פתרון בגרויות במתמטיקה לשאלון 481

פרק 11

פתרון בוידאו של בחינות 2014

מועד חורף 1
קיץ מועד א 6
קיץ מועד ב 10
קיץ מועד ג 15

בגרות חורף 2014:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

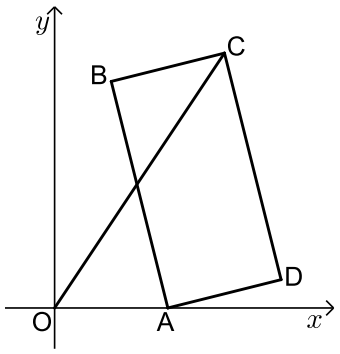
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) נתון מעגל I שרדיוסו r, ונתון מעגל II שרדיוסו R.
הרדיוס R גדול מהרדיוס r ב-30%.

א. מצא בכמה אחוזים גדול שטח העיגול II משטח העיגול I.

ב. ידוע כי שטח העיגול II גדול ב- 54.165 סמ"ר משטח העיגול I.
חשב את הרדיוס r. בחישוביך השתמש ב- $\pi = 3.14$.

2) במלבן ABCD הקדקוד A נמצא על יד ציר ה-x (ראה ציור).
שיעור ה-y של הקדקוד B הוא 8.



משוואת הצלע BC היא: $y = \frac{1}{4}x + 7\frac{1}{2}$.

משוואת הישר OC (O - ראשית הצירים)
היא: $y = 1.5x$.

א. מצא את השיעורים של קדקוד B
ושל הקדקוד C.

ב. (1) מצא את השיעורים של הקדקוד A.
(2) מצא את השיעורים של נקודות המפגש
של אלכסוני המלבן.

ג. מצא את שטח המשולש OAD.

3) ענת אבי ודוד מתמודדים על תפקיד יושב-ראש של מועצת התלמידים בבית הספר.
לפניך תוצאות של סקר שנערך לפני הבחירות בקרב תלמידי בית הספר.

המתחרה	ענת	אבי	דוד
מספר הבנים התומכים	100	200	100
מספר הבנות התומכות	200	150	50

(כל תלמיד תומך בדיוק באחד המתמודדים).

א. בוחרים באקראי תלמיד (בן / בת) מבין המשתתפים בסקר.
מהי ההסתברות שהוא תומך באבי?

ב. בוחרים באקראי תלמיד (בן / בת) מבין המשתתפים בסקר.
ידוע שהוא תומך בענת. מה ההסתברות שהתומך הוא בת?

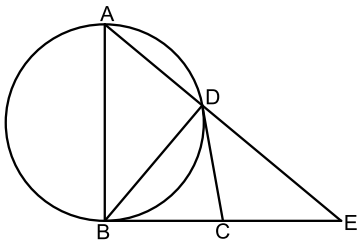
ג. (1) בוחרים באקראי תלמיד (בן / בת) מבין המשתתפים בסקר.
ידוע שהוא אינו תומך בענת. מהי ההסתברות שהוא תומך בדוד?
(2) בוחרים באקראי 5 תלמידים (בנים/בנות) מבין אלה שאינם תומכים בענת.
מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם תומך בדוד?
(הניסיונות הם בלתי תלויים).

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

4) CB ו-CD הם שני משיקים למעגל.
AB הוא קוטר במעגל זה.
המשך AD והמשך BC נפגשים בנקודה E
(ראה ציור).

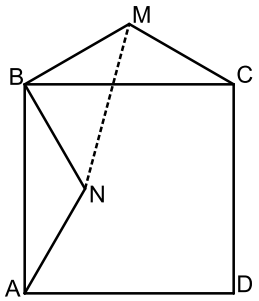


א. הוכח: $\sphericalangle DCB = 2 \cdot \sphericalangle E$.

ב. הוכח: $BD^2 = AD \cdot DE$.

ג. הוכח: DC הוא תיכון במשולש BDE.

5) נתון משולש שווה שוקיים MBC ($MC = MB$) על הבסיס BC בנו ריבוע ABCD.
N היא נקודה בתוך הריבוע כך ש- $\Delta NBA \cong \Delta MBC$ בהתאמה (ראה ציור).

