שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 36

פתרון בוידאו של בחינות שנת 2023

מועד חורף 1
קיץ מועד א 7
קיץ מועד א דרום 13
קיץ מועד ב 19

בגרות חורף 2023:

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

2) במטע דובדבנים גדול בדקו כמה קילוגרם דובדבנים מניב כל עץ בשנה רגילה.
המשקל הממוצע של הדובדבנים שמניב עץ במטע הוא 40 ק"ג.
ההתפלגות של משקל הדובדבנים שמניב כל אחד מן העצים במטע היא נורמלית.

א. מהו החציון של משקל הדובדבנים שמניב עץ במטע?

נתון: אחוז העצים במטע שמניבים פחות מ-30 ק"ג דובדבנים בשנה הוא 18.1%.

ב. מהי סטיית התקן? בתשובתכם דייקו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

במטע יש 300 עצי דובדבן.
בעבור העצים במטע שמניבים יותר מ-55 ק"ג דובדבנים מתבצע סבב קטיף נוסף.

ג. בעבור כמה עצים במטע (בקירוב) מתבצע סבב קטיף נוסף?

ד. בשנה מסוימת ירד הממוצע של משקל הדובדבנים שהניבו העצים במטע ב-20% לעומת שנה רגילה, וסטיית התקן לא השתנתה.
כמה עצים במטע (בקירוב) הניבו יותר מ-55 ק"ג דובדבנים בשנה זו?

3) בקופה יש 36 מטבעות: 18 מטבעות של שני שקלים,
12 מטבעות של חמישה שקלים,
ו-6 מטבעות של עשרה שקלים.
הוציאו מהקופה באקראי שני מטבעות ללא החזרה.

א. מהי ההסתברות ששני המטבעות שהוציאו היו זהים?

ב. ידוע ששני המטבעות שהוציאו היו זהים.
מהי ההסתברות שסכום שני המטבעות שהוציאו היה גבוה מ-5 שקלים?

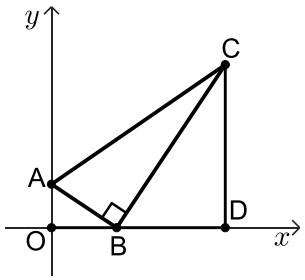
החזירו את כל המטבעות לקופה והוסיפו x מטבעות של עשרה שקלים לקופה.
נתון: לאחר ההוספה, ההסתברות להוציא מהקופה באקראי, ללא החזרה,
שני מטבעות של חמישה שקלים היא $\frac{1}{15}$.

ג. מצאו את x.

ד. האם ההסתברות להוציא מהקופה באקראי (ללא החזרה) שני מטבעות זהים גדלה לאחר ההוספה, קטנה או נשארה ללא שינוי? נמקו.

פרק שני - גאומטריה

4) במשולש ישר זווית ABC $(\sphericalangle ABC = 90°)$
הקודקוד B מונח על ציר ה- x והקודקוד A מונח על ציר ה- y.
מן הקודקוד C העבירו אנך לציר ה- x, החותך אותו בנקודה D.
הנקודה O היא ראשית הצירים.



א. הוכיחו: $\Delta AOB \sim \Delta BDC$.

נתון: $\frac{CD}{OB} = \frac{5}{2}$, משוואת הצלע AB היא: $y = -\frac{2}{3}x + 4$.

ב. (1) מצאו את אורכי הקטעים OB ו-CD.

(2) מצאו את שיעורי הנקודות D ו-C.

ג. (1) מצאו את גודל הזווית BAC.

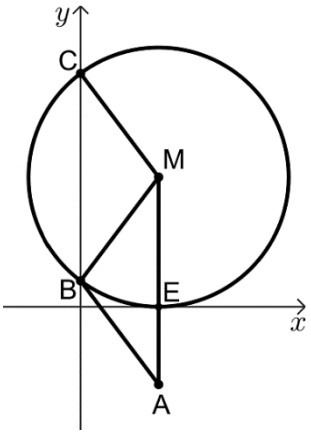
(2) מצאו את גודל הזווית ACD.

ד. האם אפשר לחסום את המרובע ABDC במעגל? נמקו.

5) מעגל שמרכזו M משיק לציר ה- x בנקודה E.

המעגל חותך את ציר ה- y בנקודות B ו-C, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

הנקודה A נמצאת על המשך ME, כמתואר בסרטוט.



א. (1) הסבירו מדוע MA מקביל לציר ה- y.

(2) הוכיחו: $\sphericalangle CBM = \sphericalangle BMA$.

נתון אורך הקטע AB שווה לרדיוס המעגל.

ב. (1) הוכיחו: $\sphericalangle CMB = \sphericalangle MBA$.

(2) הוכיחו: המרובע ABCM הוא מקבילית.

נתון: $M(3,5)$.

ג. (1) מצאו את משוואת המעגל.

(2) מצאו את שיעורי הנקודות B ו-C.

(3) מצאו את שיעורי הנקודה A.

ד. חשבו את שטח המקבילית ABCM.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{5x}{x^2+4}+1$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

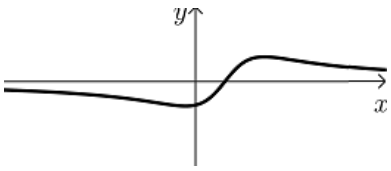
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=2\cdot f(x)$.

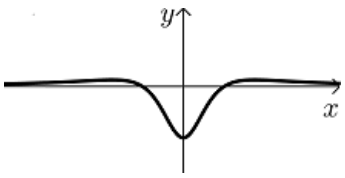
ה. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $g'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$,
על ידי הישר $x=1$ ועל ידי הצירים.

