שאלון 472

פרק 20

פתרון בוידאו של בחינות שנת 2022

מועד חורף 1
מועד חורף נבצרים 5
קיץ מועד א 9
קיץ מועד ב 13

בגרות חורף 2022:

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) נתונה פירמידה ישרה SABC שבסיסה משולש ABC (ראו סרטוט).

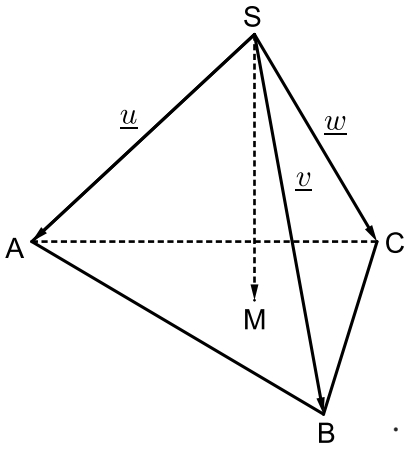
אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא 3.

נתון: $\sphericalangle ASB = \sphericalangle BSC = \sphericalangle ASC = 30°$.

נסמן: $\overrightarrow{SA} = \underline{u}$, $\overrightarrow{SB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{SC} = \underline{w}$.

הנקודה M נמצאת במישור ABC.

ידוע כי $\overrightarrow{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$.



א. חשבו את המכפלות הסקלריות: $\underline{u}\cdot\underline{v}$, $\underline{u}\cdot\underline{w}$, $\underline{v}\cdot\underline{w}$.

ב. (1) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AB}$ ו-$\overrightarrow{AC}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו-$\underline{w}$.

(2) חשבו את אורכי הווקטורים $\overrightarrow{AB}$ ו-$\overrightarrow{AC}$.

(3) מצאו את גודל הזווית BAC.

ג. הראו כי $\overrightarrow{SM}$ מאונך למישור ABC.

נסמן: $\left|\overrightarrow{SM}\right| = m$.

ד. הביעו את נפח הפירמידה SABC באמצעות m.

2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.

3) בתחילת שנת 2020 התגלה נגיף ביישוב מסוים.
מספר החולים ביישוב עלה בקצב מעריכי קבוע.
כשהתגלה הנגיף היו ביישוב 104 חולים בנגיף,
וכעבור חמישה חודשים היו ביישוב 200 חולים בנגיף.
ביום שבו אובחנו ביישוב 200 חולים בנגיף, חוסנה כל האוכלוסייה ביישוב נגד אותו הנגיף.
מאותו יום, ירד מספר החולים בנגיף ביישוב בקצב מעריכי קבוע.
אחרי 3 חודשים ממתן החיסון, היה מספר החולים בנגיף ביישוב 40% ממספרם לפני מתן החיסון.

א. מזמן גילוי הנגיף ועד למתן החיסון לאוכלוסיית היישוב,
פי כמה עלה מספר החולים בנגיף בכל חודש?

ב. מצאו את האחוז הקבוע שבו ירד מספר החולים בנגיף ביישוב בכל חודש מאז מתן החיסון.

ג. (1) כמה חודשים עברו מזמן גילוי הנגיף ועד היום שבו אובחנו 20 חולים בלבד בנגיף?
(2) אם האוכלוסייה ביישוב לא הייתה מתחסנת,
וקצב העלייה במספר החולים לא היה משתנה,
מה היה בערך מספר החולים ביישוב באותה תקופת זמן שמצאתם בתת-סעיף ג(1)?

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{8}{e^x}+\frac{e^x}{2}+c$, c הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.

ב. מצאו את c.

הציבו בפונקציה $f(x)$ את הערך של c שמצאתם בסעיף ב, וענו על הסעיפים ג-ו.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך הנוספת של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נסמן ב-S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ועל ידי ציר ה-x.

נסמן ב-S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $-f(x)$, ועל ידי ציר ה-x.

נסמן ב-S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $2\cdot f(x)$, ועל ידי ציר ה-x.

ו. בעבור כל אחד מן השטחים S_1 ו-S_2 קבעו אם הוא גדול מ-S, קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעותיכם.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{\ln(x+1)}{x+1}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את האסימפטוטה המאונכת לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. מצאו את התחום שבעבורו מתקיים $f(x)\cdot f'(x)>0$.

