

שאלון 472

פרק 15

פתרון בידאו של בחינות שנת 2025

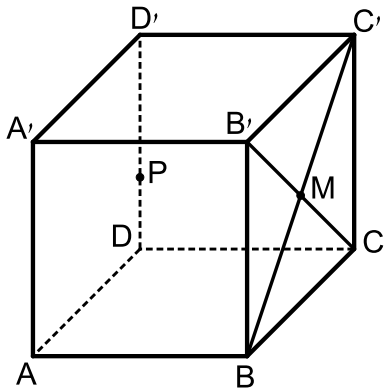
1	מועד חורף
7	קיץ מועד א
13	קיץ מועד ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

- (1) נתונה סדרה הנדסית A שמנת שלה היא q , ובה 10 איברים.
האיבר השישי בסדרה הוא פי 81 מן האיבר השני בסדרה.
א. מצאו את שני הערכים של q .
נתון כי סכום שני האיברים האמצעיים בסדרה A הוא 1,296, וכי כל איבריה הם חיוביים.
ב. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.
נתונה סדרה חשבונית B. סכום הסדרה A גדול פי 11 מסכום הסדרה B.
ג. מצאו את סכום הסדרה B.
בסדרה B יש 32 איברים.
נתון כי האיבר השני בסדרה B גדול פי 16 מן הפרש שלה.
ד. מצאו את הפרש הסדרה B.





(2)

בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCDA'B'C'D'$.

הנקודה M היא מפגש האלכסונים בפאה $BCC'B'$.

נקודה P נמצאת על המקצוע DD' ומקיימת $\overline{DP} = \frac{1}{3} \overline{DD'}$.

נסמן: $\overline{AA'} = \underline{w}$, $\overline{BC} = \underline{v}$, $\overline{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו את הווקטורים \overline{AP} ו- \overline{MP} באמצעות \underline{w} , \underline{v} ו- \underline{u} .

נתון: $|\underline{v}| = 8$, $|\underline{w}| = |\underline{u}| = 24$.

ב. (1) הוכיחו כי הווקטור \overline{AP} מאונך לווקטור \overline{MP} .

(2) חשבו את שטח המשולש APM .

נתון: $D(0,0,0)$.

הקודקוד A נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x,

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה-y,

והקודקוד D' נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z.

ג. (1) מצאו את שיעורי הקודקודים C , B , C' .

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ד. מצאו את גודל הזווית PMB .

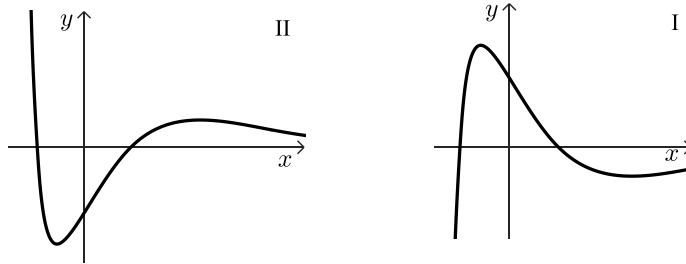


- (3) אמיר קנה גלגל ים ומזרן ים.
 ביום הקנייה נפח הגלגל היה 3,700 סמ"ק ונפח המזרן היה 7,400 סמ"ק.
 עקב איבוד אוויר, נפח הגלגל ונפח המזרן קטנו באחוז קבוע בכל יום
 (כל אחד מהם באחוז אחר).
 כעבור 7 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל שווה לנפח המזרן.
 א. קבעו בעבור כל אחת מן הטענות I-II אם היא נכונה או לא נכונה.
 I. כעבור 6 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל גדול מנפח המזרן.
 II. כעבור 8 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל גדול מנפח המזרן.
 נתון כי נפח הגלגל קטן ב-4% בכל יום.
 ב. מצאו את האחוז שבו נפח המזרן קטן בכל יום.
 כעבור t ימים מיום הקנייה היה נפח המזרן $\frac{1}{3}$ מנפח הגלגל.
 ג. מצאו את הערך של t .
 לאחר כמה שבועות החליט אמיר לנפח את המזרן.
 במהלך הניפוח גדל נפח המזרן בכל דקה ב-22%.
 בסיום הניפוח היה נפח המזרן גדול פי 7.5 מן הנפח שלו בתחילת הניפוח.
 ד. מצאו את מספר הדקות שנמשך ניפוח המזרן.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



