

פתרון בגרועות במתמטיקה לשאלון 482

פרק 8

פתרון בידאו של בחינות 2018

1	מועד חורף
5	קיץ מועד א
8	קיץ מועד ב

בגרות חורף 2018:

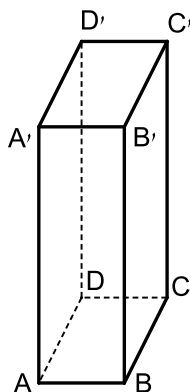
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) נתונה סדרה הנדסית אין-סופית שכל איבריה חיוביים.
האיבר השלישי בסדרה גדול פי 8 מן האיבר השישי בסדרה.
א. פי כמה גדול סכום כל איברי הסדרה מסכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים?
ב. סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים הוא 2. חשב את הערך של האיבר השלישי בסדרה הנתונה.

- (2) נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה $ABCD$, הוא ריבוע (ראה ציור).
נתון: $AA' = 3a$, $AB = a$.



- א. ענה על הסעיפים הבאים:
i. הבע באמצעות a את AC ואת AD' .
ii. הסבר מדוע $AD' = CD'$.
ב. מצא את גודל הזווית $AD'C$.
ג. הבע באמצעות a את שטח המשולש $AD'C$.
D'E הוא גובה במשולש $AD'C$.
ד. מצא את גודל הזווית שבין $D'E$ לבין בסיס התיבה $ABCD$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = 3\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם הצירים בתחום הנתון.

ii. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = \pi$

ועל ידי ציר ה- x בתחום $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = 4^{2x} - 4^x - 2$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

iii. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

בציור שלפניך סרטוט של גרף הפונקציה $g(x) = -2f(x)$.

לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטה שמשוואתה $y = 4$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

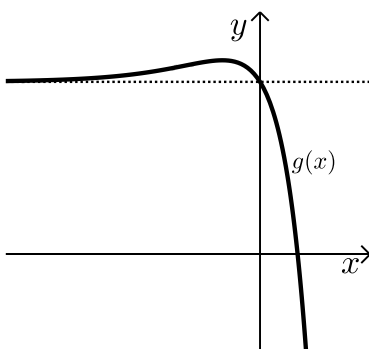
i. מה הם שיעורי נקודת הקיצון של

הפונקציה $g(x)$?

ii. מהי משוואת האסימפטוטה האופקית

של הפונקציה $f(x)$? נמק.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

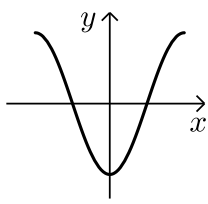
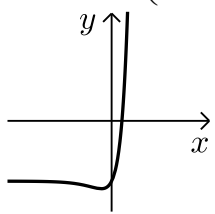
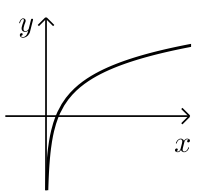
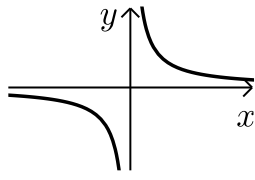


(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2\ln x + 3}{3}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
 - ii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 - iii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 - iv. כתוב את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.
 - v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. כתוב את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.
 - ii. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- $1 < b$ הוא פרמטר. השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x , על ידי הישר $x=1$ ועל ידי הישר $x=b$ שווה ל- $\ln 4$.
- ג. מצא את הערך של b .

תשובות סופיות:

- (1) א. פי 3. ב. $a_3 = \frac{3}{8}$.
- (2) א. (i). $AD' = a\sqrt{10}$, $AC = a\sqrt{2}$. ב. $\angle AD'C = 25.84^\circ$. ג. $S_{\triangle ADC} = 2.179a^2$. ד. 76.74° .
- (3) א. (i). $(0, -3)$, $(-\frac{\pi}{2}, 0)$, $(\frac{\pi}{2}, 0)$. א. (ii). מקסימום: $(\pi, 3)$, $(-\pi, 3)$, מינימום $(0, -3)$. ב. להלן סרטוט:
- 
- (4) א. (i). כל x . א. (ii). $(\frac{1}{2}, 0)$, $(0, -2)$. ב. (i). מקסימום: $(-\frac{1}{2}, 4.5)$. ב. (iii). להלן סרטוט:
- 
- (5) א. (i). $x > 0$. א. (iii). עלייה: $x > 0$, ירידה: אין. א. (v). להלן סקיצה:
- 
- ב. (ii). סרטוט:
- 
- ג. $b = 8$. א. (iv). $x = 0$. ב. (i). $y = 0$, $x = 0$.

