

שאלון 572

פרק 21

פתרון בידאו של בחינות שנת 2026

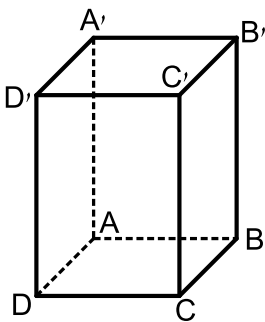
מועד חורף 1

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

- (1) נתונה אליפסה שמשוואתה קנונית. הנקודה $A(2,6)$ נמצאת על האליפסה. שיעורי המוקד הימני של האליפסה הם $(\sqrt{25.6}, 0)$.
- א. מצאו את משוואת האליפסה.
 הנקודה B היא נקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה- x .
 דרך הנקודה A העבירו ישר העובר דרך ראשית הצירים, הנקודה O .
 הנקודה C היא נקודה כלשהי על הישר AO . הנקודה P היא אמצע הקטע BC .
- ב. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות P .
 ג. מצאו את משוואת המעגל המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם, ומשיק לישר AO בנקודה O .



- (2) בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A'B'C'D'$. נתון כי משוואת המישור $A'B'C'D'$ היא $x + 4y - 8z - 126 = 0$, וכי $B(0, 7, 8)$.
- א. מצאו את אורך המקצוע BB' .
 נתון כי הצגה פרמטרית של הישר AB היא $\underline{x} = (0, 7, 8) + t(0, 2, 1)$.
 אורך המקצוע AB הוא $5\sqrt{5}$, ושיעור ה- y של הקודקוד A הוא שלילי.
- ב. מצאו את שיעורי הקודקוד A .
 ג. מצאו את משוואת המישור $ABB'A'$.
 נתונה נקודה $M(k, 1, 5)$, k הוא פרמטר חיובי.
 נתון כי גודל הזווית שבין הישר AB ובין הישר AM הוא 60° .
 ד. מצאו את הערך של k (תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם).
 נתון כי הנקודה M נמצאת על המישור $DCC'D'$.
 ה. מצאו את נפח התיבה.





ענו על הסעיפים הבאים: (3)

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ במישור גאוס המקיימות

$$|z - 3i| = \frac{z - \bar{z}}{2i} + 3$$

הוא פרבולה, ומצאו את משוואתה.

נתון מספר מרוכב $w = r(\cos \theta + i \sin \theta)$, $r > 0$, $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

נתון מצולע קמור I, שקודקדיו מיוצגים על ידי פתרונות המשוואה

$$z, z^4 = \frac{1}{r^4} \cdot (\cos(4\theta) + i \sin(4\theta))$$

הוא משתנה מרוכב.

ב. הביעו באמצעות r ו- θ הצגה קוטבית של כל המספרים המייצגים את קודקודי מצולע I.

נתון מצולע II, שקודקדיו מיוצגים על ידי המספרים $w, -w, \frac{1}{w}, -\frac{1}{w}$.

ג. הביעו באמצעות r ו- θ הצגה קוטבית של כל המספרים המייצגים את קודקודי מצולע II.

נתון כי מצולע II הוא מעוין.

ד. מצאו את הערך של θ .

נתון כי הנקודה המייצגת את w נמצאת על המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

ה. מצאו את היחס בין שטח מצולע II ובין שטח מצולע I.

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



- (4) $f'(x)$ הוא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.
- $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g(x) = e^{f(x)} \cdot f'(x)$.
- הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות בתחום $x \neq 0$.
נתון כי הפונקציה $f(x)$ יורדת בתחום $x > 0$ ובתחום $x < 0$,
וכי $f'(x) \neq 0$ בכל תחום הגדרתה.
- א. כתבו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).
נמקו את תשובתכם.
- נתון כי $f(x) = \frac{1}{x}$.
- ב. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$.
(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 a הוא פרמטר גדול מ-1.
- נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים
 $x = \frac{1}{\ln(5a)}$ ו- $x = \frac{1}{\ln a}$ הוא 9.
- ד. מצאו את הערך של a .



5 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x} \left(a + \frac{1}{(\ln x)^2} \right)$ הוא פרמטר חיובי.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד בנקודה שבה $x = \frac{1}{e}$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 1$ בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ג-ו.

