2 ממחיר כרטיס של ילד.
מחיר כרטיס של סטודנט נמוך ב-25% ממחיר כרטיס של מבוגר.
א. הבע באמצעות x את מחיר הכרטיס של ילד ואת מחיר הכרטיס של סטודנט.
ביום ראשון ביקרו במוזאון מבוגרים בלבד.
סך כל ההכנסות של המוזאון ממכירת כרטיסים ביום ראשון היה 1,560 שקלים.
ביום שני ביקרו במוזאון רק ילדים וסטודנטים.
מספר הילדים שביקרו במוזאון ביום שני היה גדול ב-16 ממספר המבוגרים שביקרו בו ביום ראשון.
מספר הסטודנטים שביקרו במוזאון ביום שני היה קטן ב-2 ממספר הילדים שביקרו בו באותו יום.
סך כל ההכנסות של המוזאון ממכירת כרטיסים ביום שני היה 2,912 שקלים.
ב. (1) מצא את מחיר הכרטיס של מבוגר למוזאון.
(2) בכמה אחוזים גדול מספר המבקרים ביום שני ממספר המבקרים ביום ראשון?

- (2) במשולש ABC קודקודי המשולש B ו-C מונחים על ציר ה- y , כמתואר בציור.
משוואת הישר CA היא: $y = 5$, ומשוואת הישר BA היא: $y = 2x - 3$.



- א. מצא את שיעורי הנקודות B, C ו-A.
נתון כי הנקודה E נמצאת ברביע השני וכי שיעור ה- y שלה הוא 1. אורך הקטע CE הוא 5.
ב. מצא את שיעור ה- x של הנקודה E.
הנקודה D היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.
ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC.
ד. האם הנקודה E נמצאת על המעגל החוסם את המשולש ABC, בתוך המעגל החוסם או מחוצה לו? נמק ופרט את חישוביך.

3) 80% מתלמידי שכבה י"א בבית ספר גדול יצאו לטיול. בשכבה י"א יש בנים ובנות.

ידוע כי 0.75 מן הבנים בשכבה ו- $\frac{5}{6}$ מן הבנות בשכבה יצאו לטיול.

בחרו באקראי תלמיד משכבה י"א (בן או בת).

א. (1) מהי ההסתברות שנבחרה בת?

(2) מהי ההסתברות שנבחרה בת שיצאה לטיול?

ב. ידוע כי נבחר תלמיד שיצא לטיול (בו או בת). מהי ההסתברות שנבחרה בת?

ג. בחרו באקראי 5 תלמידים מן הבנים והבנות של שכבה י"א.

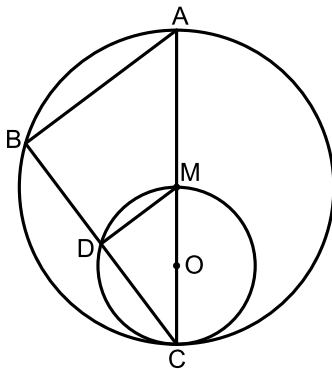
מהי ההסתברות שבדיוק 3 מהם הם בנים שיצאו לטיול?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) בציור שלפניך שני מעגלים: מעגל גדול שמרכזו M ומעגל קטן שמרכזו O. המעגל הקטן משיק מבפנים למעגל הגדול בנקודה C, ועובר דרך הנקודה M (ראה ציור). הקטע CM עובר דרך הנקודה O, והמשכו חותך את המעגל הגדול בנקודה A. דרך הנקודה C העבירו ישר נוסף, החותך את המעגלים בנקודות D ו-B, כמתואר בציור.



א. (1) הוכח: $\angle ABC = \angle MDC$.

(2) הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle MDC$.

ב. (1) הוכח כי DM הוא קטע אמצעים במשולש ABC.

(2) מהו היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש MDC? נמק.

ג. נתון: $DM = 2.4$, $CO = 2$.

