

שאלון 572

פרק 21

פתרון בידאו של בחינות שנת 2026

מועד חורף 1

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

(1) נתונה אליפסה שמשוואתה קנונית. הנקודה $A(2,6)$ נמצאת על האליפסה.

שיעורי המוקד הימני של האליפסה הם $(\sqrt{25.6}, 0)$.

א. מצאו את משוואת האליפסה.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה-x.

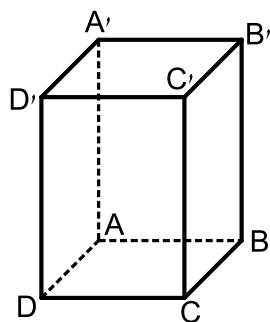
דרך הנקודה A העבירו ישר העובר דרך ראשית הצירים, הנקודה O.

הנקודה C היא נקודה כלשהי על הישר AO. הנקודה P היא אמצע הקטע BC.

ב. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות P.

ג. מצאו את משוואת המעגל המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם,

ומשיק לישר AO בנקודה O.



(2) בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A'B'C'D'$.

נתון כי משוואת המישור $A'B'C'D'$ היא $x + 4y - 8z - 126 = 0$,

וכי $B(0,7,8)$.

א. מצאו את אורך המקצוע BB' .

נתון כי הצגה פרמטרית של הישר AB היא $\underline{x} = (0,7,8) + t(0,2,1)$.

אורך המקצוע AB הוא $5\sqrt{5}$, ושיעור ה-y של הקודקוד A הוא שלילי.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד A.

ג. מצאו את משוואת המישור $ABB'A'$.

נתונה נקודה $M(k,1,5)$, k הוא פרמטר חיובי.

נתון כי גודל הזווית שבין הישר AB ובין הישר AM הוא 60° .

ד. מצאו את הערך של k (תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם).

נתון כי הנקודה M נמצאת על המישור $DCC'D'$.

ה. מצאו את נפח התיבה.





(3) ענו על הסעיפים הבאים:

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ במישור גאוס המקיימות

$$|z - 3i| = \frac{z - \bar{z}}{2i} + 3$$

הוא פרבולה, ומצאו את משוואתה.

נתון מספר מרוכב $w = r(\cos \theta + i \sin \theta)$, $r > 0$, $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

נתון מצולע קמור I, שקודקודיו מיוצגים על ידי פתרונות המשוואה

$$z, z^4 = \frac{1}{r^4} \cdot (\cos(4\theta) + i \sin(4\theta))$$

הוא משתנה מרוכב.

ב. הביעו באמצעות r ו- θ הצגה קוטבית של כל המספרים המייצגים את קודקודי מצולע I.

נתון מצולע II, שקודקודיו מיוצגים על ידי המספרים $w, -w, \frac{1}{w}, -\frac{1}{w}$.

ג. הביעו באמצעות r ו- θ הצגה קוטבית של כל המספרים המייצגים את קודקודי מצולע II.

נתון כי מצולע II הוא מעוין.

ד. מצאו את הערך של θ .

נתון כי הנקודה המייצגת את w נמצאת על המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

ה. מצאו את היחס בין שטח מצולע II ובין שטח מצולע I.

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



- (4) $f'(x)$ הוא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.
- $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g(x) = e^{f(x)} \cdot f'(x)$.
- הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות בתחום $x \neq 0$.
- נתון כי הפונקציה $f(x)$ יורדת בתחום $x > 0$ ובתחום $x < 0$, ו- $f'(x) \neq 0$ בכל תחום הגדרתה.
- א. כתבו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).
נמקו את תשובתכם.
- נתון כי $f(x) = \frac{1}{x}$.
- ב. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$.
(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- a הוא פרמטר גדול מ-1.
- נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = \frac{1}{\ln(5a)}$ ו- $x = \frac{1}{\ln a}$ הוא 9.
- ד. מצאו את הערך של a .



(5) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x} \left(a + \frac{1}{(\ln x)^2} \right)$. הוא פרמטר חיובי.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד בנקודה שבה $x = \frac{1}{e}$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 1$ בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ג-ו.

$g(x)$ היא פונקציה שהנגזרת שלה מקיימת $g'(x) = f(x)$.

תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ידוע שלפונקציה $g(x)$ יש נקודת פיתול שנמצאת על ציר ה- x .