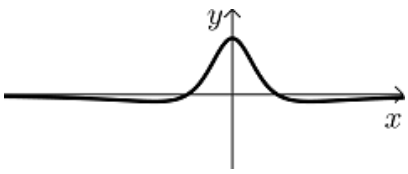
I



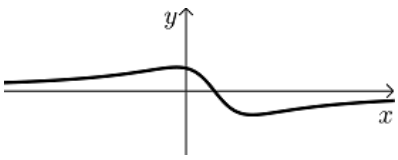
II



III



IV



7) נתונה הפונקציה $f(x)=x^2\cdot\sqrt{4x+20}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

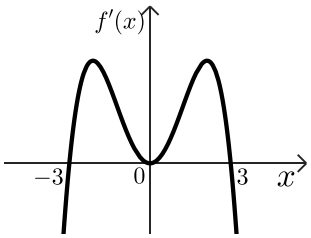
נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+c$, כאשר c פרמטר.

נתון כי הישר $y=12$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$.

ה. מצאו את c (ציינו את שתי האפשרויות).

8) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x.

לפניכם סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



נתון: פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מתאפסת בנקודות

שבהן: $x=3$, $x=0$, $x=-3$ בלבד, כמתואר בסרטוט.

א. (1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מה הם שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ומהו סוגן? נמקו.

ב. אחד מן הגרפים I-III שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ג. נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.

נסמן ב-S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x=-3$

ועל ידי ציר ה-x בתחום: $-3\le x\le 0$.

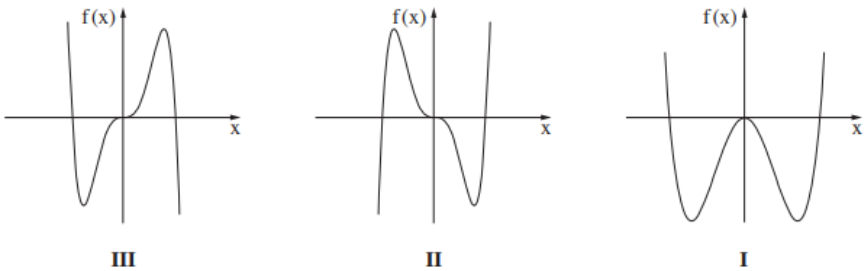
נסמן ב-S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x=3$

ועל ידי ציר ה-x בתחום: $0\le x\le 3$.

האם מתקיים: $S_1+S_2=\int_{-3}^{3}f(x)dx$? נמקו את קביעתכם.

ד. נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x-4)$.

מהם שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו סוגן? נמקו.



תשובות סופיות:

2) א. 40 ק"ג ב. 11 ק"ג ג. 26 עצים ד. 5 עצים.

3) א. $\frac{13}{55}\approx 0.3714$ ב. $\frac{9}{26}\approx 0.3462$ ג. 9 ד. קטנה, כי: $0.3714 > 0.32727$.

4) א. שאלת הוכחה ב. (1) $OB=18$, $CD=15$ ב. (2) $D(16,0)$, $C(16,15)$

ג. (1) $\sphericalangle BAC=68.2°$ ג. (2) $\sphericalangle ACD=55.49°$ ד. לא ניתן.

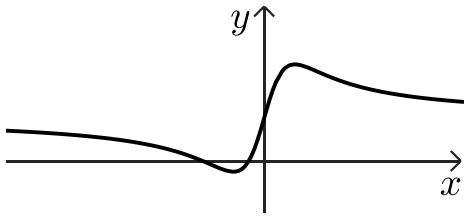
5) א. (1) ראו סרטון א. (2) שאלת הוכחה ב. (1) שאלת הוכחה.

ב. (2) שאלת הוכחה ג. (1) $(x-3)^2+(y-5)^2=25$ ג. (2) $B(0,1)$, $C(0,9)$.

ג. (3) $A(3,-3)$ ד. 24.

6) א. (1) כל x א. (2) $y=1$ ב. $(0,1)$, $(-1,0)$, $(-4,0)$.

ג. $\max(2,2.25)$, $\min(-2,-0.25)$ ד. להלן סקיצה:

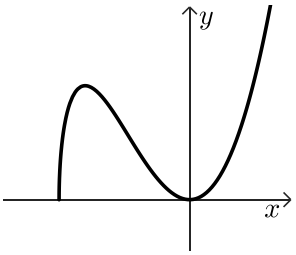


ה. גרף II ו. 2.

7) א. $x\geq -5$ ב. $(0,0)$, $(-5,0)$

ג. $\min(0,0)$, $\max(-4,32)$, $\min(-5,0)$

ד. להלן סקיצה:



ה. $c=12$, $c=-20$.

8) א. (1) תחומי עלייה: $-3<x<3$, תחומי ירידה: $x>3$ או $x<-3$.

א. (2) מקסימום: $x=3$, מינימום: $x=-3$ ב. גרף III ג. לא מתקיים.

ד. מקסימום: $x=7$, מינימום: $x=1$.

בגרות קיץ 2023 מועד א':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) בבריכתִ "גלי גיל" מתאמנים לתחרות במשחה של "100 מטר חופשי".
השיא שנקבע בעבר במשחה זה היה 51 שניות.
קבוצה גדולה של שחיינים מתאמנת לקראת התחרות במשחה זה.
זמני השחייה של השחיינים בקבוצה מתפלגים נורמלית עם ממוצע של 57 שניות וסטיית תקן של 2 שניות.
בוחרים באקראי שחיין מן הקבוצה.

א. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר (כלומר, ישחה בזמן קצר יותר מזמן השיא)?

בבריכה מתאמנות שתי קבוצות:
קבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 57 שניות,
וקבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 58 שניות.

ב. מהו הממוצע של זמן המשחה של כל 300 השחיינים?

נתון כי זמני המשחה של כל 300 השחיינים מתפלגים נורמלית,
וכי זמן המשחה של 50 מבין 300 השחיינים הוא פחות מ-54 שניות.

ג. מהי סטיית התקן של זמני המשחה של כל 300 השחיינים?

בוחרים באקראי שחיין מבין כל 300 השחיינים.

ד. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר?

2) חוקרים בדקו את הקשר בין משקל של עכבר Y (בגרמים) ובין משקל מנת המזון היומית שלו X (בגרמים). הם בדקו עשרה עכברים. משקלי העכברים ומשקל מנת המזון היומית של כל אחד מהם מוצגים בטבלה שלפניכם.

משקל מנת המזון היומית X (בגרמים)	1	2	3	3	3	4	4	4	5	5
משקל העכבר Y (בגרמים)	12	13	14	15	16	20	22	24	28	30

נתון כי המשקל הממוצע של מנת המזון היומית הוא 3.4 גרמים.

א. הראו כי סטיית התקן של משקל מנת המזון היומית היא 1.2 גרמים.

נתון כי המשקל הממוצע של עשרת העכברים הוא 19.4 גרמים,
וסטיית התקן של משקלם היא 6.086 גרמים.

ב. לפניכם 4 מספרים שונים: 0, -0.123, 0.923, 1. אחד מן המספרים הוא מקדם המתאם r בין משקל העכבר ובין משקל מנת המזון היומית שלו.
בחרו איזה מהם הוא מקדם המתאם, ונמקו את בחירתכם (אין צורך לחשב).

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי משקל העכברים מתוך משקל מנת המזון היומית שלהם. לאחר זמן מה התגלה כי המאזניים שבהם נשקלו העכברים לא היו מכוילים ויש להפחית 2 גרמים ממשקלו של כל עכבר (המאזניים שבהם נשקלה מנת המזון היומית היו מכוילים).

ד. מה תהיה משוואת ישר הרגרסיה החדש לאחר הכנסת התיקון במשקלי העכברים?

ה. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם בסעיף ד, מהו הניבוי למשקל עכבר שמשקל מנת המזון היומית שלו הוא 3.5 גרם?

3) אוניברסיטה גדולה בדקה את הקשר בין ההישגים הלימודיים של הסטודנטים באוניברסיטה ובין ציוני תעודת הבגרות שלהם.
20% מן הסטודנטים סיימו בהצטיינות את בחינות הבגרות, והשאר סיימו בציונים רגילים.
מבין הסטודנטים שסיימו את בחינות הבגרות בהצטיינות, 80% הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה. מבין הסטודנטים שסיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים, 25% הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה.

א. בוחרים באקראי סטודנט מן האוניברסיטה.
מהי ההסתברות שהוא הגיע להישגים גבוהים באוניברסיטה?

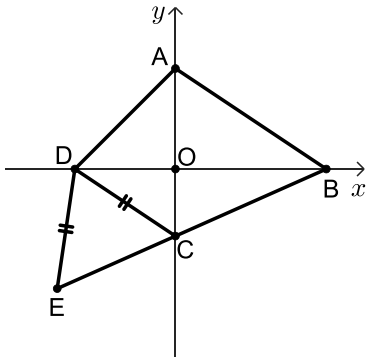
ב. בוחרים באקראי סטודנט שהגיע להישגים גבוהים באוניברסיטה.
מהי ההסתברות שהוא סיים את בחינות הבגרות בציונים רגילים?

ג. לפניכם שתי טענות (1) – (2), שפורסמו בתקשורת.
קבעו בעבור כל אחת מהן אם היא נכונה, ונמקו את קביעתכם.
(1) מבין הסטודנטים שהגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה, רובם (מעל 50%) סיימו את בחינות הבגרות בהצטיינות.
(2) מבין הסטודנטים שלא הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה, רובם (מעל 50%) סיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים.

ד. רות וענבל הן סטודנטיות באוניברסיטה, והן סיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים.
מהי הסתברות שבדיוק אחת מהן הגיעה להישגים גבוהים באוניברסיטה?

פרק שני - גאומטריה

4) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB||CD)$,
שכל קודקודיו מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
ראשית הצירים O היא מפגש האלכסונים של הטרפז.
נתון: $AO=OD$, $A(0,6)$.



ידוע כי שטח המשולש ABD שווה ל-45.

א. (1) מצאו את האורך של BD.
(2) מצאו את שיעורי הקודקודים D ו-B.

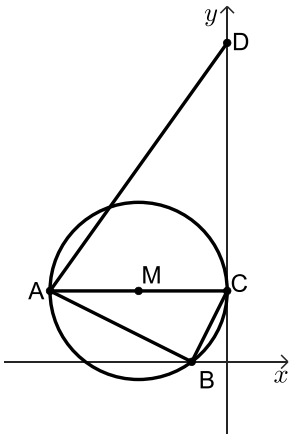
ב. מצאו את משוואת הצלע CD.

ג. (1) מצאו את גודל הזווית OBC.
(2) מצאו את גודל הזווית ABC.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע BC, ונתון כי: $DE=DC$ (ראו סרטוט).

ד. מצאו את היקף המשולש CDE.

5) המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו M. הצלע AC היא קוטר במעגל.
המעגל משיק לציר ה- y בנקודה C וחותך את ציר ה- x בנקודה B,
כמתואר בסרטוט.