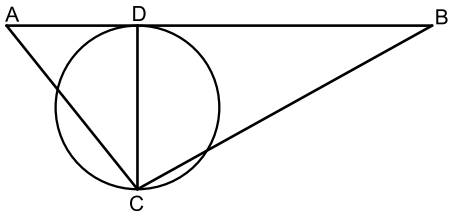


א. הוכח כי: $\sphericalangle MBN = 90°$.

ב. הוכח כי: $\sphericalangle BMN = \sphericalangle BNM$.

ג. נתון גם: $MN =$ 16 ס"מ, $\sphericalangle BMC = 120°$.
חשב את האורך של צלע הריבוע ABCD.

6) נתון משולש ABC. מעגל שקוטרו CD משיק לצלע AB בנקודה D (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle DAC = \alpha$, $\sphericalangle ABC = \beta$.
רדיוס המעגל הוא R.



א. הבע באמצעות R, α ו- β
את אורך הצלע AB.

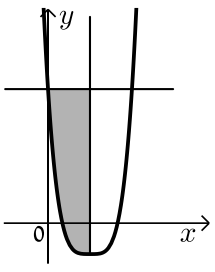
ב. מצא את $\sphericalangle ACB$, אם $\beta = \alpha$
ושטח המשולש ABC הוא $4R^2$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7) נתונה הפונקציה: $f(x) = (2x-2)^4 - 3$.
דרך נקודת המינימום של הפונקציה העבירו ישר המאונך לציר ה- x, ודרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y העבירו ישר המקביל לציר ה- x (ראה ציור).

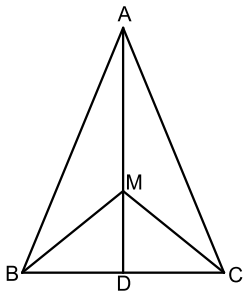


א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. מצא את משוואת האנך ואת משוואת המקביל.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי האנך ועל ידי המקביל (השטח המקווקו בציור).

8) נתון משולש שווה-שוקיים ABC ($AB=AC$)
שבו אורך הגובה AD לבסיס BC הוא 12 ס"מ,
ואורך הבסיס BC הוא 10 ס"מ.
M היא נקודה כלשהי על הגובה AD.
נסמן: $MD=x$.



א. מצא עבור איזה ערך של x
סכום הקטעים $AM+MB+MC$ הוא מינימלי.
תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

ב. חשב את גודל הזווית BMC עבור הערך של x שמצאת בסעיף א.

9) נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x)=x-\frac{16}{x^3}$, $x\neq 0$.

א. (1) מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,
וקבע את סוגן.

(2) שיעור ה- y של כל אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא 4.
מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$,
וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ אין נקודות קיצון.
סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

תשובות סופיות:

1) א. 69% ב. 5 ס"מ $= r$.

2) א. $C(6,9)$, $B(2,8)$ ב. (1) $A(4,0)$ (2) $(5,4.5)$ ג. 2 יח"ר.

3) א. $0.4375 = \frac{7}{16}$ ב. $\frac{2}{3}$ ג. (1) 0.3 (2) 0.83193.

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

5) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. 19.596 ס"מ $= 8\sqrt{6}$.

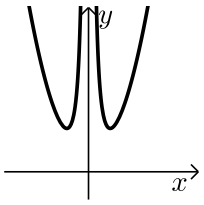
6) א. $\frac{2R}{\tan\alpha}+\frac{2R}{\tan\beta}$ ב. $90°$.

7) א. כל x ב. $x=1$, $y=13$ ג. 12.8.

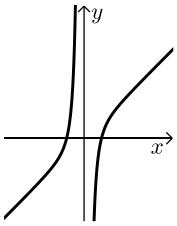
8) א. $2.887 \approx x=\frac{5\sqrt{3}}{3}=$ ב. $120°$.

9) א. (1) $x_{\min}=-2$, $x_{\min}=2$ (2) $f(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{8}{x^2}$

ב. (1) $x=0$



(2)



בגרות קיץ 2014 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

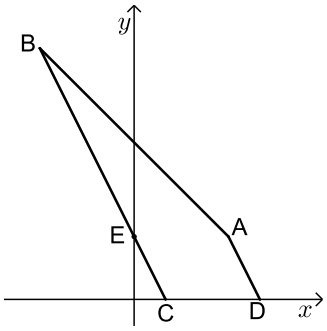
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) כל אחת משתי חברות תיירות, חברה א' וחברה ב', פרסמה באינטרנט הצעה לטיול בחו"ל. לכל הצעה יש אותו מחיר. המחיר של כל אחת מההצעות כולל את מחיר הטיסה ואת מחיר האירוח במלון.
מחיר הטיסה בחברה א' קטן ב-10% ממחיר הטיסה בחברה ב'.
מחיר האירוח במלון בחברה א' גדול ב-20% ממחיר האירוח במלון בחברה ב'.
סמן ב-x את מחיר הטיסה בחברה ב', וב-y את מחיר האירוח במלון בחברה ב'.

