שאלון 471 לתלמידי קידום

פרק 43

פתרון בוידאו של בחינות שנת 2022

חורף מועד א 1
חורף מועד ב 7
קיץ מועד א 12
קיץ מועד ב 18

בגרות חורף 2022 מועד א':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

2) בבית ספר מסוים נערכו שני מבחני מתכונת במתמטיקה.
הציונים בכל אחד ממבחני המתכונת מתפלגים נורמלית.
במתכונת הראשונה היה הציון הממוצע 65.05, וסטיית התקן של הציונים הייתה 15.
הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה היה 70.

א. מהו אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה?

הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה היה 78.
אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה זהה לאחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שלה במתכונת הראשונה.
סטיית התקן של הציונים במתכונת השנייה הייתה 10.

ב. (1) חשבו את הציון הממוצע במתכונת השנייה.
(2) מהו החציון של הציונים במתכונת השנייה? נמקו.

אריאל קיבל ציון זהה בשתי המתכונות.
ידוע כי במתכונת הראשונה קיבלו 29.8% מן התלמידים ציון גבוה ממנו.

ג. (1) מהו הציון שקיבל אריאל בשתי המתכונות?
(2) באיזו משתי המתכונות הצליח אריאל יותר יחסית לכל התלמידים שנבחנו?
נמקו את תשובתכם.

3) במרכז הקהילתי יש שני חוגים בלבד: חוג כדורגל וחוג טניס.
אפשר להשתתף בחוג אחד בלבד מבין שני החוגים האלה.
סך כל הבנים המשתתפים בשני החוגים האלה זהה לסך כל הבנות המשתתפות בהם.
80% מן הבנים משתתפים בחוג כדורגל.
מספר הבנות המשתתפות בחוג טניס גדול פי 3 ממספר הבנות המשתתפות בחוג כדורגל.
בוחרים באקראי משתתף בחוגים (בן או בת).

א. מהי ההסתברות שנבחר בן המשתתף בחוג כדורגל?

ב. אם ידוע שנבחר משתתף בחוג טניס, מהי ההסתברות שנבחר בן?

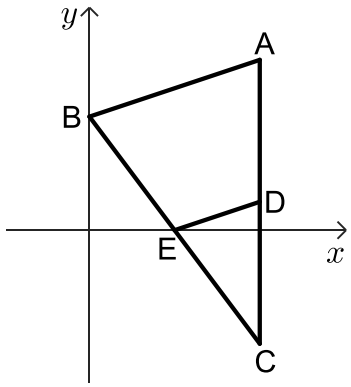
ידוע כי בשני החוגים במרכז הקהילתי יש 200 משתתפים (בנים ובנות) סך הכל.

ג. (1) כמה משתתפים סך הכל (בנים ובנות) יש בחוג טניס?

(2) מבין כל המשתתפים בחוגים (בנים ובנות) בוחרים באקראי שניים בזה אחר זה (ללא החזרה).
מהי ההסתברות ששניהם משתתפים בחוג טניס?
דייקו 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני - גאומטריה

4) בסרטוט שלפניכם מתואר משולש ABC.
הקודקוד B נמצא על ציר ה- y , והצלע AC מקבילה לציר ה- y .
נתון: $A(6,6)$, $AB=\sqrt{40}$.
שיעור ה- y של הקודקוד B קטן מ-6.



א. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

הנקודה E היא אמצע הצלע BC.
נתון: הנקודה E נמצאת על ציר ה- x .

ב. מצאו את שיעורי הנקודות C ו-E.

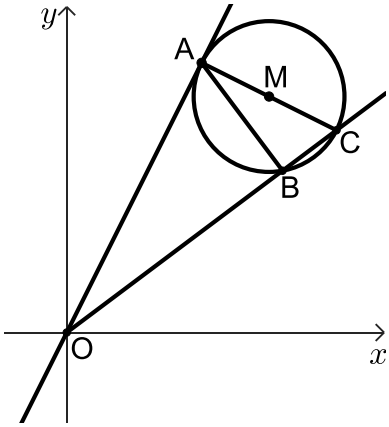
הנקודה D היא אמצע הצלע AC.
מן הנקודה E העבירו ישר המקביל לציר ה- y וחותך את הצלע AB בנקודה F.

ג. (1) הוכיחו כי המרובע FADE הוא מקבילית.

(2) חשבו את שטח המקבילית FADE.

ד. מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle DEF$.

5) בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל שמרכזו M. הנקודות A, B ו-C נמצאות על המעגל.
המשיק למעגל בנקודה A חותך את הישר BC בראשית הצירים O, כמתואר בסרטוט.



נתון: AC הוא קוטר במעגל.

א. הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta OAC$.

נתון: $BC = 3$, $OC = 15$.

ב. מצאו את אורך AC.

נתון: $M\left(9,10\frac{1}{2}\right)$.

ג. מצאו את משוואת המעגל.

נתון: משוואת המשיק למעגל בנקודה A היא: $y = 2x$.

ד. (1) מצאו את משוואת הישר AM.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה A.