חשב את אורך הקטע BC.

5) במשולש ABD הנקודה C נמצאת על הצלע BD (ראה ציור).

נתון: $AD = 10$, $CD = 4$, $AC = 7$.

א. חשב את גודל הזווית ACD.

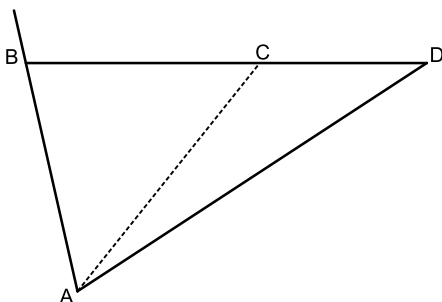
נתון: $AB = BC$.

ב. חשב את שטח המשולש ABD.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB כך ששטח

המשולש EBD קטן פי 4 משטח המשולש ABD.

ג. מהו אורך הצלע EB? נמק.



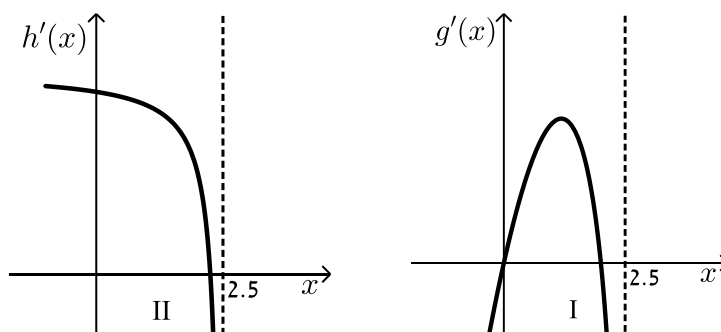
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3}{x^2} - 6x$.

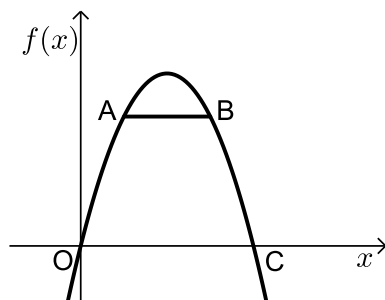
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
 (3) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
 (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + c$. c הוא פרמטר.
 נתון כי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על ציר ה- x .
 ב. (1) מצא את c .
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי הישר $x = -3$ ועל ידי ציר ה- x .

- (7) לפניך הגרפים של הפונקציות $g'(x)$ ו- $h'(x)$, שהן פונקציות הנגזרות של הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ בהתאמה. פונקציות הנגזרת $g'(x)$ ו- $h'(x)$ מוגדרות בתחום: $x < 2.5$.



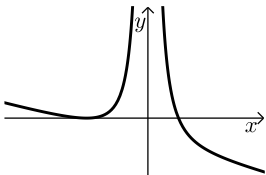
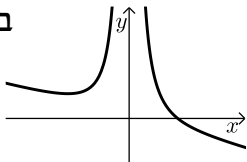
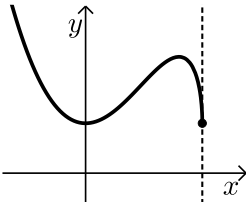
- א. קבע על פי הגרפים כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ בתחום: $x < 2.5$. נמק את תשובתך.
(התייחס בתשובתך לחלק של הגרף המתואר בציור).
הפונקציה: $f(x) = 3 + x^2 \cdot \sqrt{5-2x}$ מוגדרת בתחום $x \leq 2.5$.
ב. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ד. אחד מן הגרפים הנתונים בתחילת השאלה (II-I) הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע מי מהם הוא הגרף של $f'(x)$. נמק.
ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x ברביע הראשון.

8) גרף הפונקציה: $f(x) = -x^2 + 4x$ עובר בראשית הצירים, O, וחותך את ציר ה- x בנקודה נוספת, C (ראה ציור).



