שאלון 571 לתלמידי קידום

פרק 36

פתרון בוידאו של בחינות שנת 2026

מועד חורף 1

בגרות חורף 2026:

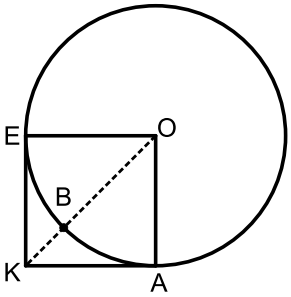
יש לענות על חמש מן השאלות 1–8, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני
ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – שאלות קצרות

1) ענו על שניים מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משני סעיפים, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתכם.

א. בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O ורדיוסו R.
דרך הנקודות A ו-E שעל המעגל העבירו שני משיקים המאונכים זה לזה.
המשיקים נחתכים בנקודה K.
הקטע KO חותך את המעגל בנקודה B.
(1) מצאו פי כמה גדול שטח המשולש AOB משטח המשולש AKB.
נתון כי שטח המשולש AOB הוא 25.
(2) מצאו את אורך הגובה לצלע AK במשולש AKB.



ב. בתחרות שחמט, שני שחקנים - יאיר ונדב - מתחרים זה נגד זה.
כל משחק יכול להסתיים באחת מ-3 התוצאות האלה: ניצחון של יאיר,
ניצחון של נדב או תיקו.
בכל משחק ההסתברות שיאיר ינצח היא קבועה וגדולה פי 2 מן ההסתברות שנדב ינצח.
נסמן ב- p את ההסתברות שנדב ינצח במשחק אחד.
יאיר ונדב משחקים שני משחקים.
(1) הביעו באמצעות p את ההסתברות שאחד מן השחקנים ישיג שני ניצחונות.
ידוע שאם שום שחקן לא השיג שני ניצחונות, ההסתברות שכל אחד מן המשחקים
יסתיים בתיקו היא $\frac{1}{55}$.
(2) קבעו איזו מן האפשרויות I-III שלפניכם מתאימה לערך של p. נמקו את קביעתכם.

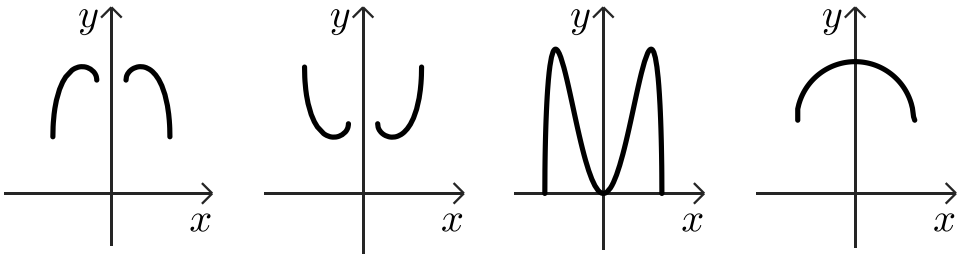
I. $\frac{1}{8}$ II. $\frac{9}{25}$ III. $\frac{3}{10}$

ג. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{x^2-4}+2\sqrt{64-x^2}$.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) אחד מן הגרפים I-IV מתאר את הפונקציה $f(x)$.

קבעו איזה מהם ונמקו את קביעתכם.



I II III IV

ד. נתונה סדרה אין-סופית שאיבריה מקיימים: $a_n=\dfrac{\cos(\pi\cdot 2^n)}{3\cdot 2^n}$ לכל n טבעי.

(1) מצאו את שלושת האיברים הראשונים בסדרה a_n.

(2) הוכיחו כי הסדרה a_n היא הנדסית, ומצאו את המנה שלה.

(3) מצאו את סכום הסדרה a_n.

פרק שני – אינדוקצייה, סדרות והסתברות

2) a_n היא סדרה הנדסית אין-סופית יורדת שסכומה מתכנס.

המנה של הסדרה היא q.

נסמן ב- T את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי- זוגיים בסדרה,

ונסמן ב- R את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה.

נתון: $\frac{T^2}{R^2}=25$.

א. מצאו את הערך של q.

נתונה סדרה b_n שאיבריה מקיימים $b_n=\frac{1+q}{a_n\cdot a_{n+1}}$ לכל n טבעי.

נתון: $b_1=1$.

ב. מצאו את הערך של a_1.

ג. הביעו באמצעות n את b_1.

ד. הוכיחו באינדוקצייה או בכל דרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:

$$b_1+b_2+\ldots+b_n=\frac{25^n-1}{24}.$$

3) בשכבה י"א של תיכון עירוני גדול חלק מן התלמידים הם מדריכים בתנועת נוער והשאר אינם מדריכים.

בשכבה זו לחלק מן התלמידים יש רישיון נהיגה ולשאר אין רישיון נהיגה.

