פתרון בגרויות במתמטיקה לשאלון 482

פרק 7

פתרון בוידאו של בחינות 2019

מועד חורף 1
קיץ מועד א 4
קיץ מועד ב 7

בגרות חורף 2019:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונה סדרה הנדסית a_n שבה $a_2=6$, $a_5=162$.

א. מצא את מנת הסדרה ואת a_1.

סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה הוא 1640.

ב. מצא את מספר האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה.
נתון כי מספר האיברים בסדרה הוא אי-זוגי.

ג. מצא את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה.

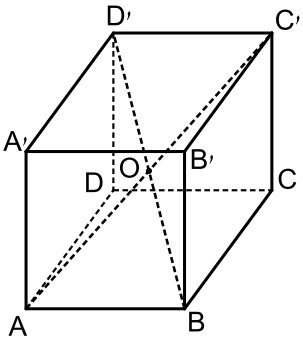
הסדרה b_n היא סדרה הנדסית אין-סופית, ובה: $b_2=\frac{5}{a_2}$, $b_1=\frac{5}{a_1}$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את מנת הסדרה b_n.

ii. מצא את סכום הסדרה b_n.

2) נתונה קובייה $ABCDA'B'C'D'$. אורך צלע הקובייה הוא a.
האלכסונים AC' ו-BD' חוצים זה את זה בנקודה O.



א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הבסיס, AC.

ii. מצא את גודל הזווית בין האלכסון AC'
ובין המישור ABCD.

ב. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הקובייה, AC'.

ג. מצא את גודל הזווית החדה שבין האלכסונים AC' ו-BD'.

ד. הבע את שטח המשולש AOB באמצעות a.

נתון כי שטח המשולש AOB הוא $4\sqrt{2}$.

ה. חשב את a.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה $f(x)=\sin^2 x+6$ בתחום $-\pi \le x \le \pi$.

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. סרטט במערכת צירים נפרדת סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ בתחום $0 \le x \le \pi$.

ii. חשב את השטח שבין גרף הנגזרת $f'(x)$ ובין ציר ה-x בתחום $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=(x+2)e^{x+3}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+a$, a הוא פרמטר.

נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לישר $y=\frac{1}{2}$.

ה. מצא את a. נמק.

5) נתונה הפונקציה $f(x)=2\ln(x)+2\ln(x^2)-3$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x .

ג. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. הוסף בקו מקווקו למערכת הצירים שסרטטת בסעיף ד סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

תשובות סופיות:

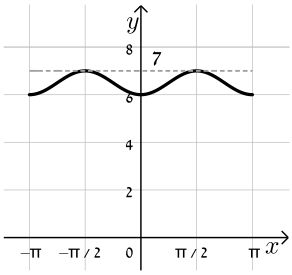
1) א. $a_1=2\ ,\ q=3$ ב. 4 ג. 546 ד. (i). $\frac{1}{3}$ ד. (ii). 3.75.

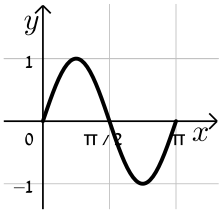
2) א. (i). $a\sqrt{2}$ א. (ii). $35.264°$ ב. $a\sqrt{3}$ ג. $70.529°$

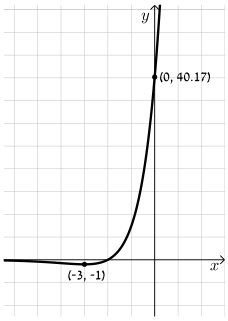
ד. $0.354a^2$ ה. $a=4$.

3) א. $(0,6)$ ב. $\min(\pi,6)\ ,\ \max\left(\frac{\pi}{2},7\right)\ ,\ \min(0,6)\ ,\ \max\left(-\frac{\pi}{2},7\right)\ ,\ \min(-\pi,6)$

ג. להלן סקיצה: ד. (i). להלן סקיצה: ד. (ii). 1 יח"ר.





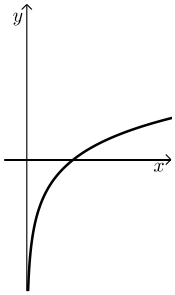


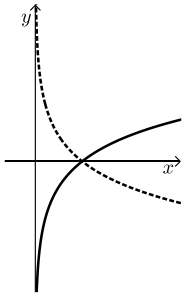
4) א. כל x ב. $x>-2$ ג. $\min(-3,-1)$

ד. סקיצה בצד: ה. $a=1.5$.

