

שאלון 481

פרק 30

פתרון בידאו של בחינות 2018

1	מועד חורף
6	קיץ מועד א
10	קיץ מועד ב

בגרות חורף 2018:

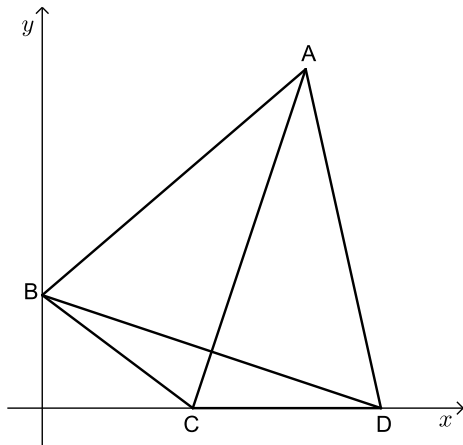
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) סוחר קנה כמה מוצרים במחיר זהה ושילם בעבורם 6,000 שקלים סך הכול.
10% מכל המוצרים שקנה הוא מכר במחיר מבצע של 40 שקלים לכל מוצר.
20 מוצרים הוא השאיר במחסן, ואת השאר הוא מכר ברווח של 60% למוצר.
הכנסתו ממכירת המוצרים האלה הייתה 7,520 שקלים.
א. כמה מוצרים קנה הסוחר?
בשלב מאוחר יותר מכר הסוחר את 20 המוצרים שהשאיר במחסן, ברווח של 200% למוצר.
ב. מה הייתה הכנסתו של הסוחר ממכירת 20 המוצרים האלה?

- (2) נתון דלתון $ABCD$ ($AB = AD$, $CB = CD$).

הקדקוד B מונח על ציר ה- y והקדקודים C ו- D מונחים על ציר ה- x , כמתואר בציור.



משוואה הישר BD היא: $y = -\frac{1}{3}x + 3$.

- א. מצא את שיעורי הקדקודים B , D , ו- C .
שיעורי הקדקוד A הם $(7, 9)$.
ב. חשב את שטח הדלתון $ABCD$.
הישר $y = 5.4$ חותך את הישרים AB ו- AD בנקודות E ו- F בהתאמה.
אורך הקטע EF הוא 5.
ג. (1) חשב את שטח המשולש AEF .
(2) חשב את שטח המחומש $EFDCB$.

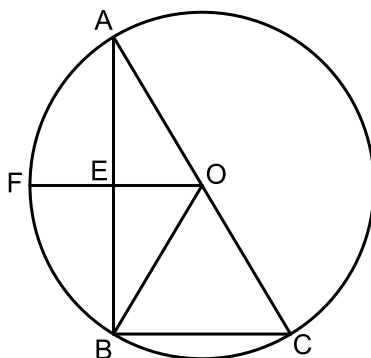
- 3) שירה משחקת בקוביית משחק הוגנת ובמטבע מאוזן.
שירה משחקת על פי הכללים האלה: היא זורקת את הקובייה פעם אחת ומטילה את המטבע פעמיים. אם המספר שיתקבל על הקובייה יהיה גדול מ-2 ובשתי ההטלות ייפול המטבע על "פלי", תזכה שירה בפרס.
- א. (1) מהי ההסתברות ששירה תזכה בפרס?
(2) שירה משחקת במשחק שלה 4 פעמים.
מהי ההסתברות שתזכה ב-2 פרסים בדיוק?
אביגיל משחקת גם היא בקובייה הוגנת ובמטבע מאוזן.
אביגיל משחקת לפי כללים אחרים:
היא זורקת את הקובייה פעמיים ואת מטילה את המטבע פעם אחת.
אם סכום המספרים שיתקבל על הקובייה בשתי הזריקות יהיה קטן מ-10 והמטבע ייפול על "עץ", תזכה אביגיל בפרס.
- ב. (1) מהי ההסתברות שבזריקת הקובייה פעמיים סכום המספרים שיתקבל יהיה קטן מ-10?
(2) אביגיל משחקת במשחק שלה פעם אחת.
מהי ההסתברות שאביגיל תזכה בפרס?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

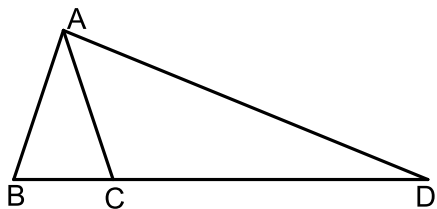
- 4) משולש ABC חסום במעגל. מרכז המעגל O נמצא על הצלע AC.
הנקודה E נמצאת על הצלע AB כך ש- $OE \perp AB$ (ראה ציור).
א. הוכח ש-OE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
המשך הקטע OE חותך את המעגל בנקודה F, כמתואר בציור.