בגרות קיץ 2018 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) הסדרה a_n מוגדרת באופן הזה: $a_{n+1} = a_n + 3$, $a_1 = 0$.

הסדרה b_n מוגדרת על ידי הכלל: $b_n = a_n + a_{n+1}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הוכח: $b_n = 2a_n + 3$.

ii. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית, ומצא את ההפרש שלה ואת b_1 .

נתון: $b_1 + b_m = 120$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את m .

ii. חשב את הסכום: $b_{m+1} + b_{m+2} + \dots + b_{2m}$.

(סכום האיברים בסדרה b_n החל מהאיבר b_{m+1} ועד האיבר b_{2m} , כולל).

(2) ABCDE היא פירמידה ישרה שבסיסה הוא ריבוע, כמתואר באיור.

נתון: EM הוא גובה של הפירמידה, והוא שווה באורכו לאלכסון הבסיס.

נסמן: $AB = a$.

א. חשב את גודל הזווית בין מקצוע צדדי בפירמידה

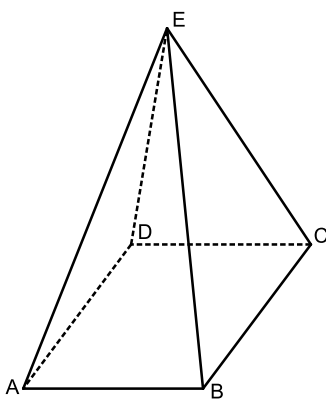
ובין בסיס הפירמידה.

EK הוא גובה בפאה צדדית של הפירמידה.

ב. חשב את גודל הזווית בין EK ובין בסיס הפירמידה.

ג. נתון: שטח המעטפת של הפירמידה הוא 36.75 סמ"ר.

חשב את a .



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (3)** הפונקציה $f'(x) = 2\sin 2x$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.
ענה על הסעיפים א-ה בעבור התחום: $0 \leq x \leq \pi$.
- א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.
- גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודה $(0, -2)$.
- ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = \pi$, על ידי ציר ה- y ועל ידי ציר ה- x .

- (4)** נתונה הפונקציה: $f(x) = ae^x - 9e^{-x}$. a הוא פרמטר.
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \ln 3$ הוא 6.
- ב. מצא את a . פרט את חישוביך.
- הצב $a = 1$ וענה על הסעיפים ג-ד.
- ג. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x}{\ln(x)-2}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. ענה על הסעיפים הבאים:
 i. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את הצירים? אם כן, מצא את נקודות החיתוך. אם לא, נמק.
 ii. לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית אחת. מצא את משוואתה.
 iii. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
 iv. מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 v. חשב את $f(0.1)$ וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.
 ג. מהו תחום העלייה של הפונקציה $g(x)$?

תשובות סופיות:

- (1) א. (i). הוכחה. א. (ii). $b_1 = 3, d = 6 \leftarrow b_{n+1} - b_n = 6$.
 ב. (i). $m = 20$. ב. (ii). 3,600.
 (2) א. 63.435° . ב. 70.529° . ג. 3.5 ס"מ.
 (3) א. $x = 0$ מינימום קצה, $x = \frac{\pi}{2}$ מקסימום, $x = \pi$ מינימום קצה.
 ב. $f(x) = -\cos 2x - 1$. ג. $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$. ד. . ה. π יח"ר.
 (4) א. כל x . ב. $a = 1$. ג. (i). $(0, -8)$, $(\ln 3, 0)$. ג. (ii). עליה: כל x , ירידה: אין. ג. (iii). להלן סקיצה: . ד. 4 יח"ר.
 (5) א. $x > 0, x \neq e^2$. ב. (i). לא. ב. (ii). $x = e^2$. ב. (iii). $(e^3, 40.17)$ מינימום.
 ב. (iv). עליה: $x > e^3$, ירידה: $0 < x < e^2$ או $e^2 < x < e^3$. ב. (v). $f(0.1) = -0.046$, הסרטוט: .
 ג. $x > e^2$.

בגרות קיץ 2018 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונות שתי סדרות הנדסיות אין סופיות, a_n ו- b_n .

המנה שלה הסדרה a_n היא q , והמנה של הסדרה b_n היא $3q$.

נתון: $a_1 = b_1$.

נסמן את סכום איברי הסדרה a_n ב- S ואת סכום איברי הסדרה b_n ב- T .

(S ו- T הם מספרים ממשיים).

נתון: $\frac{S}{T} = \frac{6}{7}$.

א. חשב את q .

נתון: $a_4 = 5$.

ב. חשב את b_4 .

