

פתרון בגרועות במתמטיקה לשאלון 482

פרק 7

פתרון בודאו של בחינות 2019

1		מועד חורף
4		קיץ מועד א
7		קיץ מועד ב

בגרות חורף 2019:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה הנדסית a_n שבה $a_2 = 6$, $a_5 = 162$.

א. מצא את מנת הסדרה ואת a_1 .

סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה הוא 1640.

ב. מצא את מספר האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה.
נתון כי מספר האיברים בסדרה הוא אי-זוגי.

ג. מצא את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה.

הסדרה b_n היא סדרה הנדסית אין-סופית, ובה: $b_1 = \frac{5}{a_1}$, $b_2 = \frac{5}{a_2}$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את מנת הסדרה b_n .

ii. מצא את סכום הסדרה b_n .

(2) נתונה קובייה $ABCD A'B'C'D'$. אורך צלע הקובייה הוא a .

האלכסונים AC' ו- BD' חוצים זה את זה בנקודה O .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הבסיס, AC .

ii. מצא את גודל הזווית בין האלכסון AC'

ובין המישור $ABCD$.

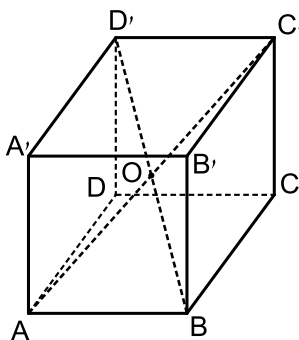
ב. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הקובייה, AC' .

ג. מצא את גודל הזווית החדה שבין האלכסונים AC' ו- BD' .

ד. הבע את שטח המשולש AOB באמצעות a .

נתון כי שטח המשולש AOB הוא $4\sqrt{2}$.

ה. חשב את a .



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה $f(x) = \sin^2 x + 6$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. סרטט במערכת צירים נפרדת סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$

בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

ii. חשב את השטח שבין גרף הנגזרת $f'(x)$ ובין ציר ה- x

בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x+2)e^{x+3}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + a$, a הוא פרמטר.

נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לישר $y = \frac{1}{2}$.

ה. מצא את a . נמק.

5 נתונה הפונקציה $f(x) = 2\ln(x) + 2\ln(x^2) - 3$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ג. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. הוסף בקו מקווקו למערכת הצירים שסרטטת בסעיף ד סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

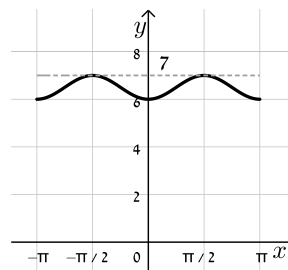
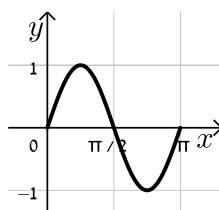
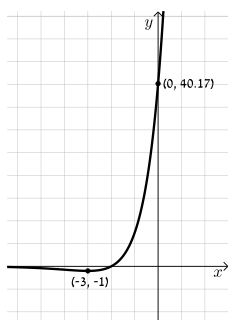
תשובות סופיות:

1 א. $a_1 = 2, q = 3$ ב. 4 ג. 546 ד. (i). $\frac{1}{3}$ (ii). 3.75

2 א. (i). $a\sqrt{2}$ א. (ii). 35.264° ב. $a\sqrt{3}$ ג. 70.529° ד. $0.354a^2$ ה. $a = 4$

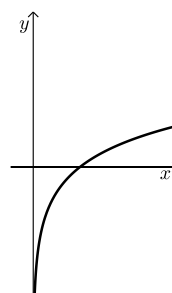
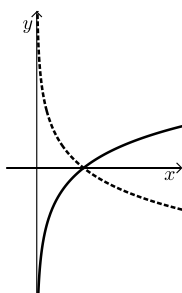
3 א. $(0, 6)$ ב. $\min(-\pi, 6), \max\left(-\frac{\pi}{2}, 7\right), \min(0, 6), \max\left(\frac{\pi}{2}, 7\right), \min(\pi, 6)$

ג. להלן סקיצה: ד. (i). להלן סקיצה: ד. (ii). 1 יח"ר.