- 4 הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x .
 לפונקציה $f(x)$ יש נקודת מקסימום אחת בלבד ושיעור ה- x שלה חיובי.
 לפניכם שני גרפים, I ו-II, אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. קבעו איזה מהגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ונמקו את קביעתכם.

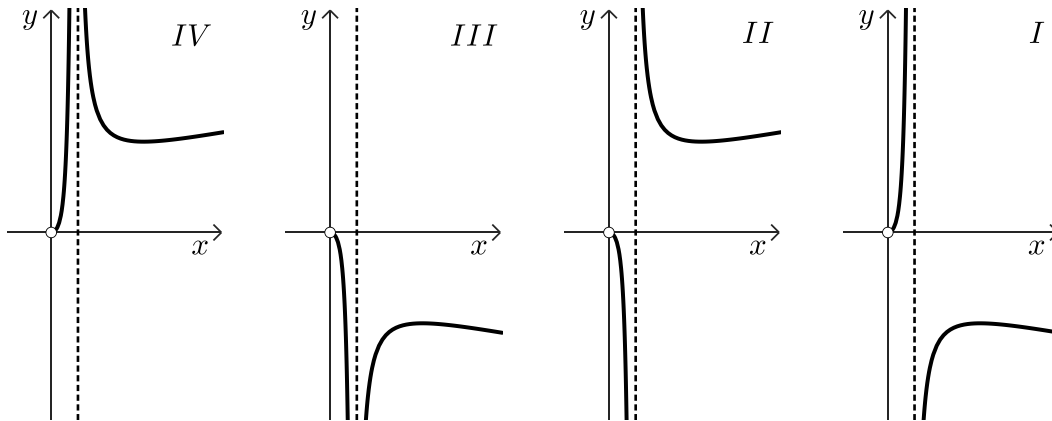
$$\text{נתון: } f(x) = (x^2 - 2) \cdot e^{(-2x+1)}$$

- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 נתונה הפונקציה $g(x) = 7 \cdot e^{(-2x+1)}$ המוגדרת לכל x .
 ד. (1) הסבירו מדוע הפונקציה $g(x)$ חיובית לכל x .
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $g(x)$.
 דרך כל אחת מן הנקודות שמצאתם בסעיף ד העבירו אנך לציר ה- x .
 ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי האנכים.

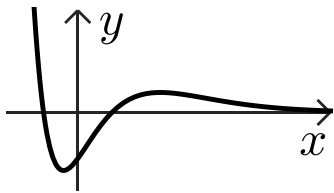


(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{6x}{(\ln x)^2}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.
 (3) האם לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) מצאו את תחומי העלייה של הפונקציה $f(x)$.
- ג. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.
 היא פונקציה שתחום הגדרתה זהה לתחום הגדרתה של הפונקציה $f(x)$.
 נגזרת הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x) - c$, הוא פרמטר.
 ד. (1) מצאו בעבור $c = 5$ כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגן (אם יש כאלה), נמקו את תשובתכם.
 (2) רשמו ערך כלשהו של c שבעבורו יש לפונקציה $g(x)$ שלוש נקודות קיצון. נמקו את תשובתכם.



