פתרון בגרויות במתמטיקה לשאלון 581

פרק 10

פתרון בוידאו של בחינות 2015

מועד חורף 1
קיץ מועד א 5
קיץ מועד ב 9

בגרות חורף 2015:

פרק ראשון – אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) צבעים ותיקים וצבעים מתלמדים צריכים לצבוע מספר מסוים של דלתות.
צבע אחד ותיק ו-2 צבעים מתלמדים יסיימו את הצביעה בזמן הארוך ב- 25% מהזמן שבו יסיימו את הצביעה 2 צבעים ותיקים וצבע אחד מתלמד.
לכל צבע ותיק אותו קצב עבודה בלתי משתנה, ולכל צבע מתלמד אותו קצב עבודה בלתי משתנה. (צבע ותיק עובד מהר יותר מצבע מתלמד).

א. מצא את היחס בין הזמן שצבע מתלמד יסיים לבדו את צביעת הדלתות לבין הזמן שצבע ותיק יסיים לבדו את צביעת הדלתות.

ב. מצא כמה צבעים מתלמדים צריכים לעבוד עם צבע אחד ותיק, כדי שהם יסיימו את צביעת הדלתות במשך אותו הזמן שבו יסיימו את הצביעה 2 צבעים ותיקים וצבע אחד מתלמד.

2) סדרה מוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל: $a_1=4\ ,\ a_n+a_{n+1}=4n+2$

א. אם בסדרה יש 100 איברים, מצא את הסכום של שני האיברים העומדים במקומות האמצעיים בסדרה.

ב. הוכח כי איברי הסדרה העומדים במקומות האי-זוגיים מהווים סדרה חשבונית, וגם איברי הסדרה העומדים במקומות זוגיים מהווים סדרה חשבונית.

אם בסדרה יש 101 איברים, מצא:

ג. את האיבר העומד באמצע הסדרה.

ד. את הסכום של כל איברי הסדרה.

3) ביישוב גדול $\frac{1}{3}$ מהתושבים הם נשים, והשאר גברים.
מבין התושבים בוחרים באקראי שתי קבוצות:
קבוצה של 4 אנשים (נשים / גברים) לריאיון ברדיו
וקבוצה של 4 אנשים (נשים / גברים) לריאיון בטלוויזיה.

א. מהי ההסתברות שבכל קבוצה יש בדיוק 2 גברים?

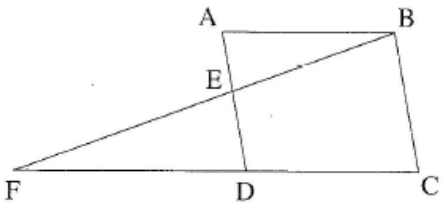
ב. ידוע כי בקבוצה שנבחרה לריאיון הרדיו היו לכל היותר 2 גברים.
מהי ההסתברות שהיו בקבוצה זו בדיוק 2 גברים?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) במקבילית ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע AD. המשך BE חותך את המשך CD בנקודה F (ראה ציור).

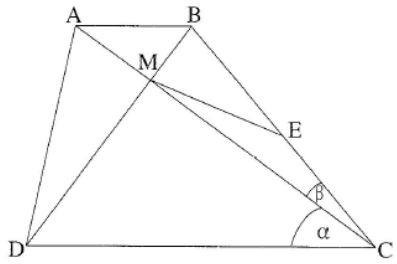


נתון: שטח המשולש ABE הוא 27 סמ"ר.
שטח המשולש DFE הוא 48 סמ"ר.

א. מצא את שטח המשולש BED.

ב. נתון גם כי המרובע BCDE הוא בר חסימה במעגל.
מצא את היחס $\frac{AB}{EF}$.

5) אלכסוני הטרפז ABCD מאונכים זה לזה ונפגשים בנקודה M. E היא אמצע השוק BC (ראה ציור).



נתון: $\sphericalangle ACD = \alpha$, $\sphericalangle ACB = \beta$, $DC = a$.

א. הבע באמצעות a , α ו- β
את האורך של ME.

נתון: $\frac{\tan\beta}{\tan\alpha} = \frac{1}{3}$, $a =$ 6.6 ס"מ.

ב. מצא את האורך של AB.