- ב. הוכח שהמשולש AFB הוא משולש שווה-שוקיים.
נתון: $\angle ACB = 60^\circ$.
ג. הוכח שהמרובע FOEB הוא מעוין.

5) ABC הוא משולש חד-זווית ושווה-שוקיים ($AB = AC$).

אורכו של רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא R .
נתון: $BC = 1.2R$.



א. (1) חשב את זוויות המשולש ABC.

(2) הבע את אורך הצלע AB באמצעות R .

המשיכו את הצלע BC עד הנקודה D,
כמתואר בציור, כך ש- $CD = 3.8R$.

ב. הבע את אורך הקטע AD באמצעות R .

ג. AE הוא גובה במשולש ACD.

אורך הגובה AE הוא 9.

חשב את R .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של

פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4x}{(x-1)^2} + a$, a הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. הבע באמצעות a במידת הצורך.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מה הן משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים?

(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?

נתון: לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה היא $y = -3$.

ב. מהו ערך הפרמטר a ?

הצב את הערך של a שמצאת וענה על סעיפים ג-ד.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .

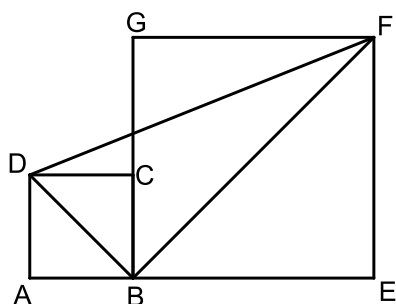
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. עבור אילו ערכים של k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה אחת בדיוק?

7 נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{49 - x^2}$.

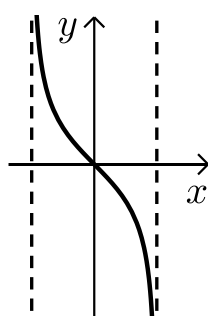
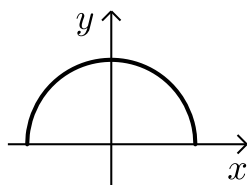
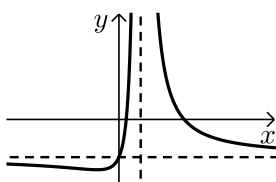
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ב. (1) מצא את משוואת האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, המאונכת לציר ה- x .
 (2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?
 (3) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.
 תוכל להיעזר בסעיפים הקודמים.
 ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי החלק השלילי של ציר ה- x ועל ידי הישר $x = -6$.
 בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



- 8 (8) ABCD ו-BEFG הם שני ריבועים.
 הצלע BC מונחת על הצלע BG.
 נתון: $DB + BF = a$, $0 < a$ הוא פרמטר.
 א. מצא את אורך האלכסון DB שעבורו אורך הקטע DF הוא מינימלי.
 הבא באמצעות a .
 ב. עבור אורך DB שמצאת שבסעיף א,
 מהו היחס: $\frac{AB}{BE}$?

תשובות סופיות:

- (1) א. הסוחר קנה 120 מוצרים. ב. 3000 ₪.
- (2) א. $B(0,3)$, $C(4,0)$, $D(9,0)$ ב. 45 יח"ר $S =$
- ג. (1) 9 יח"ר $S =$ (2) 36 יח"ר $S =$
- (3) א. (1) $\frac{1}{6}$ ב. (1) $\frac{5}{6}$ (2) $\frac{5}{12}$ (2) $\frac{25}{216}$
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.
- (5) א. (1) 36.869° , 71.565° , 71.565° ב. $1.897R$ (2) $4.753R$ ג. 5.
- (6) א. (1) $x \neq 1$ (2) $y = a$, $x = 1$ (3) מינימום: $(-1, a-1)$
- (4) עליה: $-1 < x < 1$, ירידה: $x < -1$, $1 < x$ ב. $a = -3$
- ג. (1) $(0, -3)$ (2) סרטוט בצד.
- ד. $k = -3$, $k = -4$
- (7) א. (1) $-7 \leq x \leq 7$ (2) מקסימום: $(0, 7)$, מינימום: $(7, 0)$, $(-7, 0)$
- (3) סרטוט בצד. ב. (1) $x = -7$, $x = 7$ (2) חיובי: $-7 < x < 0$, שלילי: $0 < x < 7$ (3) להלן סקיצה:
- ג. $7 - \sqrt{13} \approx 3.39$ יח"ר.
- (8) א. $\frac{a}{2}$ ב. $\frac{AB}{BE} = 1$