הנקודה D נמצאת על ציר ה- y וידוע כי: $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ADC$.

א. הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta DCA$.

ב. האם $AD \| BC$? נמקו.

נתון: $B(-2,0)$, $C(0,4)$.

ג. (1) מצאו את משוואת הצלע AB.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד A.

(3) מצאו את משוואת המעגל.

ד. (1) מצאו את יחס הדמיון בין המשולש ABC ובין המשולש DCA.

(2) מצאו את שטח המרובע ABCD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

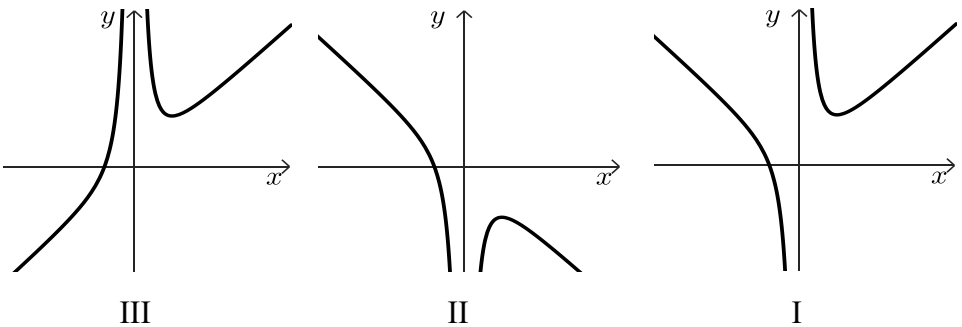
6) נתונה הפונקציה: $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x.
בתשובתכם דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. אחד מן הגרפים I-III בסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = 1$,
על ידי הישר $x = 2$ ועל ידי ציר ה- x.



III II I

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=1+\frac{1}{2}x-\sqrt{2x+b}$, b הוא פרמטר.

ידוע כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(8,0)$ בלבד.

א. מצאו את b.

הציבו: $b=9$ וענו על הסעיפים ב-ד.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

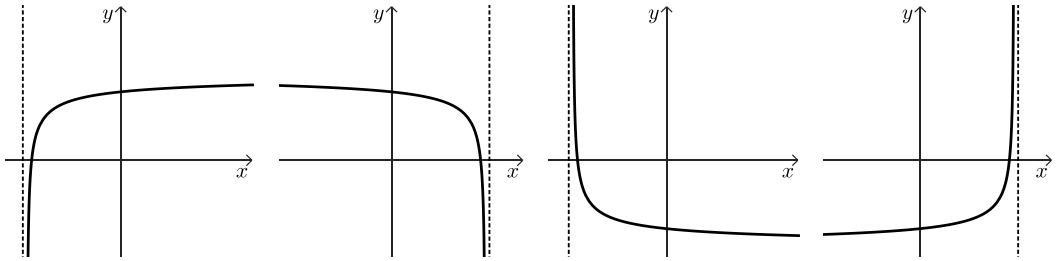
ג. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

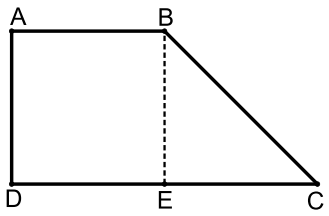
ד. אחד מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



I II III IV

8) המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית, $AB\|DC$ (ראו סרטוט).



גובה הטרפז BE חוצה את הבסיס DC.

שטח הטרפז הוא: $12\sqrt{2}$.

נסמן ב- x את אורך הצלע AB.

א. הביעו באמצעות x את אורך גובה הטרפז.

ב. מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי השוקיים של הטרפז (AD^2+BC^2) הוא מינימלי.

ג. האם ייתכן שסכום ריבועי השוקיים של הטרפז הוא 30? נמקו.

תשובות סופיות:

1) א. 0.0013 ב. 57.6 שניות ג. 3.627 שניות ד. 0.0367.

2) א. ראו סרטון ב. 0.923 ג. $y = 4.681x + 3.484$.

ד. $y = 4.681x + 1.484$ ה. 17.87 גרם.

3) א. 0.36 ב. $\frac{5}{9}$ ג. (1) הטענה אינה נכונה.

ג. (2) הטענה נכונה ד. 0.375.

4) א. (1) 15 א. (2) $B(9,0)$, $D(-6,0)$ ב. $y = \frac{2}{3}x - 4$.

ג. (1) $\sphericalangle OBC = 23.96°$ ג. (2) $\sphericalangle ABC = 57.65°$ ד. 22.14.

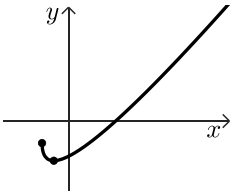
5) א. שאלת הוכחה ב. כן ג. (1) $y = -\frac{1}{2}x - 1$ ג. (2) $A(-10,4)$.

ג. (3) $(x+5)^2 + (y-4)^2 = 25$ ד. (1) $1:\sqrt{5}$ ד. (2) 120.

6) א. $x \neq 0$ ב. $(-1.59,0)$ ג. $\min(2,3)$ ד. גרף III ה. 3.5.

7) א. $b = 9$ ב. $x \geq -4.5$ ג. (1) $\min(-2.5,-2.25)$, $\max(-4.5,-1.25)$.

ג. (2) $(0,-2)$ ג. (3) סרטוט: ד. גרף IV.



8) א. $\frac{8\sqrt{2}}{x}$ ב. 4 ג. לא, הסכום המינימלי הוא 32.