ג. נתון גם: $BM =$ 1.3 ס"מ.
מצא את הזווית DCB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

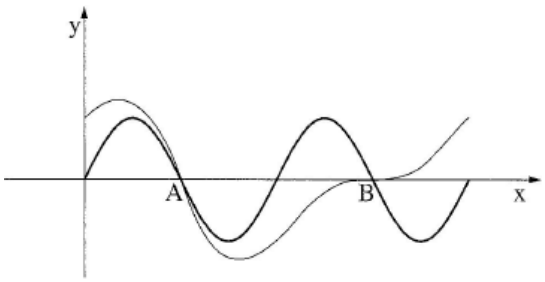
6) נתונות שתי פונקציות:

$$f(x)=0.5\sin(2x)+\cos(x)$$

$$g(x)=\sin(2x)$$

בתחום $0\le x\le 2\pi$.

בתחום הנתון הגרפים של הפונקציות נפגשים בשתי נקודות, A ו-B, הנמצאות על ציר ה-x, כמתואר בציור.



א. דרך נקודה על ציר ה-x, הנמצאת בין הנקודות A ו-B, מעבירים אנך לציר ה-x. האנך חותך את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ בנקודות M ו-N. מצא את האורך המקסימלי של הקטע MN.

ב. דרך נקודה על ציר ה-x, הנמצאת בתחום $0\le x\le\frac{\pi}{2}$, מעבירים אנך לציר ה-x. האנך חותך את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ בנקודות K ו- L. מצא את האורך המקסימלי של הקטע KL.

7) נתונות הפונקציות: $g(x)=\frac{1}{\sqrt{3x^2+2}}$; $f(x)=\sqrt{\frac{x}{1+x^2}}$.

א. מצא עבור כל אחת מהפונקציות:
(1) את תחום ההגדרה.
(2) את האסימפטוטות המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
(3) את השיעורים של נקודות הקיצון (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, אם ידוע כי הפונקציות נחתכות בנקודה אחת בלבד.

ג. נתונה הפונקציה $h(x)=g(x)-k$, $k>0$.
עבור אילו ערכים של k אין לפונקציה $h(x)$ נקודות חיתוך עם הפונקציה $f(x)$? נמק.

8) נתון כי הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מקיימות $\int_0^3 \frac{f'(x)}{2\cdot\sqrt{f(x)}}dx = 3$.

נתון גם: $f'(x) = kx + 2$, $f(0) = 1$. k הוא פרמטר.

א. מצא את הערך המספרי של $f(3)$, ומצא את הפונקציה $f(x)$ (בלי פרמטרים).

ב. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

(1) הראה כי $g(x) = |x+1|$.

(2) סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תשובות סופיות:

1) א. 2 ב. 3

2) א. 202 ב. הוכחה ג. 104 ד. 10,304

3) א. $\frac{64}{729}$ ב. $\frac{8}{11}$

4) א. 36 סמ"ר ב. 0.75

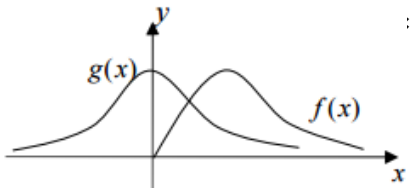
5) א. $ME = \frac{a\cos\alpha}{2\cos\beta}$ ב. 2.2 ס"מ = AB ג. 49.94°

6) א. 1.3 ב. 1

7) א. (1). $f(x): x \geq 0$, $g(x)$ לכל x א. (2). $f(x): y = 0$, $g(x): y = 0$, $x \to \infty$

א. (3). $g(x): \max(0, 0.707)$; $f(x): \min(0,0)$, $\max\left(1, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

ב. להלן סקיצה:

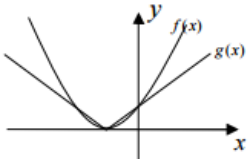


ג. $k > 0.707$.

8) א. $f(x) = x^2 + 2x + 1$, $f(3) = 16$

ב.i. הוכחה

ב. (2). להלן סקיצה:



בגרות קיץ 2015 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) מכונית I ומכונית II יצאו באותו זמן מאותו מקום ולאותו כיוון.
המהירות של מכונית I הייתה 50 קמ"ש, והמהירות של מכונית II הייתה 40 קמ"ש.
כעבור חצי שעה מרגע היציאה של שתי המכוניות, יצאה גם מכונית III מאותו מקום ולאותו כיוון.
ברגע שמכונית III פגשה במכונית II, המרחק בין מכונית I למכונית II היה 15 ק"מ.
המהירויות של כל המכוניות היו קבועות.