א. הראה כי: $x = 2y$.

ב. יוסי הזמין את הטיסה בחברה א' ואת האירוח במלון בחברה ב' ושילם סך הכול 5040 שקלים.
מצא את מחיר הטיסה בחברה ב', ואת מחיר האירוח במלון בחברה ב'.

2) $ABCD$ הוא מרובע שבו $BC \parallel AD$.
הצלע AB מונחת על הישר $x + y = 10$, והצלע CD מונחת על ציר ה-x. נתון: $C(2,0)$, $D(8,0)$,
שיעור ה-x של הנקודה A הוא 6.



א. מצא את שיעור ה-y של הנקודה A.

ב. מצא את משוואת הישר AD.

ג. מצא את שיעורי הנקודה B.

ד. הישר BC חותך את ציר ה-y בנקודה E.

(1) הראה כי הישר AE מקביל לציר ה-x.

(2) מצא את שטח המשולש AEB.

3) ערכו סקר בקרב מספר גדול של תלמידים.
הסקר בדק כמה תלמידים רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים.
על פי ממצא הסקר, 60% מהמשתתפים בסקר (בנים / בנות) רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים. מספר הבנים שהשתתפו בסקר קטן פי 3 ממספר הבנות שהשתתפו בסקר. ידוע כי 80% מן הבנים שהשתתפו בסקר רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים.

א. בוחרים באקראי תלמיד (בן / בת) שהשתתף בסקר.
(1) מהי ההסתברות שנבחרה בת הרוצה להמשיך ללימודים אקדמיים?
(2) ידוע שנבחרה בת.
מהי ההסתברות שהיא רוצה להמשיך ללימודים אקדמיים?

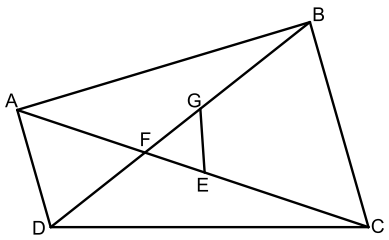
ב. בוחרים באקראי 5 תלמידים (בנים / בנות) מבין המשתתפים בסקר.
מהי ההסתברות שלפחות 4 מהם רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) F היא נקודת החיתוך של האלכסונים במרובע ABCD.
הנקודה E נמצאת על FC, והנקודה G נמצאת על FB,
באופן שהמרובע BCEG הוא בר-חסימה במעגל
(ראה ציור).

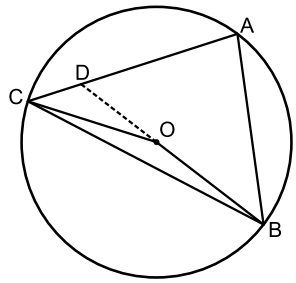


א. הוכח: $\Delta FEG \sim \Delta FBC$.

ב. נתון: $\frac{AF}{FG} = \frac{DF}{FE}$
הוכח: $\Delta FDA \sim \Delta FEG$.

ג. הוכח: $AD \parallel BC$.

5) ABC הוא משולש שווה-שוקיים $(AC = AB)$,
החסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle BAC = 80°$.



א. הבע באמצעות R את אורך הצלע AB.

ב. מצא את $\sphericalangle COB$. נמק.

ג. המשך OB חותך את השוק AC
בנקודה D (ראה ציור).
נתון: $BD =$ 5 ס"מ.
(1) מצא את $\sphericalangle ABD$.
(2) מצא את R.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{x^2-4x+3}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

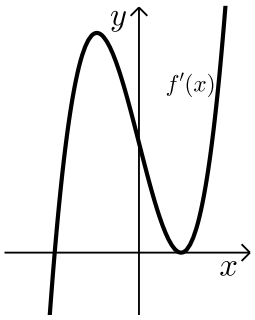
ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. האם הישר $y=x-2$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

7) $f(x)$ היא פונקציה שמוגדרת לכל x .

בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עובר דרך הנקודות: $(-2,0)$, $(1,0)$.

א. (1) על פי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מהו שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ומהו סוג הקיצון? נמק.

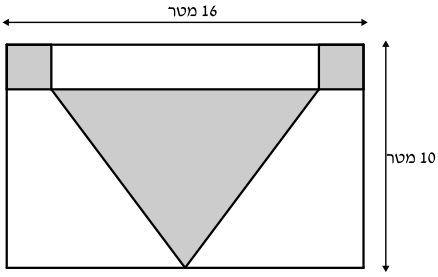
(3) נתון כי פונקציית הנגזרת היא: $f'(x)=4x^3-12x+8$.

שיעור ה-y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא 10-.

מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את השיעורים של הנקודות שבהן שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא 0.

8) האורך של קיר בצורת מלבן הוא 16 מטר, והגובה של הקיר הוא 10 מטר.
רוצים לצפות בקרמיקה חלק מהקיר.
החלק שרוצים לצפות כולל:
- שני ריבועים זהים בפינות המלבן
- משולש שווה-שוקיים שבסיסו מקביל לצלע המלבן (השטחים האפורים בציור).



סמן ב-x את האורך של צלע הריבוע, וענה על הסעיפים א-ג.

א. הבע באמצעות x את הגובה לבסיס במשולש שווה-השוקיים.

ב. מה צריך להיות x, כדי שסכום השטחים שרוצים לצפות בקרמיקה יהיה מינימלי?

ג. עבור ה-x שמצאת בסעיף ב, חשב כמה אחוזים משטח הקיר מהווה החלק שרוצים לצפות בקרמיקה.

תשובות סופיות:

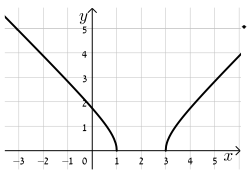
1) ב. $x=3600$, $y=1800$.

2) א. 4 ב. $y=-2x+16$ ג. $(-6,16)$
ד. (1) $y=4$ (2) 36 יח"ר.

3) א. (1) 0.4 (2) $\frac{8}{15}$ ב. 0.33696.

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

5) א. $1.532R$ ב. $160°$ ג. (1) $40°$ (2) 2.87 ס"מ.

6) א. $x\geq 3$ או $x\leq 1$. ב. $(1,0)$, $(3,0)$, $(0,\sqrt{3})$
ג. עלייה: $x>3$ ירידה: $x<1$. ד. 
ה. לא.

7) א. (1) עלייה: $x>-2$ ירידה: $x<-2$.
א. (2) $x_{min}=-2$ א. (3) $f(x)=x^4-6x^2+8x+14$ ב. $(1,17)$, $(-2,-10)$.

8) א. $10-x$ ב. $x=3$ ג. 33.125%.

בגרות קיץ 2014 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

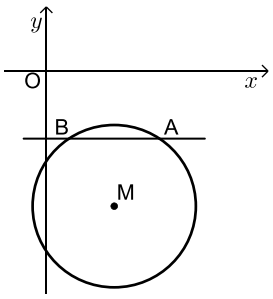
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) רוכב אופניים יצא מיישוב A, ורכב במהירות קבועה ליישוב B.
הרוכב הגיע ליישוב B, וחזר מיד ליישוב A.
המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא 30 ק"מ.
מהירות הרוכב בדרכו חזרה ליישוב A הייתה קטנה ב-3 קמ"ש מהמהירות שלו בדרכו ליישוב B. זמן הרכיבה בחזרה ליישוב A היה ארוך ב-50 דקות מזמן הרכיבה ליישוב B.

א. מצא את המהירות של רוכב האופניים בדרכו ליישוב B.

ב. מצא באיזה מרחק מיישוב B היה הרוכב כעבור $3\frac{1}{2}$ שעות מרגע היציאה מיישוב A.

2) הישר $y=-3$ חותך מעגל בנקודות A ו-B (ראה ציור).
הנקודה A נמצאת גם על הישר: $y=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$.



א. מצא את השיעורים של הנקודה A.

ב. נתון כי מרכז המעגל הוא $M(3,-6)$.
מצא את משוואת המעגל.

ג. מצא את שטח המרובע OAMB
(O – ראשית הצירים).