ג. היא פונקציה שהנגזרת שלה מקיימת $g'(x) = f(x)$.

תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ידוע שלפונקציה $g(x)$ יש נקודת פיתול שנמצאת על ציר ה- x .

ג. מצאו פונקציה $g(x)$ המקיימת תנאים אלה.

בעבור הפונקציה $g(x)$ שמצאתם ענו על הסעיפים ד-ו.

ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$

(אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

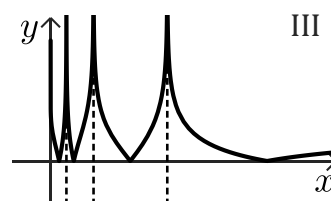
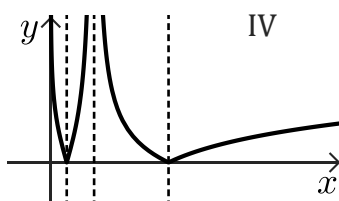
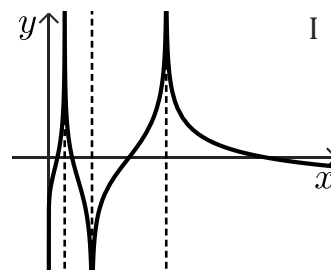
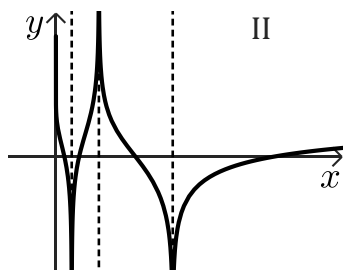
ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נתונה הפונקציה $h(x) = \ln|g(x)|$

ו. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$.

(2) אחד מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקציה $h(x)$. קבעו איזה מהם,

ונמקו את קביעתכם.



תשובות סופיות:

א. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{38.4} = 1$ ב. $y = 3x - 12$ ג. $(x - 1.8)^2 + (y + 0.6)^2 = 3.6$ (1)

א. $BB' = 18$ ב. $A(0, -3.3)$ ג. $20x - y + 2z - 9 = 0$ (2)

א. $K = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$ ב. $V = 1,589.04$ ה. (3)

א. $y = \frac{1}{12}x^2$ (או $x^2 = 12y$) (3)

ב. $z_1 = \frac{1}{r}, z_2 = \frac{1}{r} \text{cis}(\theta + 90^\circ), z_3 = \frac{1}{r} \text{cis}(\theta + 180^\circ), z_4 = \frac{1}{r} \text{cis}(\theta + 270^\circ)$

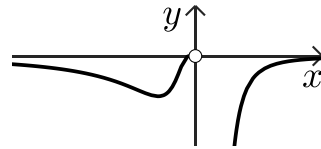
ג. $w = r \text{cis} \theta, -w = r \text{cis}(\theta + 180^\circ), \frac{1}{w} = \frac{1}{r} \text{cis}(-\theta), -\frac{1}{w} = \frac{1}{r} \text{cis}(180^\circ - \theta)$

ד. $\theta = 45^\circ$ ה. $\frac{S_{II}}{S_I} = 288$

(4) א. תחומי שליליות: $x > 0, x < 0$, תחומי חיוביות: x .

ב. (1) אסימפטוטה אופקית: $y = 0$, אסימפטוטה אנכית: $x = 0$ ב. (2) $\min\left(-0.5, -\frac{4}{e^2}\right)$

ג. להלן סרטוט: ד. $a = 3$

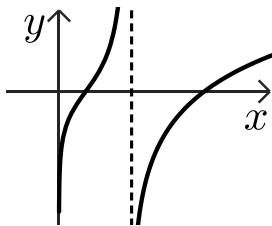


ד. (1) $x = 0, x = 1$

א. $0 < x \neq 1$ ב. $a = 1$ ג. $g(x) = \ln x - \frac{1}{\ln x}$ (5)

ה. להלן סרטוט:

ד. (2) $(e, 0), \left(\frac{1}{e}, 0\right)$ (3) תחומי עלייה: $0 < x < 1, x > 1$



ו. (1) $x > 0, x \neq \frac{1}{e}, 1, e$ ג. (2) II.