5) א. $x>0$ ב. $\left(\sqrt{e},0\right)$ ג. עליה: כל $x>0$, ירידה: אף x .

ד. להלן סקיצה: ה. להלן סקיצה:





בגרות קיץ 2019 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) a_n היא סדרה חשבונית שהאיבר הראשון שלה הוא a_1 וההפרש שלה הוא 4.

b_n היא סדרה המוגדרת כך: $b_n = a_n + 8n$.

א. הוכח כי b_n היא סדרה חשבונית ומצא את ההפרש שלה.

c_n היא סדרה המוגדרת כך: $c_n = a_n + b_n$.

ב. הוכח כי c_n היא סדרה חשבונית.

נתון: $a_1 = \frac{1}{2}$.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

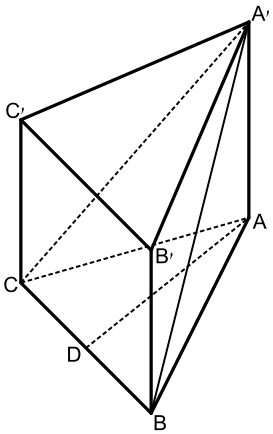
i. מצא את c_1.

ii. מצא את סכום 20 האיברים הראשונים בסדרה c_n.

2) $ABCA'B'C'$ היא מנסרה משולשת וישרה שבסיסה הוא משולש שווה שוקיים ($AC = AB$).

הנקודה D היא אמצע הקטע CB (ראה ציור).

נתון: $AD = 12$, $\sphericalangle CAB = 40°$.



א. חשב את אורך הצלע CB.

ב. הסבר מדוע המשולש $CA'B$ הוא משולש שווה שוקיים.

נתון כי שטח המשולש $CA'B$ הוא 80.

ג. חשב את גודל הזווית שבין הקטע DA' ובין בסיס המנסרה, ABC.

ד. חשב את נפח המנסרה $ABCA'B'C'$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $0 \le x \le \pi$.

נתון: $f'(x) = -3\sin 2x$, $f(0) = 0.75$.

פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, מוגדרת גם היא בתחום $0 \le x \le \pi$.

א. מצא ביטוי אלגברי לפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה-x בתחום שבין נקודות החיתוך שמצאת בסעיף ב.

4) נתונה הפונקציה: $f(x) = -3e^x\left(2e^x - 4\right)$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה: $g(x) = -\frac{1}{2}f(x)$.

i. כתוב מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=\ln\left(-x^2+ax\right)$, שתחום ההגדרה שלה הוא $0<x<a$.

$a>0$ הוא פרמטר. ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון.

א. הראה כי שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\frac{a}{2}$.

נתון כי שיעור ה-y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\ln\left(2\frac{1}{4}\right)$.

ב. מצא את a.

הצב $a=3$ במשוואת הפונקציה $f(x)$ ובתחום ההגדרה שלה, וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. קבע את הסוג של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.
בתשובתך השאר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ii. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה-x.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תשובות סופיות:

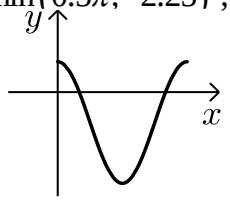
1) א. הוכחה ($d=12$). ב. הוכחה ($d=16$). ג. (i) 9 ג. (ii) 3,220

2) א. 8.73 ב. הסבר. ג. $49.07°$ ד. 725.354 יח"ק

3) א. $f(x)=1.5\cos 2x-0.75$ ב. $\left(\frac{5\pi}{6},0\right)$, $\left(\frac{\pi}{6},0\right)$

ג. $\max(\pi,0.75)$, $\min(0.5\pi,-2.25)$, $\max(0,0.75)$.

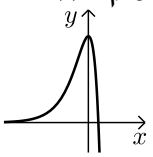
ד. להלן סקיצה:



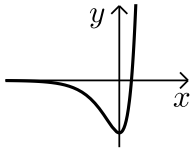
ה. 2.87 יח"ר.

4) א. כל x. ב. $(0,6)$, $(\ln 2,0)$ ג. $\max(0,6)$

ד. להלן סקיצה:

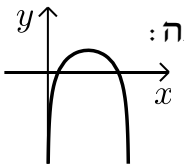


ה. (i). $\min(0,-3)$ ה. (ii). להלן סקיצה:



5) א. הוכחה. ב. 3 ג. max ד. (i). $(0.38,0)$, $(2.62,0)$.