חצי מן התלמידים שיש להם רישיון נהיגה הם מדריכים בתנועת נוער.

אחוז התלמידים המדריכים מבין התלמידים שיש להם רישיון שווה לאחוז התלמידים שאין להם רישיון מבין התלמידים המדריכים.

בוחרים באקראי תלמיד מבין תלמידי השכב.

ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא מדריך או שיש לו רישיון היא 0.36.

א. מצאו כמה אחוזים מן התלמידים בשכבה זו הם מדריכים.

ב. בוחרים באקראי תלמיד מבין התלמידים שאין להם רישיון.

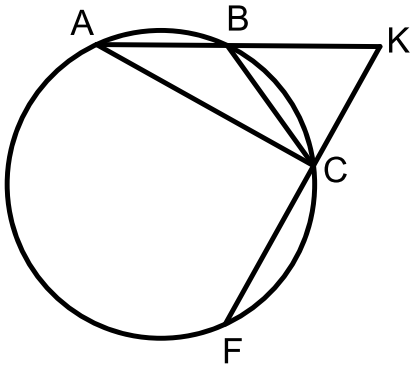
מהי ההסתברות שתלמיד זה הוא מדריך?

בוחרים באקראי 5 תלמידים מבין התלמידים שאין להם רישיון.

ג. (1) מהי ההסתברות שנבחר יותר ממדריך אחד?

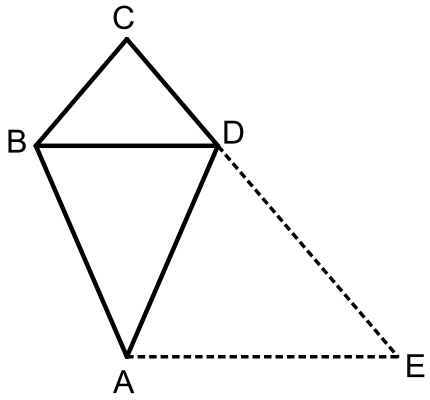
(2) ידוע שנבחר יותר ממדריך אחד. מהי ההסתברות כי מספר המדריכים שנבחרו הוא זוגי?

4) בסרטוט שלפניכם משולש קהה זווית ABC החסום במעגל.
הנקודה K הצלע המשך על נמצאת AB כך ש- $AB = BK$.
המשך הקטע KC חותך את המעגל בנקודה נוספת, בנקודה F.
נתון: $\sphericalangle BAC = \sphericalangle BCA$.



א. הוכיחו כי AF הוא קוטר במעגל.
המיתרים BF ו-AC נחתכים בנקודה D.
ב. הוכיחו כי המשולש ADK הוא שווה שוקיים.
ג. (1) הוכיחו כי המרובע BDCK הוא בר חסימה במעגל.
(2) הוכיחו כי $\sphericalangle DKC = \sphericalangle FAC$.
ד. הוכיחו כי $AC \cdot AD = KC \cdot AF$.

5) בסרטוט שלפניכם דלתון ABCD $(AB = AD\ ,\ CB = CD)$.
נתון: $\sphericalangle BAD = \sphericalangle CDB = 2\alpha\ ,\ 0° < \alpha < 45°$.
נסמן: $AB = k$.
א. הביעו באמצעות k ו- α את רדיוס המעגל החוסם את המשולש CDB.
נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD גדול פי $\frac{4}{3}$ מרדיוס המעגל החוסם את המשולש CDB.



ב. מצאו את גודל הזווית BAD.
הנקודה O היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABD.
דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל ל-BD וחותך את המשך הצלע CD בנקודה E.
נתון כי שטח המשולש AOE הוא 54.
ג. מצאו את הערך של k.

פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{\sqrt{5x^2-kx}}{x^3}$, k הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות k את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $h(x)=-f(x)$.

שיעור ה- x של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $h(x)$ הוא 2.4.

ב. מצאו את הערך של k.

הציבו $k=12$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ו.

ג. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=\left(f(x)\right)^2$ שתחום הגדרתה זהה לתחום של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

a הוא פרמטר גדול מ-3.

ה. האם ערך הביטוי $\int_a^{a+1} g(x)dx$ שווה, גדול או קטן בהשוואה לערך הביטוי $\int_a^{a+1} f(x)dx$?

נמקו את תשובתכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישירים: $x=3$ ו- $x=6$.

7) נתונה הפונקציה $f(x)=(\sin x)^2+\cos x-1$, המוגדרת בתחום $-\pi \le x \le \pi$.

א. הוכיחו כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x.

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=\dfrac{1}{f(x)+b}$, b הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה $g(x)$ יש בדיוק שתי אסימפטוטות אנכיות.