תשובות סופיות:

1) א. $\underline{u}\cdot\underline{v}=4.5\sqrt{3}$, $\underline{u}\cdot\underline{w}=4.5\sqrt{3}$, $\underline{v}\cdot\underline{w}=4.5\sqrt{3}$ ב. (1) $\overrightarrow{AB}=-\underline{u}+\underline{v}$, $\overrightarrow{AC}=-\underline{u}+\underline{w}$.

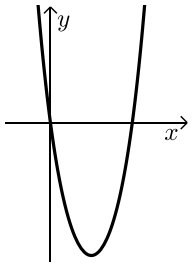
ב. (2) $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{18-9\sqrt{3}}\approx 1.553$, $\left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{18-9\sqrt{3}}\approx 1.553$ ב. (3) $\sphericalangle BAC=60°$.

ג. ראו סרטון ד. $V_{SABC}=\frac{-9+6\sqrt{3}}{4}\cdot m\approx 0.3481m$.

3) א. פי 1.14 ב. 26.32% ג. (1) 12.54 חודשים ג. (2) בערך 536 חולים.

4) א. כל x ב. $c=-8.5$ ג. $(\ln 16,0)$ ד. $\min(\ln 4,-4.5)$.

ה. להלן סרטוט:

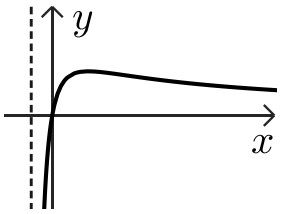


ו. $S_1=S$, $S_2>S$.

5) א. (1) $x>-1$ א. (2) $x=-1$ ב. $(0,0)$ ג. $\max\left(e-1,\frac{1}{e}\right)$.

ד. עליה: $-1<x<e-1$, ירידה: $x>e-1$

ה. להלן סרטוט:



ו. $0<x<e-1$.

בגרות חורף 2022 נבצרים:

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

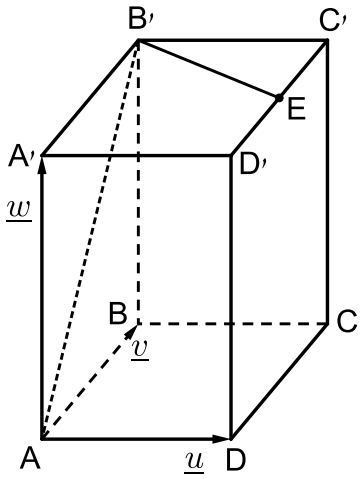
פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) במנסרה ישרה $ABCDA'B'C'D'$ הבסיס $ABCD$ הוא מעוין.

נתון: אורך צלע המעוין הוא 2, $\sphericalangle BAD = 60°$, נפח המנסרה הוא $8\sqrt{3}$.

הנקודה E היא אמצע המקצוע $C'D'$.

נסמן: $\overrightarrow{AD} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$.



א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{B'E}$ ו- $\overrightarrow{B'A}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

ב. לפניכם שלוש טענות (1-3). קבעו אלו מהטענות נכונות. נמקו.

(1) $\underline{u} \cdot \underline{v} = 0$.

(2) $\underline{u} \cdot \underline{w} = 0$.

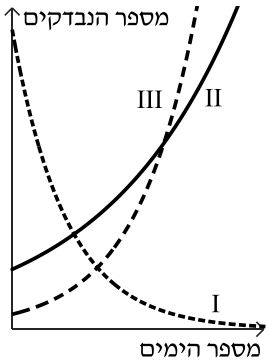
(3) $\overrightarrow{B'A}$ מאונך ל- $\overrightarrow{B'E}$.

ג. חשבו את אורך הגובה של המנסרה.

ד. (1) חשבו את אורך הווקטור $\overrightarrow{B'E}$.

(2) חשבו את שטח המשולש $AB'E$.

2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



3) לפניכם גרפים של שלוש פונקציות מעריכיות המתארות את מספר הנדבקים בנגיף הקורונה לפי ימים בשלושה יישובים
הפונקציה המתארת את מספר הנדבקים בכל יום ביישוב א' היא $M(t)=10\cdot(1.5)^t$, וביישוב ב' היא $G(t)=100\cdot(1.2)^t$.