תשובות סופיות:

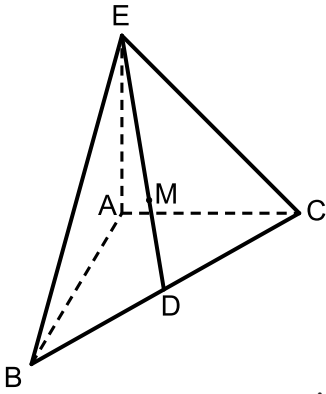
- (1) א. $q = \pm 3$ ב. 4 ג. 10,736 ד. 11.
- (2) א. $\overline{AP} = \underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$, $\overline{MP} = -\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{6}\underline{w}$ ב. (1) שאלת הוכחה.
- ב. (2) $32\sqrt{19} \approx 139.5$ ג. (1) $C(0,24,24)$, $B(8,24,0)$, $C(0,24,0)$ ד. $\sphericalangle PMB = 84.11^\circ$.
- (3) א. I. הטענה אינה נכונה א. II. הטענה נכונה ב. 13.05% ג. $t \approx 18.1$ ד. 10.133 דקות.
- (4) א. גרף I ב. (1) $(-\sqrt{2}, 0)$, $(\sqrt{2}, 0)$ ב. (2) $\min(-1, -e^3)$, $\max\left(2, \frac{2}{e^3}\right)$ ד. (1) ראו סרטון ג. להלן סרטוט:
- ד. (2) $\left(3, \frac{7}{e^5}\right)$, $(-3, 7e^7)$ ה. $3.5e^7 - \frac{3.5}{e^5} \approx 3,838.2$
- 
- (5) א. (1) $x > 0, x \neq 1$ א. (3) לא. ב. (2) עלייה: $0 < x < 1, x > e^2$ ג. גרף IV. ד. (2) $c = 15$ ד. (1) $c = 5$, מינימום

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

- (1) נתונה סדרה חשבונית A, ובה 46 איברים: a_1, a_2, a_3, \dots .
 נתון: $a_2 + a_4 = a_6$.
 האיבר האחרון בסדרה A הוא 138.
 א. מצאו את הפרש הסדרה ואת a_1 .
 נתונה סדרה הנדסית אין-סופית B שאיבריה הם: b_1, b_2, b_3, \dots .
 נתון: $3 \cdot b_3 = a_8$, $b_1 = a_6$.
 ב. מצאו את המנה של הסדרה B (מצאו את שתי האפשרויות).
 נתון כי הסדרה B אינה עולה ואינה יורדת.
 ג. מצאו את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה B.





(2)

בסרטוט שלפניכם פירמידה ABCE.

הנקודה D היא אמצע המקצוע BC.

הנקודה M נמצאת על ED כך ש- $\vec{EM} = \frac{2}{3}\vec{ED}$.

המקצוע AE הוא גובה בפירמידה.

נתון: $\angle BAC = 90^\circ$.

נסמן: $\vec{AE} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הווקטורים \vec{BC} , \vec{ED} ו- \vec{AM} .

נתון: $|\underline{w}| = |\underline{v}| = |\underline{u}| = 12$.

ב. (1) הוכיחו כי \vec{AM} מאונך ל- \vec{ED} .

(2) הוכיחו כי \vec{AM} מאונך למישור BEC.

נתון: $A(0,0,0)$.

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x,

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה-y,

והקודקוד E נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z.

ג. (1) מה הם שיעורי הנקודות B, C ו-E?

(2) מצאו את שיעורי הנקודות D ו-M.

ד. חשבו את שטח המשולש AMD.



(3)

בשתי משתלות - משתלה א' ומשתלה ב' - החלו לשתול צמחים באותו היום. ביום זה שתלו במשתלה א' 600 צמחים, ובמשתלה ב' שתלו a צמחים. מספר הצמחים במשתלה א גדל ב-5% בכל שבוע, ומספר הצמחים במשתלה ב' גדל ב-10% בכל שבוע.

כעבור זמן מסוים מתחילת השתילה היה מספר הצמחים במשתלה א' שווה למספר הצמחים במשתלה ב'.

א. לפניכם שתי טענות, I-II. קבעו איזו טענה נכונה. נמקו את קביעתכם.

I. $a < 600$

II. $a > 600$

כעבור 17 שבועות מתחילת השתילה היה מספר הצמחים במשתלה ב' גדול פי 2 ממספר הצמחים במשתלה א'.

ב. מצאו את הערך של a .