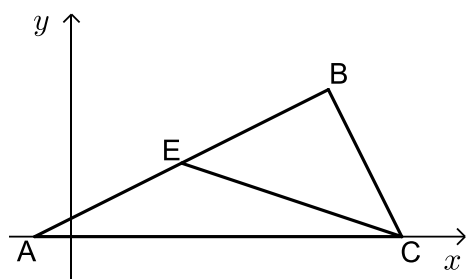


בגרות קיץ 2018 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) המרחק בין עיר א ובין עיר ב הוא 126 ק"מ.
בשעה 8:00 יצאה מכונית מעיר א לעיר ב.
בשעה 8:30 יצא רוכב אופניים מעיר ב לעיר א.
המכונית ורוכב האופניים נפגשו בשעה 9:30 והמשיכו בדרכם.
15 דקות לאחר הפגישה הגיעה המכונית לעיר ב.
המכונית ורוכב האופניים לא שינו את מהירויותיהם בזמן הנסיעה.
א. מצא את מהירות הנסיעה של המכונית ואת מהירות הנסיעה של רוכב האופניים.
יום לאחר מכן, יצאו המכונית ורוכב האופניים זה לקראת זה באותו הזמן.
המכונית יצאה מעיר ב לעיר א, ואילו רוכב האופניים יצא מעיר א לעיר ב.
המכונית נסעה במהירות קבועה הגדולה ב- a קמ"ש מן המהירות שבה נסעה
ביום שלפני כן, ואילו רוכב האופניים נסע במהירות קבועה הקטנה ב- a קמ"ש
מן המהירות שבה נסע ביום שלפני כן.
המכונית ורוכב האופניים נפגשו לאחר t שעות.
ב. מצא את t .



- (2) CE הוא תיכון במשולש ABC.
נתון: $A(-1, 0)$, $B(7, 4)$,
הקדקוד C נמצא על ציר ה- x (ראה ציור).
א. מצא את שיעורי הנקודה E.
נתון: $EB = BC$, שיעור ה- x של הקדקוד C
גדול משיעור ה- x של הקדקוד B.
ב. מצא את שיעורי הקדקוד C.
מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה- x .
האנך שהורידו חותך את הקטע CE בנקודה K ואת ציר ה- x בנקודה F.
ג. (1) מצא את שיעורי הנקודה K ואת אורך הקטע KF.
(2) חשב את שטח המשולש EKF.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

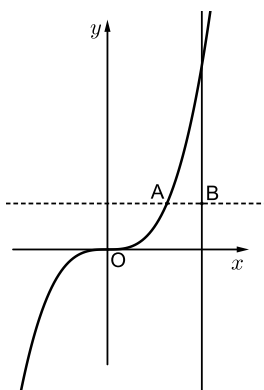
ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2} + 4$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, המאונכות לצירים.
- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x , ועל ידי הישרים $x=4$ ו- $x=5$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - 4$.
- ג. מהו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x , ועל ידי הישרים $x=4$ ו- $x=5$? נמק.

(7) נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 \cdot \sqrt{x+a}$. a הוא פרמטר.

- א. הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- הנקודה $(2, 24)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את a .
- הצב $a=7$ וענה על הסעיפים ג-ד.
- ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- (4) מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$?
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$. c הוא פרמטר.
- ד. מהו הערך של c , שעבורו גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x ? נמק.



(8) בציור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x) = x^3$

והישר $x = 2$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון: $0 < x_A < 2$ (הוא שיעור ה- x של הנקודה A).

מהנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- x (הישר המקווקו בציור).

הישר שהעבירו חותך את הישר $x = 2$

בנקודה B (ראה ציור).

הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה

שטח המשולש ABO הוא מקסימלי? נמק.

ב. חשב את שטח המשולש ABO בעבור הנקודה A

שמצאת בסעיף א.

תשובות סופיות:

(1) א. מכונית : 72 קמ"ש, אופניים : 18 קמ"ש. ב. $t = 1.4$

(2) א. $E(3,2)$ ב. $C(9,0)$ ג. $K\left(7, \frac{2}{3}\right)$, $KF = \left(\frac{2}{3}\right)$ ד. $\frac{4}{3}$ יח"ש.