ד. כתבו שני ערכים אפשריים של b, שאחד מהם חיובי והאחר שלילי.

הציבו בפונקציה $g(x)$ את הערך השלילי של b שמצאתם, וענו על הסעיפים ה-ו.

ה. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

8) נתונה הפונקציה: $f(x)=kx^3-3x^2+0.5k$, המוגדרת לכל x.

k הוא פרמטר שונה מ-0.

הנקודה A היא נקודת הפיתול של הפונקציה $f(x)$.

א. הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה A.

נתון כי הנקודה A נמצאת ברביע הראשון.

ב. מצאו את תחום הערכים האפשרי של k.

דרך הנקודה A העבירו אנך לציר ה- x החותך אותו בנקודה B,

ואנך לציר ה- y החותך אותו בנקודה C.

נתון ריבוע I שאורך הצלע שלו שווה לאורך הקטע AB,

וריבוע II שאורך הצלע שלו שווה לאורך הקטע AC.

ג. מצאו את הערך של k שבעבורו סכום שטחי הריבועים I ו-II הוא מינימלי

(תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם).

תשובות סופיות:

1) א. (1) פי 2.41 א. (2) 2.462.

ב. (1) $5p^2$ ב. (2) אפשרות III $\frac{3}{10}$.

ג. (1) $2 \le x \le 8$, $-8 \le x \le -2$ ג. (2) גרף IV.

ד. (1) $a_1 = \frac{1}{6}$, $a_2 = \frac{1}{12}$, $a_3 = \frac{1}{24}$ ד. (2) $q = \frac{1}{2}$ ד. (3) $S = \frac{1}{3}$.

2) א. $q = \frac{1}{5}$ ב. $a_1 = \sqrt{6}$ ג. $b_n = \left(\frac{1}{5}\right)^{2-2n}$ או $b_n = 5^{2n-2}$.

ד. ראו סרטון.

3) א. 24% ב. $\frac{3}{19}$ ג. (1) 0.179 ג. (2) 0.845.

4) א. שאלת הוכחה ב. שאלת הוכחה ג. (1) שאלת הוכחה.

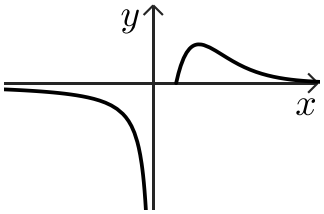
ג. (2) שאלת הוכחה ד. שאלת הוכחה.

5) א. $\frac{k\sin\alpha}{\sin 4\alpha}$ ב. $48.19°$ ג. $k = 12.69$.

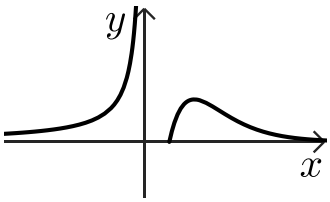
6) א. $x < 0$, $x \ge \frac{k}{5}$ ב. $k = 12$.

ג. (1) אסימפטוטה אנכית: $y = 0$, אסימפטוטה אופקית: $y = 0$.

ג. (2) $\min(2.4,0)$, $\max\left(3,\frac{1}{9}\right)$ ג. (3) להלן סרטוט:



ד. להלן סרטוט: ה. קטן ו. $S = \frac{25}{1296} = 0.0193$.

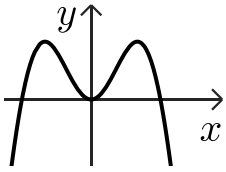


7) א. ראו סרטון

ב. (1) $\left(\frac{\pi}{2},0\right)$, $(0,0)$, $\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$.

ב. (2) $\min(\pi,-2)$, $\max\left(\frac{\pi}{3},\frac{1}{4}\right)$, $\min(0,0)$, $\max\left(-\frac{\pi}{3},\frac{1}{4}\right)$, $\min(-\pi,-2)$.

ג. להלן סרטוט:

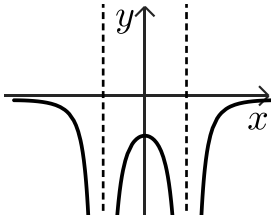


ד. למשל: $b=1$, $b=-\frac{1}{4}$.

ה. (1) $\frac{\pi}{3}<x\le\pi$ או $-\frac{\pi}{3}<x<\frac{\pi}{3}$ או $-\pi\le x<-\frac{\pi}{3}$.

ה. (2) $\max\left(\pi,-\frac{4}{9}\right)$, $\max(0,-4)$, $\max\left(-\pi,-\frac{4}{9}\right)$.

ו. להלן סרטוט:



8) א. $\left(\frac{1}{k},\frac{1}{2}-\frac{2}{k^2}\right)$

ב. $x>2$

ג. $k=2\sqrt{2}$.