פתרון בגרויות במתמטיקה לשאלון 481

פרק 9

פתרון בוידאו של בחינות 2016

מועד חורף 1
קיץ מועד א 6
קיץ מועד ב 10

בגרות חורף 2016:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

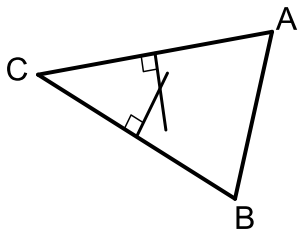
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) יוסי תכנן טיול למספר מסוים של ימים בהוצאה כוללת של 1400 שקלים.
הוא תכנן להוציא בכל יום את אותו סכום כסף.
ב-5 הימים הראשונים הייתה ההוצאה ליום כפי שתכנן,
אבל אחר כך גדלה ההוצאה ליום ב-100 שקלים, והטיול התארך ביום אחד.
לבסוף הוציא יוסי עבור הטיול 1900 שקלים סך הכול.

א. מצא לכמה ימים תוכנן הטיול, ומה הייתה ההוצאה המתוכננת ליום.

ב. בכמה אחוזים גדלה ההוצאה ליום (לאחר 5 הימים הראשונים) לעומת ההוצאה המתוכננת ליום?

2) נתון משולש ABC (ראה ציור).
שניים מקדקודי המשולש הם: $B(6,-2)$, $C(-2,2)$.



א. מצא את משוואת האנך אמצעי לצלע BC.
משוואת האנך האמצעי לצלע AC היא $y=-3x+11$.

ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את משולש ABC.

ג. (1) האם האנך האמצעי לצלע AC עובר דרך הקדקוד B? נמק.
(2) האם $BA=BC$? נמק.

3) בקופסה יש כדורים בשלושה צבעים:
2 כדורים אדומים, 2 כדורים כחולים, 1 כדור לבן.
מוציאים מהקופסה שני כדורים בלי החזרה.

א. מהי ההסתברות להוציא שני כדורים בשני צבעים שונים?

ב. ידוע שהוצאו שני כדורים בשני צבעים שונים.
מהי ההסתברות שאחד הכדורים הוא לבן והאחר הוא אדום?

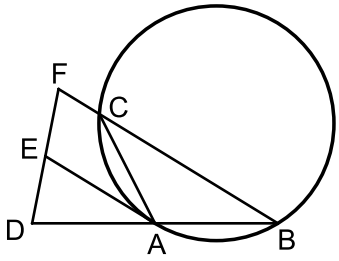
ג. מהי ההסתברות שאחרי הוצאת שני הכדורים יישארו בקופסה כדורים בשלושת הצבעים?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) משולש שווה-שוקיים ABC $(AB = AC)$ חסום במעגל.

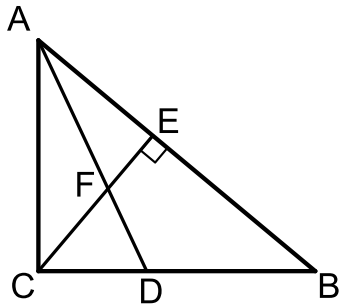


נקודה D נמצאת על המשך הצלע AB כך ש- $DA = AB$.
נקודה F נמצאת על המשך הצלע BC. דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל החותך את FD בנקודה E (ראה ציור).

א. הוכח כי AE הוא קטע אמצעים במשולש BDF.

ב. הוכח כי $(DC \perp BC)$.

5) נתון משולש ישר-זווית ABC $(\sphericalangle ACB = 90°)$.



CE הוא גובה ליתר, ו-AD הוא חוצה-זווית CAB.
CE ו-AD נפגשים בנקודה F (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle CAB = 50°$, AC = 10 ס"מ.

א. מצא את שטח המשולש CFD.

ב. (1) מצא את האורך של הקטע FB.

(2) היעזר בתת-סעיף ב (1), ומצא את האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש FEB.

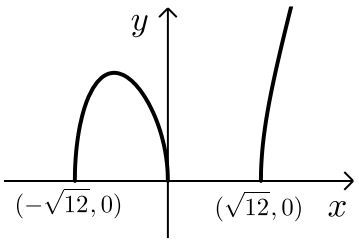
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\sqrt{ax^3-12x}$, a הוא פרמטר.