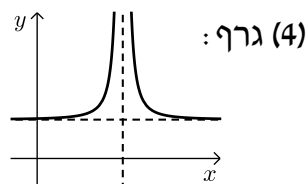
(3) א. 7 ב. $\frac{2}{9}$ ג. $\frac{11}{18}$ ד. $\frac{21}{22}$

(4) א. $\sqrt{3}R^2$ ב. $\sqrt{3}R^2$ ג. $\sqrt{3}R^2$ ד. $\sqrt{3}R^2$

(5) א. $75 \sin \alpha$ ב. 60° ג. $5\sqrt{7}$ יח"א ד. 40.893° (2) 13.769 יח"א.

(6) א. (1) $x \neq 3$ (2) $x = 3$, $y = 4$ (3) עליה: $x < 3$, ירידה: $x > 3$.

ב. 4.5 יח"ש ג. $\frac{1}{2}$ יח"ש.

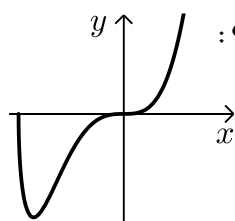


(7) א. $x \geq -a$ ב. $a = 7$ ג. (1) $(-7,0)$, $(0,0)$

(2) $(-6, -216)$ מינימום, $(-7,0)$ מקסימום. (3) גרף:

(4) חיובית: $x > 0$, שלילית: $-7 < x < 0$.

ד. $c = 216$



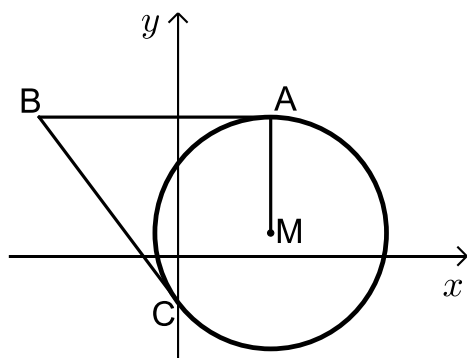
(8) א. $(1.5, 3.375)$ ב. $\frac{27}{32}$ יח"ש.

בגרות קיץ 2018 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) בשיעור אומנות קיבל תלמיד חוט ברזל שאורכו $52a$ ס"מ והכין ממנו שתי מסגרות לתמונות: מסגרת אחת בצורת ריבוע ומסגרת אחת בצורת מלבן. צלע אחת של המלבן שווה באורכה לצלע הריבוע והצלע האחרת של המלבן גדולה פי $\frac{4}{3}$ מצלע הריבוע. החוט הספיק בדיוק להכנת שתי המסגרות.
- א. הבע באמצעות a את אורכי המלבן.
- ב. מחוט ברזל נוסף (באורך אחר) הכין התלמיד עוד שתי מסגרות: מסגרת מלבנית וזוהי למסגרת המלבנית הראשונה, ומסגרת בצורת ריבוע שצלעו ארוכה ב-65% מצלע הריבוע הראשון.
- מצא בכמה אחוזים החוט הנוסף ארוך מן החוט הראשון.
- ג. האורך של אלכסון המלבן הוא 45 ס"מ. חשב את אורכי צלעות המלבן.



- (2) מעגל שמרכזו בנקודה $M(4, 1)$ חותך את ציר ה- y בנקודה C , כמתואר בציור. מן הנקודה B , הנמצאת ברביע השני, העבירו שני ישרים המשיקים למעגל בנקודות A ו- C . משוואת הישר AB היא $y = 6$.
- א. מהי משוואת המעגל?
- ב. מצא את משוואת הישר BC .
- ג. חשב את שטח המרובע $ABCM$.
- ד. חשב את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש BCM . בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

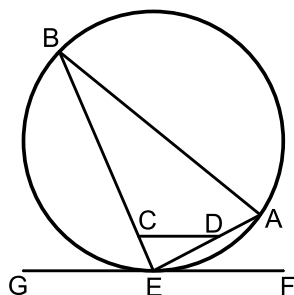
- (3) בבית ספר מסוים יש תלמידים שגרים בעיר ויש תלמידים שגרים מחוץ לעיר. מספר הבנות הלומדות בבית הספר גדול פי 1.25 ממספר הבנים הלומדים בבית הספר. 75% מן הבנים גרים בעיר ו-40% מן הבנות גרות מחוץ לעיר. בחרו באקראי תלמיד מבין תלמידי בית הספר (בן או בת).
א. מהי ההסתברות שבחרו בן שגר בעיר?
ב. ידוע שהתלמיד שנבחר (בן או בת) גר בעיר. מהי ההסתברות שנבחרה בת?
ג. בבית הספר יש 900 תלמידים (בנים ובנות). כמה תלמידים (בנים ובנות) גרים בעיר?
ד. בכל יום בוחרים באקראי תלמיד מבית הספר שיהיה תורן ניקיון (אותו התלמיד יכול להיבחר ברצף יום אחר יום). מהי ההסתברות שבמשך 3 ימים רצופים נבחרו לפחות 2 תורנים שגרים מחוץ לעיר? (תורן יכול להיות בן או בת).