כעבור 17 שבועות מתחילת השתילה, בשתי המשתלות הפסיקו את השתילה והחלו למכור את הצמחים.

מאותו היום שבו החלו למכור, קטן מספר הצמחים במשתלה ב' בכל שבוע באחוז קבוע. כעבור 5 שבועות מן היום שבו החלו למכור, היה מספר הצמחים במשתלה ב' 53% ממספר הצמחים בתחילת המכירה.

ג. מצאו בכמה אחוזים קטן מספר הצמחים במשתלה ב' בכל שבוע.

מאותו היום שבו החלו למכור, קטן מספר הצמחים במשתלה א' בכל שבוע ב-8%.

ד. מצאו כעבור כמה זמן מן היום שבו החלו למכור, היה מספר הצמחים במשתלה א' שווה למספר הצמחים במשתלה ב'.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 4x + a}$, a הוא פרמטר.

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית שמשוואתה היא $x = 2$.

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 4$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ד.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים

(אם יש כאלה).

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $h(x) = -f(x) + e^9$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של

הפונקציה $f(x)$.

ד. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $h(x)$ עם ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.



5 הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות בתחום $x > 0$.
 לפונקציה $f(x)$ יש נקודת מינימום אחת בלבד ונקודת מקסימום אחת בלבד.
 נתון כי נקודת המינימום נמצאת מימין לנקודת המקסימום.
 א. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

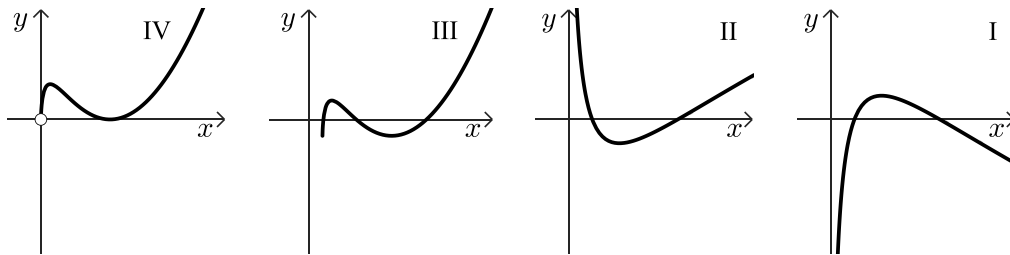
נתון כי: $f(x) = 4x \cdot (\ln x)^2$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. קבעו איזה מבין הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



תשובות סופיות:

(1) א. $\alpha_1 = 3, d = 3$ ב. $q = \pm \frac{2}{3}$ ג. -21.6

(2) א. $\overline{BC} = -\underline{u} + \underline{v}$, $\overline{ED} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \underline{w}$, $\overline{AM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$ ב. (1) שאלת הוכחה.

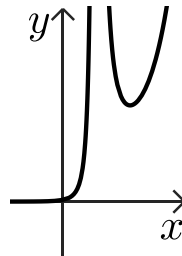
ב. (2) שאלת הוכחה ג. (1) $E(0,0,12), C(0,12,0), B(12,0,0)$

ג. (2) $M(4,4,4)$ ד. $12\sqrt{2} \approx 16.97$

(3) א. טענה I ב. $a \approx 544$ ג. 11.92% ד. כ-16 שבועות.

(4) א. $a = 4$ ב. (1) $x \neq 2$ ב. (2) $\left(0, \frac{1}{4}\right)$

ב. (3) $\min(3, 403.4)$ ג. להלן סרטוט: ד. 3 נקודות חיתוך.