הישר AM חותך את ציר ה- y בנקודה F.

ה. מצאו את גודל הזווית OFA.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{4}{4x^2-1}+b$, b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה (אם צריך, הביעו באמצעות b).

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הישר $y=-2$ משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה.

ג. מצאו את b.

הציבו את b שמצאתם בסעיף ג בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ד-ו.

ד. (1) מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

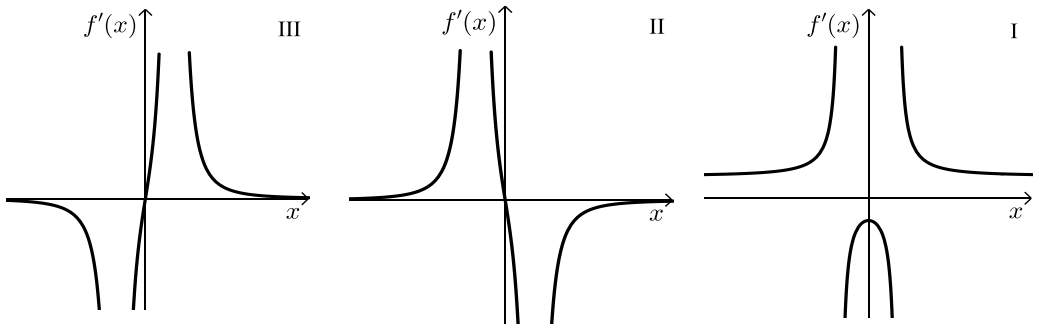
$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים I-III שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=\frac{1}{3}$,

ועל ידי ציר ה- x.



7) נתונה הפונקציה: $f(x)=x\cdot\sqrt{x+18}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה: $g(x)=-2\cdot f(x)$.

ו. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגן.

(2) נסמן ב-A ו-B את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ בהתאמה.

הנקודה O היא ראשית הצירים. חשבו את שטח המשולש ABO.

8) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^2+3$ ונתון הישר $x=5$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון משמאל לישר.

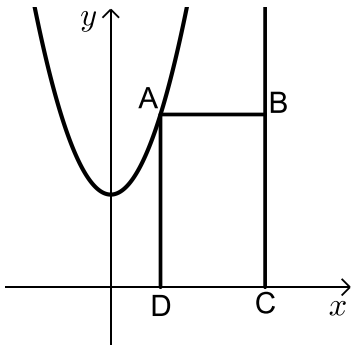
מן הנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה- x

וחותך את הישר הנתון בנקודה B.

הנקודות C ו-D נמצאות על ציר ה- x

כך שהמרובע ABCD הוא מלבן (ראה סרטוט).

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.



א. מצאו את הערך של t שבעבורו

שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.

ב. האם ייתכן מלבן ABCD שנבנה

באופן המתואר ושטחו הוא 30? נמקו.

תשובות סופיות:

2) א. 62.9% ב. (1) 74.7 ב. (2) 74.7 ג. (1) 73

ג. (2) במתכונת הראשונה.

3) א. 0.4. ב. $\frac{4}{19}$. ג. (1). 95 משתתפים. (2). 0.224.

4) א. $B(0,4)$ ב. $E(3,0)$, $C(6,-4)$.

ג. (1) שאלת הוכחה ג. (2) 15 ד. $\sphericalangle DEF = 71.565°$.

5) א. שאלת הוכחה ב. $3\sqrt{5}$ ג. $(x-9)^2+(y-10.5)^2=11.25$.

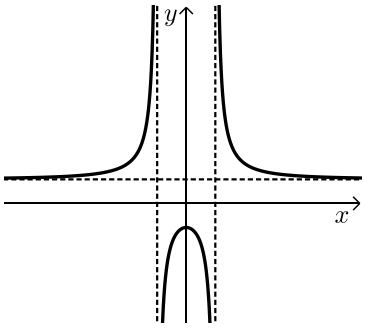
ד. (1) $y=-0.5x+15$ ד. (2) $A(6,12)$ ה. $\sphericalangle OFA = 63.435°$.

6) א. $x \neq \frac{1}{2}$, $x \neq -\frac{1}{2}$. ב. (1) $(0,-4+b)$ נקודת מקסימום.

ב. (2) תחומי עלייה: $-\frac{1}{2} < x < 0$ או $x < -\frac{1}{2}$, תחומי ירידה: $0 < x < \frac{1}{2}$ או $x > \frac{1}{2}$.

ג. $b=2$. ד. (1) $x=\frac{1}{2}$, $x=-\frac{1}{2}$, $y=2$.

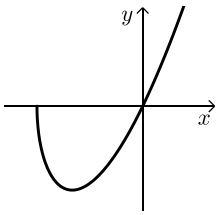
ד. (2) להלן סקיצה: ה. גרף II. ו. 3.2 יח"ר $=S$.



7) א. $x \geq -18$. ב. $(0,0)$, $(-18,0)$. ג. $\max(-18,0)$, $\min(-12,-12\sqrt{6})$.