בגרות קיץ 2023 מועד מיוחד:

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) בבריכתִ "גלי גיל" מתאמנים לתחרות במשחה של "100 מטר חופשי".
השיא שנקבע בעבר במשחה זה היה 51 שניות.
קבוצה גדולה של שחיינים מתאמנת לקראת התחרות במשחה זה.
זמני השחייה של השחיינים בקבוצה מתפלגים נורמלית עם ממוצע של 57 שניות וסטיית תקן של 2 שניות.
בוחרים באקראי שחיין מן הקבוצה.

א. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר (כלומר, ישחה בזמן קצר יותר מזמן השיא)?

בבריכה מתאמנות שתי קבוצות:
קבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 57 שניות, וקבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 58 שניות.

ב. מהו הממוצע של זמן המשחה של כל 300 השחיינים?

נתון כי זמני המשחה של כל 300 השחיינים מתפלגים נורמלית, וכי זמן המשחה של 50 מבין 300 השחיינים הוא פחות מ-54 שניות.

ג. מהי סטיית התקן של זמני המשחה של כל 300 השחיינים?

בוחרים באקראי שחיין מבין כל 300 השחיינים.

ד. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר?

2) מורה למתמטיקה לתלמידי כיתה י"א רצתה לבדוק את הקשר הלינארי בין ציוני תלמידיה בבחינת הבגרות במתמטיקה (המשתנה x) ובין ציוני ההגשה שלהם (המשתנה y).
בטבלה שלפניכם מוצגים הציונים של חמישה תלמידים שנבחנו בשנת 2022
ציון ההגשה של התלמיד החמישי אינו מוצג.

ציון בחינת הבגרות (x)	ציון ההגשה (y)
59	78
60	81
60	81
60	81
61	?

א. מצאו את ממוצע ציוני בחינת הבגרות של תלמידים אלה.
המורה חישבה את ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x.
נתון כי בעבור: $x = 60$ מנובא הערך: $y = 80$.
נתון גם כי שיפוע ישר הרגרסיה הוא 0.5.

ב. (1) מצאו את משוואת ישר הרגרסיה.

(2) מצאו את ציון ההגשה של התלמיד החמישי. נמקו.

בעבור חמישה תלמידים שנבחנו בשנת 2021 חישבה המורה את מקדם המתאם בין שני המשתנים, ואז חישבה את ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x. היא גילתה שציון ההגשה של כל אחד מן התלמידים זהה בדיוק לציון ההגשה המנובא לו באמצעות ישר הרגרסיה.

ג. קבעו מהן שתי הטענות האפשריות מבין הטענות (1)-(4) שלפניכם. נמקו.

(1) $0 < r < 1$

(2) $r = 1$

(3) $-1 < r < 0$

(4) $r = -1$

3) בקופסה יש 4 כפתורים אדומים ו-3 כפתורים כחולים.

דנה משחקת בכפתורים:

היא מוציאה באקראי כפתור אחד מן הקופסה.

אם יצא כפתור כחול, היא מחזירה אותו לקופסה,

ואם יצא כפתור אדום, היא לא מחזירה אותו לקופסה.

לאחר מכן, היא מוציאה באקראי כפתור שני מן הקופסה.

א. מהי ההסתברות שדנה הוציאה שני כפתורים בצבעים השונים זה מזה?

ב. מהי ההסתברות שדנה הוציאה לכל היותר כפתור אחד אדום?

רותי ודנה משחקות יחד בכפתורים:

הן מטילות מטבע מאוזן שעל צד אחד שלו כתובה האות A ועל הצד האחר כתובה האות B.

אם מתקבלת האות A, דנה מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה באופן המתואר בפתיח.

אם מתקבלת האות B, רותי מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה עם החזרה.

ג. מהי ההסתברות ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה?

ד. ידוע ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה.

מהי ההסתברות שהכפתור הראשון שיצא היה אדום?

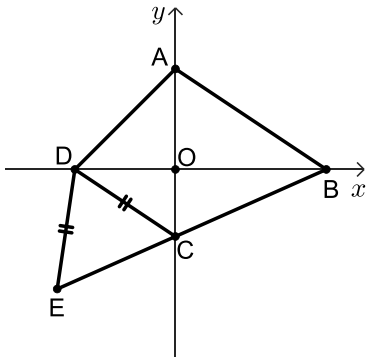
פרק שני - גאומטריה

4) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB||CD)$,

שכל קודקודיו מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

ראשית הצירים O היא מפגש האלכסונים של הטרפז.

נתון: $AO = OD$, $A(0,6)$.



ידוע כי שטח המשולש ABD שווה ל-45.

א. (1) מצאו את האורך של BD.

(2) מצאו את שיעורי הקודקודים D ו-B.

ב. מצאו את משוואת הצלע CD.

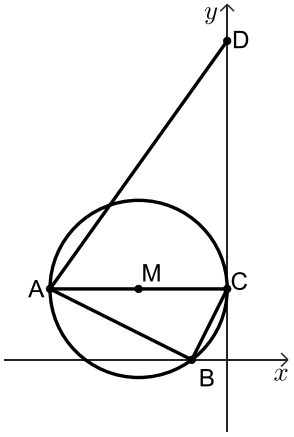
ג. (1) מצאו את גודל הזווית OBC.

(2) מצאו את גודל הזווית ABC.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע BC, ונתון כי: $DE = DC$ (ראו סרטוט).

ד. מצאו את היקף המשולש CDE.

5) המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו M. הצלע AC היא קוטר במעגל.
המעגל משיק לציר ה- y בנקודה C וחותך את ציר ה- x בנקודה B,
כמתואר בסרטוט.