(5) א. גרף II ב. (1) $(1,0)$ ב. (2) $\min(1,0), \max\left(\frac{1}{e^2}, 2.165\right)$

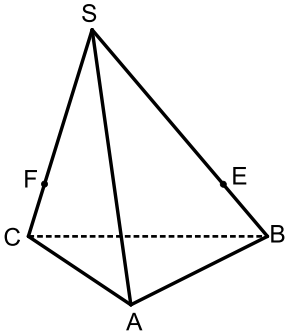
ג. גרף IV ד. 2.615

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

- (1) מיכל הפקידה בכל חודש כסף לחיסכון. גובה הפיקדון שהיא העבירה בכל חודש גדול במספר קבוע מגובה הפיקדון שהיא העבירה בחודש שלפניו. סכום הפיקדונות שהעבירה מיכל בחודש הראשון והשני הוא 2,100 שקלים סך הכול. גובה הפיקדון שהעבירה מיכל בחודש החמישי גדול פי 3 מגובה הפיקדון שהיא העבירה בחודש הראשון.
- א. מצאו את גובה הפיקדון שהעבירה מיכל בחודש הראשון.
 ב. מצאו לאחר כמה חודשים היה סכום הפיקדונות שהעבירה מיכל 22,680 שקלים סך הכול.
 בחודש ה-12, במקום להפקיד כסף לחיסכון, החליטה מיכל לקנות מקרר שמחירו שווה לגובה הפיקדון שהייתה אמורה להעביר בחודש זה. מיכל שילמה בעבור המקרר בארבעה תשלומים. כל תשלום גדול פי 3 מן התשלום שלפניו.
 ג. מצאו את התשלום הראשון.





(2) בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת SABC.

נסמן: $\vec{AS} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

הנקודה E נמצאת על המקצוע SB, והנקודה F נמצאת על המקצוע SC.

נתון: $\vec{SF} = \frac{3}{4}\vec{SC}$, $\vec{SE} = \frac{3}{4}\vec{SB}$.

א. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הווקטורים \vec{SF} ו- \vec{SE} .

ב. (1) הביעו באמצעות \underline{u} ו- \underline{v} את הווקטור \vec{EF} .

(2) הסבירו מדוע EF מקביל ל-BC.

נתון: $C(13,15,3)$, $B(1,-1,3)$.

ג. מצאו את ההצגה האלגברית של הווקטור \vec{BC} ושל הווקטור \vec{EF} .

נתון: $E(5,1,6)$.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה F.

נתון: $A(4,12,3)$.

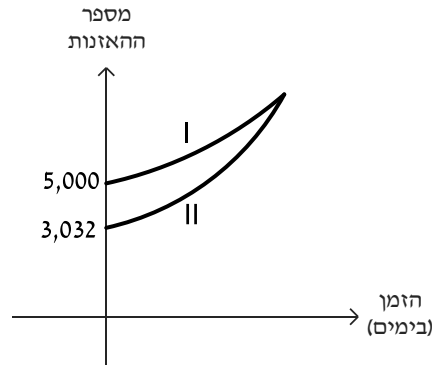
ה. (1) מצאו את גודל הזווית EAF.

(2) חשבו את שטח המשולש EAF.



3) שני שירים A ו-B הועלו ביום מסוים לאותה רשת חברתית. מספר ההאזנות לשיר A גדל באחוז קבוע בכל יום. מספר ההאזנות לשיר B גדל בכל יום באחוז הגדול פי 2 מן האחוז שבו גדל בכל יום מספר ההאזנות לשיר A. לפניכם שני גרפים II-I המתארים את מספר ההאזנות לכל שיר לפי הזמן, מיום העלאת השירים.

א. מבין הגרפים II-I קבעו איזה גרף מתאים לשיר A. נמקו את קביעתכם.



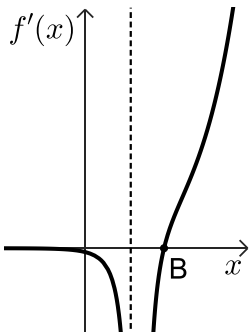
- נתון כי לאחר 5 ימים מיום העלאת השירים, מספר ההאזנות לשיר A היה 7,350.
- ב. מצאו בכמה אחוזים גדל מספר ההאזנות לשיר A בכל יום.
- ג. מצאו בכמה היה גדול מספר ההאזנות לשיר A ממספר ההאזנות לשיר B, לאחר 5 ימים מיום העלאת השירים.
- ד. מצאו לאחר כמה זמן מיום העלאת השירים, היה מספר ההאזנות לשיר A שווה למספר ההאזנות לשיר B.
- כאשר מספר ההאזנות לשיר A היה שווה למספר ההאזנות לשיר B, החלה ירידה במספר ההאזנות לשיר A.
- בכל יום קטן מספר ההאזנות לשיר A באותו האחוז שבו הוא גדל לפני כן.
- ה. מצאו לאחר כמה זמן מיום העלאת השירים, מספר ההאזנות לשיר A היה 2,450.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 4}$



- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרות באותו התחום.
גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד - הנקודה B.