3) בעיר גדולה ערכה מחלקת החינוך סקר שהשתתפו בו כל המורים המלמדים במוסדות החינוך בעיר. המורים נשאלו באיזו שעה הם מעדיפים להתחיל את יום הלימודים: בשעה 8:00 או בשעה 9:00.

$\frac{1}{5}$ מן המשתתפים בסקר הן נשים שמעדיפות להתחיל את הלימודים בשעה 8:00.

$\frac{1}{4}$ מן הנשים שהשתתפו בסקר מעדיפות להתחיל את הלימודים בשעה 8:00.

$\frac{1}{2}$ מן הגברים שהשתתפו בסקר מעדיפים להתחיל את הלימודים בשעה 8:00.

א. מבין המשתתפים בסקר בוחרים באקראי מורה (גבר / אישה).
מהי ההסתברות שהוא מעדיף להתחיל את הלימודים בשעה 8:00?

ב. מבין המשתתפים בסקר בוחרים באקראי מורה (גבר / אישה) שמעדיף להתחיל את הלימודים בשעה 9:00. מהי ההסתברות שנבחרה אישה?

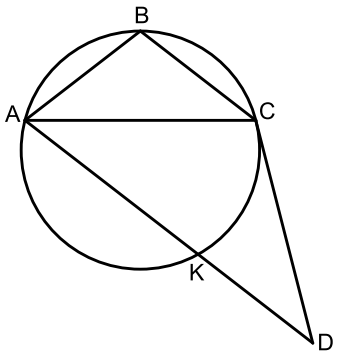
ג. מבין המשתתפים בסקר בוחרים באקראי 5 מורים (גברים / נשים).
מהי ההסתברות שבדיוק אחד מהם מעדיף להתחיל את הלימודים בשעה 9:00?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) משולש שווה-שוקיים (קהה-זווית) ABC $(AB=BC)$
חסום במעגל. הישר CD משיק למעגל בנקודה C.
נתון כי $AD \parallel BC$ (ראה ציור).



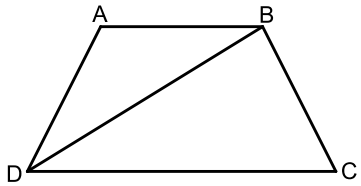
א. הוכח כי משולש ACD הוא משולש שווה-שוקיים.

AD חותך את המעגל בנקודה K. הוכח:

ב. $\sphericalangle CKD = \sphericalangle ABC$.

ג. $\Delta ABC \cong \Delta CKD$.

5) ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים $\left(AB<DC\,,\,AB\|DC\right)$ (ראה ציור).



נתון: $AD=AB=BC=m$, $\sphericalangle ABD=\alpha$.

א. נתון כי שטח המשולש DAB הוא: $\frac{m^2\sqrt{3}}{4}$.

מצא את α.

ב. נתון כי שטח הטרפז ABCD הוא: $27\sqrt{3}$.

מצא את m.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f\left(x\right)=1-\frac{1}{\left(x-5\right)^2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f\left(x\right)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f\left(x\right)$ המקבילות לצירים.

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f\left(x\right)$ עם הצירים.

(4) מצא את הסימן של פונקציית הנגזרת $f'\left(x\right)$ בתחום $x<5$,

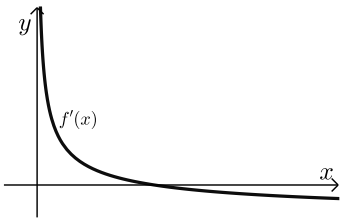
ומצא את הסימן של פונקציית הנגזרת $f'\left(x\right)$ בתחום $x>5$.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f\left(x\right)$.

ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה $f\left(x\right)$ בנקודה שבה $x=4$.

מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של המשיק עם האסימפטוטות של הפונקציה $f\left(x\right)$.

7) בציור שלפניך מוצג גרף של פונקצית הנגזרת: $f'(x)=\frac{4}{\sqrt{x}}-1$, $x>0$.



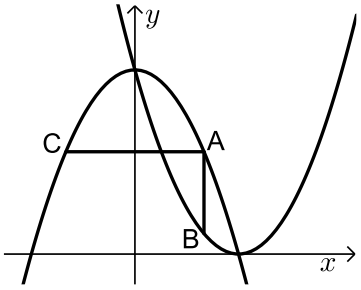
א. מצא את שיעור ה-x של נקודת החיתוך של $f'(x)$ עם ציר ה-x.