א. התאימו לכל אחד מן היישובים א' וב' את גרף הפונקציה מבין הגרפים I-III. נמקו.

ב. מה היה מספר הנדבקים ביישוב ב' לאחר 8 ימים?

ג. חשבו לאחר כמה ימים מספר הנדבקים ביישוב א' וביישוב ב' היה שווה.

בזמן הבדיקה הראשונית של יישובים א' וב', ביישוב ג' מספר הנדבקים היה גדול פי 40 ממספר הנדבקים ביישוב ב', לכן הוחלט לתת ביישוב ג' תרופה ניסיונית ומספר הנדבקים קטן באופן מעריכי.

לאחר 8 ימים מספר הנדבקים ביישוב ג' היה רבע ממספר הנדבקים ב יישוב ב'.

ד. חשבו בכמה אחוזים ירד מספר הנדבקים בכל יום ביישוב ג'.

ה. הוחלט לסגור את בתי הספר ביישוב בו מספר הנדבקים יגיע ל-600.
האם יסגרו את בתי הספר באחד מי ישובים אלו במהלך 10 הימים מהבדיקה הראשונית? נמקו.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה $f(x)=2\ln(x^2-a)$, a פרמטר חיובי.
נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה $x=5$ שווה ל- 1.25.

א. מצאו את a.

הציבו $a=9$ וענה על הסעיפים הבאים:

ב. (1) רשמו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(4) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

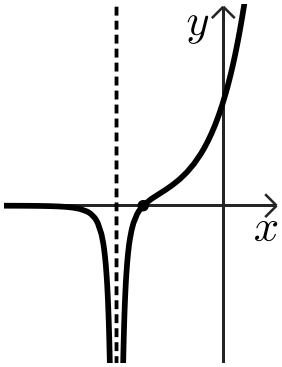
נתונה הפונקציה $g(x)=f(x-4)$.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. האם הפונקציה $g(x)$ זוגית / אי זוגית / או לא זוגית ולא אי זוגית? נמקו.

5) הפונקציות $f(x)$ ו-$f'(x)$ מוגדרות בתחום $x \neq -2$.

לפניכם סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה אחת $(a,0)$.

a הוא קבוע.

א. הביעו באמצעות a את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון גם כי: $f(x)=\frac{e^{2x}}{x+2}$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ורשמו את הערך של a.

ג. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ה. מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ז. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ציר ה-x וציר ה-y.

תשובות סופיות:

1) א. $\overrightarrow{B'A}=-\underline{v}-\underline{w}$, $\overrightarrow{B'E}=\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}$ ב. (1) הטענה אינה נכונה ב. (2) הטענה נכונה.

ב. (3) הטענה נכונה ג. 4 ד. (1) $\left|\overrightarrow{B'E}\right|=\sqrt{3}$ ד. (2) $S_{\Delta AB'E}=\sqrt{15}$.

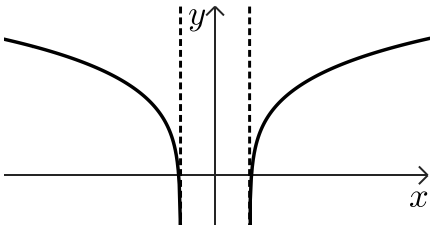
3) א. יישוב א: גרף III, יישוב ב:גרף II ב. 430 נבדקים ג. ביום ה-11.

ד. 36.66% ה. כן, סגרו בתי ספר בשני יישובים.

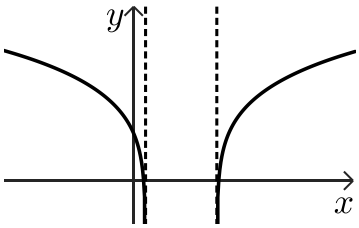
4) א. $a=9$ ב. (1) $x>3$, $x<3$ ב. (2) $x=3$, $x=-3$.

ב. (3) עליה: $x<-3$, ירידה: $-3<x$ ב. (4) $\left(\sqrt{10},0\right)$, $\left(-\sqrt{10},0\right)$

ב. (5) להלן סרטוט:



ג. להלן סרטוט:

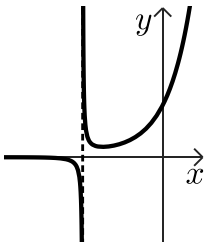


ד. לא זוגית ולא אי-זוגית.