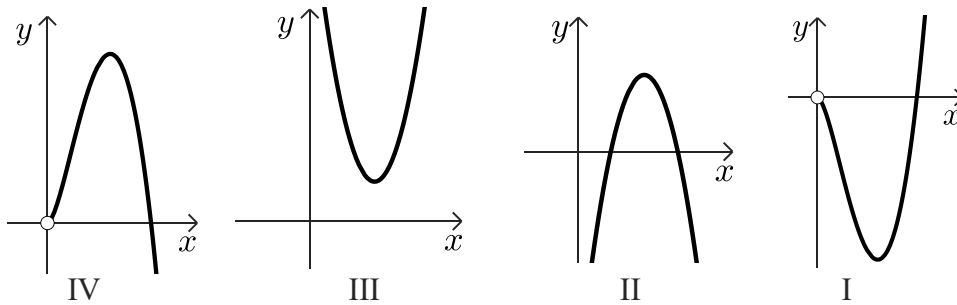


- ג. מצאו את שיעור ה- x של הנקודה B.
- ד. (1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) סרטוטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = \ln 12$.



5 נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 \cdot (-2 + \ln x)$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 ד. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.
 נמקו את קביעתכם.



נתונה הפונקציה $g(x) = a \cdot f(x)$ הוא פרמטר שונה מ-0.

הפונקציות $g(x)$ ו- $f(x)$ מוגדרות באותו התחום.

נתון כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ הוא $0.6 \cdot e^3$.

- ה. (1) מצאו את הערך של a .
 (2) מהו סוג נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.
 (3) קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את הפונקציה $g(x)$.
 נמקו את קביעתכם.

תשובות סופיות:

- (1) א. 840 שקלים ב. 9 חודשים ג. 136.5
 (2) א. $\vec{BC} = -\underline{u} + \underline{v}$, $\vec{SE} = \frac{3}{4}\underline{u} - \frac{3}{4}\underline{w}$, $\vec{SF} = \frac{3}{4}\underline{v} - \frac{3}{4}\underline{w}$, ב. (1) $\vec{EF} = -\frac{3}{4}\underline{u} + \frac{3}{4}\underline{v}$

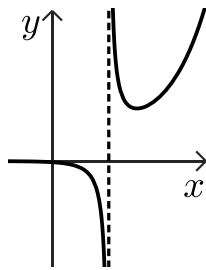
ב. (2) ראו סרטון ג. $\vec{EF} = (9, 12, 0)$, $\vec{BC} = (12, 16, 0)$ ד. $F(14, 13, 6)$

ה. (1) $\sphericalangle EAF = 86.18^\circ$ ה. (2) $S_{\Delta EAF} = 59.887$

- (3) א. גרף I ב. 8% ג. 982 האזנות ד. 7 ימים ה. 22 ימים.

- (4) א. (1) $x \neq \ln 4$ א. (2) $x = \ln 4$ ב. $\left(0, -\frac{1}{3}\right)$ ג. $x_B = \ln 8$

ד. (1) עלייה: $x > \ln 8$, ירידה: $\ln 4 < x < \ln 8$, $x < \ln 4$ ד. (2) להלן סרטוט:



ה. 2.

- (5) א. $x > 0$ ב. $(e^2, 0)$ ג. $\min(e^{1.5}, -0.5e^3)$ ד. גרף I.

- ה. (1) $a = -1.2$ ה. (2) מקסימום ה. (3) גרף IV.