תחום ההגדרה של הפונקציה הוא: $x\geq\sqrt{12}$, $-\sqrt{12}\leq x\leq 0$ (ראה ציור).



א. על פי הערכים שבגרף, מצא את הערך של a.

הצב $a=1$, וענה על הסעיפים ב, ג, ד.

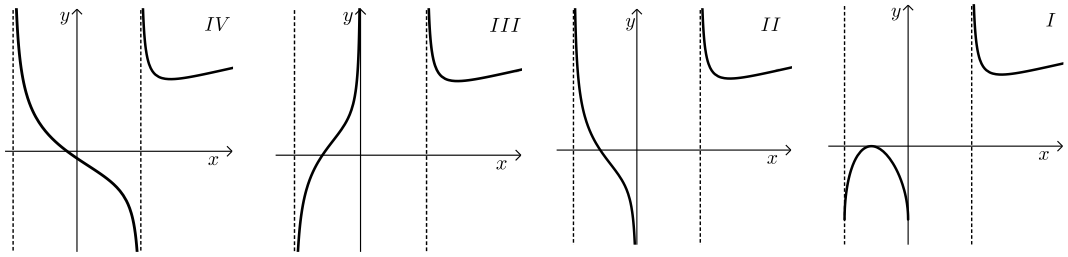
ב. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא עבור אילו ערכים של k יש רק פתרון אחד למשוואה $f(x)=k$.

ד. (1) מה הן האסימפטוטות המאונכות לציר ה-x של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?

(2) איזה מן הגרפים I-IV שלפניך הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?

נמק.



7) נתונות שתי פונקציות: $g(x)=-x^2-ax$, $f(x)=-x^2+16$.
a הוא פרמטר.

א. (1) ישר המקביל לציר ה-x משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.
מצא את משוואת הישר.

(2) הישר, שאת משוואתו מצאת, משיק גם לגרף הפונקציה $g(x)$
בנקודה שבה $x=-4$.

הצב $a=8$, וענה על הסעיפים ב ו-ג.

ב. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$
ושל גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

(2) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$
וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את החלק השלילי של ציר ה-x בנקודה A.
גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את החלק השלילי של ציר ה-x בנקודה B.
מצא את השטח (ברביע השני) המוגבל על ידי הגרפים של שתי
הפונקציות ועל ידי הקטע AB.

8) נתון משולש שווה-צלעות שאורך צלעו x ס"מ, ונתון ריבוע.
סכום ההיקפים של הריבוע ושל המשולש שווה-הצלעות הוא 9 ס"מ.

א. הבע באמצעות x את האורך של צלע הריבוע.

ב. (1) הבע באמצעות x את שטח המשולש ואת שטח הריבוע.
(2) מצא מה צריך להיות הערך של x, כדי שסכום השטחים של
הריבוע ושל המשולש יהיה מינימלי.

ג. כאשר סכום השטחים הוא מינימלי, לאיזה צורה היקף גדול יותר:
לריבוע או למשולש? נמק.
בתשובותיך תוכל להשאיר שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

תשובות סופיות:

1) א. 7 ימים, 200 ₪. ב. 50%.

2) א. $y=2x-4$ ב. $(x-3)^2+(y-2)^2=25$ ג. (1) לא. (2) לא.

3) א. $\frac{4}{5}$ ב. $\frac{1}{4}$ ג. $\frac{2}{5}$

4) א. הוכחה. ב. הוכחה.

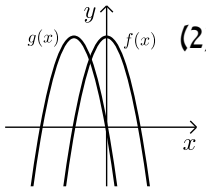
5) א. 8.329 סמ"ר. ב. (1) 9.609 סמ"ר. (2) 4.804 סמ"ר.

6) א. $a=1$ ב. $\max(-2,4)$ ג. $k>4$

ד. (1) $x=0$, $x=\sqrt{12}$, $x=-\sqrt{12}$ (2) גרף II.

7) א. (1) $y=16$ (2) $a=8$

ב. (1) עבור $f(x)$: $(4,0)$, $(-4,0)$, $(0,16)$; עבור $g(x)$: $(0,0)$, $(-8,0)$

(2) 

ג. $58\frac{2}{3}$.

8) א. $2.25-0.75x$ ב. (1) $S_{\Delta}=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=0.433x^2$; $S_{\square}=(2.25-0.75x)^2$

(2) 1.695 ס"מ. ג. למשולש היקף גדול יותר.