הנקודה D נמצאת על ציר ה- y וידוע כי: $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ADC$.

א. הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta DCA$.

ב. האם $AD \| BC$? נמקו.

נתון: $B(-2,0)$, $C(0,4)$.

ג. (1) מצאו את משוואת הצלע AB.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד A.

(3) מצאו את משוואת המעגל.

ד. (1) מצאו את יחס הדמיון בין המשולש ABC ובין המשולש DCA.

(2) מצאו את שטח המרובע ABCD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{2x}{x^2-a}$. a הוא פרמטר.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך הנקודה $(3,1.2)$.

א. מצאו את a.

הציבו: $a=4$ בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ב'-ו'.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f(x)+1$.

ו. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) כמה פתרונות יש למשוואה $g(x)=1$? נמקו.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=6x\cdot\left(\sqrt{x}-m\right)$. $m>0$ הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת בנקודה שבה $x=4$.

ב. (1) מצאו את m.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעור ה- y של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. (1) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום: $x\geq 1$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=1$ ועל ידי ציר ה- x.

8) נתונים הפונקציה: $f(x)=-x^2+18x$ והישר: $y=3x$.

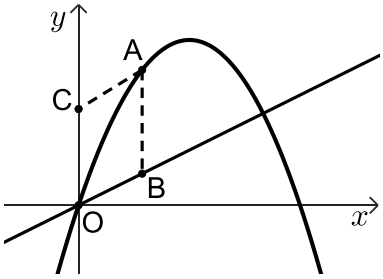
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה B נמצאת על הישר הנתון כך שהנקודה A נמצאת מעליה, כמתואר בסרטוט.

O היא ראשית הצירים.

הנקודה C נמצאת על החלק החיובי של ציר ה- y כך שהמרובע ABOC הוא מקבילית.

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.



א. הביעו באמצעות t את אורך הצלע AB ואת אורך הגובה לצלע AB במקבילית.

ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המקבילית ABOC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

1) א. 0.0013 ב. 57.6 שניות ג. 3.627 שניות ד. 0.0367.

2) א. 60 ב. (1) $y=0.5x+50$ ג. 79 ג. (2) או (4).

3) א. $\frac{26}{49}$ ב. $\frac{5}{7}$ ג. $\frac{25}{49}$ ד. $\frac{13}{25}$.

4) א. (1) 15 א. (2) $B(9,0)$, $D(-6,0)$ ב. $y=-\frac{2}{3}x-4$.

ג. (1) $\sphericalangle OBC=23.96°$ ג. (2) $\sphericalangle ABC=57.65°$ ד. 22.14.

5) א. שאלת הוכחה ב. כן ג. (1) $y=-\frac{1}{2}x-1$ ג. (2) $A(-10,4)$.

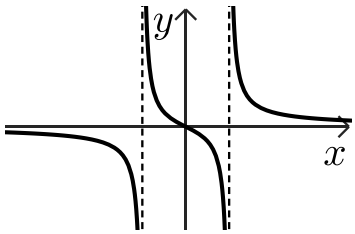
ג. (3) $(x+5)^2+(y-4)^2=25$ ד. (1) $1:\sqrt{5}$ ד. (2) 120.

6) א. $a=4$ ב. $x\neq\pm2$.

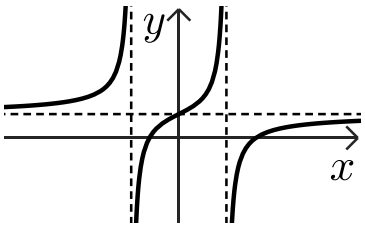
ג. אסימפטוטות אנכיות: $x=-2$, $x=2$, אסימפטוטה אופקית: $y=0$.

ד. תחומי ירידה: $x>2$, $-2<x<2$, $x<-2$, תחומי עליה: אף x.

ה. להלן סקיצה:



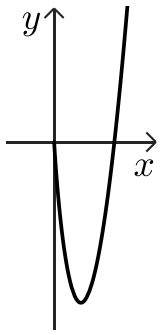
ו. (1) להלן סקיצה:



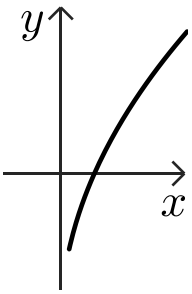
ו. (2) פתרון אחד.

7) א. $x\geq0$ ב. $m=3$ ב. (2) $(9,0)$, $(0,0)$ ב. (3) $y_{min}=-24$.

ג. להלן סקיצה:



ד. (1) להלן סקיצה:



ד. (2) 12.

8) א. $AB=-t^2+18t-3t$, $h=t$ ב. $t=10$.

בגרות קיץ 2023 מועד ב':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) חברת קוסמטיקה החליטה לערוך מחקר,
ובו לבדוק את קצב התארכות שיער הראש של אנשים בס"מ לשנה.
החברה בדקה מספר רב של אנשים.
היא גילתה שקצב התארכות השיער שלהם מתפלג נורמלית, והתבררו שני נתונים:
1. השיער של 50% מן הנבדקים התארך בפחות מ-12 ס"מ בשנה.
2. השיער של 33% מן הנבדקים התארך ביותר מ-12.56 ס"מ בשנה.

א. מהו קצב ההתארכות הממוצע של השיער של הנבדקים?

ב. מהי סטיית התקן של קצב התארכות השיער של הנבדקים?

חברת הקוסמטיקה הכריזה שהיא הצליחה לפתח שמפו שמגביר ב-10% את קצב התארכות השיער.