ד. להלן סקיצה: ה. (1) $\min(-18,0)$, $\max(-12,24\sqrt{6})$.

ה. (2) $216\sqrt{6}$ יח"ר $=S_{\Delta ABO}$.



8) א. $t=3$. ב. לא, כי השטח המקסימאלי הוא 24.

בגרות חורף 2022 מועד ב':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) בסקר שנערך בין בני נוער בארץ בנושא "נוער בזמן הקורונה: עיסוקים מרכזיים" השתתפו 800 בנים ו-1,200 בנות. אחת השאלות בסקר התייחסה להקדשת הזמן ללימודים (שיעורים בזום, הכנת מטלות ושיעורי בית). על פי הסקר התברר כי 75% מהבנים ו-80% מהבנות הקדישו זמן ללימודים בתקופת משבר הקורונה. נבחר באופן אקראי משתתף בסקר.

א. מהי ההסתברות שנבחר בן שהקדיש זמן ללימודים?

ב. מהי ההסתברות שנבחר משתתף (בן או בת) שלא הקדיש זמן ללימודים?

ג. ידוע שנבחר משתתף שלא הקדיש זמן ללימודים. מהי ההסתברות שנבחר בן?

בכתבה בעיתון על הסקר נכתב כי מקרב בני הנוער שלא הקדישו זמן ללימודים, אחוז הבנים היה גבוה מזה של הבנות.

ד. האם על פי הסקר האמירה בכתבה נכונה? נמקו.

2) בשירות הטלפוני של חברת הביטוח "אלון" זמן ההמתנה של אדם למענה אנושי מתפלג נורמלית.

זמן ההמתנה הממוצע של אדם למענה אנושי הוא 1.8 דקות. ידוע כי 30.8% מהאנשים שפונים לשירות הטלפוני של החברה ממתינים למענה אנושי מעל 2 דקות.

א. מהו החציון של זמן ההמתנה?

ב. חשבו את סטיית התקן של זמן ההמתנה למענה אנושי.

ג. (1) מהו אחוז האנשים שממתינים למענה אנושי פחות מדקה אחת?

(2) מהו אחוז האנשים שזמן ההמתנה שלהם למענה אנושי הוא בין הממוצע לבין סטיית תקן אחת מעל הממוצע?

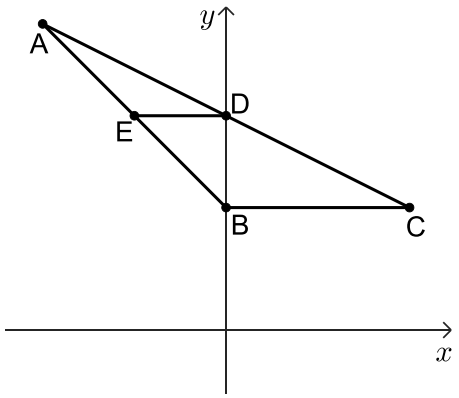
בעקבות פניות של לקוחות החברה נעשו שינויים בשירות המענה האנושי, ובעקבותיהם זמן ההמתנה הממוצע למענה אנושי ירד ל-1.2 דקות אך סטיית התקן נשארה ללא שינוי.

לאחר השינוי בשירות נבדק אחוז האנשים שזמן ההמתנה שלהם למענה אנושי הוא בין הממוצע לבין סטיית תקן אחת מעל הממוצע.

ד. האם האחוז שנבדק השתנה לעומת האחוז שהיה לפני השינוי בשירות? נמקו.

3) **שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.**

פרק שני - גאומטריה



4) במשולש ABC הקודקוד B מונח על ציר ה- y .

נתון כי משוואת הצלע AB היא: $y=-x+4$.

שיעור ה- y של הקודקוד A הוא 10.

א. חשבו את אורך הצלע AB.

נתון כי הצלע BC מקבילה לציר ה- x .

אורך הצלע BC הוא 6.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

D היא נקודת החיתוך של הישר AC עם ציר ה- y .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה D.

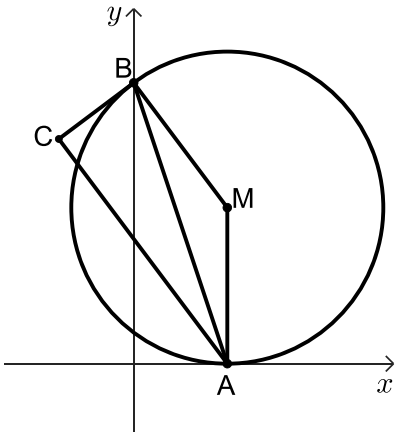
מנקודה D העבירו ישר המקביל לציר ה- x החותך את הצלע AB בנקודה E.

ד. (1) הוכיחו כי DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.

(2) חשבו את אורך הקטע DE.

ה. חשבו את גודלי הזוויות EBD ו-ABC.

ו. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש ABC משטח הטרפז EDCB.



5) נתון מעגל שמרכזו $M(6,10)$. המעגל משיק לציר ה- x בנקודה A.

א. מצאו את משוואת המעגל.