ג. מצאו פונקציה $g(x)$ המקיימת תנאים אלה.

בעבור הפונקציה $g(x)$ שמצאתם ענו על הסעיפים ד-ו.

ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$

(אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

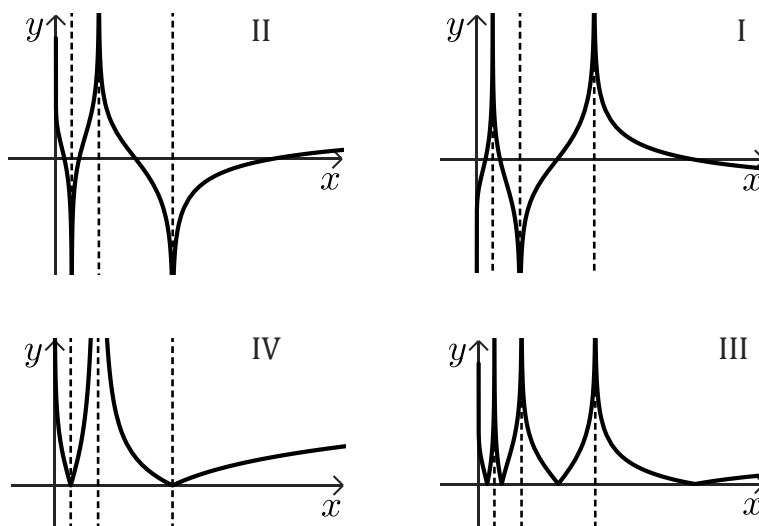
ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נתונה הפונקציה $h(x) = \ln|g(x)|$.

ו. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$.

(2) אחד מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקציה $h(x)$. קבעו איזה מהם,

ונמקו את קביעתכם.



תשובות סופיות:

$$(1) \quad \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{38.4} = 1 \quad \text{א.} \quad y = 3x - 12 \quad \text{ב.} \quad (x - 1.8)^2 + (y + 0.6)^2 = 3.6 \quad \text{ג.}$$

$$(2) \quad BB' = 18 \quad \text{א.} \quad A(0, -3.3) \quad \text{ב.} \quad 20x - y + 2z - 9 = 0 \quad \text{ג.}$$

$$\text{ד.} \quad K = \sqrt{60} = 2\sqrt{15} \quad \text{ה.} \quad V = 1,589.04$$

$$(3) \quad \text{א.} \quad y = \frac{1}{12}x^2 \quad (\text{או } x^2 = 12y) \quad \text{ב.}$$

$$\text{ג.} \quad z_1 = \frac{1}{r}, z_2 = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(\theta + 90^\circ), z_3 = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(\theta + 180^\circ), z_4 = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(\theta + 270^\circ)$$

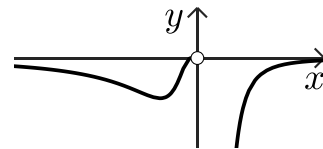
$$\text{ג.} \quad w = r \operatorname{cis} \theta, -w = r \operatorname{cis}(\theta + 180^\circ), \frac{1}{w} = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(-\theta), -\frac{1}{w} = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(180^\circ - \theta)$$

$$\text{ד.} \quad \theta = 45^\circ \quad \text{ה.} \quad \frac{S_{\parallel}}{S_{\perp}} = 288$$

$$(4) \quad \text{א. תחומי שליליות: } x > 0, x < 0, \text{ תחומי חיוביות: } x$$

$$\text{ב. (1) אסימפטוטה אופקית: } y = 0, \text{ אסימפטוטה אנכית: } x = 0 \quad \text{ב. (2) } \min\left(-0.5, -\frac{4}{e^2}\right)$$

$$\text{ג. להלן סרטוט:} \quad \text{ד. } a = 3$$



$$\text{ד. (1) } x = 0, x = 1$$

$$(5) \quad \text{א. } 0 < x \neq 1 \quad \text{ב. } a = 1 \quad \text{ג.} \quad g(x) = \ln x - \frac{1}{\ln x}$$

ה. להלן סרטוט:

$$\text{ד. (2) } \left(\frac{1}{e}, 0\right), (e, 0) \quad \text{ד. (3) תחומי עלייה: } 0 < x < 1, x > 1$$

$$\text{ו. (1) } 1, e, x > 0, x \neq \frac{1}{e} \quad \text{ו. (2) גרף II.}$$