ג. לפי ההכרזה, מה יהיה הממוצע החדש ומה תהיה סטיית התקן החדשה של קצב התארכות השיער בקרב אוכלוסיית האנשים שישתמשו בשמפו זה?

ד. החברה בדקה מהו אחוז הנבדקים במחקר שקצב התארכות השיער שלהם הוא בין הממוצע ובין סטיית תקן אחת מעל הממוצע. לפי הכרזת החברה, אם ישתמשו כל הנבדקים בשמפו שהיא פיתחה, האם אחוז זה יגדל, יקטן או לא ישתנה? נמקו את תשובתכם.

2) בעל חנות המוכר טאבלטים בדק את הקשר הלינארי בין גודל המסך של טאבלט באינצ'ים (המשתנה x) ובין מספר הדקות שנדרשו ללקוח להחליט לקנות את הטאבלט (המשתנה y).
ביום מסוים הוא מכר 8 דגמים שונים של טאבלטים.
לפניכם טבלה המתארת את הנתונים של שמונת הדגמים שהוא מכר באותו יום:

גודל המסך באינצ'ים (x)	**מספר הדקות לקבלת ההחלטה לקנות את הטאבלט** (y)
9	2
9	10
9	10
9	10
11	10
11	10
11	10
11	18

א. חשבו את הממוצעים ואת סטיות התקן של שני המשתנים, x ו- y.

ב. חשבו את מקדם המתאם r.

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי מספר הדקות לקבלת החלטה כתלות בגודל המסך.

בעל החנות הזמין לחנותו דגם חדש של טאבלט, שגודל המסך שלו 10 אינצ'ים.

ד. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם, מהו ניבוי מספר הדקות לקבלת ההחלטה בעבור דגם זה?

בעקבות העסקתו של מוכר חדש בחנות, התקצר ב-20% זמן קבלת ההחלטה לקנות כל אחד מדגמי הטאבלטים.

ה. בעבור כל אחד מן המדדים שלפניכם קבעו אם ערכו יגדל, יקטן או לא ישתנה בעקבות השינוי הזה:

(1) מקדם המתאם r.

(2) סטיית התקן של המשתנה y.

(3) שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי מספר הדקות לקבלת ההחלטה כתלות בגודל המסך.

3) בקלמר של דנה יש 25 עפרונות זהים בגודלם בשלושה צבעים:
15 עפרונות כחולים, 4 עפרונות אדומים, 6 עפרונות צהובים.
דנה מוציאה באקראי עיפרון מן הקלמר. אם העיפרון הוא כחול או אדום,
היא מחזירה את העיפרון לקלמר.
אם העיפרון הוא צהוב, היא משאירה אותו מחוץ לקלמר.
לאחר מכן דנה מוציאה באקראי עיפרון נוסף מן הקלמר.

א. מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות צהובים?

ב. (1) מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות באותו הצבע?

(2) ידוע ששני העפרונות שהוציאה דנה הם באותו הצבע.
מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני עפרונות אדומים
או שני עפרונות צהובים?

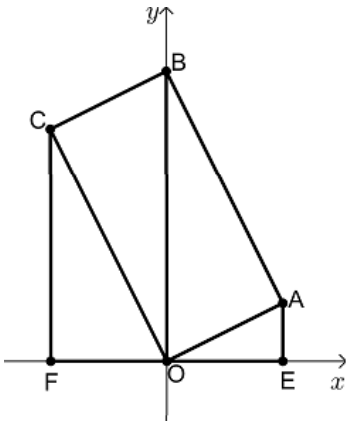
דנה החזירה את כל העפרונות לקלמר ונתנה לאחיה מן הקלמר x עפרונות כחולים,
2 עפרונות אדומים ו-2 עפרונות צהובים.
לאחר מכן היא הוציאה באקראי שני עפרונות מן הקלמר ללא החזרה.

נתון: ההסתברות שדנה הוציאה עיפרון צהוב ולאחריו עיפרון אדום היא: $\frac{1}{30}$.

ג. מצאו את x.

פרק שני - גאומטריה

4) במקבילית OABC הקודקוד B מונח על ציר ה- y והנקודה O היא ראשית הצירים.
מן הקודקודים A ו-C העבירו אנכים לציר ה- x, החותכים אותו בנקודות E ו-F בהתאמה.
נתון: $\sphericalangle AOE = \sphericalangle COB$.



א. (1) הוכיחו: $\sphericalangle AOE = \sphericalangle OCF$.

(2) הוכיחו כי המשולשים OCF ו-AOE דומים.

שטח המשולש OCF גדול פי 4 משטח המשולש AOE.
משוואות הישרים AE ו-CF הן: $x = 4$ ו- $x = -4$ בהתאמה.

ב. (1) מצאו את יחס הדמיון בין המשולשים OCF ו-AOE.

(2) מצאו את אורכי הצלעות OE ו-CF.

(3) מצאו את שיעורי הקודקודים C ו-A.

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

ד. הוכיחו כי המקבילית OABC היא מלבן.

אלכסוני המלבן OABC נפגשים בנקודה M.

ה. האם נכון כי: $S_{AOE} + S_{CFO} = 2 \cdot S_{ABM}$? נמקו את תשובתכם.

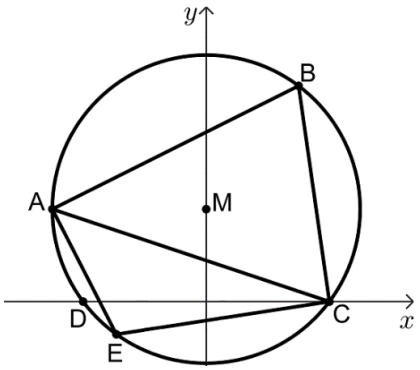
5) במעגל חסום משולש חד זוויות ABC.