הנקודה B היא אחת מנקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- y , כמתואר בציור.

הישר BC משיק למעגל בנקודה B.

ב. (1) מצאו את שיעורי הנקודה B.

(2) מצאו את משוואת המשיק למעגל, BC.

נתון: $\sphericalangle BCA = 90°$.

ג. (1) הוכיחו: AC מקביל ל-MB.

(2) הוכיחו: AB חוצה את הזווית CAM.

ד. חשבו את אורך הקטע AC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x^2-4x+5}{x-2}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) רשמו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים, אם יש כאלה.

(4) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=|f(x)|$.

ב. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) רשמו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

(3) כמה פתרונות יש למשוואה $g(x)=3$? נמקו.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{1}{(4x-1)^2}-4$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) רשמו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

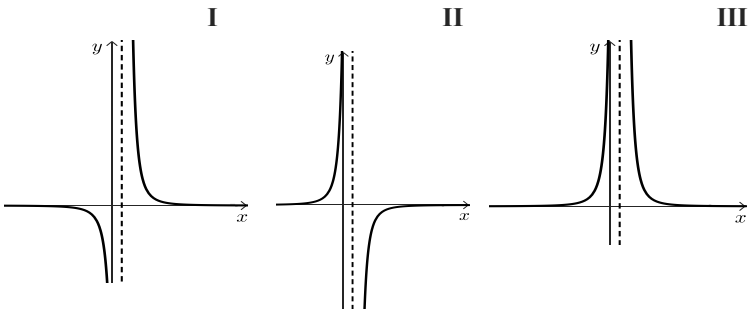
(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. אחד משלושת הגרפים שבסוף השאלה: I, II, III, הוא גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ציינו מיהו ונמקו.

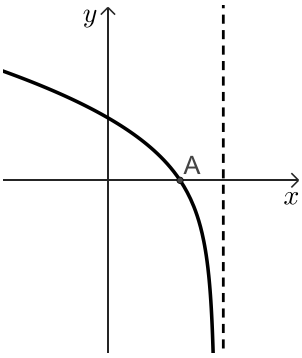
ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישרים $x=1$ ו- $x=2$.



8) נתונה הפונקציה: $f(x)=x\sqrt{a-x}$, a הוא פרמטר.

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. (1) היעזרו בגרף, ורשמו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$. קבעו את סוגה.

(2) חשבו את הערך של a.

הציבו: $a=3$ וענו על הסעיפים הבאים:

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x+3)$.

מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? נמקו.

תשובות סופיות:

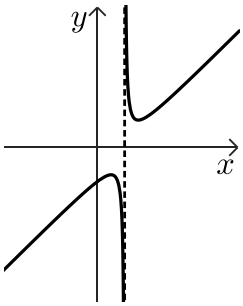
1) א. 0.3 ב. 0.22 ג. $\frac{5}{11}$ ד. האמירה אינה נכונה.

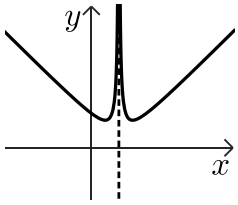
2) א. 1.8 דקות ב. 0.4 דקות ג. (1) 2.27% מהאנשים ג. (2) 34.1% מהאנשים.
ד. לא השתנה.

4) א. $6\sqrt{2}$ ב. $C(6,4)$ ג. $D(0,7)$ ד. (1) שאלת הוכחה ד. (2) 3.
ה. $\sphericalangle ABC = 135°$, $\sphericalangle EBD = 45°$ ו. $\frac{4}{3}$.

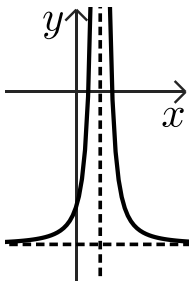
5) א. $(x-6)^2+(y-10)^2=100$ ב. (1) $B(0,18)$ ב. (2) $y=\frac{3}{4}x+18$.
ג. (1) שאלת הוכחה ג. (2) שאלת הוכחה ד. 18.

6) א. (1) $x \neq 2$ א. (2) $x=2$ א. (3) $(0,-2.5)$
א. (4) $\max(1,-2)$, $\min(3,2)$ א. (5) להלן סרטוט: ב. (1) להלן סרטוט:
ב. (2) $\min(1,2)$, $\min(3,2)$.
ב. (3) 4 פתרונות.

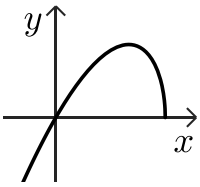




7) א. (1) $x \neq 0.25$ א. (2) $x=0.25$, $y=-4$
א. (3) $(0,3)$, $(0.375,0)$, $(0.125,0)$ א. (4) ירידה: $x>0.25$, עליה: $x<0.25$.
א. (5) להלן סרטוט: ב. גרף II ג. 0.091.



8) א. (1) ראו סרטון א. (2) $a=3$ ב. (1) $x \leq 3$ ב. (2) $(3,0)$, $(0,0)$.
ב. (3) $\min(3,0)$, $\max(2,2)$ ב. (4) להלן סרטוט:
ג. $x \leq 0$.