בגרות קיץ 2016 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) יבואן קנה מחשבים זהים במחיר של 1200 שקלים למחשב.
הוא מכר את המחשבים לחנות במחיר זהה לכל מחשב, והרוויח על כל מחשב אחוז מסוים. בחנות מכרו את כל מחשב במחיר של 1728 שקלים, והרוויחו על כל מחשב אותו אחוז שהרוויח היבואן.

א. מצא את אחוז הרווח של היבואן.

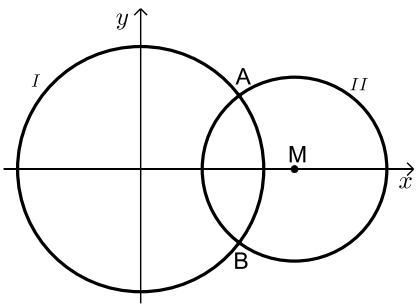
ב. יוסי קנה מחשב ישירות מן היבואן, במחיר הגדול ב-42% ממחיר הקנייה של היבואן. האם שילם יוסי עבור המחשב פחות ממי שקנה מחשב זהה בחנות? נמק.

2) נתונים שני מעגלים, I ו-II:

$x^2+y^2=36$ .I ; $(x-7.5)^2+y^2=20.25$ .II

המעגלים נחתכים בנקודות A ו-B.

A נמצאת ברביע הראשון (ראה ציור).



א. מצא את השיעורים של הנקודות A ו-B.

ב. דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל II .
מצא את משוואת המשיק.

ג. המשיק שמצאת בסעיף ב חותך את מעגל I בנקודה נוספת, C.
מצא את שטח המשולש ACM. (M - מרכז מעגל II).

3) כדי להתקבל למדעי המחשב באוניברסיטה צריך לעבור מבחן כניסה.
למבחן ניגשו בוגרי תיכון רבים: בוגרים שלמדו מחשבים בתיכון, ובוגרים שלא למדו מחשבים בתיכון. אחוז הנבחנים שלמדו מחשבים בתיכון היה גדול פי 3 מאחוז הנבחנים שלא למדו מחשבים.
אחוז הנבחנים שעברו את המבחן היה גדול פי 4 מאחוז הנבחנים שנכשלו בו.
אחוז הנבחנים שעברו את המבחן וגם למדו מחשבים היה 65%.

א. מהי ההסתברות לבחור באקראי מבין הנבחנים בוגר תיכון שלא למד מחשבים ועבר את המבחן?

ב. ידוע כי נבחן עבר את המבחן.
מהי ההסתברות שהוא לא למד מחשבים בתיכון?

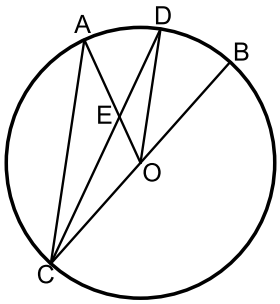
ג. בוחרים באקראי שני נבחנים.
מהי ההסתברות שלכל היותר אחד מהם עבר את המבחן?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

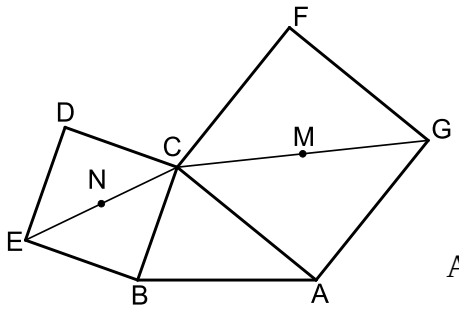
4) BC הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
המיתר CD חותך את הרדיוס AO בנקודה E.
הנקודה D היא אמצע הקטע AB (ראה ציור).
נסמן $\alpha = \sphericalangle ACD$.



א. (1) הוכח כי $\sphericalangle AOD = \sphericalangle ACO$.
(2) הוכח כי $AC \parallel DO$.

ב. (1) הבע באמצעות α את גודל הזווית DAO.
(2) מצא מה צריך להיות הערך של α,
כדי שהמרובע ACOD יהיה מקבילית. נמק.

5) נתון משולש שווה-שוקיים ABC (AB = AC).
על השוק AC בנו ריבוע ACFG
שאלכסוניו נחתכים בנקודה M.
על הבסיס BC בנו ריבוע BCDE
שאלכסוניו נחתכים בנקודה N (ראה ציור).
נתון: AB = AC = 6 ס"מ , BC = 4 ס"מ.