- א. מצא את שיעורי הנקודה C.
הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון, כמתואר בציור.
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- x .
נתון כי שיעור ה- x של הנקודה B שווה ל- $(4-x)$.
ב. הסבר מדוע הישר AB מקביל לציר ה- x .
ג. מצא את שיעור ה- x של הנקודה A שבעבורו שטח הטרפז OABC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

- (1) א. מחיר כניסה לילד $0.5x$, מחיר כניסה לסטודנט $0.75x$.
 ב. (1) 52.1 ₪ ב. (2) 200%.
- (2) א. $A(4,5)$, $B(0,-3)$, $C(0,5)$ ב. $x_E = -3$
 ג. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 20$ ד. מחוץ למעגל.
- (3) א. (1) 0.6 א. (2) 0.5 ב. $\frac{5}{8}$ ג. 0.1323
- (4) א. (1) הוכחה א. (2) הוכחה ב. (1) הוכחה ב. (2) 1:4 ב. (3) 6.4 ס"מ.
- (5) א. 128.68° ב. 26.23 סמ"ר ג. 1.4 ס"מ.
- (6) א. (1) $x \neq 0$ א. (2) $\min(-1,9)$ א. (3) $(0.79,0)$
 א. (4) להלן סרטוט: ב. (2) להלן סרטוט:
 ב. (1) -9.
 ג. 8 יח"ר.
- 
- 
- (7) א. לפונקציה $g(x)$ - 2 נקודות קיצון פנימיות.
 לפונקציה $h(x)$ - נקודת קיצון פנימית אחת.
 ב. $\min(0,3)$, $\max(2,7)$, $\min(2.5,3)$
 ג. להלן סקיצה:
 ד. גרף I.
 ה. 4 יח"ר.
 א. (4,0) (8)
 ב. הוכחה. ג. $\frac{4}{3}$.
- 

בגרות קיץ 2020 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) קבוצת ספורטאים צועדת בכל יום 40 ק"מ במסלול קבוע. ביום ראשון יצאה הקבוצה לצעידה. אחרי 3 שעות של צעידה במהירות קבועה, עצרה הקבוצה למנוחה של 15 דקות, ולאחר מכן המשיכה לצעוד עד סוף המסלול במהירות הגדולה ב-3 קמ"ש מן המהירות שבה החלה לצעוד. ביום שני צעדה הקבוצה בלי לעצור. היא צעדה במהירות קבועה הגדולה ב-60% מן המהירות שבה החלה לצעוד ביום ראשון. בשני הימים יצאה הקבוצה לצעידה באותה השעה, אך ביום שני היא הגיעה לסוף המסלול שעה אחת מוקדם יותר מן השעה שבה היא הגיעה ביום ראשון. א. מצא את המהירות שבה החלה לצעוד קבוצת הספורטאים ביום ראשון. ב. מצא כמה זמן צעדה קבוצת הספורטאים במסלול כולו ביום שני.

- (2) הנקודה M נמצאת על ציר ה-y כמתואר בציור שלפניך.

הנקודה A נמצאת על מעגל שמרכזו בנקודה M.

נתון: משוואת הישר AO היא $y = 3x$ (הנקודה O היא ראשית הצירים).

משוואת הישר AM היא $y = x + 2a$. $a > 0$ הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את שיעורי הנקודות M ו-A.

נתון: רדיוס המעגל הוא $\sqrt{32}$.

ב. מצא את a .

הצב את a שמצאת, וענה על הסעיפים ג-ד.

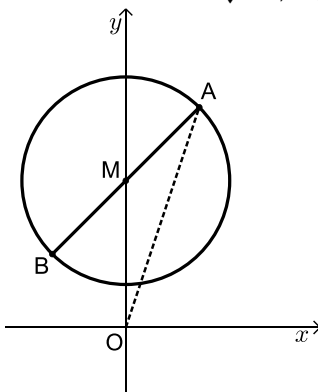
הנקודה B נמצאת על המעגל כך ש-AB הוא קוטר במעגל.