בגרות קיץ 2022 מועד א':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

2) חברה להפצת תוכן דיגיטלי בדקה כמה זמן ביום אנשים מאזינים לפודקאסטים (הסכתים) באתר אינטרנט מסוים. על פי הבדיקה, 100,000 אנשים מאזינים לפודקאסטים באתר, וזמן ההאזנה שלהם ביום מתפלג נורמלית. התברר כי זמן ההאזנה הממוצע לאדם הוא 35.65 דקות, וסטיית התקן של זמן ההאזנה היא 15 דקות.

א. מהו אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים פחות מ-10 דקות ביום?

ב. כמה אנשים מאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת (60 דקות) ביום?

אחרי שינוי בתכני הפודקאסטים באתר, החברה בדקה שוב את משך זמן ההאזנה של אותם 100,000 אנשים, ומצאה שזמן ההאזנה הממוצע ביום לאדם גדל: הממוצע לאחר השינוי היה 42 דקות.

עם זאת, אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים באתר פחות מ-10 דקות נשאר ללא שינוי.

ג. (1) חשבו את סטיית התקן של זמן ההאזנה לאחר השינוי.

(2) פי כמה גדל מספר האנשים שמאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת ביום לאחר השינוי?

3) חברה מסוימת מיינה מועמדים לעבודה בחברה.
כדי להתקבל לעבודה בחברה, המועמדים צריכים לעבור בהצלחה את שלושת שלבי המיון.
מי שלא עבר בהצלחה את השלב הראשון, לא המשיך לשלב השני,
ומי שלא עבר בהצלחה את השלב השני, לא המשיך לשלב השלישי.
שלבי המיון היו:
שלב ראשון: מבחן התאמה.
שלב שני: ריאיון אישי.
שלב שלישי: סדנה קבוצתית.
כל המועמדים שעברו בהצלחה את כל שלושת השלבים התקבלו לעבודה בחברה.
נתון:
75% מן המועמדים עברו בהצלחה את מבחן ההתאמה.
50% מן המועמדים שעברו בהצלחה את מבחן ההתאמה, עברו בהצלחה את הריאיון האישי.
40% מן המועמדים שעברו בהצלחה את הריאיון האישי, עברו בהצלחה את הסדנה הקבוצתית.

א. בחרו באקראי מועמד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לעבודה בחברה?
ב. נטע וגלי השתתפו במיונים האלה. מהי ההסתברות שלכל היותר אחת מהן התקבלה לעבודה בחברה?
ג. גם עדי השתתפה במיונים. מהי ההסתברות שהיא עברה בהצלחה את הריאיון האישי, אם ידוע שהיא לא התקבלה לעבודה בחברה?
ד. ידוע כי 170 מועמדים מבין כל המועמדים לא התקבלו לעבודה בחברה.
כמה מועמדים התקבלו לעבודה בחברה?

פרק שני - גאומטריה

4) המרובע ABCD שלפניכם חסום במעגל (ראו סרטוט).

נתון: $\sphericalangle A = \sphericalangle C$.

א. הוכיחו כי BD הוא קוטר במעגל.

נתון: $D(0,2)$, $B(0,12)$.

ב. מצאו את משוואת המעגל.

נתון כי שיפוע הצלע BC הוא $-\frac{1}{2}$.

ג. (1) מצאו את משוואת הצלע DC.

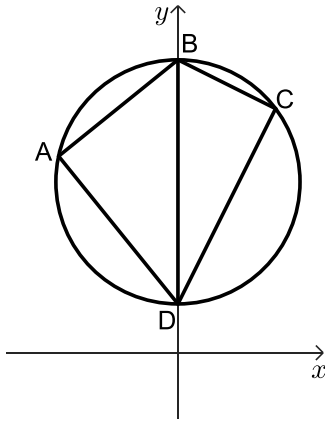
(2) מצאו את שיעורי הנקודה C.

נתון כי הנקודה E היא אמצע הצלע DC.

ד. חשבו את שטח המשולש BCE.

ה. (1) חשבו את גודל הזווית BEC.

(2) חשבו את גודל הזווית DBE.



5) נתון ריבוע ABCD. הצלע AB עוברת דרך ראשית הצירים, O.

הצלע AD חותכת את ציר ה- y בנקודה E. הקודקוד C מונח על ציר ה- x (ראו סרטוט).

א. (1) הוכיחו: $\sphericalangle AEO = \sphericalangle BOC$.

(2) הוכיחו: $\Delta OAE \sim \Delta CBO$.

נתון: הנקודה O היא אמצע הצלע AB.

ב. מצאו את היחס: $\frac{BO}{AE}$.

נתון: $E(0,-5)$.

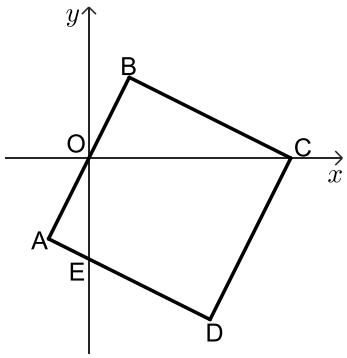
ג. מצאו את אורך הקטע OC ואת שיעורי הנקודה C.