א. מצא את אורך האלכסון של הריבוע ACFG
ואת אורך האלכסון של הריבוע BCDE.

ב. מצא את הגודל של זווית הבסיס במשולש ABC.

ג. הראה כי שטח המשולש BCM שווה לשטח המשולש ABN.

ד. מצא את אורך הקטע AN.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{m-4x}{(x-1)^2}$, m הוא פרמטר.

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=3$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את ערך הפרמטר m.

הצב $m=8$, וענה על הסעיפים ג, ד, ו- ה.

ג. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. היעזר בגרף שסרטטת, ומצא עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x)>0$, וגם $f'(x)>0$.

7) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x)=3x^2-12x+9$.

א. (1) מצא את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

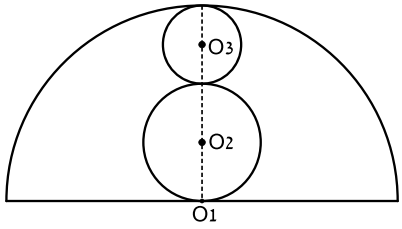
(2) הישר $y=4$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום של הפונקציה. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה-x. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק $y=4$, ועל ידי ציר ה- y ועל ידי האנך.

8) בחצי מעגל שמרכזו O_1 ורדיוסו 10 ס"מ,
חסומים שני מעגלים שמרכזיהם O_2, ו-O_3.
המעגלים משיקים זה לזה, כמתואר בציור.
(שלושת המרכזים נמצאים על ישר אחד.)



א. מצא מה צריך להיות האורך של רדיוס המעגל שמרכזו O_2 ושל רדיוס המעגל שמרכזו O_3, כדי שסכום השטחים של העיגולים O_2ו-O_3 יהיה מינימלי.

ב. כאשר סכום השטחים של העיגולים O_2 ו-O_3 הוא מינימלי,
מצא את סכום ההיקפים של מעגלים אלה.

נתון: שטח העיגול $=\pi R^2$
היקף מעגל $=2\pi R$

תשובות סופיות:

1) א. 20% ב. כן, $1728 > 1704$.

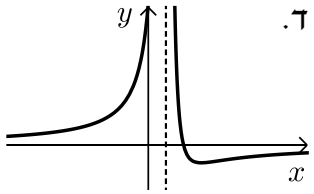
2) א. $A(4.8,3.6)$, $B(4.8,-3.6)$ ב. $y=\frac{3}{4}x$ ג. 27 יח"ר.

3) א. 0.15 ב. 0.1875 ג. 0.36.

4) א. (1) הוכחה. א. (2) הוכחה. ב. (1) $90°-\alpha$ (2) $30°$.

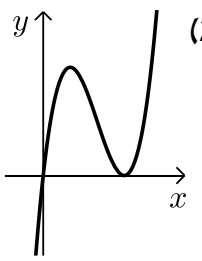
5) א. 8.49 ס"מ, 5.66 ס"מ. ב. $70.53°$
ג. 7.66 סמ"ר $= S_{\Delta ABN} = S_{\Delta BCM}$. ד. 7.66 ס"מ.

6) א. $x\neq 1$ ב. $m=8$ ג. (1) $x=1$, $y=0$ (2) $(0,8)$, $(2,0)$
ג. (3) $\min(3,-1)$.
ג. (4) עלייה: $x<1$ או $x>3$; ירידה: $1<x<3$.
ד.



ה. $x<1$.

7) א. (1) $x_{min}=3$; $x_{max}=1$. א. (2) $f(x)=x^3-6x^2+9x$
ב. (1) $(0,0)$, $(3,0)$ ב. (2)



ג. 5.25 יח"ר.

8) א. 2.5 ס"מ. ב. 10π ס"מ.

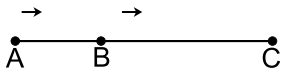
בגרות קיץ 2016 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) יואב רכב על אופניים. הוא יצא מהעיר A, עבר דרך העיר B, והגיע לעיר C. המרחק מ-B ל-C גדול ב-40 ק"מ מן המרחק מ-A ל-B.