5) א. $x=a$, מינימום ב. $\min\left(-1.5,\frac{2}{e^3}\right)$, $a=-1.5$.

ג. עליה: $x>-1.5$, ירידה: $-2<x<-1.5$, $x<-2$ ד. $\left(0,0.5\right)$.

ה. $x=-2$ ו. להלן סרטוט: ז. $S=0.5-\frac{2}{e^3}$.



בגרות קיץ 2022 מועד א':

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) נתונה הקובייה $ABCDA'B'C'D'$ (ראו ציור).

הנקודות E ו-G הן אמצעֵי המקצועות AA' ו-CC' בהתאמה.

הנקודה F מקיימת: $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.

הנקודה H מקיימת: $\overrightarrow{D'H}=\frac{3}{4}\overrightarrow{D'C'}$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{BC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.

א. (1) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{FG}$, $\overrightarrow{HG}$ ו-$\overrightarrow{EH}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו-$\underline{w}$.

(2) האם המרובע EFGH הוא מקבילית? נמקו.

הנפח של הקובייה הנתונה הוא 512.

ב. (1) מצאו את אורך המקצוע של הקובייה.

(2) מצאו את אורכי הווקטורים $\overrightarrow{EF}$ ו-$\overrightarrow{EH}$.

ג. (1) מצאו את גודל הזווית HEF.

(2) מצאו את שטח המרובע EFGH.

2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=(7-3x)\cdot e^{3x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

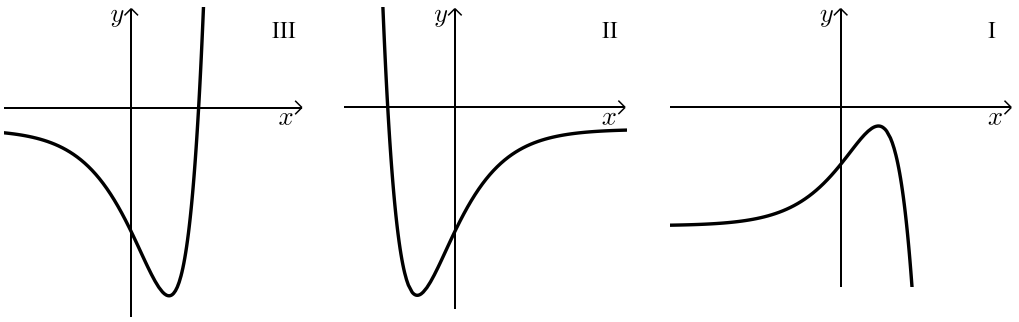
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-2\cdot f(x)-1$.

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) אחד מן הגרפים I-III שלפניכם מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=(\ln x)^3-3(\ln x)^2$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. (1) רשמו את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=\frac{1}{e}$,

על ידי הישר $x=e$ ועל ידי ציר ה-x.

5) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה, $f'(x)$, מוגדרות לכל x.

נתון: $f'(x)=e^{x}-e^{2-x}$.

א. מצאו את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון כי הפונקציה $f(x)$ חיובית לכל x.

ב. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. קבעו איזו מן האפשרויות (1)-(4) שלפניכם יכולה לתאר את הפונקציה $f(x)$. נמקו.

(1) $f(x)=e^{x}-e^{2-x}+c$

(2) $f(x)=e^{x}+\frac{1}{2}e^{2-x}+c$

(3) $f(x)=e^{x}-\frac{1}{2}e^{2-x}+c$

(4) $f(x)=e^{x}+e^{2-x}+c$

c הוא פרמטר.

דרך נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה-x.

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי האנך, ועל ידי הצירים הוא $e^{2}+e-1$.

ד. (1) מצאו את c.

(2) מצאו את ערך ה-y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

תשובות סופיות:

1) א. (1) $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{4}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{FG}=\frac{3}{4}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{HG}=\frac{1}{4}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{EH}=\frac{3}{4}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$.