נתון: שיפוע הצלע BC הוא $-\frac{1}{2}$.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ה. מצאו את שטח הריבוע ABCD.

ו. האם מתקיים: $\sphericalangle BCO = \sphericalangle OCE$? נמקו.



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{4x^2-1}{x^2-1}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f(x)+k$, k הוא פרמטר.

נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$ היא: $y=1$.

ד. (1) מצאו את k.

(2) מהם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו סוגה?

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=x-2\cdot\sqrt{x+a}$, a הוא פרמטר.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה $(6,0)$.

א. הראו כי: $a=3$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

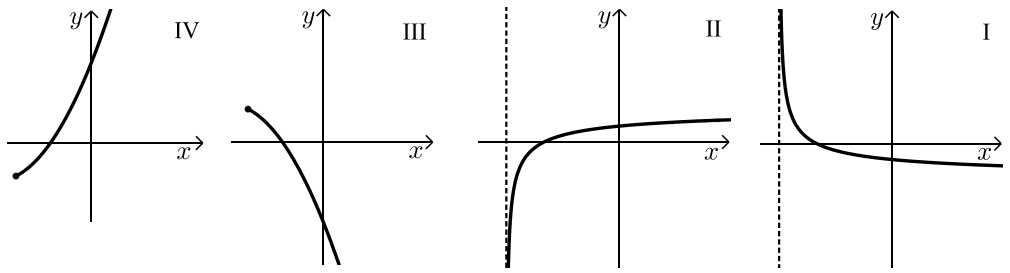
ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

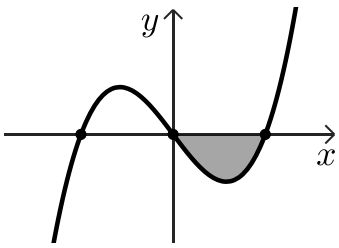
קבעו איזה מהם, ונמקו את הקביעה.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, הישר: $x=1$, וציר ה-x.



8) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$.. מוגדרות לכל x.

בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



פונקציית הנגזרת מתאפסת בנקודות: $x=2$, $x=0$, $x=-2$ בלבד.

א. הסתמכו על הסרטוט וקבעו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ ואת סוגן.

S הוא השטח הנמצא ברביע הרביעי ומוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x.

נתון: $S=8$, $f(2)=3\frac{1}{2}$.

ב. מצאו את $f(0)$.

נתון: $f(-2)=f(2)$. לפונקציה $f(x)$ אין אסימפטוטה אופקית.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. בעבור אילו ערכי k הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ ב-2 נקודות שונות בדיוק? נמקו.

תשובות סופיות:

2) א. 4.36% ב. כ-5,300 אנשים ג. (1) 18.713 דקות ג. (2) 3.17.

3) א. $p=\frac{3}{20}=0.15$ ב. $p=\frac{391}{400}=0.9775$ ג. $p=\frac{9}{34}$ ד. 30 מועמדים.

4) א. שאלת הוכחה ב. $x^2+(y-7)^2=25$ ג. (1) $y=2x+2$.

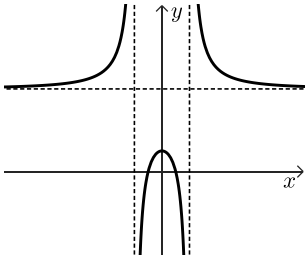
ג. (2) $C(4,10)$ ד. 10 ה. (1) $\sphericalangle BEC=45°$ ה. (2) $\sphericalangle DBE=18.43°$.

5) א. (1) שאלת הוכחה א. (2) שאלת הוכחה ב. 2 ג. $OC=10$, $C(10,0)$.

ד. $B(2,4)$ ה. 80 ו. מתקיים.

6) א. (1) $x\neq\pm1$ א. (2) $x=\pm1$, $y=-4$ א. (3) $\left(\frac{1}{2},0\right)$, $\left(-\frac{1}{2},0\right)$, $(0,1)$.

ב. $\max(0,1)$ ג. להלן סקיצה:



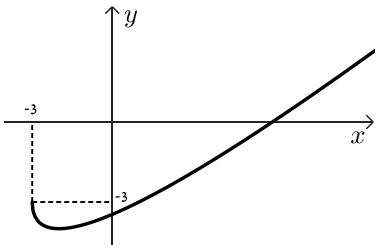
ד. (1) $k=5$

ד. (2) $\min(0,4)$.

7) א. הוכחה. ב. $x\geq-3$.

ג. $\min(-2,-4)$, $\max(-3,-3)$ קצה.

ד. להלן סקיצה:

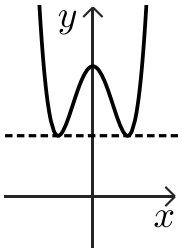


ה. גרף II

ו. 1.