א. מצא את המהירות של מכונית III.

ב. האם ייתכן שאחרי הפגישה בין מכונית III למכונית II, יהיה המרחק בין מכונית III למכונית I שווה למרחק בין מכונית II למכונית I ? נמק.

2) נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת שכל איבריה חיוביים: $a_1 , a_2 , a_3,..., a_n,...$.
כל איבר בסדרה זו (חוץ מהראשון) הוא $\frac{2}{5}$ מסכום שני האיברים הסמוכים לו, אחד לפניו ואחד אחריו.

א. מצא את המנה של הסדרה a_n.

ב. נתונה הסדרה $b_n = \frac{a_{n+1}}{(a_n)^2}$.

(1) הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה הנדסית.

(2) סכום עשרת האיברים הראשונים בסדרה b_n הוא 20,460.
מצא את סכום כל האיברים בסדרה a_n.

3) נתונה קבוצה של ספרות שונות: 3 ספרות הן זוגיות (שונות מ-0) והשאר הן ספרות אי-זוגיות. יוני יוצר מספר דו-ספרתי מן הספרות שבקבוצה הנתונה באופן זה:
הספרה הראשונה שיוני בוחר באקראי היא ספרת העשרות,
והספרה השנייה שהוא בוחר באקראי היא ספרת היחידות.
יוני בוחר כל ספרה בדיוק פעם אחת בלי החזרה.

א. נתון כי ההסתברות שיוני ייצור מספר אי-זוגי היא $\frac{4}{7}$.
מהו מספר הספרות האי-זוגיות בקבוצה הנתונה?

ב. אם ידוע שהמספר שנוצר הוא זוגי,
מהי ההסתברות ששתי הספרות שיוני בחר הן זוגיות?

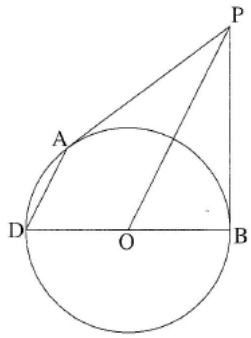
ג. אמילי יוצרת מספר תלת-ספרתי מן הספרות שבקבוצה הנתונה באופן זה:
הספרה הראשונה שאמילי בוחרת באקראי היא ספרת המאות,
הספרה השניה שהיא בוחרת באקראי היא ספרת העשרות,
והספרה השלישית שהיא בוחרת באקראי היא ספרת היחידות.
אמילי בוחרת כל ספרה בדיוק פעם אחת בלי החזרה.
ידוע כי הספרה הראשונה שאמילי בחרה היא זוגית.
מהי ההסתברות שבמספר התלת-ספרתי שאמילי יצרה, סכום הספרות היה זוגי?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) PA ו-PB משיקים למעגל שמרכזו O.
המשך BO חותך את המעגל בנקודה D (ראה ציור).



א. הוכח: $PO \parallel AD$.

הנקודה C נמצאת על הקוטר DB כך ש-$AC \perp DB$.

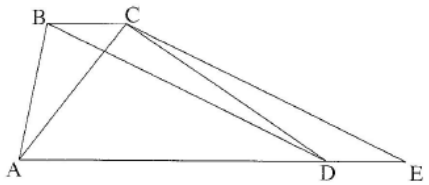
ב. הוכח: $\Delta ADC \sim \Delta POB$.

PD חותך את AC בנקודה E.

ג. הוכח: $\Delta DEC \sim \Delta DPB$.

ד. הוכח: $AC = 2EC$.

5) נתון טרפז $ABCD$ $(BC \parallel AD)$.



הנקודה E נמצאת על המשך AD כך ש-$CE \parallel BD$.

נתון: $\sphericalangle CAD = 2\sphericalangle DBC$, $DB = 1.8AC$.

א. מצא את גודל הזווית CEA.