ד. (ii) $x=3$, $x=0$ ד. (iii). להלן סקיצה:



בגרות קיץ 2019 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונות שתי סדרות חשבוניות, a_n ו- b_n.

נתון: $a_1 = b_1$.

הפרש הסדרה a_n הוא d, והפרש הסדרה b_n הוא $d+1$.

נתון: a_4 גדול ב-2 מ- b_3.

א. מצא את d.

ב. הראה כי: $b_n = a_n + n - 1$.

בכל אחת מן הסדרות a_n ו- b_n יש n איברים.

ג. הבע באמצעות n את ההפרש בין סכום כל האיברים בסדרה b_n ובין סכום כל האיברים בסדרה a_n.

נתון: ההפרש בין סכום כל האיברים בסדרה b_n ובין סכום כל האיברים בסדרה a_n הוא 780. סכום כל האיברים בסדרה a_n הוא 3040.

ד. מצא את a_1.

2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה הוא ריבוע.

נתון כי שטח בסיס הפירמידה הוא $4a^2$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הבסיס.

נתון כי הזווית שבין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה היא $67°$.

ב. הבע באמצעות a את גובה הפירמידה, SO.

נתון כי נפח הפירמידה הוא 15.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את a.

ii. הנקודה E היא אמצע הקטע OC.
חשב את שטח המשולש ASE.
בתשובתך השאר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. חיברו את אמצעי צלעות הבסיס לקודקוד הפירמידה S,
כך שנוצרה פירמידה ישרה חדשה. חשב את נפח הפירמידה החדשה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=2-\cos^2 x$ בתחום: $-\frac{2\pi}{3}\le x\le\frac{2\pi}{3}$.

א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

ב. האם יש לגרף הפונקציה $f(x)$ נקודת חיתוך עם ציר ה-x? נמק.

ג. האם הפונקציה היא זוגית או אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית? נמק.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)+c$, c הוא פרמטר.
מצא בעבור אילו ערכים של c, גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה-x (מצא את שני הערכים האפשריים).

4) נתונות הפונקציות: $f(x)=e^{2x-1}-1$, $g(x)=e^{2-x}-1$. $f(x)$ ו-$g(x)$ מוגדרות לכל x.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ii. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x.

iii. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

ii. הוכח כי הפונקציה $g(x)$ יורדת לכל x.

iii. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$.

ג. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ ושל גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ ועל ידי ציר ה-x. תוכל להשאיר e בתשובתך או לדייק עד 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{1+\ln x}{ax}$, $a>0$ הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצא את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

ד. רשום את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי שיעור ה-y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\frac{1}{4}$.

ה. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את a.

ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f(x)$.

ו. רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה. נמק את תשובתך.

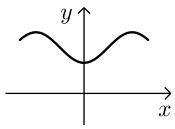
תשובות סופיות:

1) א. $d=4$ ב. הוכחה. ג. $\frac{n(n-1)}{2}$ ד. $a_1=-2$

2) א. $2\sqrt{2a}$ ב. $3.33a$ ג. (i). $a=1.5$ (ii). 7.95 ד. 7.5

3) א. $\min\left(\frac{2\pi}{3},1.75\right)$, $\max\left(\frac{\pi}{2},2\right)$, $\min(0,1)$, $\max\left(\frac{-\pi}{2},2\right)$, $\min\left(\frac{-2\pi}{3},1.75\right)$

ב. לא. ג. זוגית. ד. להלן סקיצה:

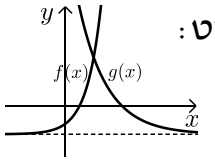


ה. $c=-2$, $c=-1$

4) א. (i). $(0.5,0)$, $(0,-0.63)$ (ii). הוכחה. (iii). $y=-1$ שמאל

ב. (i) $(0,6.39)$, $(2,0)$ (ii). הוכחה. (iii). $y=-1$ ימין

ג. להלן סרטוט:

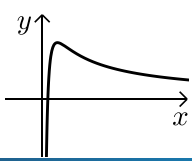


ד. $(1,1.72)$ ה. 1.07 יח"ר.

5) א. $x>0$ ב. $(\frac{1}{e},0)$ ג. $x=1$, מקסימום.

ד. עלייה: $0<x<1$ ירידה: $x>1$

ה. (ii). להלן סקיצה:



ה. (i). $a=4$

ו. $\min(1,-0.25)$