4 א. כל x ב. $x > -2$ ג. $\min(-3, -1)$ ד. סקיצה בצד: ה. $a = 1.5$

5 א. $x > 0$ ב. $(\sqrt{e}, 0)$ ג. עליה: כל $x > 0$, ירידה: אף x ד. להלן סקיצה: ה. להלן סקיצה:



בגרות קיץ 2019 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) a_n היא סדרה חשבונית שהאיבר הראשון שלה הוא a_1 וההפרש שלה הוא 4.

b_n היא סדרה המוגדרת כך: $b_n = a_n + 8n$.

א. הוכח כי b_n היא סדרה חשבונית ומצא את ההפרש שלה.

c_n היא סדרה המוגדרת כך: $c_n = a_n + b_n$.

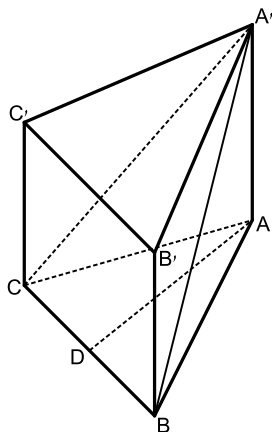
ב. הוכח כי c_n היא סדרה חשבונית.

נתון: $a_1 = \frac{1}{2}$.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את c_1 .

ii. מצא את סכום 20 האיברים הראשונים בסדרה c_n .



(2) ABCA'B'C' היא מנסרה משולשת וישרה שבסיסה

הוא משולש שווה שוקיים ($AC = AB$).

הנקודה D היא אמצע הקטע CB (ראה ציור).

נתון: $\angle CAB = 40^\circ$, $AD = 12$.

א. חשב את אורך הצלע CB.

ב. הסבר מדוע המשולש CA'B' הוא משולש שווה שוקיים.

נתון כי שטח המשולש CA'B' הוא 80.

ג. חשב את גודל הזווית שבין הקטע DA' ובין

בסיס המנסרה, ABC.

ד. חשב את נפח המנסרה ABCA'B'C'.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

נתון: $f(0) = 0.75$, $f'(x) = -3\sin 2x$.

פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, מוגדרת גם היא בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

- א. מצא ביטוי אלגברי לפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום שבין נקודות החיתוך שמצאת בסעיף ב.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = -3e^x(2e^x - 4)$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
 - ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ה. נתונה הפונקציה: $g(x) = -\frac{1}{2}f(x)$.
- i. כתוב מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.
 - ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln(-x^2 + ax)$, שתחום ההגדרה שלה הוא $0 < x < a$.

$a > 0$ הוא פרמטר. ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון.

א. הראה כי שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\frac{a}{2}$.

נתון כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\ln\left(2\frac{1}{4}\right)$.

ב. מצא את a .

הצב $a = 3$ במשוואת הפונקציה $f(x)$ ובתחום ההגדרה שלה, וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. קבע את הסוג של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

בתשובתך השאר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ii. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תשובות סופיות:

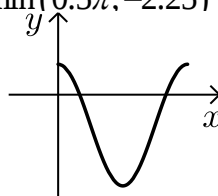
(1) א. הוכחה ($d = 12$). ב. הוכחה ($d = 16$). ג. (i). 9. ג. (ii). 3,220.

(2) א. 8.73. ב. הסבר. ג. 49.07° . ד. 725.354 יח"ק.

(3) א. $f(x) = 1.5\cos 2x - 0.75$. ב. $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right), \left(\frac{5\pi}{6}, 0\right)$.

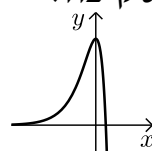
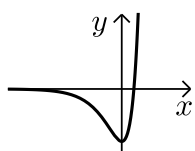
ג. $\max(0, 0.75), \min(0.5\pi, -2.25), \max(\pi, 0.75)$.

ד. להלן סקיצה: ה. 2.87 יח"ר.



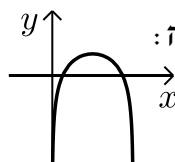
(4) א. כל x . ב. $(0, 6), (\ln 2, 0)$. ג. $\max(0, 6)$.

ד. להלן סקיצה: ה. (i). $\min(0, -3)$. ה. (ii). להלן סקיצה:



(5) א. הוכחה. ב. 3. ג. $\max$. ד. (i). $(0.38, 0), (2.62, 0)$.

ד. (ii) $x = 0, x = 3$. ד. (iii). להלן סקיצה:



בגרות קיץ 2019 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונות שתי סדרות חשבוניות, a_n ו- b_n .

נתון: $a_1 = b_1$.

הפרש הסדרה a_n הוא d , והפרש הסדרה b_n הוא $d+1$.