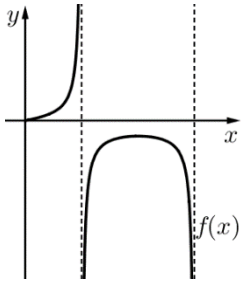
ב. נתון גם כי שטח המשולש ACE הוא: 87.873 סמ"ר.
מצא את גובה הטרפז.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\sin x}{\cos 2x}$ ונתון התחום $0\le x\le\frac{3\pi}{4}$ (ראה ציור). ענה על הסעיפים א,ב ו-ג עבור התחום הנתון.



א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן על פי הציור.

ב. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ג. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x)=2f(x)\cdot f'(x)$.

מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישר $x=\frac{\pi}{6}$.

7) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{(x+2)^2}{(x-1)^3}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(4) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות פיתול בלבד.

על סמך הגרף של הפונקציה $f(x)$ ציין באיזה תחום נמצאת כל אחת מנקודות אלה.

ג. האם השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים, גדול מ-4, קטן מ-4 או שווה ל-4 ? נמק.

8) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{3}x^3-a^2x+a^2$, a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. הראה כי המקסימום של הפונקציה מתקבל בנקודה שבה $y>0$.

ב. מצא עבור איזה ערך/איזה תחום ערכים של a נקודת המינימום של הפונקציה:

(1) נמצאת על ציר ה-x.

(2) נמצאת מעל ציר ה-x.

(3) נמצאת מתחת לציר ה-x.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור כל אחד משלושת המקרים שבסעיף ב.

ד. כמה פתרונות יש למשוואה $\frac{1}{3}x^3-x+1=0$? נמק.

תשובות סופיות:

1) א. 60 קמ"ש ב. לא

2) א. 0.5 ב. (1). הוכחה ב. (2). $\frac{1}{20}$.

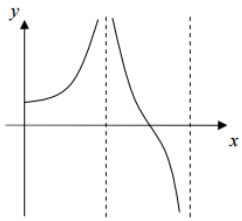
3) א. 4 ספרות אי זוגיות ב. $\frac{1}{3}$ ג. $\frac{7}{15}$

4) א. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה ד. הוכחה

5) א. $25.8°$ ב. 7.8 ס"מ.

6) א. (1). $0 \le x \le \frac{\pi}{4}$ או $\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{3\pi}{4}$ א. (2) $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{3\pi}{4}$

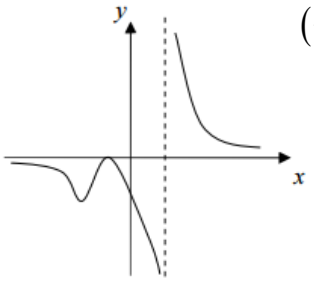
א. (3). $\min(0,0)$, $\max\left(\frac{\pi}{2},-1\right)$ ב. להלן סקיצה:



ג. 1.

7) א. (1). $x \ne 1$ א. (2). $x=1$, $y=0$ א. (3). $(-2,0)$, $(0,-4)$

א. (4). $\min\left(-8,-\frac{4}{81}\right)$, $\max(-2,0)$ א. (5). להלן סקיצה:

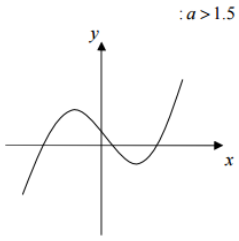


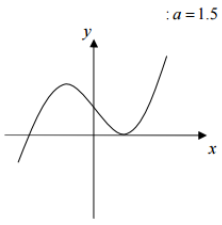
ב. נקודת פיתול בתחום $x<-8$, נקודת פיתול בתחום $-8<x<-2$

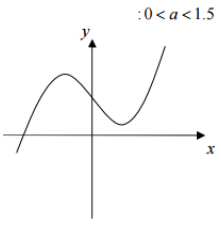
ג. קטן מ-4.

8) א. הוכחה ב. (1). $a=1.5$ ב. (2). $0<a<1.5$ ב. (3). $a>1.5$

ג. להלן סקיצות:







ד. פתרון אחד

בגרות קיץ 2015 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) בזמן הנסיעה באוטובוס הבחין יוסי ברגע מסוים באימא שלו, ההולכת ליד האוטובוס בכיוון הפוך לכיוון הנסיעה של האוטובוס. כעבור 10 שניות מהרגע שיוסי הבחין באימו, עצר האוטובוס בתחנה, ויוסי רץ מיד כדי להשיג את אימו. מהירות הריצה של יוסי גדולה פי 2 ממהירות ההליכה של אימו, והיא $1/7$ ממהירות הנסיעה של האוטובוס. כל המהירויות הן קבועות.