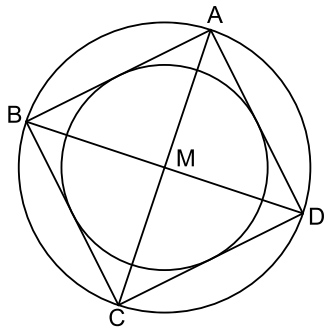
יואב רכב מ-B ל-C במהירות קבועה הגדולה ב-20% מן המהירות הקבועה שבה רכב מ-A ל-B. זמן הרכיבה של יואב מ- B ל-C ארוך פי 1.25 מזמן הרכיבה שלו מ-A ל-B. אילו רכב יואב מ-B ל-C במהירות שבה רכב מ- A ל-B, הוא היה עובר את הדרך מ-B ל-C ב-6 שעות.

א. מצא את מהירות הרכיבה של יואב בדרך מ-A ל-B.

ב. מצא את המרחק AB.

2) אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה M (ראה ציור). שיעורי הקדקוד A הם $(5,5)$.

משוואת האלכסון BD היא $y=-\frac{1}{3}x$.



א. מצא את משוואת האלכסון AC.

ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע.

ג. חשב את האורך של צלע הריבוע.

ד. חשב את אורך הרדיוס של המעגל החסום בריבוע (ראה ציור).

3) שחר קנה קופסה שיש בה כדורי טניס בשני צבעים:
4 כדורים צהובים ו-6 כדורים ירוקים.
שחר הוציא מן הקופסא באקראי 3 כדורים זה אחר זה (ללא החזרה).

א. (1) מהי ההסתברות ששחר הוציא 3 כדורים צהובים?
(2) מהי ההסתברות ששחר הוציא 3 כדורים באותו הצבע?

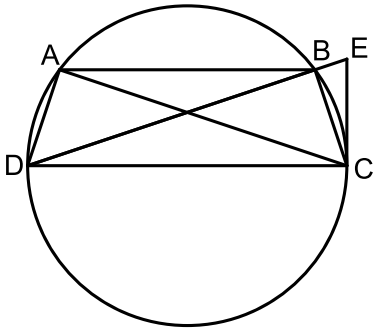
ב. דנה קנתה 3 קופסאות של כדורי טניס.
כל אחת מן הקופסאות שקנתה זהה לקופסא שקנה שחר.
דנה הוציאה באקראי כדור אחד מכל אחת מן הקופסאות.
(1) מה ההסתברות שדנה הוציאה 3 כדורים צהובים?
(2) מהי ההסתברות שדנה הוציאה לפחות כדור אחד ירוק?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 5-4.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) טרפז שווה-שוקיים ABCD חסום במעגל.
המשיק למעגל בנקודה C נפגש בנקודה E עם המשך האלכסון DB.
CD הוא קוטר במעגל (ראה ציור).

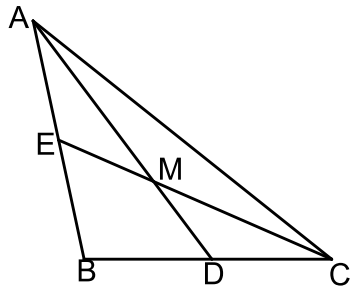


א. הוכח: $\Delta DAC \sim \Delta ECD$.

ב. נתון: $AC = 25$ ס"מ, $DE = 36$ ס"מ.
חשב את רדיוס המעגל.

ג. חשב את השטח המשולש DAC.

5) AD ו-CE הם תיכונים במשולש ABC הנפגשים בנקודה M (ראה ציור).



נתון: $AD = 12$ ס"מ, $CE = 9$ ס"מ, $\sphericalangle CMD = 40°$.

א. חשב את אורכי הקטעים: MC, MD.

ב. חשב את אורך הצלע BC.

ג. חשב את גודל הזווית $\sphericalangle MCD$.

ד. חשב את שטח המשולש ADB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{-x^2+6x+7}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

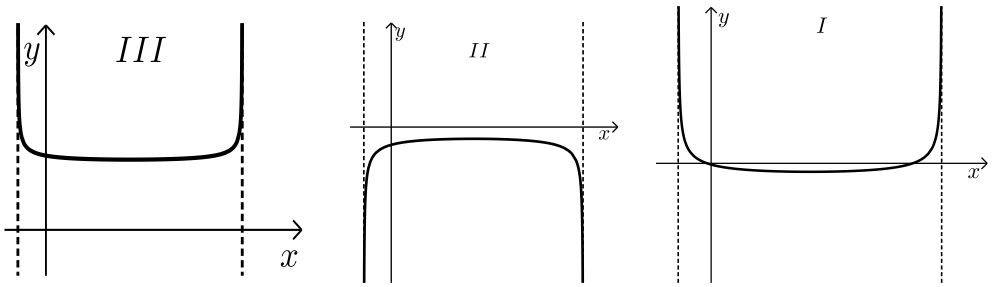
ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מבין הגרפים I , II , III שלפניך, איזה גרף מייצג סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$? נמק.



7) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{2-x}{(x-1)^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

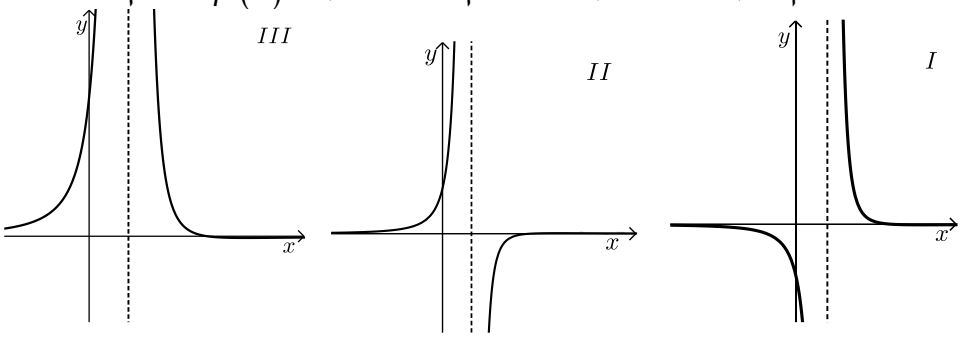
ג. מצא את האסימפטוטות של גרף הפונקציה המאונכות לצירים.

ד. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. לפניך שלושה גרפים I , II , III.

איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.



8) בציור שלפניך מתוארים גרפים של שתי פונקציות:

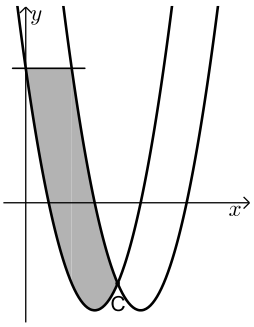
$f(x)=x^2-6x+5$

$g(x)=x^2-10x+a$

a הוא פרמטר.

הגרפים נחתכים בנקודה C (ראה ציור).

שיעור ה-x של הנקודה C שווה ל-4.



א. מצא את הערך של a.

ב. דרך נקודת החיתוך של אחד הגרפים עם ציר ה-y העבירו ישר המקביל לציר ה-x, כמתואר בציור.

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי הישר המקביל לציר ה-x (השטח המקווקו בציור).

תשובות סופיות:

1) א. 20 קמ"ש. ב. 80 ק"מ.

2) א. $y=3x-10$ ב. $(x-3)^2+(y+1)^2=40$ ג. $\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

ד. $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.

3) א. (1) $\frac{1}{30}$ (2) $\frac{1}{5}$ ב. (1) $\frac{8}{125}$ (2) $\frac{117}{125}$.

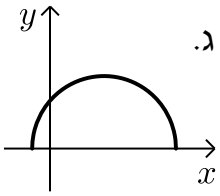
4) א. הוכחה. ב. 15 ס"מ. ג. 207.29 סמ"ר.

5) א. $MC=6$, $MD=4$. ב. 7.81 ס"מ. ג. $41.21°$

ד. 23.14 סמ"ר.

6) א. $-1\le x\le 7$ ב. $(3,4)$ מקסימום מוחלט; $(-1,0),(7,0)$ מינימום מוחלט.

ג.

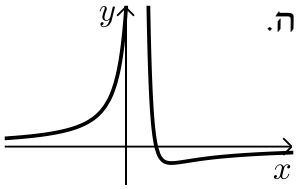


ד. (1) $-1<x<7$ (2) גרף III.

7) א. $x\neq 1$ ב. $(2,0)$, $(0,2)$ ג. $x=1$, $y=0$.

ד. עלייה: $x<1$ או $x>3$; ירידה: $1<x<3$

ה.



ו. גרף II.

8) א. $a=21$ ב. $17\frac{1}{3}$.