ג. מצא את שיעורי הנקודה B.

העבירו משיק למעגל בנקודה A. המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה C.

ד. (1) חשב את שטח המשולש ABC.

(2) חשב את שטח המרובע ABOC.



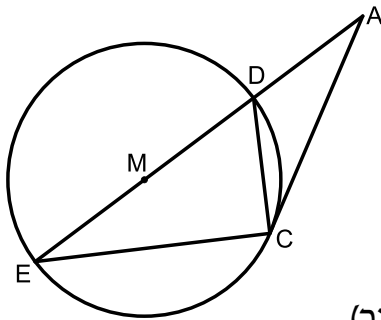
- (3) בבית ספר תיכון גדול לחלק מן התלמידים יש מחשבים ניידים, ולשאר התלמידים אין מחשבים ניידים. אם בוחרים באקראי 3 תלמידים מבית הספר, ההסתברות שלשלושתם יהיה מחשב נייד היא 0.512.
- א. מהי ההסתברות שלתלמיד אחד (בן או בת) מבית הספר יהיה מחשב נייד?
- נתון: מספר הבנות בבית הספר גדול פי $1\frac{1}{2}$ ממספר הבנים.
- מחצית מן התלמידים שאין להם מחשב נייד הם בנים.
- נבחר באקראי תלמיד מבית הספר (בן או בת).
- ב. מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא בן שיש לו מחשב נייד?
- ג. ידוע שנבחרה בת. מהי ההסתברות שיש לה מחשב נייד?
- ד. נבחרו באקראי 2 תלמידים מבית הספר (מהבנים ומהבנות).
- מהי ההסתברות שלפחות לאחד מהם (בן או בת) יש מחשב נייד?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

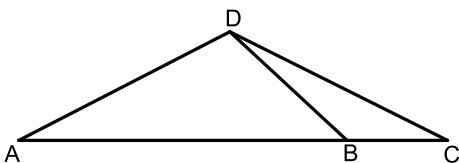
ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (4) נתון מעגל שמרכזו M.
- מן הנקודה A שמחוץ למעגל העבירו ישר המשיק למעגל בנקודה C, וישר נוסף העובר דרך הנקודה M וחותך את המעגל בנקודות D ו-E, כמתואר בציור.
- א. הוכח: $\triangle ADC \sim \triangle ACE$.
- ב. הוכח: $\angle ACD = \angle MCE$.
- ג. הוכח: $\angle MCA = \angle ECD$.
- ד. נתון: $MD = DA$.
- הוכח כי המשולש MCD הוא שווה צלעות.



- (5) במשולש ADC הנקודה B נמצאת על הצלע AC (ראה ציור).
- נתון: $AD = 4$, $\angle ADB = 110^\circ$, שטח המשולש ADB הוא 5.
- א. חשב את אורך הקטע BD.
- ב. מצא את גודל הזווית DBA.
- נתון: האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC הוא 3.
- ג. חשב את אורך הצלע DC.



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x-a}$. a הוא פרמטר.

נתון כי אחת מן האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$ היא $x = -1$.

א. מצא את a .

הצב $a = 5$ וענה על הסעיפים ב-ה.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) כתוב את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$,