ב. מצא את שיעור ה-x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה. נמק.

ג. ידוע כי שיעור ה-y של נקודת הקיצון הפנימית של $f(x)$ הוא 0.
מצא את $f(x)$.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=4$, על ידי הישר $x=25$ ועל ידי ציר ה-x.

8) בציור שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציות: $f(x)=-x^2+9$ ו- $g(x)=(x-3)^2$



הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקציה $f(x)$.
מהנקודה A העבירו שני ישרים:
ישר אחד, המקביל לציר ה-y וחותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B, וישר אחר, המקביל לציר ה-x וחותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה C (ראה ציור).
נסמן את שיעור ה-x של הנקודה A ב-t.

א. הבע באמצעות t את השיעורים של הנקודות A, B ו-C.

ב. מצא את הערך של t שעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

1) א. 12 קמ"ש. ב. 9 קמ"ש.

2) א. $(5,-3)$ ב. $(x-3)^2+(y+6)^2=13$ ג. 12 יח"ר.

3) א. 0.3 ב. $\frac{6}{7}$ ג. 0.02835.

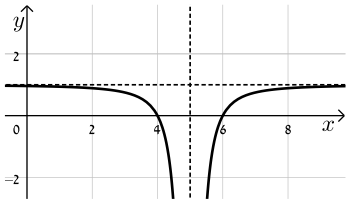
4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

5) א. $30°$ ב. 6.

6) א. (1) $x\neq 5$ (2) $y=1$, $x=5$ (3) $(6,0)$, $(4,0)$, $\left(0,\frac{24}{25}\right)$

(4) הסימן של $f'(x)$: שלילי בתחום $x<5$; חיובי בתחום $x>5$.

ב.



ג. $(5,-2)$, $(3.5,1)$.

7) א. $x=16$ ב. $x_{max}=16$ ג. $f(x)=8\sqrt{x}-x-16$

ד. 5.

8) א. $A\left(t,-t^2+9\right)$, $B\left(t,(t-3)^2\right)$, $C\left(-t,-t^2+9\right)$ ב. $t=2$.

בגרות קיץ 2014 מועד ג':

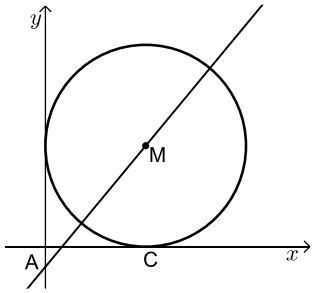
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) רמי ויוסי קנו מחברות זהות באותה החנות.
רמי קנה מספר מסוים של המחברות.
אילו רמי היה קונה מחברת אחת יותר משקנה, היה משלם סך הכול 80 שקלים.
יוסי קנה 5 מחברות יותר ממספר המחברות שקנה רמי,
וקיבל הנחה של 15% על כל מחברת.
יוסי שילם סך הכול 10 שקלים יותר מהסכום ששילם רמי עבור המחברות שקנה.
מצא את הסכום ששילם רמי עבור המחברות שקנה.

2) נתון מעגל המשיק לצירים.



נקודה C היא נקודת ההשקה עם ציר ה-x.
מרכז המעגל M מונח על ישר שמשוואתו: $y=1.2x-1$.
הישר חותך את ציר ה-y בנקודה A (ראה ציור).

א. (1) מצא את השיעורים של מרכז המעגל M.
(2) רשום את משוואת המעגל.

ב. דרך הנקודה C העבירו מקביל לישר AM.
המקביל חותך את ציר ה-y בנקודה E.
מצא את שטח המרובע AMCE.

3) יוסי ואורי מתמודדים ביניהם בתחרות שש-בש.
בתחרות 6 משחקים. מי שמנצח ביותר משחקים הוא המנצח בתחרות.
בכל משחק בודד מנצח אחד מהם. (אין תיקו במשחק בודד).
ההסתברות שיוסי ינצח במשחק בודד היא 0.5.
(בכל משחק יש ליוסי אותה הסתברות לנצח).

א. מהי ההסתברות שיוסי ינצח בתחרות?

ב. מהי ההסתברות שאחד מהם ינצח בתחרות?