8) א. מינימום: $x=2$, $x=-2$, מקסימום: $x=0$ ב. $f(0)=11.5$

ג. להלן סרטוט:



ד. $x>11.5$ או $k=3.5$.

בגרות קיץ 2022 מועד ב':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

2) ביישוב א' בדקו כמה מכוניות יש לכל משפחה.
התברר שביישוב א' יש משפחות שאין ברשותן מכוניות כלל ומשפחות שיש ברשותן מכונית אחת, 2 מכוניות או 3 מכוניות בלבד.
הטבלה שלפניכם מתארת את התפלגות מספר המכוניות למשפחה ביישוב א'.

מספר המכוניות למשפחה	0	1	2	3
מספר המשפחות	30	y	x	6

ידוע כי ביישוב א' יש בממוצע מכונית אחת למשפחה.

א. מצאו את x (מספר המשפחות ביישוב א' שיש ברשותן 2 מכוניות).

נתון כי סטיית התקן של מספר המכוניות למשפחה ביישוב א' היא $\frac{6}{7}$.

ב. (1) מצאו כמה משפחות יש ביישוב א'.

(2) מצאו את השכיח ואת החציון של מספר המכוניות למשפחה ביישוב א'.

גם ביישוב ב' יש משפחות שאין ברשותן מכוניות כלל ומשפחות שיש ברשותן מכונית אחת, 2 מכוניות או 3 מכוניות בלבד.
מספר המשפחות ביישוב ב' שווה למספר המשפחות ביישוב א'.
החציון של מספר המכוניות למשפחה ביישוב ב' הוא 0.5.

ג. לכמה משפחות ביישוב ב' אין מכוניות כלל?

3) לשירה יש סל ובו x כדורים סך הכול. 12 מן הכדורים שבסל הם ירוקים והשאר אדומים.
נתון: ההסתברות להוציא 2 כדורים ירוקים בזה אחר זה עם החזרה היא 0.36.

א. מצאו את x.

שירה מוציאה באקראי כדור מן הסל.
אם הכדור אדום, היא מחזירה אותו לסל ושוב מוציאה באקראי כדור מן הסל.
אם הכדור ירוק, היא משאירה אותו בחוץ ושוב מוציאה באקראי כדור מן הסל.

ב. מהי ההסתברות ששירה תוציא לפחות כדור ירוק אחד?

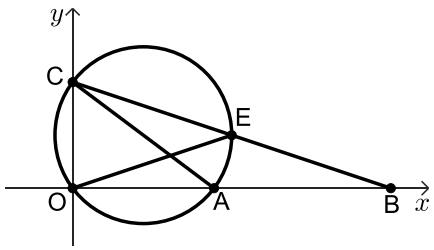
ג. אם ידוע ששירה הוציאה לפחות כדור ירוק אחד,
מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני כדורים בצבעים השונים זה מזה?

לשירה יש סל נוסף, ובו x כדורים (ה- x שמצאתם בסעיף א).
גם בסל הזה 12 מן הכדורים הם ירוקים והשאר אדומים.
שירה מוציאה באקראי מן הסל הזה שני כדורים עם החזרה.

ד. מהי ההסתברות שכל ארבעת הכדורים שהוציאה שירה משני הסלים היו באותו הצבע?

פרק שני - גאומטריה

4) בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל, העובר דרך הנקודות: A, C ו-O.
O היא ראשית הצירים.
המעגל חותך את החלק החיובי של ציר ה- x בנקודה A.
הנקודה B נמצאת מחוץ למעגל, על החלק החיובי של ציר ה- x.
הקטע CB חותך את המעגל בנקודה E (ראו סרטוט).
נתון: $\sphericalangle EOB = \sphericalangle EBO$.



א. הוכיחו: $AC = AB$.

נתון: $A(4,0)$, $C(0,3)$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה B.

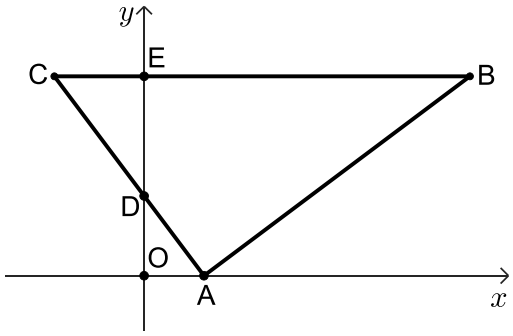
ג. (1) הוכיחו כי AC הוא קוטר במעגל.
(2) מצאו את משוואת המעגל.

נתון כי שיעור ה- x של הנקודה E הוא 4.5.

ד. פי כמה גדול שטח המשולש COB משטח המשולש EOB?

ה. חשבו את גודל הזווית EOB.

5) במשולש ABC הקודקוד A מונח על ציר ה- x . הצלע AC חותכת את ציר ה- y בנקודה D.
הצלע CB מקבילה לציר ה- x , וחותכת את ציר ה- y בנקודה E, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
O היא ראשית הצירים.



א. הוכיחו: $\Delta AOD \sim \Delta CED$.