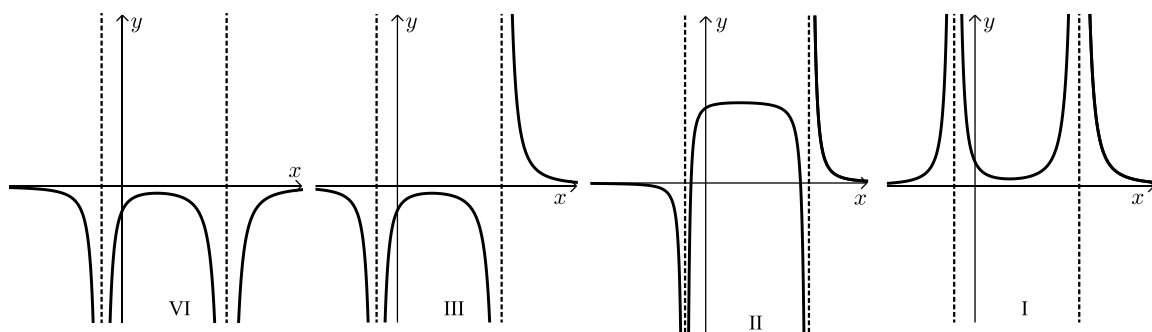
המאונכות לצירים.

ד. קבע איזה מארבעת הגרפים הנתונים בסוף השאלה (IV-I) הוא הגרף של

פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמק.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר

x - ועל ידי הישרים $x = 0$ ו- $x = 4$.



7) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{-2x^4 + 16x^2 + 18}$ שתחום הגדרתה הוא $-3 \leq x \leq 3$.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. כמה נקודות חיתוך יש לישר $y = 5$ עם גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

8) נתון משולש ישר זווית ADC ($\angle ADC = 90^\circ$).

מן הנקודה A העבירו ישר החותך את הצלע DC בנקודה B כך ש- $DB = 2BC$.

נתון: שטח המשולש ABC הוא 9.

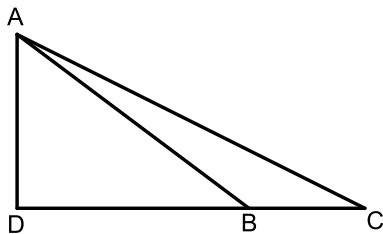
נסמן: $BC = x$.

א. הבע באמצעות x את אורך הגובה

לצלע BC במשולש ABC .

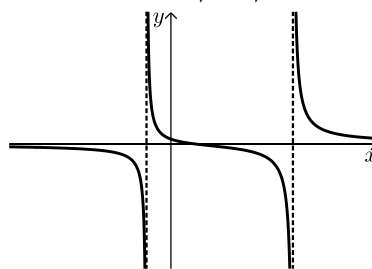
ב. מצא את הערך של x שעבורו AB^2

הוא מינימלי. נמק.

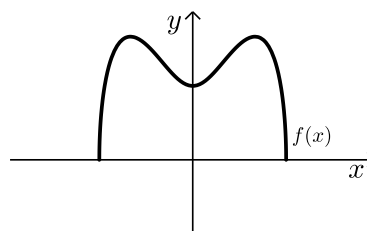
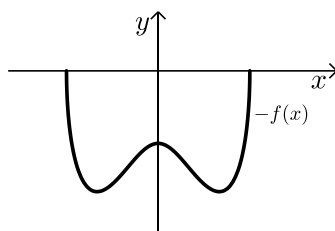


תשובות סופיות:

- (1) א. 4 קמ"ש. ב. 6.25 שעות (6 שעות ו-15 דקות).
 (2) א. $A(a, 3a)$, $M(0, 2a)$ ב. $a = 4$ ג. $B(-4, 4)$
 ד. $S_{ABC} = 96$ יח"ר ד. $S_{ABOC} = 128$ יח"ר
 (3) א. 0.8 ב. 0.3 ג. $\frac{5}{6}$ ד. 0.96
 (4) שאלת הוכחה.
 (5) א. $BD = 2.66$ ב. $\angle DBA = 43.02^\circ$ ג. $DC = 4.09$
 (6) א. $a = 5$ ב. $x \neq -1, 5$ (1) ב. $y = 0, x = 5, x = -1$ (2)
 ב. (3) יורדת בכל תחום הגדרתה. ב. $(1, 0)$, $(0, \frac{1}{5})$ (4)
 ב. (5) להלן סקיצה: ג. $y = 0, x = 5, x = -1$ ד. IV ג. 0.8