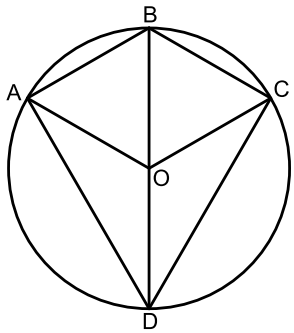
ג. מהי ההסתברות שהתחרות תסתיים בתיקו?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) מרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו O.
BD הוא קוטר במעגל (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle AOB = \sphericalangle COB = \alpha$.



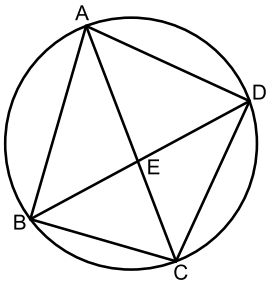
א. הוכח כי BD חוצה זווית ADC.

ב. (1) הבע באמצעות α את $\sphericalangle ABC$.

(2) האם אפשר לחסום במעגל את המרובע ABCO? נמק.

ג. נתון: $\sphericalangle AOC = 120°$.
הוכח כי המרובע ABCO הוא מעוין.

5) מרובע ABCD חסום במעגל (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle ABC = 90°$, $AB =$ 8 ס"מ.
רדיוס המעגל הוא 5 ס"מ.



א. חשב את גודל הזווית BDC.

ב. נתון גם: $DC =$ 7 ס"מ.
אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה E.

(1) חשב את גודל הזווית DBC.

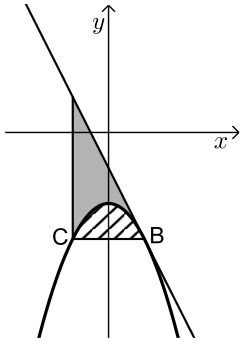
(2) חשב את AE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f(x)=-x^2-2$.



B ו-C הן נקודות על גרף הפונקציה כך ש- BC מקביל לציר ה-x. הנקודה B נמצאת ברביע הרביעי. דרך הנקודה B העבירו משיק לגרף הפונקציה (ראה ציור). המשיק מקביל לישר $y=-2x+1$.

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. דרך הנקודה C העבירו אנך ל-BC (ראה ציור).

S_1 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$ ועל ידי הישר BC (השטח המקווקו בציור).

S_2 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי האנך (השטח המנוקד בציור).

מצא את היחס $\frac{S_1}{S_2}$.

7) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x שונה מ-1.

נתון כי פונקציית הנגזרת של $f(x)$ היא: $f'(x)=1-\frac{1}{(x-1)^2}$.

הישר $y=3$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

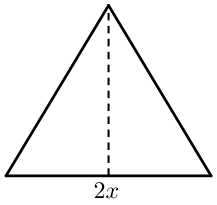
א. מצא את השיעורים של נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את הפונקציה $f(x)$, ואת השיעורים של נקודת המקסימום שלה.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ המקביל למשיק $y=3$. שני המשיקים יוצרים מלבן עם ציר ה-y ועם האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$. מצא את שטח המלבן.

8) נתון משולש שווה-שוקיים שהיקפו 30 ס"מ.



א. סמן ב-$2x$ את בסיס המשולש, והבע באמצעות x את גובה המשולש לבסיס.

ב. מה צריך להיות x כדי ששטח המשולש יהיה מקסימלי?

ג. הראה כי המשולש שיש לו שטח מקסימלי הוא משולש שווה-צלעות.

תשובות סופיות:

1) 75 ₪.

2) א. (1) $M(5,5)$ (2) $(x-5)^2+(y-5)^2=25$ ב. 25 יח"ר.

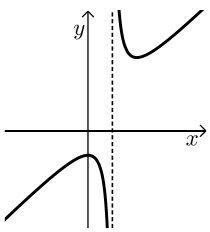
3) א. $0.34375=\frac{11}{32}$ ב. $0.6875=\frac{11}{16}$ ג. $0.3125=\frac{5}{16}$.

4) א. הוכחה. ב. (1) $180°-\alpha$ (2) לא.
ג. הוכחה.

5) א. $36.87°$ ב. (1) $44.43°$ (2) 5.763 ס"מ.

6) א. $y=-2x-1$ ב. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{2}$.

7) א. $(2,3)$ ב. $f(x)=x+\frac{1}{x-1}$, $(0,-1)$ ג.



ד. 4 יח"ר.

8) א. $\sqrt{225-30x}$ ב. $x=5$
ג. כל הצלעות שוות ל-10 ס"מ במשולש המקסימלי.