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

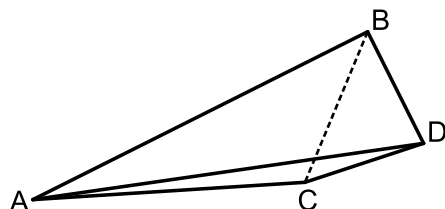
ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (4) המשולש AEB חסום במעגל. הקטע GF משיק למעגל בנקודה E. הנקודות C ו-D נמצאות על הצלעות BE ו-AE, בהתאמה, כך שהקטע CD מקביל למשיק.



- א. הוכח: $\angle ABE = \angle CDE$.
ב. הוכח: $\triangle ABE \sim \triangle CDE$.
ג. הוכח כי אפשר לחסום את המרובע ABCD במעגל.
ד. נתון $CD = 4$ ס"מ, $BE = 12$ ס"מ, $ED = \frac{1}{3} AB$.
חשב את אורך הקטע ED.



- (5) ABD הוא משולש ישר-זווית ($\angle ABD = 90^\circ$).
נסמן: $BD = a$. נתון: $AB = 3a$.
א. חשב את גודל הזווית ADB.
ב. נתון: $CD = BD$, $\angle ADC = 10^\circ$.
ג. הבע באמצעות a את אורך הקטע BC.
ד. הבע באמצעות a את אורך הקטע AC.
ה. נתון: שטח המשולש BDC הוא 30 סמ"ר.
חשב את שטח המרובע ABDC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה $f(x) = x^2(x-4)^2$, המוגדרת לכל x .

ענה על הסעיפים א-ג. פתח סוגריים אם יש צורך.

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

4) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

7 נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-13}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

3) הראה כי הפונקציה $f(x)$ עולה בכל תחום הגדרתה.

4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

לפניך גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

ב. 1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

2) מהי משוואת האסימפטוטה האנכית

של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

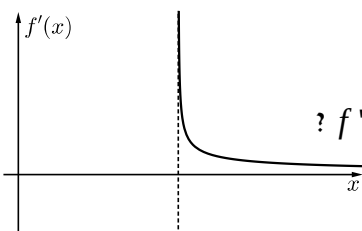
הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ חותכים זה את זה בנקודה A.

ג. חשב את שיעורי הנקודה A.

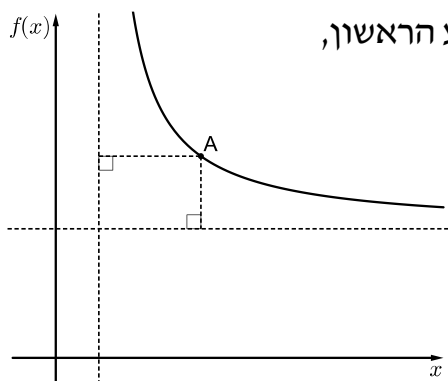
מן הנקודה A הורידו אנך לציר ה- x .

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה הנגזרת $f'(x)$,

על ידי האנך, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x=11$.



8) לפניך ציור של גרף הפונקציה $f(x) = \frac{4}{x-1} + 3$ ברביע הראשון.



מנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון, העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, כך שנוצר מלבן.

- מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
- מצא את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.
- חשב את שטח המלבן שהיקפו מינימלי.

תשובות סופיות:

- א. $6a, 8a$. ב. 30% . ג. 36 ס"מ, 27 ס"מ.
- א. $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 25$. ב. $y = -\frac{4}{3}x - 2$. ג. $S_{ABCM} = 50$. ד. $\frac{\sqrt{125}}{2} = 5.59$
- א. $\frac{1}{3}$. ב. $\frac{1}{2}$. ג. 600 . ד. $\frac{7}{27}$
- א-ג. הוכחה. ד. 4 ס"מ.
- א. 71.565° . ב. $1.306a$. ג. $2.185a$. ד. $S_{ABDC} = 107.55$ ס"מ.
- א. (1) $(0,0)$, (2) $(4,0)$. ב. $\frac{512}{15}$. ג. $\frac{512}{15}$
- א. (1) $6.5 \leq x$ (2) $(6.5, 0)$ (3) הוכחה. (4)
- א. $y = 3, x = 1$. ב. $A(3,5)$. ג. $A(7,1)$. ד. 2