- (7) א. (1) $\min(3, 0)$ קצה, $\max(2, 5\sqrt{2})$, $\min(0, 3\sqrt{2})$, $\max(-2, 5\sqrt{2})$, $\min(-3, 0)$ קצה
 א. (2) עולה: $0 < x < 2$, $-3 < x < -2$, יורדת: $2 < x < 3$, $-2 < x < 0$.
 ב. להלן סקיצה: ג. 4 נקודות חיתוך. ד. להלן סקיצה:

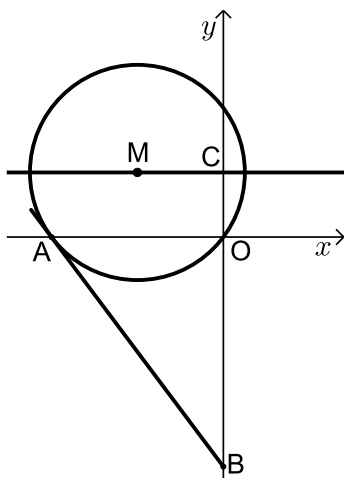


- (8) א. $h = \frac{18}{x}$ ב. $x = 3$

בגרות קיץ 2020 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

- ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
- שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.
- (1) יעל ואלון השתתפו במרוץ שליחים במסלול שאורכו 15 קילומטרים סך הכול. בתחילת המרוץ עמדה יעל בנקודת ההתחלה של המסלול ואילו אלון עמד על המסלול, במרחק של 5 קילומטרים ממנה. יעל רצה במהירות קבועה של V קמ"ש עד שהיא הגיעה לאלון. מייד אחרי שהגיעה יעל לאלון, אלון התחיל לרוץ עד שהגיע לסוף המסלול ויעל חזרה לנקודת ההתחלה. אלון רץ במהירות קבועה הגדולה ב-2 קמ"ש מן המהירות ההתחלתית של יעל. יעל חזרה לנקודת ההתחלה במהירות קבועה של $\frac{5}{6}V$ קמ"ש. אלון הגיע לסוף המסלול 15 דקות אחרי שיעל הגיעה בחזרה לנקודת ההתחלה. א. (1) הבע באמצעות V את זמן הריצה של יעל מנקודת ההתחלה ועד שהיא הגיעה לאלון. (2) הבע באמצעות V את הזמן שנדרש ליעל כדי לחזור (הזמן שעבר מן הרגע שהיא פגשה את אלון ועד שחזרה לנקודת ההתחלה). (3) מצא את V (מצא את שתי האפשרויות). ידוע שהמרוץ כולו (מן הרגע שיעל החלה לרוץ ועד שאלון הגיע לסוף המסלול) נמשך פחות משעתיים. ב. איזו משתי האפשרויות שמצאת בתת-סעיף א (3) היא V ? נמק.



- (2) בציור שלפניך מתואר מעגל שמרכזו M , נמצא ברביע השני. המעגל עובר בראשית הצירים, O , ורדיוסו הוא 5. נתון: מרכז המעגל, M , נמצא על הישר $y = 3$. א. מצא את משוואת המעגל. המעגל חותך את ציר ה- x בנקודה נוספת, A . ב. מצא את שיעורי הנקודה A . דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל. המשיק הזה חותך את ציר ה- y בנקודה B . ג. מצא את שיעורי הנקודה B . הישר $y = 3$ חותך את ציר ה- y בנקודה C . מן הנקודה M העבירו ישר המקביל לציר ה- y וחותך את הישר AB בנקודה D . ד. חשב את שטח הטרפז $MCBD$.

(3) בשדה פרחים גדול יש פרחים בשלושה צבעים.

$\frac{1}{3}$ מן הפרחים לבנים, $\frac{1}{4}$ מן הפרחים צהובים וכל שאר הפרחים סגולים.

יוסי וורד קטפו פרחים מן השדה. יוסי קטף שני פרחים באקראי.