נתון: a_4 גדול ב-2 מ- b_3 .

א. מצא את d .

ב. הראה כי: $b_n = a_n + n - 1$.

בכל אחת מן הסדרות a_n ו- b_n יש n איברים.

ג. הבע באמצעות n את ההפרש בין סכום כל האיברים בסדרה b_n ובין

סכום כל האיברים בסדרה a_n .

נתון: ההפרש בין סכום כל האיברים בסדרה b_n ובין סכום כל האיברים

בסדרה a_n הוא 780. סכום כל האיברים בסדרה a_n הוא 3040.

ד. מצא את a_1 .

(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה הוא ריבוע.

נתון כי שטח בסיס הפירמידה הוא $4a^2$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הבסיס.

נתון כי הזווית שבין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה היא 67° .

ב. הבע באמצעות a את גובה הפירמידה, SO.

נתון כי נפח הפירמידה הוא 15.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את a .

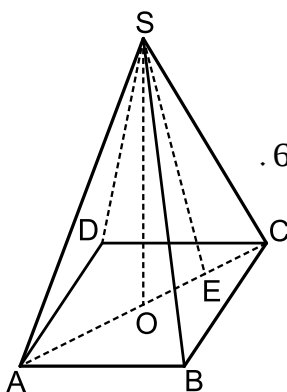
ii. הנקודה E היא אמצע הקטע OC.

חשב את שטח המשולש ASE.

בתשובתך השאר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. חיברו את אמצעי צלעות הבסיס לקודקוד הפירמידה S,

כך שנוצרה פירמידה ישרה חדשה. חשב את נפח הפירמידה החדשה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = 2 - \cos^2 x$ בתחום: $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

ב. האם יש לגרף הפונקציה $f(x)$ נקודת חיתוך עם ציר ה- x ? נמק.

ג. האם הפונקציה היא זוגית או אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית? נמק.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + c$, c הוא פרמטר.

מצא בעבור אילו ערכים של c , גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x (מצא את שני הערכים האפשריים).

(4) נתונות הפונקציות: $f(x) = e^{2x-1} - 1$, $g(x) = e^{2-x} - 1$, ו- $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות לכל x .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ii. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x .

iii. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

ii. הוכח כי הפונקציה $g(x)$ יורדת לכל x .

iii. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$.

ג. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$

ושל גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

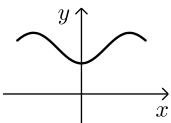
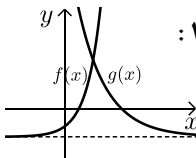
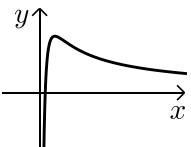
ה. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$

ועל ידי ציר ה- x . תוכל להשאיר e בתשובתך או לדייק עד 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1+\ln x}{ax}$, $a > 0$ הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
- ד. רשום את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$.
- נתון כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\frac{1}{4}$.
- ה. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מצא את a .
- ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x)$.
- ו. רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה. נמק את תשובתך.

תשובות סופיות:

- (1) א. $d = 4$ ב. הוכחה. ג. $\frac{n(n-1)}{2}$ ד. $a_1 = -2$
- (2) א. $2\sqrt{2a}$ ב. $3.33a$ ג. (i). $a = 1.5$ ג. (ii). 7.95 ד. 7.5
- (3) א. $\min\left(\frac{-2\pi}{3}, 1.75\right), \max\left(\frac{-\pi}{2}, 2\right), \min(0, 1), \max\left(\frac{\pi}{2}, 2\right), \min\left(\frac{2\pi}{3}, 1.75\right)$
- ב. לא. ג. זוגית. ד. להלן סקיצה:
- 
- ה. $c = -1, c = -2$
- (4) א. (i). $(0, -0.63), (0.5, 0)$ א. (ii). הוכחה. א. (iii). $y = -1$ שמאל
- ב. (i). $(0, 6.39), (2, 0)$ ב. (ii). הוכחה. ב. (iii). $y = -1$ ימין
- ג. להלן סרטוט:
- 
- א. $x > 0$ ב. $\left(\frac{1}{e}, 0\right)$ ג. $x = 1$, מקסימום.
- (5) ד. עלייה: $0 < x < 1$ ירידה: $x > 1$
- ה. (ii). להלן סקיצה:
- 
- ה. (i). $a = 4$ ו. $\min(1, -0.25)$