א. כמה זמן רץ יוסי כדי להשיג את אימו ?

ב. ברגע שיוסי השיג את אימו, הם הלכו יחד 3 דקות במהירות ההליכה של אימו (בכיוון ההליכה שלה). מיד בתום 3 הדקות רץ יוסי בחזרה לתחנת האוטובוס שירד בה (מהירות הריצה של יוסי היא כמו בסעיף א).
כמה זמן רץ יוסי בחזרה לתחנת האוטובוס ?

2) נתונה סדרה b_n המקיימת את הכלל $b_{n+1}=\frac{1}{2^n\cdot b_n}$.

א. הוכח כי האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה מהווים סדרה הנדסית, וגם האיברים העומדים במקומות הזוגיים מהווים סדרה הנדסית.

ב. סכום 8 האיברים הראשונים בסדרה b_n שווה ל- $3\frac{7}{16}$.
מצא את b_1 (מצא את שתי האפשרויות).

3) חוקר עורך מחקר על הרגלי אכילה של סטודנטים באוניברסיטה גדולה במשך יום לימודים. חלק מהסטודנטים מביאים תמיד אוכל מהבית, והשאר אינם מביאים אוכל מהבית. כל הסטודנטים שמביאים אוכל מהבית אוכלים אותו במשך היום ואינם אוכלים בקפיטריה. הסטודנטים שאינם מביאים אוכל מהבית אוכלים בקפטריה או אינם אוכלים במשך היום.

א. נמצא כי אם בוחרים באקראי 4 סטודנטים, ההסתברות שבדיוק 2 מהם מביאים אוכל מהבית גדולה פי 6 מההסתברות שבדיוק 1 מהם מביא אוכל מהבית.

(1) מהו אחוז הסטודנטים שמביאים אוכל מהבית?

(2) החוקר בחר באקראי 8 סטודנטים באוניברסיטה.
מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם מביא אוכל מהבית, אבל לא כולם?

ב. נמצא כי 60% מהסטודנטים שאינם מביאים אוכל מהבית אינם אוכלים במשך היום.

(1) מהו אחוז הסטודנטים באוניברסיטה שאוכלים בקפטריה?

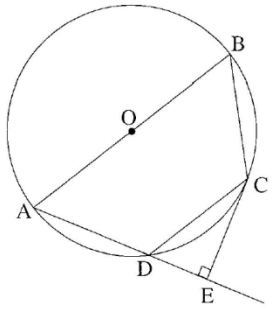
(2) מהי ההסתברות לבחור סטודנט שמביא אוכל מהבית מבין הסטודנטים שאוכלים במשך היום ?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) מרובע $ABCD$ חסום במעגל שמרכזו O.
הצלע AB היא קוטר.
E היא נקודה על המשך AD כך ש- $CE \perp AE$.



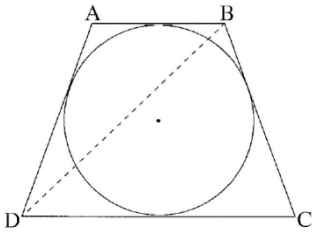
א. הוכח $\Delta CDE \sim \Delta ABC$.

נתון גם $OD \perp AC$, $\frac{S_{\Delta CDE}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{4}$.

ב. הוכח כי $OC \parallel AD$.

ג. הוכח כי CE משיק למעגל.

5) מעגל שרדיוסו r חסום בטרפז שווה-שוקיים $ABCD$ $(AB \parallel DC)$, כמתואר בציור. נתון: $\sphericalangle BCD = 70°$.



א. הבע באמצעות r:

(1) את הבסיס הגדול של הטרפז.

(2) את שוק הטרפז.

(3) את אלכסון הטרפז.

ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החסום בטרפז ובין רדיוס המעגל החוסם את הטרפז.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{1}{\sin x\cos x}$, ונתון התחום $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$

בתחום הנתון ענה על הסעיפים א ו-ב.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) האם הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית או אי-זוגית? נמק.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)-a$.