נתון: $A(-5,3)$, $B(3,7)$.

מרכז המעגל M נמצא על ציר ה- y.

המעגל חותך את ציר ה- x בנקודות C ו-D,

כמתואר בסרטוט שלפניכם.



א. (1) הראו כי שיעורי מרכז המעגל M הם: $(0,3)$.

(2) מצאו את משוואת המעגל.

(3) מצאו את שיעורי הנקודות C ו-D.

ב. (1) מצאו את אורך הצלע AC.

(2) מצאו את גודל הזווית ABC.

הנקודה E נמצאת על הקשת הקטנה AC. נתון: $EC = 7$.

ג. מהו גודל הזווית AEC? נמקו את תשובתכם.

ד. מצאו את שטח המשולש AEC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{16-9x^2}{1-x^2}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(5) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

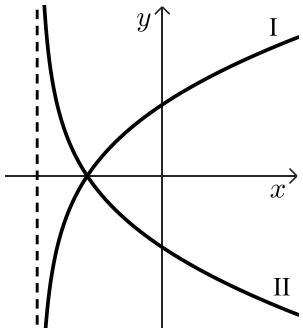
ג. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g'(x)=f(x)$.

לפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

נמקו את תשובתכם.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=(x-1)\cdot\sqrt{2x+10}$.



א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

בסוף השאלה מופיעים שני גרפים, I–II.

אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

והגרף האחר מתאר את הפונקציה: $g(x)=-f'(x)$.

ה. קבעו איזה מן הגרפים I–II מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נמקו את קביעתכם.

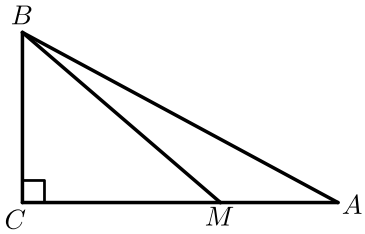
ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

על ידי הישר $x=3$ ועל ידי ציר ה- x.

8) ABC הוא משולש ישר זווית, $\sphericalangle ACB=90°$. שטח המשולש ABC הוא 18.

M היא נקודה על הצלע AC כך שמתקיים: $MC=2MA$ (ראו סרטוט).

נסמן את אורך הקטע MA ב- x.



א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע BC.

ב. (1) מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי מרחקי הנקודה M משלושת קודקודי המשולש $\left(MA^2+MB^2+MC^2\right)$ הוא מינימלי.

(2) האם ייתכן שהסכום: $MA^2+MB^2+MC^2$ הוא 75? נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות:

1) א. 12 ס"מ לשנה ב. 1.273 ס"מ.

ג. ממוצע: 13.2 ס"מ, סטיית התקן: 1.4 ס"מ ד. לא ישתנה.

2) א. $S_y = 4$ דקות, $\bar{y} = 10$ דקות, $S_x = 1$ אינץ', $\bar{x} = 10$ אינץ' ב. 0.5 ג. $y = 2x - 10$.

ד. 10 דקות ה. (1) לא ישתנה ה. (2) תקטן ה. (3) יקטן.

3) א. $\frac{1}{20}$ ב. (1) $\frac{1089}{2500} = 0.4356$ ב. (2) $\frac{21}{121} = 0.1735$.

ג. $x = 5$.

4) א. (1) שאלת הוכחה א. (2) שאלת הוכחה ב. (1) $2:1$ ב. (2) $CF = 8$, $OE = 4$.

ב. (3) $C(-4,8)$, $A(4,2)$ ג. $B(0,10)$ ד. שאלת הוכחה ה. נכון.

5) א. (1) ראו סרטון א. (2) $x^2 + (y-3) = 25$ א. (3) $C(4,0)$, $D(-4,0)$.

ב. (1) $\sqrt{90}$ ב. (2) $\sphericalangle ABC = 71.565°$ ג. $\sphericalangle AEC = 108.435°$.

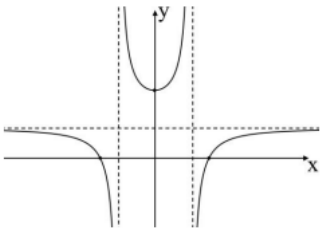
ד. 15.15.

6) א. (1). $x \neq 1$, $x \neq -1$ א. (2) $x = 1$, $x = -1$, $y = 9$.

א. (3) $\left(\frac{4}{3},0\right)$, $\left(-\frac{4}{3},0\right)$, $(0,16)$ א. (4) $(0,16)$ מינימום.

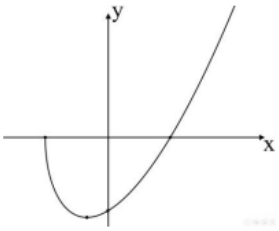
א. (5) תחומי עליה: $x > 1$ או $0 < x < 1$, תחומי ירידה: $-1 < x < 0$ או $x < -1$.

ב. להלן סרטוט:



ג. $x = \frac{4}{3}$ מינימום, $x = -\frac{4}{3}$ מקסימום.

7) א. $x \geq -5$ ב. $(-5,0)$, $(1,0)$, $(0,-\sqrt{10})$.



ג. $(-3,-8)$ מינימום, $(-5,0)$ מקסימום.

ד. להלן סרטוט: ה. גרף I. ו. 16.

8) א. $\frac{12}{x}$ ב. (1) 2 ב. (2) כן, כי הסכום המינימלי הוא 72.