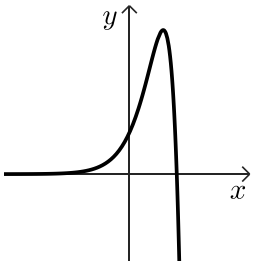
א. (2) המרובע EFGH הוא מקבילית ב. (1) 8 ב. (2) $\left|\overrightarrow{EF}\right|=\sqrt{20}$, $\left|\overrightarrow{EH}\right|=\sqrt{116}$.

ג. (1) $\sphericalangle HEF=94.76°$ ג. (2) $S_{EFGH}=48$.

3) א. כל x ב. $\left(2\frac{1}{3},0\right)$, $(0,7)$ ג. (1) $\max\left(2,e^6\right)=\max(2,403.43)$.

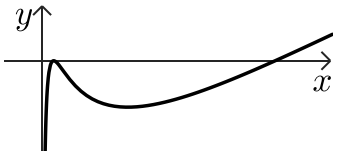
ד. להלן סרטוט: ה. (1) $\min(2,-807.858)$.

ה. (2) גרף III.

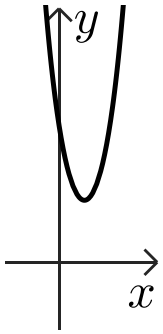


4) א. $x>0$ ב. $(1,0)$, $\left(e^3,0\right)$ ג. $\max(1,0)$, $\min\left(e^2,-4\right)$.

ד. להלן סרטוט: ה. (1) חיובית: $x>e^2$, $0<x<1$, יורדת: $1<x<e^2$.



5) א. $x_{min}=1$ ב. להלן סרטוט: ג. אופציה 4 ד. (1) $c=e$ ה. $y_{min}=3e$.



בגרות קיץ 2022 מועד ב':

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) בפירמידה המשולשת ABCD

הפאות ABD ו-ACD הן משולשים שווי צלעות (ראו סרטוט).

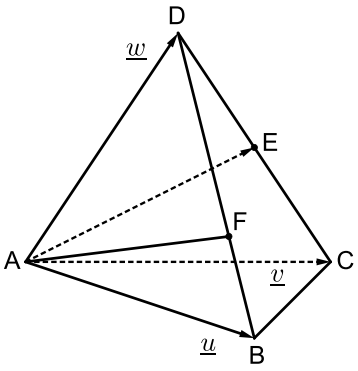
הנקודה E היא אמצע המקצוע CD.

הנקודה F נמצאת על המקצוע BD

ומחלקת אותו ביחס של $BF:FD=1:2$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{w}$.

נתון: $|\underline{u}|=|\underline{v}|=|\underline{w}|=6$, $\sphericalangle BAC=45°$.



א. חשבו את המכפלות הסקלריות שלפניכם: $\underline{v}\cdot\underline{u}$, $\underline{u}\cdot\underline{w}$, $\underline{w}\cdot\underline{v}$.

ב. (1) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{CD}$ ו-$\overrightarrow{BD}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו-$\underline{w}$ (אם יש צורך).

(2) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AE}$ ו-$\overrightarrow{AF}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו-$\underline{w}$ (אם יש צורך).

ג. לפניכם שלוש טענות (1)-(3). קבעו אילו מן הטענות נכונות ואילו אינן נכונות.
נמקו את כל תשובותיכם.

(1) $\overrightarrow{CD}$ מאונך ל-$\overrightarrow{AE}$.

(2) $\overrightarrow{CD}$ מאונך ל-$\overrightarrow{AF}$.

(3) $\overrightarrow{CD}$ מאונך למישור EAF.

2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x^2}{e^x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x)=-2f(x)$ לכל x.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקציה $f(x)$.

נסמן ב-S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישר $x=3$.

ז. הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הישר $x=3$. נמקו את תשובתכם.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=a+(\ln x)^2$. $a>0$ הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה (הביעו באמצעות a, אם יש צורך).

נתונה הפונקציה: $g(x)=1+\ln x$ המוגדרת בתחום $x>0$.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

ד. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$ ואחד מהם מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$.

קבעו איזה מהם מתאר את $f(x)$ ואיזה את $g(x)$, ונמקו את קביעתכם.