א. מהי ההסתברות ששני הפרחים שקטף יוסי היו באותו הצבע?

ב. ידוע שיוסי קטף שני פרחים באותו הצבע.

מהי ההסתברות ששני הפרחים צהובים?

ורד מכינה זרים מפרחים שהיא קוטפת באקראי מן השדה. בכל זר יש 5 פרחים בדיוק.

ג. (1) מהי ההסתברות שבזר אחד שורד מכינה יהיה לפחות פרח אחד סגול?

(2) ורד מכינה 3 זרים. מהי ההסתברות שבכל אחד מן הזרים שהכינה

יש לפחות פרח אחד סגול?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) בציור שלפניך מתוארת המקבילית ABCD.

G היא נקודה על האלכסון AC במקבילית ו-F היא נקודה על הצלע AD.

נתון: $\angle FGA = \angle ABC$.

א. (1) הוכח: $\triangle FGA \sim \triangle ABC$.

(2) הוכח: $AF \cdot DC = FG \cdot AC$.

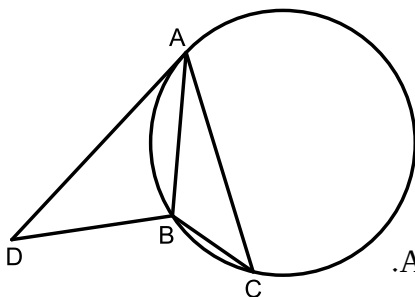
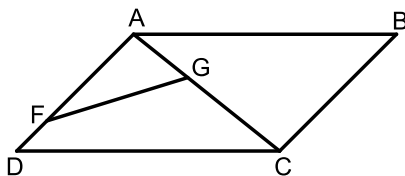
נתון כי שטח המשולש ABC הוא 20,

וכי שטח המשולש FGA הוא 5.

ב. חשב את היחס $\frac{AF}{AC}$.

נתון: $FG \parallel DB$, אלכסוני המקבילית נחתכים בנקודה H.

ג. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle BHC$.



(5) המשולש ABC חסום במעגל (ראה ציור).

נתון: $AB = 5$, $BC = 3$, $AC = 7$.

א. (1) מצא את גודל הזווית ACB.

(2) מצא את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC.

בנקודה A העבירו משיק למעגל.

הנקודה D נמצאת על המשיק כך ששטח המשולש DBA הוא 12.

ב. מצא את אורך הצלע AD.

ג. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש DBA

ובין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3x}{x^2 - 1} + 2$.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

בסוף השאלה מסורטטים ארבעה גרפים (IV-I).

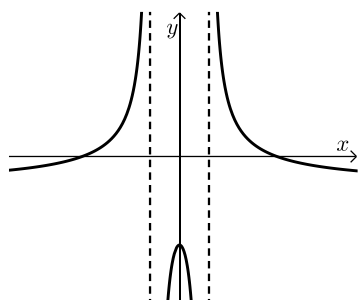
אחד מהם הוא גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. איזה מן הגרפים IV-I הוא גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$? נמק.

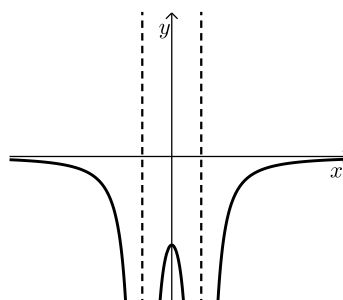
ג. $a > 3$ הוא פרמטר.

השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישרים

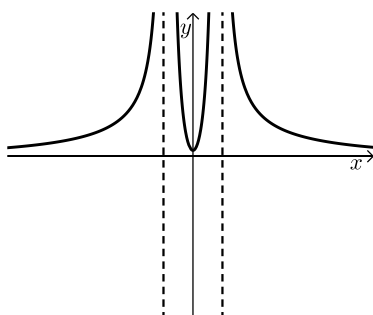
$x = a - 1$ ו $x = 3$ ועל ידי ציר ה- x שווה ל-0.5. מצא את a .