(1) מצא את הערכים האפשריים של a שעבורם יש למשוואה $f(x)-a=0$ פתרון אחד בלבד.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ עבור כל אחד מהערכים של a שמצאת בתת-סעיף ב(1).

7) נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+9}}$.

הישר $y=\frac{1}{3}x+3$ חותך את הגרף של הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=0$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ושל הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את תחומים העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה).

(5) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(6) הוסף לסקיצה שסרטטת בתת-סעיף ב (5) סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונות שתי משוואות I ו- II : $\text{I. } \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}=k$, $\text{II. } \sqrt{x^2+9}=k$

נתון כי $k>0$. מצא את תחום הערכים של k שעבורם אין פתרון למשוואה I וגם אין פתרון למשוואה II.

8) נתונה הפונקציה $f(x)$, ונתון כי כל אחת מהפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$ מוגדרת בתחום $x>0$. נתון גם: הגרף של $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x=1$, $f'(x)$ עולה בתחום $0<x<3$ ויורדת בתחום $x>3$, האסימפטוטות של $f'(x)$ הן $x=0$ ו- $y=0$.

א. סרטט סקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נתון גם כי לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אחת שמשוואתה $x=0$.

ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ג. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ד. הפונקציה $f(x)$ מקבלת את כל הערכים בטווח $y\geq 4$ ורק אותם.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ציין על ציר ה- x ועל ציר ה- y את הערכים שמצאת.

ה. נתונה הפונקציה $g(x)=-\left[f(x)\right]^3$.

מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

תשובות סופיות:

1) א. 150 שניות ב. 240 שניות

2) א. הוכחה ב. $\frac{1}{3}$ או 1.5

3) א. (1). 80% א. (2). 0.832 ב. (1). 8% ב. (2). 0.909

4) א. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה

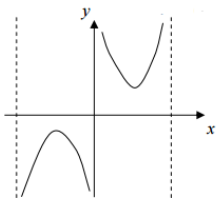
5) א. (1). $2.85r$ א. (2). $2.13r$ א. (3). $2.92r$ ב. 0.644

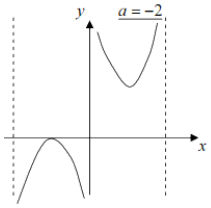
6) א. (1). $0<x<\frac{\pi}{2}$ או $-\frac{\pi}{2}<x<0$ א. (2). אי זוגית

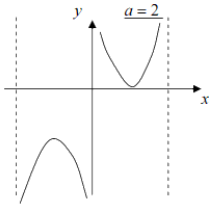
א. (3). $\min\left(0.785,2\right)$, $\max\left(-0.785,-2\right)$ א. (4). להלן סקיצה:

ב. (1). $a=-2$, $a=2$

ב. (2). להלן סקיצות:





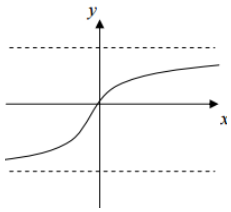


7) א. $f\left(x\right)=\sqrt{x^2+9}$ ב. (1). $f'\left(x\right)$ - כל x , $f\left(x\right)$ - כל x.

ב. (2). $y=1$ (עבור $x\to\infty$) , $y=-1$ (עבור $x\to-\infty$) ב. (3). $\left(0,0\right)$

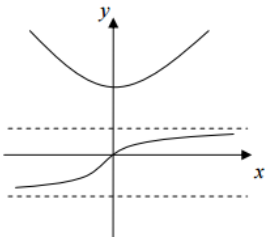
ב. (4). עלייה: כל x , ירידה: אין

ב. (5). להלן סקיצה:

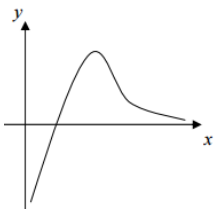


ג. $1\le k\le 3$

ב. (6). להלן סקיצה:



8) א. להלן סקיצה:



ב. $x_{\min}=1$

ג. כלפי מעלה: $0<x<3$, כלפי מטה $x>3$ ד. להלן סקיצה:

ה. עלייה: $0<x<1$, ירידה: $x>1$