(2) ABCDA'B'C'D' היא קובייה שאורך המקצוע שלה הוא a (ראה ציור).

א. הסבר מדוע המשולש A'BD הוא משולש שווה צלעות.

A'M הוא גובה במשולש A'BD.

ב. חשב את גודל הזווית בין A'M ובין הפאה ABCD.

נתון: שטח המשולש A'BD הוא $8\sqrt{3}$.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

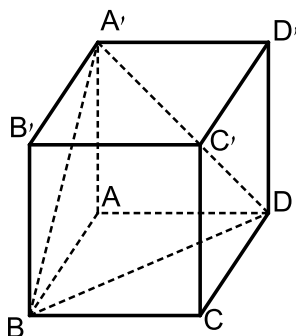
i. חשב את a .

ii. AA'BD היא פירמידה.

חשב את שטח הפנים שלה.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי

הנקודה העשרונית.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה $f(x) = 2 \cdot \sin x + \cos(2x)$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

ענה על הסעיפים א-ב בעבור התחום הנתון.

א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

הישר $y = k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון בנקודת המקסימום שלה.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את k .

ii. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- y ,

על ידי הישר $y = k$ ועל ידי הישר $x = \frac{\pi}{2}$.

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a - e^x}{e^{2x}}$, $a > 0$. הוא פרמטר.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ii. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים

(אם יש כאלה). אם יש צורך, הבע באמצעות a .

נתון: גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בראשית הצירים.

ב. מצא את a .

הצב את הערך של a שמצאת וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. ענה העל הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

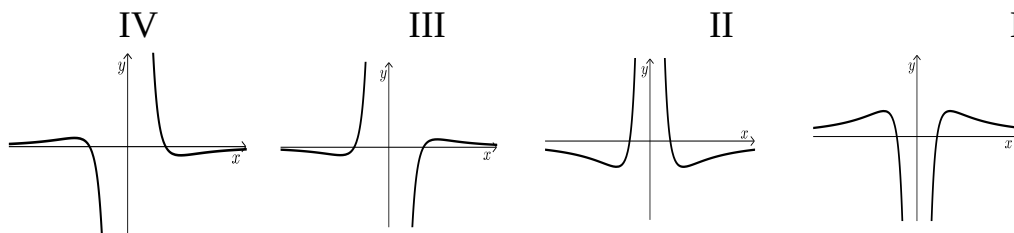
הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x)$.

ד. מצא את שיעורי ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

5 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x^2}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - ii. מצא את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.
 - iii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 - iv. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - vi. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.
- ב. לפניך ארבעה גרפים (I-IV). איזה מהם הוא הגרף של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$? נמק.

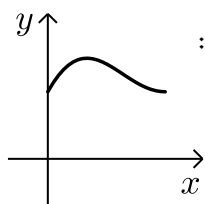


תשובות סופיות:

(1) א. $q = \frac{1}{15}$ ב. $b_4 = 135$

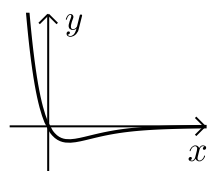
(2) א. צלעות המשולש הן אלכסונים של שלושה ריבועים זהים, ולכן הוא שווה צלעות.
ב. 54.735° ג. (i) $a = 4$ ס"מ ג. (ii) 37.856 סמ"ר.

(3) א. $\max\left(\frac{\pi}{6}, \frac{3}{2}\right), \min\left(\frac{\pi}{2}, 1\right), \min(0, 1)$ ב. להלן סקיצה:



ג. (i) $k = \frac{3}{2}$ ג. (ii) 0.356 יח"ש $\frac{3\pi}{4} - 2$

(4) א. (i) כל x א. (ii) $(\ln a, 0), (0, a-1)$ ב. $a = 1$

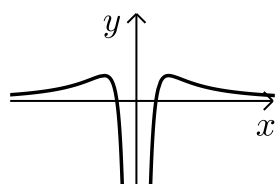


ג. (ii) להלן סקיצה:

ג. (i) $\min\left(\ln 2, -\frac{1}{4}\right)$

ד. $x = 0$, מקסימום.

(5) א. (i) $x \neq 0$ א. (ii) $x = 0$ א. (iii) $(-1, 0), (1, 0)$



א. (v) להלן סקיצה: א. (iv) $\max\left(-\sqrt{e}, \frac{1}{e}\right), \max\left(\sqrt{e}, \frac{1}{e}\right)$

א. (vi) חיוביות: $x < -1, 1 < x$, שליליות: $-1 < x < 0, 0 < x < 1$.
ב. גרף IV.