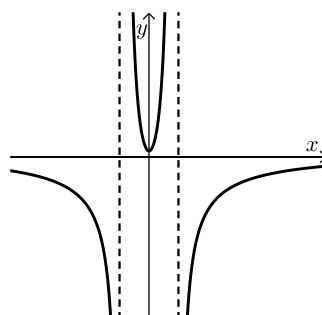
II



I



IV



III

7 נתונה הפונקציה : $f(x) = -2x \cdot \sqrt{-x^2 + 8}$.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .

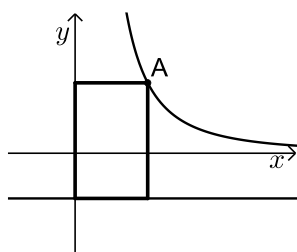
(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. עבור אילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בדיוק

בשתי נקודות?

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.



8 לפניך גרף הפונקציה $f(x) = \frac{4}{x^2}$, המוגדרת לכל $x > 0$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

מן הנקודה A הורידו אנכים לציר ה- y ולשר $y = -1$

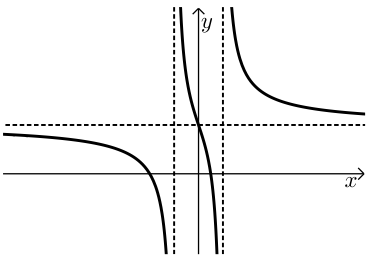
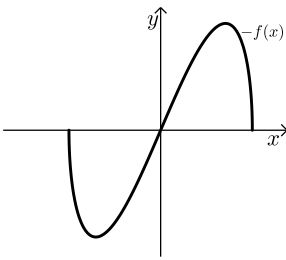
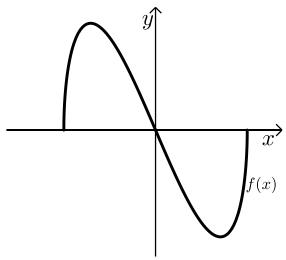
כך שנוצר מלבן עם ציר ה- y ועם הישר $y = -1$,

כמתואר בציור.

א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המלבן הוא מינימלי?

ב. האם קיימת נקודה A שבעבורה שטח המלבן הוא 3? נמק.

תשובות סופיות:

- (1) א. $t = \frac{5}{V}$ (בשעות) א. $t = \frac{6}{V}$ (בשעות) ב. האפשרות 8 קמ"ש.
(2) א. $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$ ב. $A(-8,0)$
ג. $B\left(0, -10\frac{2}{3}\right)$ ד. $S_{MCBD} = 44$ יח"ש
(3) א. $\frac{25}{72}$ ב. $\frac{9}{50}$ ג. (1) 0.9324 ג. (2) 0.8106
(4) א. הוכחה. ב. $\frac{AF}{AC} = \frac{1}{2}$ ג. הוכחה.
(5) א. $\angle ACB = 38.21^\circ$ א. $R = 4.041$ ב. $AD = 7.76$ ג. $\frac{r}{R} = 0.985$
(6) א. $x \neq \pm 1$ א. $y = 2, x = 1, x = -1$ א. (3) $(-2,0)$, $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$, $(0,2)$
א. (5) להלן סקיצה: ב. (4) יורדת בכל תחום הגדרתה.
ג. $a = 5$ ב. I.

(7) א. $-\sqrt{8} \leq x \leq \sqrt{8}$ א. (2) $(0,0)$
א. (3) $\min(-\sqrt{8}, 0)$ קצה, $\max(-2, 8)$, $\min(2, -8)$, $\max(\sqrt{8}, 0)$ קצה.
ב. להלן סקיצה: ג. $-8 < k < 0, 0 < k < 8$ ד. להלן סקיצה:


(8) א. $A(2,1)$ ב. לא.