נתון כי משוואת הישר AC היא: $y = -\frac{4}{3}x + 4$,

וכי: $\frac{DO}{DE} = \frac{2}{3}$.

ב. (1) מצאו את אורך הקטע DE.

(2) מצאו את משוואת הישר CB.

נתון: הצלע AB מאונכת לצלע AC.

ג. מצאו את משוואת הישר AB.

ד. חשבו את גודל הזווית CDE.

ה. חשבו את שטח המרובע ADEB.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{2x-b}{x-4}+1$, b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-y בנקודה $(0,2.5)$.

ב. מצאו את b.

ג. הציבו את הערך של b שמצאתם בסעיף ב בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ז.

ד. מצאו את משוואות האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

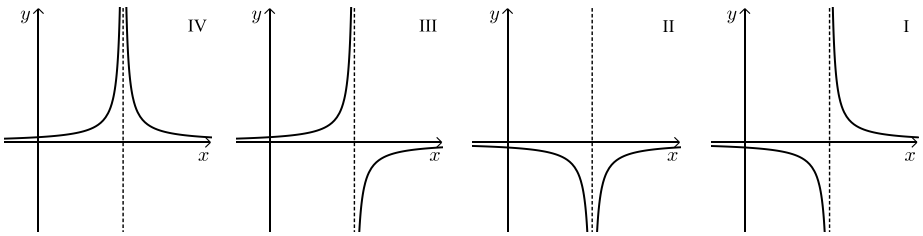
ה. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ו. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ז. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ח. (1) אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
על ידי הישר $x=1$, על ידי ציר ה-x ועל ידי ציר ה-y.



7) נתונה הפונקציה: $f(x)=(x-3)\cdot\sqrt{2x}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטם את גרף הפונקציה $f(x)$.

נסמן ב-S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה-x.

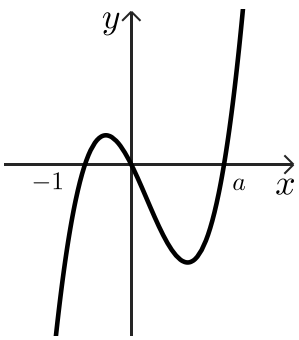
ו. הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$. נמקו.

8) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x.

בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותכת את ציר ה- x בנקודות שבהן: $x=-1$, $x=0$, $x=a$

בלבד ($a>0$ הוא פרמטר).



א. מה הם שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ומהו סוגן? אם יש צורך, הביעו באמצעות a.

נתון כי הפונקציה היא: $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+12$.

ב. (1) מצאו את a.

(2) מצאו את שיעורי ה- y של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות שונות.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=a$ ועל ידי הישר $x=-1$.

תשובות סופיות:

2) א. $x=18$ ב. (1) 98 משפחות ב. (2) השכיח: 1, החציון: 1 ג. 49 משפחות.

3) א. $x=20$ ב. 0.84 ג. $\frac{78}{133}$ ד. $\frac{1789}{11875}$.

4) א. שאלת הוכחה ב. $B(9,0)$ ג. (1) שאלת הוכחה.

ג. (2) $(x-2)^2+(y-1.5)^2=6.25$ ד. פי 2 ה. $\measuredangle EOB=18.43°$.

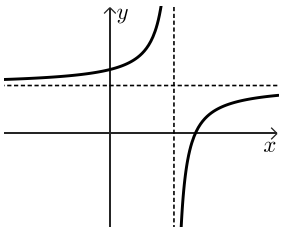
5) א. שאלת הוכחה ב. (1) $ED=6$ ב. (2) $y=10$ ג. $y=\frac{3}{4}x-2\frac{1}{4}$.

ד. $\measuredangle CDE=36.87°$ ה. $90\frac{2}{3}$.

6) א. $x\neq 4$ ב. $b=6$ ג. $x=4$, $y=3$.

ד. $\left(3\frac{1}{3},0\right)$ ה. עלייה: אף x , ירידה: $x>4$ או $x<4$.

ו. להלן סקיצה:

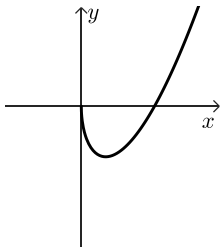


ז. (1) גרף II ז. (2) $\frac{1}{6}$.

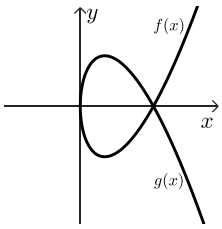
7) א. $x\geq 0$ ב. $(3,0)$, $(0,0)$

ג. $\min\left(1,-2\sqrt{2}\right)$, $\max(0,0)$ קצה.

ד. להלן סקיצה:

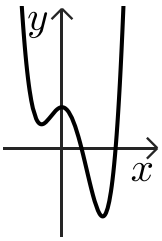


ה. להלן סקיצה:



ו. $2S$.

8) א. מינימום: $x=-1$, $x=a$, מקסימום: $x=0$ ב. (1) $a=2$.

ב. (2) מינימום: $y=7$, $y=-20$, מקסימום: $y=20$ ג. להלן סרטוט:

ד. 64.8.