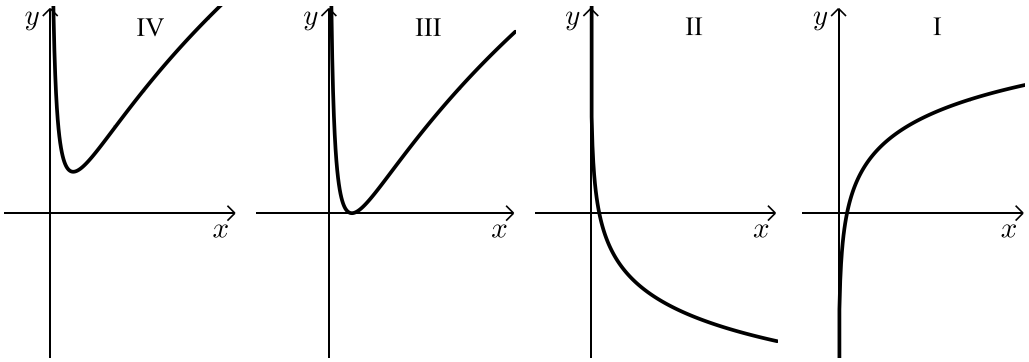
הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ נחתכים בשתי נקודות שונות.

שיעור ה-x של אחת מנקודות החיתוך האלו הוא $x=e$.

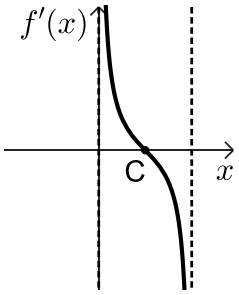
ה. (1) מצאו את a.

(2) מצאו את השיעורים של נקודת החיתוך האחרת של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$.

(3) בעבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x)<g(x)$?



5) $f(x)$ היא פונקציה. גרף פונקציית הנגזרת שלה, $f'(x)$, מתואר בסרטוט שלפניכם.



הגרף של פונקצית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה אחת בלבד, שבה $x=c$. c הוא פרמטר.

א. מצאו את הסוג של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ על פי הגרף.
נמקו את תשובתכם.

נתון: $f(x)=\ln(4x-x^2)$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
בתשובתכם השאירו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וכתבו את ערכו של c.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)\cdot f'(x)$.

ו. מצאו את התחומים שבהם $g(x)$ חיובית. נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות:

1) א. $\underline{u}\cdot\underline{v}=18\sqrt{2}$, $\underline{u}\cdot\underline{w}=18$, $\underline{v}\cdot\underline{w}=18$

ב. (1) $\overrightarrow{CD}=-\underline{v}+\underline{w}$, $\overrightarrow{BD}=-\underline{u}+\underline{w}$.

ב. (2) $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{w}$

ג. (1) הטענה נכונה.

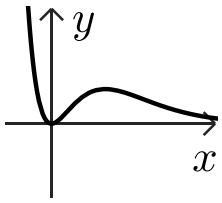
ג. (2) הטענה אינה נכונה

ג. (3) הטענה אינה נכונה.

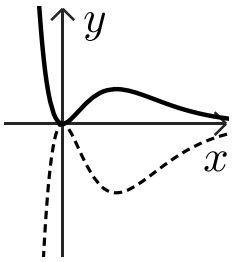
3) א. כל x ב. $(0,0)$ ג. $\max\left(2,\frac{4}{e^2}\right)$, $\min(0,0)$.

ד. עלייה: $0<x<2$, ירידה: $x>2$, $x<0$

ה. להלן סרטוט:



ו. להלן סרטוט:



ז. 3S.

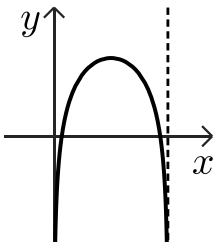
4) א. $x>0$ ב. $\min(1,a)$ ג. עלייה: $x>0$, ירידה: אף x.

ד. $g(x)\to$ I , $f(x)\to$ IV ה. (1) $a=1$ ה. (2) $(1,1)$ ה. (3) $1<x<e$.

5) א. מקסימום ב. $0<x<4$ ג. $(3.732,0)$, $(0.268,0)$

ד. $(2,\ln 4)$, $c=2$.

ה. להלן סרטוט:



ו. $0<x<4$.